

## ВОЗМОЖНОСТИ МЮОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИАМАГНИТНЫХ ДОМЕНОВ ПРИ ЭФФЕКТЕ ДЕ ГАЗА–ВАН АЛЬФЕНА

Ю. М. Белоусов, В. П. Смилга

Московский физико-технический институт  
141700, г. Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 20 июня 1996 г.

Анализируются возможности мюонного ( $\mu$ SR-) метода для изучения эффекта де Гааза–ван Альфена и возникающей при этом диамагнитной доменной структуры. Показано, что в отличие от ЯМР-метода  $\mu$ SR-метод позволяет наблюдать образование диамагнитной доменной структуры во всех металлах. В настоящее время неизвестно, какой тип доменной структуры возникает при эффекте де Гааза–ван Альфена: одномерный (ламинарный) или двумерный. Показано, что форма линии фурье-спектра сигнала позволяет определить как характер доменной структуры (двумерный или ламинарный), так и распределение магнитного поля в доменах.

1. Эффект де Гааза–ван Альфена (дГВА) был открыт в 1930 г. [1, 2]. Используя классический метод Фарадея–Кюри, авторы наблюдали осцилляции макроскопического магнитного момента образца при изменении внешнего магнитного поля. Далее был предложен ряд модификаций схемы измерений, существенно улучшающих точность измерений (см., например, [3]), однако до сих пор принципиально все сводится по сути дела к измерению суммарного магнитного момента, а вопрос о структуре распределения магнитных полей в образце при эффекте дГВА по-прежнему остается открытым.

Эта ситуация становится вполне понятной, если вспомнить, что до появления мюонного ( $\mu$ SR-) метода не было магнитных микронзондов, способных исследовать внутренние магнитные поля в глубине металла. Области применимости ЭПР и ЯМР ограничены глубиной скин-слоя, мессбауэровская  $\gamma$ -оптика позволяет, правда, изучать образцы с толщинами порядка нескольких микрометров, но возникают трудности при разрешении эффектов порядка  $10^{-4}$ – $10^{-5}$  от величины внешнего магнитного поля и контролируемого имплантирования мессбауэровских изотопов. Надо отметить также, что при макроскопических измерениях эффекта дГВА возникают заметные трудности при обработке результатов [3].

Мюонный метод не имеет ограничений на толщину образцов и без труда позволяет провести прямые измерения магнитного поля с точностью  $10^{-5}$ . В принципе, несложно получить точность измерений существенно выше, чем позволяют это сделать макроскопические методы. Ограниченность имеющихся методов наглядно иллюстрирует тот факт, что хотя еще в 1962 г. было теоретически предсказано существование диамагнитных доменов [4], до работы [5], выполненной мюонным методом в 1995 г., где четко наблюдалась доменная структура в Ве, имелся единственный эксперимент, в котором наблюдались диамагнитные домены в Ag [6]. Измерения проводились методом ЯМР, соответственно изучался лишь тонкий поверхностный слой, где ламинарная структура доменов сильно искажена, и фактически изучались лишь «тени» самих доменов. Причем авторы [6] отмечали, что практически нереально использовать метод

ЯМР для изучения металлов с ядерными спинами  $I > 1/2$ .

В 1979 г. в работе [7] было показано, что мюонный метод дает возможность исследовать диамагнитные домены, и получены основные формулы, позволяющие провести анализ доменной структуры. Заметим также, что, следуя классической работе Ландау и Лифшица, все молчаливо предполагают, что доменная структура, возникающая при эффекте дГВА имеет ламинарный характер. Однако никто не доказал, что эта структура энергетически выгоднее, чем двумерная доменная решетка, аналогичная по своей геометрии вихревой решетке Абрикосова в сверхпроводниках II рода. Мюонный метод позволяет дать экспериментальный ответ и на этот вопрос. Далее проведен анализ использования мюонного метода для изучения эффекта дГВА. Всюду в дальнейшем для простоты ограничимся случаем, когда образец-мишень — тонкая пластина, внешнее магнитное поле перпендикулярно плоскости пластины. Спин мюона параллелен плоскости пластины, и, таким образом, рассматривается поперечная поляризация.

2. Поперечная поляризация спина мюона в металле определяется общей формулой (см., например, [8]):

$$P_+(t) = P_x(t) + iP_y(t) = G(t) \exp(-i\omega_\mu t)P(0), \quad (1)$$

где  $\omega_\mu = \gamma_\mu b$ ,  $\mathbf{b}$  — локальное поле на мюоне,  $G(t)$  — релаксационная функция. Как хорошо известно (см., например, [8]), функция  $G(t)$  определяется величиной спинов ядер решетки и различна для недиффундирующих и диффундирующих мюонов. Для недиффундирующих мюонов в металлах релаксация определяется гауссовой экспонентой:

$$G(t) = \exp(-\sigma^2 t^2), \quad (2)$$

где второй момент  $\sigma$  пропорционален  $\mu_h$  — магнитному моменту ядер решетки. Для диффундирующих мюонов картина сложнее, однако в случае быстрой диффузии (скорость диффузии  $\nu \gg \sigma$ ) релаксационная функция имеет вид

$$G(t) = \exp(-\Lambda t), \quad (3)$$

где  $\Lambda \propto \sigma^2/\nu$ . В любом случае для идеальной решетки скорость деполяризации определяется величиной магнитных моментов ядер решетки. Наиболее простому случаю соответствует  $I = 1/2$ , когда отсутствуют эффекты, связанные с квадрупольными взаимодействиями. Большое число металлов имеют основные изотопы со спином  $I = 0$  (см. таблицу [9]).

Для большинства металлов скорость деполяризации мала, что позволяет проводить прецизионные измерения частоты прецессии и изучать небольшие неоднородности поля. Последнее замечание весьма существенно, поскольку неоднородности могут возникать также из-за эффектов анизотропии магнитной восприимчивости. В этом случае неоднородности поля удобно изучать по появлению слабого затухания продольной поляризации спина мюона.

3. Наиболее интересным представляется случай, когда в образце возникает диамагнитная доменная структура. При этом в поперечной поляризации появляются две близкие частоты.

Пусть  $v_1$  и  $v_2$  — относительные объемы фаз с полем  $b_1$  и  $b_2$  соответственно:  $v_1 + v_2 = 1$ . Вначале будем считать, что толщина доменных стенок пренебрежимо мала. Пусть  $P(0) \parallel x$ ,  $P(0) = 1$ , тогда прецессия поляризации спина мюона определяется формулами

**Ядерные спины и магнитные моменты стабильных изотопов  
некоторых металлов**

Элемент	Атомный номер	Содержание, %	$I$	$\mu_h/\mu_N$
Mg	24, 26	89.89	0	0
	25	10.11	5/2	-0.85532
Ca	40	99.92	0	0
	43	0.129	7/2	-1.31720
Ti	46, 48, 50	86.74	0	0
	47	7.75	5/2	-0.788130
	49	5.51	7/2	-1.10377
Cr	50, 52, 54	90.45	0	0
	53	9.55	3/2	-0.74391
Fe	54, 56, 58	97.79	0	0
	57	2.21	3/2	+0.05
Ni	58, 60, 62, 64	98.75	0	0
	61	1.25	3/2	-0.74868
Zn	64, 66, 68, 70	95.89	0	0
	67	4.11	5/2	+0.87571
Sr	84, 86, 88	93.04	0	0
	87	6.96	9/2	-1.09302
Zr	90, 92, 93, 94	88.77	0	0
	91	11.23	5/2	-1.9
Mo	92, 94, 96, 98, 100	74.82	0	0
	95	15.72	5/2	-0.9327
	97	9.46	5/2	-0.9523
Pd	102, 104, 106, 108, 110	87.4	0	0
	105	22.6	5/2	-0.57
Te	все		0	0
Ce	все		0	0

$$P_x(t) = v_1 \cos(\omega_1 t) + v_2 \cos(\omega_2 t), \quad P_y(t) = -v_1 \sin(\omega_1 t) - v_2 \sin(\omega_2 t), \quad (4)$$

где  $\omega_{1,2} = \gamma_\mu b_{1,2}$ . Обозначим  $(\omega_1 + \omega_2)/2 = \omega_0$ ,  $(\omega_1 - \omega_2)/2 = \Delta\omega$ . Вводя комплексную поляризацию, можно записать (4) в компактной форме:

$$P_+(t) = G(t) \left( v_1 e^{-i\Delta\omega t} + v_2 e^{i\Delta\omega t} \right) e^{-i\omega_0 t}. \quad (5)$$

Пусть  $v_1 - v_2 = \Delta v > 0$ , тогда формулу (5) можно переписать в виде

$$P_+(t) = [\cos(\Delta\omega t) + i\Delta v \sin(\Delta\omega t)] e^{-i\omega_0 t}. \quad (6)$$

Как видно, временная зависимость поперечной поляризации при  $v_1 = v_2$  испытывает биения с частотой  $\Delta\omega$ . В случае  $v_1 \neq v_2$  временная зависимость не сводится только к биениям.

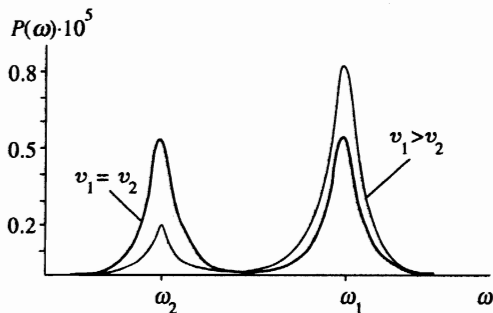


Рис. 1. Качественное поведение фурье-спектра поляризации для диффундирующего мюона в одномерной доменной структуре при  $v_1 = v_2$  и  $v_1 > v_2$

Учтем теперь в явном виде эффекты деполаризации, связанные с наличием магнитных моментов у ядер металла. Если мюон быстро диффундирует, имеем

$$P_x(t) = [\cos(\Delta\omega t) + i\Delta v \sin(\Delta\omega t)] e^{-(\Lambda+i\omega)t}. \tag{7}$$

Наличие деполаризации может затруднить наблюдение двух частот. Действительно, фурье-образ компоненты поляризации  $P_x(t)$  есть

$$P_x(\omega) = \frac{\Lambda v_1}{\Lambda^2 + (\omega - \omega_1)^2} + \frac{\Lambda v_2}{\Lambda^2 + (\omega - \omega_2)^2}. \tag{8}$$

Очевидно, при  $\Lambda \sim \Delta\omega$  должна наблюдаться одна линия. Однако, как правило, при быстрой диффузии  $\Lambda \leq 10^5 \text{ с}^{-1}$ . Ожидаемое значение  $\Delta\omega \geq 10^5 \text{ с}^{-1}$ , поэтому две линии могут быть хорошо разрешены. На рис. 1 показана характерная картина фурье-спектра для диффундирующего мюона в случае одномерной доменной структуры. Записывая формулы (7) и (8), мы пренебрегли возможностью перехода мюона при диффузии из одного домена в другой. При обычных размерах диамагнитных доменов этим эффектом можно пренебречь, однако качественно он приводит просто к некоторому уширению линий на рис. 1.

Если мюон не диффундирует, то

$$P_x(t) = [v_1 \cos(\omega_1 t) + v_2 \cos(\omega_2 t)] \exp(-\sigma^2 t^2). \tag{9}$$

Фурье-образ поляризации есть

$$\begin{aligned} P_x(\omega) &= \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} [v_1 \exp\{i(\omega - \omega_1)t\} + v_2 \exp\{i(\omega - \omega_2)t\}] \exp(-\sigma^2 t^2) dt = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} \left\{ v_1 \exp \left[ -\left( \frac{\omega - \omega_1}{2\sigma} \right)^2 \right] + v_2 \exp \left[ -\left( \frac{\omega - \omega_2}{2\sigma} \right)^2 \right] \right\}. \end{aligned} \tag{10}$$

В этом случае две частоты в фурье-спектре разрешить сложнее. Действительно, после простых преобразований формула (10) принимает вид

$$P_x(\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_0)^2 + \Delta\omega^2}{4\sigma^2} \right] \left\{ v_1 \exp \left[ \frac{(\omega - \omega_0)\Delta\omega}{2\sigma^2} \right] + v_2 \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_0)\Delta\omega}{2\sigma^2} \right] \right\}. \tag{11}$$

Фурье-образ имеет наиболее простой вид при  $v_1 = v_2 = 1/2$ :

$$P_x(\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{\sigma}} \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_0)^2 + \Delta\omega^2}{4\sigma^2} \right] \operatorname{ch} \frac{(\omega - \omega_0)\Delta\omega}{2\sigma^2}. \quad (12)$$

Функция  $P_x(\omega)$  имеет два максимума относительно «провала»  $\omega_0$  в точках  $\pm\Delta\omega$ . Если  $\sigma \sim \Delta\omega$ , две частоты неразрешимы. Однако, как отмечалось выше, для большинства металлов следует ожидать  $\sigma < \Delta\omega$ .

4. Учтем теперь конечную ширину доменных стенок. Сначала рассмотрим одномерную ламинарную (слоистую) структуру, период которой равен  $a$ . Очевидно, ширина доменов первого и второго сортов есть соответственно  $v_{1,2}a$ . Пренебрежем деполяризацией, обусловленной взаимодействием с ядерными магнитными моментами. Именно этот случай будет представлять интерес для исследования распределения поля в доменных стенках. Как хорошо известно, фурье-образ поляризации позволяет непосредственно изучать распределение магнитного поля в образце:

$$P_+(t) = \int P_\omega e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi}. \quad (13)$$

Пусть поле в пластине изменяется только по координате  $x$ . Поскольку поляризация спина каждого мюона прецессирует с определенной частотой, зависящей от положения мюона в образце, фурье-образ поляризации ансамбля мюонов определяется очевидной формулой:

$$P_\omega = \frac{2\pi}{a} \int \delta(\omega - \omega(x)) dx = \frac{4\pi}{a} \int_{-v_1 a/2}^{v_2 a/2} \delta(\omega - \omega(x)) dx. \quad (14)$$

Соответственно,

$$P_+(t) = \frac{2}{a} \int_{-\delta a/2(1+\delta)}^{a/2(1+\delta)} \exp[-i\omega(x)t] dx, \quad (15)$$

где  $\delta = v_1/v_2$ .

Неоднородность поля в образце при эффекте дГВА мала по сравнению со средним полем в образце, и функцию  $\omega(x)$  можно представить в виде

$$\omega(x) = \omega_0 + \Omega f(x), \quad (16)$$

где  $\omega_0$  определена выше,  $\Omega$  — параметр неоднородности поля ( $\Omega \approx \Delta\omega$ ), а  $f(x) \rightarrow \pm 1$  при  $x \rightarrow \pm a/2$ . Поляризация (15) принимает вид

$$P_+(t) = 2 \exp(-i\omega_0 t) \int_{-\delta/2(1+\delta)}^{1/2(1+\delta)} \exp[-i\Omega f(\tilde{x})t] d\tilde{x}. \quad (17)$$

5. Получим теперь оценку периода одномерной ламинарной структуры. Качественную оценку периода можно найти в любой литературе (см., например, [10]), однако

представляется интересным получить оценки, содержащие зависимости от различных параметров (температуры, магнитного поля). До сих пор нет хорошего расчета распределения поля в доменных стенках. В недавно опубликованной работе [11] выполнены расчеты распределения магнитного поля и периода доменной структуры на основе минимизации полной энергии образца с неоднородным распределением магнитного поля. Распределение магнитного поля в образце определялось на основе стандартного функционала. Расчеты показали, что распределение магнитного поля в доменах сильно зависит от внешнего магнитного поля и температуры. Однако, как будет видно из дальнейшего, авторы [11] некорректно поставили граничные условия для определения намагниченности, что привело к нефизическому результату: разрыву градиента намагниченности в центре доменов. Итак, получим распределение магнитного поля в пределе тонких стенок, когда можно воспользоваться моделью Киттеля [12], которая вполне удовлетворительна в нашем случае. Рассмотрим для простоты ситуацию, когда объемы фаз одинаковы:  $v_1 = v_2$ . Намагниченность парамагнитной фазы («1») равна  $+M_0$ , а диамагнитной —  $-M_0$ . Намагниченность образца, зависящую только от координаты  $x$  на поверхности  $z = 0$ , разложим в ряд Фурье:

$$M(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \sin \frac{2\pi(2n+1)x}{a}, \quad (18)$$

где  $c_n = 4M_0/\pi(2n+1)$ .

Поскольку в нашей задаче  $\text{rot } \mathbf{B} = 0$ , можно ввести скалярный потенциал  $\psi$ :  $\mathbf{B} = -\nabla\psi$ ,  $\Delta\psi = 0$ . В задаче с ламинарной структурой потенциал  $\psi$  не зависит от координаты  $y$ , поэтому

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0 \quad (19)$$

с граничным условием

$$-\left. \frac{\partial\psi}{\partial z} \right|_{z=+0} + \left. \frac{\partial\psi}{\partial z} \right|_{z=-0} = 4\pi M(x). \quad (20)$$

Решение уравнения (19) ищется в виде ряда:

$$\psi(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin \frac{2\pi(2n+1)x}{a} \exp \left[ -\frac{2\pi(2n+1)z}{a} \right]. \quad (21)$$

Из граничного условия (20) получаем

$$b_n = \frac{a}{2n+1} c_n = \frac{4aM_0}{\pi(2n+1)}. \quad (22)$$

Неравномерно намагниченный образец создает дополнительную энергию к энергии магнитного поля:

$$\delta U_1 = \frac{1}{2} \oint \varphi \mathbf{M} d\mathbf{f}. \quad (23)$$

Поскольку  $\mathbf{M} \parallel \mathbf{B} \parallel z$ , интегрирование по всей поверхности сводится к интегрированию по поверхностям  $z = 0$  и  $z = -L_z$ , где  $L_z$  — толщина образца. Плотность энергии на  $1 \text{ см}^2$  поверхности образца равна

$$\delta \mathcal{U}_1 = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} M(x) \varphi(x) dx = \frac{4aM_0^2}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{(2n+1)^3} = \frac{7M_0^2 a}{2\pi^2} \zeta(3). \quad (24)$$

Наряду с энергией выхода поля дополнительный вклад будет вносить также энергия, связанная с неоднородным распределением поля хотя и в тонкой, но конечной толщины переходной области между доменами разного сорта. Хотя эта область называется доменной стенкой, она по своим свойствам существенно отличается от доменной стенки ферромагнетика: здесь поле не изменяет своего направления, но лишь незначительно изменяется по величине. Для оценки энергии неоднородности воспользуемся простейшим представлением, когда осцилляции намагниченности происходят с одной частотой. Иными словами, для данного направления поля существует всего одно экстремальное сечение поверхности Ферми. В этом случае добавка к термодинамическому потенциалу с учетом неоднородности имеет вид [3, 13]

$$\tilde{\Omega} = \int \left\{ 2\pi M^2 + A(T) \cos \left[ \frac{2\pi F}{H_0} (h + 4\pi M) \right] + \frac{\alpha}{2} (\nabla M)^2 \right\} dV, \quad (25)$$

где

$$A(T) = \frac{1}{2\sqrt{2}(\pi\hbar)^3} \left( \frac{e\hbar}{c} B \right)^{5/2} \left| \frac{\partial^2 S}{\partial p_z^2} \right|^{-1/2} \frac{1}{m^*} \frac{2\pi^2 T / \hbar \omega}{\text{sh}(2\pi^2 T / \hbar \omega)},$$

$m^*$  — циклотронная масса,  $S_m$  — площадь экстремального сечения поверхности Ферми,  $|\partial^2 S / \partial p_z^2| \sim 1$ . Частота осцилляций намагниченности  $F = cS_m / 2\pi e\hbar$ ;  $H_0$  — значение напряженности поля, при котором фаза кратна  $2\pi$ :  $F/H_0 = n$ , где  $n$  — натуральное число. Феноменологический параметр  $\alpha \geq r_L^2$ , где  $r_L \sim cp_F / eB$  — ларморовский радиус. В работах [14–17] в результате микроскопических расчетов для параметра  $\alpha$  получены значения  $\alpha \approx 2\pi F A(T) r_L^2 / 4H_0^2$ . Поле в образце (пластине)  $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}$ .

Для значения  $H = H_0$  объемы фаз одинаковы  $v_1 = v_2$ , поэтому для тонких стенок  $\langle \mathbf{B} \rangle = \mathbf{H}_0$ . Поскольку  $M \ll H_0$ , можно везде положить  $B \approx H_0$ . В общем случае  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}$ .

Из функционала (25) получаем уравнение Лагранжа для намагниченности и при одномерной доменной структуре:

$$\alpha \frac{d^2 M}{dx^2} - 4\pi M + \frac{2\pi F}{H_0^2} A(T) \sin \left( \frac{8\pi^2 F}{H_0^2} M \right) = 0. \quad (26)$$

Энергия неоднородности определяется из последнего слагаемого в функционале (25). Для ее вычисления необходимо прежде всего решить уравнение (26). Нелинейное уравнение (26) может быть решено в квадратурах, однако оно не имеет простого аналитического решения, поэтому будем искать  $M(x)$  в пределе тонкого переходного слоя, толщина которого  $\delta \ll a$ . Поместим начало координат  $x = 0$  в точку  $M(0) = 0$ , тогда  $M(x) < 0$  при  $-a/2 < x < 0$  и  $M(x) > 0$  при  $0 < x < a/2$ . Введем безразмерные переменные [3]:

$$\frac{2\pi F}{H_0^2} = k \quad (k \gg 1), \quad 4\pi k M = m, \quad k^2 A = \mathcal{A}, \quad (27)$$

тогда уравнение (26) принимает вид

$$\bar{\alpha} m'' - m + \mathcal{A} \sin m = 0, \quad (28)$$

здесь  $\bar{\alpha} = \alpha/4\pi$ .

Как видно из этого уравнения, при  $\mathcal{A} > 1$  решения  $m = \text{const}$  и, соответственно, однородного состояния не существует. Для уравнения (28) следует поставить граничные условия. Очевидно, в центре доменов намагниченность имеет экстремум, поэтому

$$\left. \frac{dm}{dx} \right|_{x=\pm a/4} = 0 \quad \left( \left. \frac{dM}{dx} \right|_{x=\pm a/4} = 0 \right) \quad (29)$$

и, соответственно,

$$M(\pm a/4) = \pm M_0. \quad (30)$$

Первый интеграл уравнения (28) с граничными условиями (29) и (30) находится стандартными образом:

$$[m'(x)]^2 = \frac{1}{\bar{\alpha}} [\mathcal{A} (\cos m_0 - \cos m) + (m^2 - m_0^2)]. \quad (31)$$

Дальнейшее интегрирование проведем в приближении малых значений  $m \ll 1$ . Такой случай имеет место, если  $\mathcal{A} \geq 1$ , и может не состояться при  $\mathcal{A} \gg 1$ . К сожалению, этот наиболее простой для исследования случай нельзя считать общим. Наиболее общим представляется случай  $m \sim 1$ , когда, как отмечалось, простого аналитического решения нет, хотя уравнение (28) может быть решено в квадратурах в общем случае. Мы получим аналитическое решение в частном случае, в котором содержится зависимость от всех необходимых параметров.

В области  $|x| \ll a$  решение уравнения (31) можно найти, разложив  $\cos m \approx 1 - m^2/2$ . Получаем

$$m'^2 - \frac{\mathcal{A} - 2}{2\bar{\alpha}} (m_0^2 - m^2) = 0. \quad (32)$$

Из упрощенного уравнения (32) сразу находится решение

$$m = m_0 \sin \left( x \sqrt{\frac{\mathcal{A} - 2}{2\bar{\alpha}}} \right), \quad (33)$$

которое справедливо в области, где аргумент синуса мал. Решение (33) существенно отличается от «стандартной» формы доменной стенки. Однако следует подчеркнуть, что при внешнем сходстве уравнения с уравнением для намагниченности в доменной стенке ферромагнетика (см. [18]), они описывают совершенно разное поведение намагниченности и имеют разные граничные условия. Поскольку  $a^2/\bar{\alpha} \gg 1$ , получаем ограничение, при котором решение (33) описывает неоднородность поля в переходном слое:

$$x \leq \frac{\pi}{2} x_0, \quad x_0 = \sqrt{\frac{2\bar{\alpha}}{\mathcal{A} - 2}}. \quad (34)$$

Вычислим теперь энергию неоднородности поля, приходящуюся на единицу площади:



$$\delta\mathcal{U}_2 = \frac{L_z}{a} \int_{-\pi x/2}^{\pi x/2} \frac{\alpha}{2} \left( \frac{dM}{dx} \right)^2 dx = \frac{L_z}{a} \frac{\pi\alpha}{4x_0} M_0^2. \quad (35)$$

Для нахождения периода доменной структуры следует, как обычно, минимизировать суммарную энергию, связанную с распределением поля,

$$\mathcal{U} = \delta\mathcal{U}_1 + \delta\mathcal{U}_2 = \frac{7M_0^2 a}{2\pi^2} \zeta(3) + \frac{L_z}{a} \frac{\pi\alpha}{4x_0} M_0^2, \quad (36)$$

по параметру  $a$ . Для периода структуры получаем выражение

$$a = \sqrt{\frac{\pi^2 L_z \alpha}{7x_0 \zeta(3)}} = \pi \sqrt{\frac{L_z}{7\zeta(3)}} \sqrt{\frac{\alpha(\mathcal{A} - 2)}{2}}. \quad (37)$$

В пределе  $\mathcal{A} \gg 1$  находим

$$a \approx \frac{\pi}{H_0} \sqrt{\frac{\pi L_z F}{7\zeta(3)}} \sqrt{2\alpha A(T)}. \quad (38)$$

Полученная оценка дает ту же зависимость от параметров  $L_z$  и  $\alpha$ , что вытекает из простых качественных соображений [10], но кроме того, содержит зависимость от поля  $H_0$ , которая из качественных соображений не получается. Интересно отметить, что размеры доменов  $a \propto H_0^{-1}$  и растут с уменьшением поля, но именно в области относительно малых полей также выполняется условие образования доменной структуры.

6. Рассмотрим теперь поведение поляризации с учетом распределения поля (33). Тогда в (16) имеем

$$f(x) = \sin \sqrt{\frac{\mathcal{A} - 2}{2\alpha}} x, \quad \Omega = 4\pi\gamma_\mu M_0. \quad (39)$$

Далее следует учесть, что формула (39) справедлива для  $x \leq \pi x_0/2 \ll a/2$ , тогда как в формуле (16) интегрирование проводится в интервале  $|x| \leq a/2$ . Поэтому формулу (16) следует преобразовать к виду

$$\begin{aligned} P_+(t) &= \left( \frac{1}{2} - \frac{x_0}{a} \right) [\exp(-i\omega_1 t) + \exp(-i\omega_2 t)] + \exp(-i\omega_0 t) \int_{-1}^1 \exp(-i\Omega t \sin \varphi) d\varphi = \\ &= \exp(-i\omega_0 t) \left\{ \left( 1 - \frac{2x_0}{a} \right) \cos(\Delta\omega t) + \pi J_0(\Omega t) \right\}. \end{aligned} \quad (40)$$

Как видно, к двухчастотной картине (к биениям) добавляется еще осциллирующий член, убывающий со временем. Соответственно, фурье-спектр описывается формулой

$$P_\omega = \frac{\pi}{a} \left\{ \delta(\omega - \omega_1) + \delta(\omega - \omega_2) + \frac{2x_0}{a\sqrt{\Omega^2 - (\omega - \omega_0)^2}} \right\}. \quad (41)$$

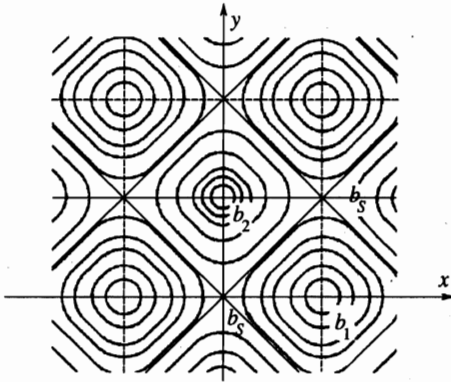


Рис. 2. Качественная схема распределения поля в двумерной доменной структуре (квадратная решетка)

7. Рассмотрим теперь особенности поведения поляризации спина мюона в случае, если образуется двумерная периодическая структура (см. рис. 2).

В этом случае распределение магнитного поля имеет вид, аналогичный вихревой структуре Абрикосова в смешанном состоянии сверхпроводников II рода. Однако следует иметь в виду, что в нашем случае  $b_{max} - b_{min} = b_1 - b_2 \ll B$ . Как хорошо известно (см., например, [19]), характер фурье-спектра определяется особенностями Ван Хофа. Фурье-спектр поляризации спина мюона в двумерной вихревой структуре Абрикосова имеет логарифмическую особенность (см., например, [20]). В нашем случае соответствующие формулы (16) и (17) для одномерной структуры следует переписать в виде

$$P_{\omega} = \frac{2\pi}{S} \int \delta(\omega - \omega(x, y)) dx dy, \quad P_{+}(t) = \frac{1}{S} \int \exp[-i\omega(x, y)t] dx dy, \quad (42)$$

где интегрирование проводится по площади элементарной ячейки.

При интегрировании в первой формуле (42) удобно перейти, как обычно, (см., например, [19]) к криволинейным координатам:

$$\omega(x, y) = \omega(l, h), \quad \omega(l) = \omega = \text{const}, \quad (43)$$

тогда  $dS = dl dh$ , соответственно в окрестности линии постоянной частоты

$$\omega(l, h) = \omega(l) + \frac{\partial \omega}{\partial h} h. \quad (44)$$

Здесь  $\partial \omega / \partial h = |\nabla \omega|$ . Для фурье-амплитуды получаем

$$P_{\omega} = \frac{2\pi}{S} \int \delta(|\nabla \omega| h) dl dh = \frac{2\pi}{S} \int \frac{dl}{|\nabla \omega|_{\omega(l)=\omega}}. \quad (45)$$

Рассмотрим изотропный случай, когда образуется треугольная или квадратная решетка. Подчеркнем, что выяснение условий образования одномерной или двумерной структуры — особая, отдельная задача. Здесь мы выясняем, каким образом отличить одномерную структуру от двумерной экспериментально. Принимая рассуждения о правиле «равенства площадей» при образовании доменной структуры (см., например, [3, 10]), мы приходим к выводу, что  $b_{max}$  и  $b_{min}$  остаются неизменными при изменении внешнего

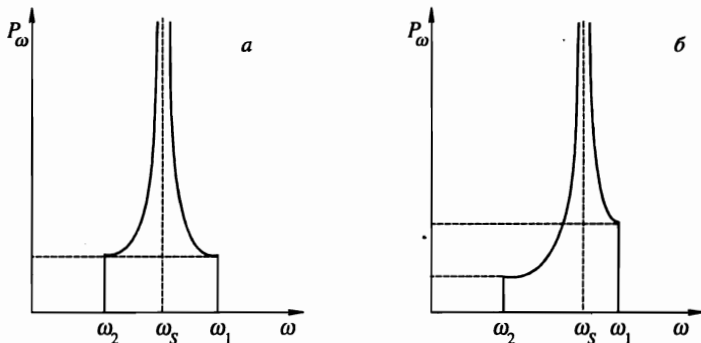


Рис. 3. Качественное поведение фурье-спектра поляризации для двумерной структуры: а — при  $v_1 = v_2$ , б — при  $v_1 > v_2$

поля. Соответственно, особенность, соответствующая седловой точке, будет находиться посередине между  $\omega_1 = \gamma_\mu b_{max}$  и  $\omega_2 = \gamma_\mu b_{min}$ , если объемы фаз одинаковы, и сдвигаться в сторону значения поля в стабильной фазе, если  $v_1 \neq v_2$ . Рассмотрим возможную картину для фурье-спектра подробнее.

Вблизи экстремумов разложение (44) неверно, поскольку  $\nabla\omega = 0$ , следует записать (считаем  $\omega_{xx} \neq 0, \omega_{yy} \neq 0$ )

$$\omega(x, y)|_{1,2} = \omega_{1,2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} x^2 + \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} y^2 \right). \tag{46}$$

Здесь  $\omega_{xx}$  и  $\omega_{yy} < 0$  в парамагнитном домене,  $\omega_{xx}$  и  $\omega_{yy} > 0$  в диамагнитном.

Для фурье-компоненты имеем

$$P_{\omega \rightarrow \omega_{1,2}} = \frac{4\pi^2}{S} \frac{1}{\sqrt{|\omega_{xx}\omega_{yy}|}} \Big|_{1,2}. \tag{47}$$

В случае, когда объемы, занимаемые полями  $b > b_S, (v_1)$  и  $b < b_S, (v_2)$  одинаковы, значения фурье-амплитуд  $P_{\omega_1} = P_{\omega_2}$ . Если  $v_2 > v_1$ , тогда

$$\omega_{xx}\omega_{yy}|_2 < \omega_{xx}\omega_{yy}|_1,$$

и получаем, что  $P_{\omega_1} < P_{\omega_2}$ . Соответственно, если  $v_2 < v_1$ , то  $P_{\omega_1} > P_{\omega_2}$ .

Рассмотрим теперь окрестность седловой точки, которая на рис. 2 находится в начале координат. В этой точке справедливо разложение

$$\omega = \omega_S + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} y^2 = \omega_S - \frac{1}{2} |\omega_{xx}| x^2 + \frac{1}{2} |\omega_{yy}| y^2. \tag{48}$$

Для фурье-спектра в окрестности  $\omega_S$  наблюдается логарифмическая расходимость, причем

$$P_{\omega < \omega_S} \sim \frac{1}{\sqrt{|\omega_{xx}\omega_{yy}|}} \ln \frac{\omega_S - \omega}{|\omega_{yy}|}, \tag{49}$$

$$P_{\omega > \omega_S} \sim \frac{1}{\sqrt{|\omega_{xx}\omega_{yy}|}} \ln \frac{\omega - \omega_S}{|\omega_{xx}|}. \tag{50}$$

Качественное поведение фурье-спектра поляризации показано на рис. 3.

Как видно, фурье-спектр позволяет однозначно идентифицировать, образовалась одномерная или двумерная структура. Характер поведения  $P_{\omega}$  вблизи особенностей позволяет проверить справедливость «правила равенства площадей» как для одномерной, так и для двумерной структур. В эксперименте [5] фурье-спектр  $P_{\omega}$  имеет два характерных максимума, положение которых не зависит от величины внешнего поля в пределах одного периода осцилляций дГВА. Это дает основания полагать, что в условиях эксперимента [5] наблюдалась одномерная ламинарная структура и выполнялось правило «равенства площадей».

8. В настоящее время нет надежного расчета распределения поля в доменах. Очевидно, в области  $(T_c - T)/T_c \ll 1$  должны наблюдаться относительно большие флуктуации магнитного поля ( $\sim \Delta b$ ) и можно ожидать, что толщина доменных стенок будет сравнима с периодом доменной структуры. Более того, в образце может установиться не доменная структура, а структура с периодически неоднородным распределением магнитного поля [13]. Именно эти случаи представляют значительный интерес, поскольку  $\mu$ SR-метод, по-видимому, единственный инструмент для идентификации подобных структур. Поэтому весьма актуальны эксперименты при различных значениях магнитного поля, температуры и размерах образца.

## Литература

1. W. J. de Haas and P. M. van Alphen, Proc. Netherlands Roy. Acad. Sci. **33**, 1106 (1930).
2. W. J. de Haas and P. M. van Alphen, Proc. Netherlands Roy. Acad. Sci. **35**, 454 (1932).
3. D. Shoenberg, *Magnetic oscillations in metals*, Cambridge, Univ. Press (1984).
4. J. H. Condon, Phys. Rev. **145**, 526 (1966).
5. G. Solt, C. Baines, V. S. Egorov et al., Phys. Rev. Lett. **76**, 2575 (1996).
6. J. H. Condon and R. E. Walstedt, Phys. Rev. Lett. **21**, 612 (1968).
7. Ю. М. Белоусов, В. П. Смилга, ФТТ **21**, 2459 (1979).
8. В. П. Смилга, Ю. М. Белоусов, *Мюонный метод исследования вещества*, Наука, Москва (1991).
9. С. В. Вонсовский, *Магнетизм микрочастиц*, Наука, Москва (1973).
10. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
11. M. A. Itskovsky, G. F. Kventsel, and T. Maniv, Phys. Rev. B **50**, 6779 (1994).
12. C. Kittel, Phys. Rev. **70**, 965 (1946).
13. И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Наука, Москва (1971).
14. И. А. Привороцкий, ЖЭТФ **52**, 388 (1967).
15. М. Я. Азбель, ЖЭТФ **53**, 1751 (1967).
16. S. C. Ying, B. J. McIntyre, and J. J. Quinn, Phys. Rev. B **6**, 1801 (1970).
17. R. S. Markiewicz, Phys. Rev. B **34**, 4172 (1986).
18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1976).
20. Ю. М. Белоусов, В. Н. Горбунов, В. П. Смилга, В. И. Фесенко, УФН **160**(11), 55 (1990).