

ОПТИЧЕСКАЯ НАКАЧКА В Λ -СИСТЕМЕ СВЕТОМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

Д. В. Курьянов, И. М. Соколов

*Санкт-Петербургский государственный технический университет
195251, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 19 ноября 1996 г.

Рассматривается эффект оптической накачки в ансамбле трехуровневых атомов с Λ -конфигурацией энергетических подуровней при возбуждении атомов светом параметрической люминесценции, находящемся в сжатом состоянии. Получены квантовые кинетические уравнения, описывающие эволюцию матрицы плотности атомов под действием сжатого излучения малой интенсивности и конечной ширины спектра. Показано, в частности, что благодаря квантовым статистическим свойствам сжатого излучения перераспределение атомов между нижними энергетическими подуровнями возможно, несмотря на равенство интенсивностей спектральных компонент света, резонансно возбуждающего оптические переходы Λ -системы. Подробно обсуждается связь эффекта оптической накачки с корреляционными и пространственно-временными спектральными свойствами сжатого излучения. Показано, что рассматриваемые эффекты принципиальным образом связаны с конечностью ширины спектра флуктуаций сжатого излучения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Возбуждение атомов поляризованным или спектрально селективным излучением приводит к явлению оптической накачки, т. е. к перераспределению атомов между зеемановскими, сверхтонкими или другими метастабильными подуровнями, к созданию неравновесных состояний атомных ансамблей, поляризованных по внутреннему угловому моменту. Начиная с классической работы Каствлера [1], в течение длительного времени основным источником электромагнитного излучения в экспериментах по оптической накачке являлись спектральные источники некогерентного излучения: газоразрядные лампы и т. п. Необходимая селективность возбуждения достигалась с помощью использования оптических поляризаторов и спектральных фильтров. Такие источники, обладая сравнительной простотой и надежностью, имеют широкое применение вплоть до настоящего времени. Теория эффекта оптической накачки и возможные наблюдаемые при этом физические явления подробно описаны в ряде обзоров, см., например, [2-4]. Исследование взаимодействия поляризованного по угловому моменту атомного ансамбля с электромагнитным излучением позволяет изучать тонкие особенности динамики столкновительных и других элементарных процессов, влияющих на формирование поляризации атомов. Вследствие больших времен релаксации и малых ширин линий зеемановских и сверхтонких переходов, техника оптической накачки в сочетании с методами электронного парамагнитного резонанса нашла широкое применение для измерения слабых магнитных полей и создания квантовых стандартов частоты.

Применение когерентных источников излучения существенно расширило круг исследуемых физических явлений при взаимодействии излучения с атомами. В частности,

важным шагом в понимании роли когерентных эффектов в процессе оптической накачки явилось обнаружение эффекта когерентного пленения населенностей [5–7], наглядно продемонстрировавшего, что поведение многоуровневого атомного ансамбля, управляемого когерентным излучением, существенно отличается от его поведения при возбуждении некогерентным спектральным источником. В результате взаимодействия с когерентными полями в стационарных условиях оптическая накачка фактически осуществляется между состояниями, являющимися когерентной суперпозицией нижних энергетических атомных состояний. Современное состояние проблемы и описание различных приложений эффекта когерентного пленения населенностей отражено, например, в обзоре [8].

Новые перспективы в изучении эффекта оптической накачки и сопутствующих ему явлений открываются в настоящее время благодаря созданию источников сжатого излучения. Данное излучение, не являясь ни когерентным, ни некогерентным (в обычном понимании), обладает рядом статистических свойств, подчеркивающих принципиально квантовую природу электромагнитного поля. Неудивительно, что поиск и изучение различных проявлений квантовых свойств сжатого излучения, как при измерениях, так и в различных взаимодействиях с атомными и другими средами является предметом детальных исследований в оптике и спектроскопии. Некоторые возможности спектроскопических применений сжатого излучения успешно продемонстрированы в экспериментах [9–11]. К настоящему времени предсказан ряд квантовых статистических эффектов, обусловленных взаимодействием атомов со сжатым излучением. Так, в работах [12, 13] предсказано изменение констант распада возбужденных атомных состояний, помещенных в поле широкополосного сжатого излучения с нулевыми средними амплитудами («сжатый вакуум»). Было показано теоретически [14, 15] и подтверждено результатами эксперимента [11], что при двухфотонном оптическом переходе наличие сильной корреляции мод сжатого излучения приводит к линейной зависимости населенности возбуждаемого уровня от интенсивности света в пределе малой интенсивности, тогда как в соответствии с классическими представлениями эта зависимость должна носить квадратичный характер. Обзор предварительных (в основном теоретических) результатов, касающихся взаимодействия сжатого излучения с атомами, проведен в [16].

В настоящей работе мы рассмотрим эффект оптической накачки в трехуровневой Λ -системе при ее возбуждении двухмодовым сжатым излучением малой интенсивности. Для определенности мы будем говорить о свете параметрической люминесценции, хотя фактически все основные соотношения в равной степени остаются справедливыми и для других возможных источников сжатого излучения, характеризующихся малой интенсивностью и малой степенью сжатия. Главным в нашем анализе является учет квантовых корреляций в свете, взаимодействующем с атомной подсистемой, с точки зрения их влияния на эволюцию атомной матрицы плотности. Мы показываем, что эффект сжатия в облучающем среду свете существенным образом влияет как на уравнения движения, так и на распределение атомов по подуровням. Иными словами, мы показываем, что в случае, когда свет обладает существенно квантовыми статистическими свойствами, уравнения для матрицы плотности атомов не сводятся ни к известным уравнениям оптической накачки, справедливым для некогерентного спектрального источника, ни к уравнениям Блоха, описывающим взаимодействие с когерентным излучением. Данные уравнения, являясь как бы промежуточными между этими двумя случаями, обладают рядом специфических свойств, не укладывающихся в обычные представления о возбуждении трехуровневой системы когерентным либо некогерентным излучением.

Приближение малой интенсивности, рассматриваемое в данной работе, оправдано не только с точки зрения реальных экспериментальных условий, оно, как мы увидим, позволяет также рассмотреть эффекты, обусловленные конечностью ширины спектра сжатия. В большинстве работ, анализирующих влияние сжатого излучения на динамику многоуровневой квантовой системы, спектр сжатия предполагался широкополосным — его ширина значительно превышает естественные ширины возбужденных уровней [14–19]. В то же время известные к настоящему времени источники сжатого излучения обладают конечной шириной спектра, соизмеримой с естественной шириной уровней квантовых переходов. Более того, анализ, проведенный в [20–22] для двухуровневых систем, показал на этом примере, что квантовые статистические особенности в поведении населенностей и поляризации среды, обусловленные влиянием термостата, образованного сжатым излучением, существенным образом меняются, если ширина спектра флуктуаций становится соизмеримой с ширинами атомных уровней.

Ранее нетривиальные особенности эффекта оптической накачки при возбуждении многоуровневых квантовых систем светом с неклассическими статистическими свойствами и влияние конечности ширины спектра флуктуаций были отмечены и кратко обсуждены в работе [23]. В настоящей работе на примере относительно простой многоуровневой Λ -системы мы обсудим не только качественную картину явления, но и проведем соответствующие количественные оценки. Отметим также, что близкая проблема — взаимодействие трехуровневой «лестничной» системы с широкополосным сжатым излучением — рассматривалась в [17], а влияние конечности ширины спектра в этом случае обсуждалось в [24]. Учет конечности спектра флуктуаций обычно выполняется с помощью метода стохастического дифференциального уравнения для матрицы плотности, успешно применявшегося для двухуровневого атомного перехода [20–22]. Однако использование этого метода в трехуровневой и в более общих многоуровневых системах сопряжено со значительными техническими трудностями. Отметим в связи с этим, что методической особенностью настоящей работы является использование диаграммной техники, позволяющей достаточно наглядно проанализировать проблемы, обусловленные конечностью спектра флуктуаций, и их влияние на уравнение для матрицы плотности.

2. АНАЛИЗ ДИАГРАММНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ ТРЕХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ

В данном разделе мы проведем квантово-электродинамический анализ уравнений, описывающих эволюцию матрицы плотности трехуровневых атомов в случае облучения среды светом спонтанной параметрической люминесценции малой интенсивности. Данное излучение формируется в процессе параметрического рассеяния: распад одного либо двух фотонов когерентной волны накачки на пару фотонов в результате трех- либо четырех-волнового взаимодействия в некоторой нелинейной оптической среде (см. [25]). Будем предполагать, что излучаемый источником и облучающий атомы свет представляет собой суперпозицию различных фазово-сопряженных мод, генерируемых вблизи некоторых средних частот ω_1 и ω_2 . Параметрическая люминесценция является примером сжатого излучения, в котором сжатию подвержены квадратурные компоненты, являющиеся суперпозициями разночастотных компонент двух фазово-сопряженных мод. Средние значения амплитуд полей вблизи обеих частот ω_1 и ω_2 при

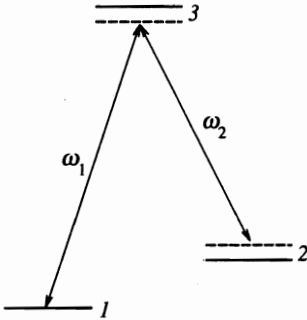


Рис. 1. Схема предполагаемого возбуждения трехуровневой Λ -системы излучением параметрической люминесценции. Излучение двух фазово-сопряженных мод, характеризуемое средними значениями частот ω_1 и ω_2 , квазирезонансно оптическим переходам $1 \rightarrow 3$ и $2 \rightarrow 3$

этом равны нулю. Мы покажем, что в данном случае, когда свет обладает существенно квантовыми статистическими свойствами (его корреляционные характеристики не могут быть описаны корреляционными функциями c -числовых комплексных амплитуд), уравнения для матрицы плотности не сводятся к известным уравнениям оптической накачки, справедливым для некогерентного спектрального источника. Принципиальное для нашего анализа условие, предъявляемое к рассматриваемому параметрическому источнику, состоит в предположении квази-гауссовости статистики излучаемого им света. Данное предположение, выполняющееся для светового источника, содержащего большое число рассеивателей, участвующих в параметрической генерации, означает, что средние от произведения произвольного числа операторов поля распадаются на произведения всех возможных парных средних. Отличие от обычной гауссовой статистики состоит в том, что среди парных средних присутствуют средние от произведений операторов не только разной, но и одинаковой частотности.

Схема рабочих уровней и схема предполагаемого возбуждения трехуровневой Λ -системы приведена на рис. 1. Квазирезонансный свет взаимодействует с атомами на оптических переходах $1 \rightarrow 3$ и $2 \rightarrow 3$. В спектре возбуждающего излучения выделены две средние частоты ω_1 и ω_2 , которые предполагаются близкими к частотам соответствующих оптических переходов ω_{31} и ω_{32} . Состояния 1 и 2 предполагаются разделенными низкочастотным энергетическим интервалом ω_{21} и характеризуются малым временем релаксации населенностей этих подуровней к равновесным значениям. На практике это означает, что состояния 1 и 2 являются либо подуровнями сверхтонкой структуры, либо зеемановскими подуровнями, разделенными магнитным или электрическим полем.

Вывод уравнения для матрицы плотности атомной подсистемы мы проведем с помощью диаграммной техники Келдыша [26, 27]. Матрица плотности атомов в координатном представлении определяется в этой технике одновременными компонентами гриновской функции $G_{n_1 n_2}^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$:

$$G_{n_1 n_2}^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \mp i \langle \Psi_{n_2}^\dagger(\mathbf{r}_2 t_2) \Psi_{n_1}(\mathbf{r}_1 t_1) \rangle, \quad (2.1)$$

где $\Psi_{n_1}(\mathbf{r}_1 t_1)$ и $\Psi_{n_2}^\dagger(\mathbf{r}_2 t_2)$ — операторы уничтожения и рождения атомов в представлении Гейзенберга; квантовые числа n_1 и n_2 соответствуют внутренним состояниям и в рассматриваемом случае трехуровневой системы принимают значения 1, 2, 3. Верхний знак в (2.1) и в дальнейшем соответствует бозонной статистике, а нижний — фермионной. Уравнение для атомной матрицы плотности может быть построено непосредственно из

уравнения, которому удовлетворяет функция Грина (2.1) и которое может быть получено графически. При этом, используя связь полуклассической вигнеровской матрицы плотности $\rho_{n_1 n_2} = \rho_{n_1 n_2}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ с функцией $G_{n_1 n_2}^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$:

$$\rho_{n_1 n_2}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \pm i \int d^3 \xi e^{-i \mathbf{k} \cdot \mathbf{p} \xi} G_{n_1 n_2}^{(-+)}\left(\mathbf{r} + \frac{\xi}{2}, t; \mathbf{r} - \frac{\xi}{2}, t\right) \quad (2.2)$$

и предполагая гладкую зависимость матрицы плотности от координаты атома \mathbf{r} и импульса \mathbf{p} , мы можем получить интересующее нас уравнение с помощью следующего преобразования (см. [27]):

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{n_1 n_2}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) + \frac{\mathbf{p}}{m} \nabla_{\mathbf{r}} \rho_{n_1 n_2}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \mp \int d^3 \xi e^{-i \mathbf{k} \cdot \mathbf{p} \xi} [\hat{G}_{02}^{-1*} - \hat{G}_{01}^{-1}] G_{n_1 n_2}^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2). \quad (2.3)$$

Здесь действие дифференциальных операторов \hat{G}_{0j}^{-1} с $j = 1, 2$ определено следующим образом:

$$\hat{G}_{0j}^{-1} = i \frac{\partial}{\partial t_j} + \frac{\hbar}{2m} \Delta_j \quad (2.4)$$

(m — масса атома, оператор Лапласа действует на пространственную координату \mathbf{r}_j). В правой части соотношения (2.3) предполагается, что после действия оператора \hat{G}_{01}^{-1} и комплексно сопряженного оператора \hat{G}_{02}^{-1*} необходимо провести замену переменных в соответствии с (2.2). Смысл соотношения (2.3) в том, что после подстановки в правую часть аналитического выражения для функции Грина $G_{n_1 n_2}^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$, полученного в результате расшифровки соответствующего графического уравнения, получается уравнение, описывающее изменение матрицы плотности со временем, которое при определенных условиях может оказаться замкнутым относительно матрицы плотности атомов, т. е. иметь вид кинетического уравнения.

Взаимодействие атомов с электромагнитным полем будем рассматривать в дипольном приближении и в приближении вращающейся волны. Соответствующий оператор, определенный в представлении взаимодействия, имеет вид

$$V(t) = - \sum_{m,n} \int d^3 r d_{mn} E^{(-)}(\mathbf{r}t) \Psi_m^{0\dagger}(\mathbf{r}t) \Psi_n^0(\mathbf{r}t) + \text{H.c.} \quad (2.5)$$

Здесь d_{mn} — матричный элемент дипольного момента перехода между нижними состояниями $n = 1, 2$ и возбужденным состоянием $m = 3$; $E^{(-)}(\mathbf{r}, t)$ — оператор отрицательно-частотной компоненты напряженности поля. Мы придерживаемся определения частотных компонент поля, принятого в [28]: $E^{(\pm)} \propto e^{\pm i \omega t}$, т. е. знак «+» или «-» ассоциируется с рождением или уничтожением фотона. Временная эволюция операторов $\Psi_m^{0\dagger}(\mathbf{r}t)$, $\Psi_n^0(\mathbf{r}t)$ и $E^{(\pm)}(\mathbf{r}t)$ определяется уравнениями Гейзенберга с невозмущенными гамильтонианами атомов и поля: $H_0 = H_a + H_f$. В представлении взаимодействия функция Грина $G_{n_1 n_2}^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$ может быть представлена в виде

$$G_{n_1 n_2}^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \mp i \langle \bar{T}(\hat{S}^{-1} \Psi_{n_2}^{0\dagger}(\mathbf{r}_2 t_2)) T(\Psi_{n_1}^0(\mathbf{r}_1 t_1) \hat{S}) \rangle. \quad (2.6)$$

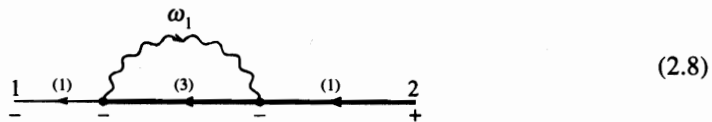
где оператор эволюции \hat{S} определен следующим образом:

$$\hat{S} = \hat{S}(\infty, -\infty) = T \exp \left(-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} V(t) dt \right). \tag{2.7}$$

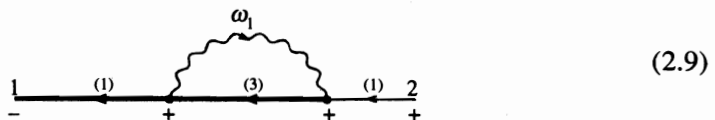
В этих выражениях T и \bar{T} — операторы временного упорядочения и антиупорядочения. Разложение операторов эволюции, входящих в (2.6), в ряды теории возмущений порождает соответствующее разложение для функции Грина $G_{n_1 n_2}^{(-+)}(r_1, t_1; r_2, t_2)$, которое может быть изображено графически. Определения и свойства функции Грина как атомов, так и поля, которые возникают в диаграммных разложениях и соответствуют различным типам временного упорядочения, обсуждаются в Приложениях А и Б.

Мы рассмотрим различные графические вклады, получающиеся в результате суммирования диаграммных последовательностей, на примере функции $G_{11}^{(-+)}(r_1, t_1; r_2, t_2)$ и проследим в соответствии с (2.3), к каким вкладам это приведет в уравнении, описывающем изменение во времени матрицы плотности $\rho_{11}(p, r, t)$. Учитывая соотношение (2.3), в графическом разложении функции Грина $G_{11}^{(-+)}(r_1, t_1; r_2, t_2)$ необходимо анализировать только те диаграммы, которые приводят к аналитическим вкладам, не исчезающим в результате действия дифференциальных операторов \hat{G}_{01}^{-1} и \hat{G}_{02}^{-1*} . Для упрощения расчета мы рассмотрим случай оптически тонкой среды и не будем учитывать обратного влияния атомов на состояние поля. Существенным для нашего анализа является также предположение о малой интенсивности облучающего света, которое ограничивает отбор возможных собственно-энергетических диаграмм. Физически данное условие означает, что интенсивность света должна быть мала по сравнению с интенсивностью насыщения на оптических переходах $1 \rightarrow 3$ и $2 \rightarrow 3$ (вероятности индуцированных переходов в единицу времени малы по сравнению со скоростью спонтанного распада возбужденного состояния γ). Вместе с тем интенсивность может быть достаточно велика, чтобы индуцировать перераспределение населенностей между подуровнями 1 и 2 (эффект оптической накачки). Существует, однако, другой, более важный для нашего рассмотрения, критерий малости интенсивности облучающего света, который будет сформулирован в дальнейшем.

Часть диаграммных последовательностей может быть представлена графическими суммами



либо



Здесь и далее тонкие линии обозначают невозмущенные, а жирные линии — точные атомные функции Грина соответственно, волнистые линии — функции Грина облучаю-

шего света, см. Приложения А и Б. Вершины на диаграммах соответствуют матричным элементам дипольного момента. Для удобства здесь и далее мы показываем над атомными линиями номер состояния, а над фотонными линиями — соответствующие им средние частоты. Обратим внимание на то, что в суммах (2.8) и (2.9) есть совпадающие слагаемые. Однако в результате последующего преобразования (2.3) отличный от нуля вклад дает только одна из диаграммных сумм (2.8) или (2.9) — в зависимости от того, рассматривается действие оператора \hat{G}_{01}^{-1} или \hat{G}_{02}^{-1*} . В уравнении для матрицы плотности данные диаграммы описывают индуцированный уход атомов из состояния 1, пропорциональный интенсивности облучающего света:

$$\left(\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t}\right)_{d.p.} = - \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \frac{2\pi\omega}{c\hbar} |d_{13}|^2 \frac{\gamma}{(\omega - \omega_{31} - \mathbf{k}_1\mathbf{p}/m)^2 + \gamma^2/4} J_1(\omega) \rho_{11}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t). \quad (2.10)$$

Здесь $J_1(\omega)$ — спектральная плотность потока фотонов в окрестности частоты ω_1 в направлении, характеризуемом волновым вектором \mathbf{k}_1 , которая может быть выражена через временной спектр корреляционной функции поля $\Phi^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$, определенной в Приложении Б, формула (Б.7). Если представить данную корреляционную функцию в виде

$$\Phi^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \Phi_{11}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) + \Phi_{22}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2), \quad (2.11)$$

где первое слагаемое соответствует вкладу излучения на частоте ω_1 , а второе — на частоте ω_2 , то $J_1(\omega)$ представляется спектральным разложением функции $\Phi_{11}^{(+)}(\mathbf{r}, t_1; \mathbf{r}, t_2) = \Phi_{11}^{(+)}(t_1 - t_2)$:

$$J_1(\omega) = \frac{c}{2\pi\hbar\omega} \int d\tau e^{i\omega\tau} \Phi_{11}^{(+)}(\tau). \quad (2.12)$$

В общих уравнениях оптической накачки, рассматривающих случай многоуровневого атома, процесс поляризации основного состояния, описываемый уходом слагаемым типа (2.10), иногда называют процессом откачки («depopulation pumping») [2, 29].

Графическая сумма следующего вида:

$$\quad (2.13)$$

описывает в уравнении для матрицы плотности спонтанный и индуцированный приход атомов с уровня 3 в состояние 1. В предположении, что возбужденное состояние 3 может заселяться только за счет индуцированных переходов с подуровней 1 либо 2, и с учетом сделанного нами предположения о малой интенсивности света оптической накачки, учет индуцированных обратных переходов $3 \rightarrow 1$ является превышением точности расчета. Диаграмма (2.13) приводит, таким образом, в уравнении для матрицы плотности ρ_{11} к следующему слагаемому:

$$\left(\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t}\right)_{r.p.} = \gamma_{31} \rho_{33}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \quad (2.14)$$

Здесь γ_{31} — скорость спонтанного распада с уровня 3 на уровень 1. В общей теории оптической накачки многоуровневого атома процесс поляризации основного состояния, описываемый приходным слагаемым типа (2.14), иногда называют процессом перекачки («геропульс pumping») [2, 29].

Мы привели здесь диаграммный вывод хорошо известных вкладов, входящих в обычное балансное кинетическое уравнение, главным образом для того, чтобы провести их последующее сравнение с дополнительными слагаемыми, которые возникают в уравнении для матрицы плотности атомов, взаимодействующих со светом спонтанной параметрической люминесценции. Обратим, однако, в этом месте внимание на то, что марковский характер эволюции атомной матрицы плотности, определяемый производными (2.10), (2.14), связан с тем обстоятельством, что при расшифровке диаграмм использовались выражения атомных функций Грина через вигнеровскую матрицу плотности атомов с помощью соотношений (A.4)–(A.7) Приложения А. Необходимым условием, позволяющим осуществить такую подстановку, является то, что диагональные компоненты матрицы плотности состояний 1 и 2 не должны изменяться на временном интервале, на котором затухают корреляционные функции поля, а изменение во времени населенности возбужденного состояния на этом временном интервале определяется только процессом спонтанного распада. Данное предположение, в случае вкладов (2.8), (2.9), (2.13) реально сводящееся к требованию, чтобы ширина спектра возбуждающего света была больше скоростей индуцированного перехода и времен релаксации в состояниях 1 и 2, обычно хорошо выполняется, так что выражения (2.10), (2.14) являются достаточно точными. Для нашего обсуждения важно, что ширина спектра может быть выбрана при этом значительно уже естественной ширины атомной линии. В этом случае кинетический этап эволюции в системе определяется скоростями индуцированных переходов и временами релаксации состояний 1 и 2. Изменение во времени матрицы плотности возбужденного состояния ρ_{33} на медленной временной шкале будет адиабатически следовать за компонентами матрицы плотности основного состояния ρ_{11}, ρ_{22} .

Часть диаграммных последовательностей, содержащих аномальные функции Грина электромагнитного поля (см. определения (Б.3)–(Б.6) Приложения Б) может быть представлена графическими суммами

либо

Так же, как и в случае диаграмм (2.9), (2.10), в этих графических суммах есть совпадающие слагаемые. Однако в результате последующего преобразования (2.3) отличный

от нуля вклад дает только одна из них в зависимости от того, рассматривается действие оператора \hat{G}_{01}^{-1} или \hat{G}_{02}^{-1*} . В уравнении для матрицы плотности появляется следующее слагаемое:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_{11}}{\partial t}\right)_{d.p.} &= \pm \int d^3\xi e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}\xi} \int \int \int d^3r_4 dt_4 d^3r_5 dt_5 d^3r_6 dt_6 \times \\ &\times \frac{1}{\hbar^4} |d_{13}|^2 |d_{23}|^2 iG_{33}^{(-)}\left(\mathbf{r} + \frac{\xi}{2}, t; \mathbf{r}_4, t_4\right) iG_{22}^{(-)}(\mathbf{r}_4, t_4; \mathbf{r}_5, t_5) \times \\ &\times iG_{33}^{(-)}(\mathbf{r}_5, t_5; \mathbf{r}_6, t_6) iG_{11}^{(-)}\left(\mathbf{r}_6, t_6; \mathbf{r} - \frac{\xi}{2}, t\right) \times \\ &\times \Phi_{12}^{(++)}\left(\mathbf{r} + \frac{\xi}{2}, t; \mathbf{r}_5, t_5\right) \Phi_{21}^{(-)}(\mathbf{r}_4, t_4; \mathbf{r}_6, t_6) + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

где с.с. обозначает комплексно сопряженный вклад. Здесь использованы обозначения для атомных функций Грина и аномальных корреляционных функций поля, определенных в Приложениях А и Б. При этом аномальные корреляционные функции, определенные соотношениями (Б.9) и (Б.10), представлены в виде

$$\begin{aligned} \Phi^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) &= \Phi_{12}^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) + \Phi_{21}^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2), \\ \Phi^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) &= \Phi_{12}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) + \Phi_{21}^{(+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2), \end{aligned} \quad (2.18)$$

где первые слагаемые соответствуют вкладу от биений вблизи средних частот ω_1 и ω_2 по временным аргументам t_1 и t_2 , а вторые слагаемые — вблизи средних частот ω_2 и ω_1 .

Другая графическая сумма, определяемая аномальными корреляционными функциями:

$$1 \quad (1) \quad (3) \quad (2) \quad (3) \quad (1) \quad 2 \quad (2.19)$$

приводит к аналитическому выражению в уравнении для матрицы плотности следующего вида:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_{11}}{\partial t}\right)_{r.p.} &= \pm \int d^3\xi e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}\xi} \int \int \int d^3r_4 dt_4 d^3r_5 dt_5 d^3r_6 dt_6 \times \\ &\times \frac{1}{\hbar^4} |d_{13}|^2 |d_{23}|^2 iG_{33}^{(-)}\left(\mathbf{r} + \frac{\xi}{2}, t; \mathbf{r}_4, t_4\right) iG_{22}^{(-)}(\mathbf{r}_4, t_4; \mathbf{r}_5, t_5) \times \\ &\times iG_{33}^{(++)}(\mathbf{r}_5, t_5; \mathbf{r}_6, t_6) iG_{11}^{(++)}\left(\mathbf{r}_6, t_6; \mathbf{r} - \frac{\xi}{2}, t\right) \times \\ &\times \Phi_{12}^{(++)}\left(\mathbf{r} + \frac{\xi}{2}, t; \mathbf{r}_5, t_5\right) \Phi_{21}^{(-)}(\mathbf{r}_4, t_4; \mathbf{r}_6, t_6) + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где использованы те же обозначения, что и в (2.17). Обратим внимание на то, что выражения (2.17) и (2.20) не зависят в действительности от квантовой статистики атомов,

что следует из свойств атомных функций Грина и предполагаемой малости эффектов вырождения при полуклассическом описании. При этом все функции типа $G^{(-)}$, $G^{(++)}$ должны рассматриваться в этих выражениях как относящиеся к случаю одной частицы, т. е. фактически являться невозмущенными опережающими или запаздывающими функциями Грина для одного атома. Учет здесь поправок к запаздывающим и опережающим функциям Грина, относящихся к взаимодействию с полем, является превышением точности настоящего расчета.

Вклады (2.17) и (2.20) в уравнении, описывающем изменение матрицы плотности со временем, обозначены нами по аналогии с (2.10) и (2.14) как дополнительные вклады в процессы откачки и перекачки. С классической точки зрения они соответствуют более высокому порядку малости по интенсивности света и должны быть отброшены. Принципиальным моментом, заставляющим удерживать эти вклады, является то, что при квантовом описании в случае света, находящегося в сжатом состоянии и характеризуемого малой степенью сжатия (каким и является излучение параметрической люминесценции), оказывается, что аномальные корреляционные функции существенно превосходят по величине нормальные корреляционные функции. Данное обстоятельство наглядно демонстрируется соотношением (Б.15) Приложения Б, выполняющимся для обезразмеренных компонент Фурье корреляционных функций. Вклады (2.17) и (2.20), вообще говоря, имеют тот же порядок малости по интенсивности света, что и вклады (2.10) и (2.14), и должны быть учтены наравне с ними при описании взаимодействия атомов со светом оптической накачки в пределе малой интенсивности. Критерием слабости света накачки в рассматриваемом случае является малая степень сжатия в излучении параметрического источника, обеспечивающая выполнение соотношения (Б.15). Это условие может быть выполнено при использовании в качестве источника оптически тонкой нелинейной параметрической среды (см. [25]). Отметим также, что появление в уравнениях оптической накачки сжатым излучением слагаемых, соответствующих линейной зависимости двухступенчатых переходов от интенсивности облучающего света, при возбуждении атомов светом малой интенсивности было отмечено ранее Паркинсом в [23].

Другим важным отличием вкладов (2.17) и (2.20) от (2.10) и (2.14) является то, что выделение в них атомной матрицы плотности менее очевидно. Для того чтобы вкладам (2.17), (2.20) можно было придать вид слагаемых кинетического уравнения, необходимы основания для использования представления (А.4)–(А.7) для атомных функций Грина. В общем случае, когда время корреляции τ_c , определяющее затухание аномальных корреляционных функций поля, сравнимо или превосходит времена переходов, определяющие эволюцию атомной подсистемы, использование этих представлений незаконно. Более того, при достаточно больших временах корреляции возможно дополнительное усложнение диаграмм (2.15), (2.16) и (2.19) вследствие возможного связывания одночастичных атомных линий в нефакторизуемые двухчастичные функции Грина через взаимодействие с термостатом. Слагаемые (2.17) и (2.20) в уравнении для матрицы плотности приводят в общем случае к немарковскому характеру эволюции атомной подсистемы. Марковский характер эволюции возможен, если $\tau_c \ll \tau_0$, где τ_0 — характерное время релаксации разности населенностей между нижними подуровнями. Подчеркнем, что вопрос о марковости или немарковости эволюции матрицы плотности атомной подсистемы в данном случае связан с квантовыми статистическими свойствами излучения оптической накачки.

Отметим также еще одно важное свойство диаграмм (2.15), (2.16) и (2.19), связан-

ное с тем, что их можно рассматривать как диаграммы, содержащие внутри себя вершинные поправки к исходной точечной вершине взаимодействия, соответствующей дипольным моментам переходов. Вершинные поправки существуют и в случае обычного некогерентного гауссова излучения, однако их вклад является малым вследствие малости параметра вырождения для этого излучения. В рассматриваемом случае квантового излучения с малой степенью сжатия параметр вырождения также мал, но вершинные поправки, тем не менее, существенны вследствие их выражения через аномальные корреляционные функции поля. Понятно, что построение уравнения для атомной подсистемы в случае излучения с произвольной степенью сжатия требует учета всех вершинных поправок и анализа высоких порядков теории возмущения по взаимодействию с излучением оптической накачки. Возможность ограничиться только поправками (2.15), (2.16) и (2.19) к вершинам взаимодействия и, как следствие, получить относительно простой вид уравнения для атомной матрицы плотности является специфической именно для излучения с малой степенью сжатия.

Итоговое уравнение для матрицы плотности $\rho_{11} = \rho_{11}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{11}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) + \frac{\mathbf{p}}{m} \nabla_{\mathbf{r}} \rho_{11}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = \\ = \left(\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} \right)_{d.p.} + \left(\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} \right)_{r.p.} + \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_{11}}{\partial t} \right)_{d.p.} + \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_{11}}{\partial t} \right)_{r.p.} + \left(\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} \right)_R, \end{aligned} \quad (2.21)$$

где последнее слагаемое ответственно за процессы релаксации. Отметим, что диаграммное разложение, равно как и его расшифровка, в случае уравнения для матрицы плотности ρ_{22} может быть рассмотрено полностью аналогично ρ_{11} вследствие симметрии задачи относительно состояний 1 и 2. Соответствующие аналитические выражения получают просто заменой $1 \leftrightarrow 2$ в выражениях (2.10), (2.14), (2.17), (2.20). Изменение матрицы плотности возбужденного состояния ρ_{33} также не требует отдельного анализа, так как описывается, очевидно, суммой вкладов для нижних подуровней 1 и 2 с противоположным знаком вследствие сохранения полной населенности всех подуровней в цикле оптического взаимодействия. Несложный анализ возможных диаграмм показывает, что уравнения для недиагональных компонент матрицы плотности $\rho_{n_1 n_2} = \rho_{n_1 n_2}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ с $n_1 \neq n_2$ являются в рассматриваемом случае однородными, не связанными с населенностями системы. Это означает, что возбуждения когерентностей между подуровнями Λ -системы под действием только излучения спонтанной параметрической люминесценции не происходит. Для возбуждения как оптических ρ_{31} , ρ_{32} , так и радиочастотной ρ_{21} когерентностей необходимы сторонние когерентные источники света либо радиочастотного поля. Определяемая уравнением (2.21) для ρ_{11} и аналогичными уравнениями для ρ_{22} и ρ_{33} динамика атомной матрицы плотности должна, таким образом, принципиально отличаться от той, которая описывается случаями как некогерентной, так и когерентной оптической накачки. Важно также и то, что соответствующие отличия в динамике эволюции населенностей трехуровневых атомов обусловлены прежде всего квантовой природой света и не могут быть объяснены с классических позиций.

3. ПРИБЛИЖЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Преобразуем уравнение (2.21) и аналогичные уравнения для ρ_{22} , ρ_{33} к системе кинетических уравнений. Обычно при переходе к приближению кинетического уравнения предполагается, что спектр возбуждения некогерентного, в частности сжатого, излучения является широкополосным по сравнению со всеми характерными скоростями релаксации в системе, см. [12, 16]. В настоящем разделе мы получим систему кинетических уравнений в других условиях, специфических для рассматриваемой трехуровневой системы, в которой характерное время релаксации основного состояния (подуровней 1 и 2) τ_0 значительно превосходит естественное время жизни γ^{-1} возбужденного состояния 3. Будем считать, что ширина спектра обеих мод возбуждающего излучения $\Delta\omega$, равно как и обратное время корреляции τ_c^{-1} , определяющее ширину спектра аномальных корреляционных функций, значительно меньше γ . Вместе с тем, для существования кинетического этапа эволюции должны выполняться также неравенства $\Delta\omega, \tau_c^{-1} \gg \tau_0^{-1}$. Выполнения этих неравенств достаточно для справедливости кинетического приближения при описании эволюции системы на временах, сравнимых с τ_0 . Ограничим наше рассмотрение случаем холодных атомов, равномерно распределенных по объему взаимодействия. При этом будем считать, что доплеровский сдвиг линий оптических переходов существенно меньше естественной ширины γ . Оценку влияния движения атомов мы проведем в конце нашего анализа. В данных условиях кинетическое уравнение можно ввести непосредственно для диагональных компонент матрицы плотности внутреннего состояния $\rho_{nn}(t)$ ($n = 1, 2, 3$):

$$\rho_{nn}(t) = \frac{1}{n_0} \int \frac{d^3p d^3r}{(2\pi\hbar)^3} \rho_{nn}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t), \quad (3.1)$$

где n_0 — концентрация атомов.

Используя представления функций Грина атомов, приведенные в Приложении А, можно придать вкладам (2.17) и (2.20) вид слагаемых кинетического уравнения. В итоге изменение населенностей $\rho_{nn} = \rho_{nn}(t)$ ($n = 1, 2, 3$) в Λ -системе описывается системой кинетических уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} &= -w_1 \rho_{11} + \gamma_{31} \rho_{33} + \tilde{w}_1 \rho_{11} + \tilde{\gamma}_{21} \rho_{22} - \Gamma_{12} \rho_{11} + \Gamma_{21} \rho_{22}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} &= -w_2 \rho_{22} + \gamma_{32} \rho_{33} + \tilde{w}_2 \rho_{22} + \tilde{\gamma}_{12} \rho_{11} - \Gamma_{21} \rho_{22} + \Gamma_{12} \rho_{11}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} &= -\frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} - \frac{\partial}{\partial t} \rho_{22}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В правой части этих уравнений мы расположили различные вклады в той же последовательности, что и в уравнении (2.21). В частности, последние два слагаемых описывают столкновительные (нерадикационные) переходы между подуровнями 1 и 2, характеризующиеся константами $\Gamma_{12}, \Gamma_{21} \sim \tau_0^{-1}$. Последнее уравнение системы (3.2) предполагает, что рассматривается замкнутая Λ -система, в которой скорость спонтанного распада возбужденного состояния равна сумме скоростей распада в состоянии 1 и 2: $\gamma = \gamma_{31} + \gamma_{32}$.

Рассмотрим подробнее в уравнениях (3.2) различные вклады, описывающие индуцированные светом переходы в Λ -системе. Посредством w_n ($n = 1, 2$) обозначены обычные, соответствующие использованию «классической» нестационарной теории возмущений, скорости индуцированных переходов:

$$w_n = w_n(\omega_n) = \sigma'_{n3}(\omega_n)J_n, \quad (3.3)$$

которые характеризуются сечением поглощения $\sigma'_{n3}(\omega)$ на переходе $n \rightarrow 3$ и плотностью потока фотонов в n -ой моде:

$$J_n = \frac{c}{2\pi\hbar\omega_n} \Phi_{nn}^{(+)}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}, t). \quad (3.4)$$

Сечение $\sigma'_{n3}(\omega)$ является вещественной частью комплексного сечения взаимодействия на переходе $n \rightarrow 3$:

$$\sigma_{n3}(\omega) = \sigma'_{n3}(\omega) + i\sigma''_{n3}(\omega) = \frac{4\pi\omega}{c\hbar} |d_{n3}|^2 \frac{1}{-i(\omega - \omega_{3n}) + \gamma/2}. \quad (3.5)$$

В представлении (3.3) предполагается, что возбуждение происходит в окрестности средней частоты $\omega_n \sim \omega_{3n}$ в спектральном интервале, малом по сравнению с естественной шириной атомной линии.

Дополнительные слагаемые откочки, возникающие вследствие возбуждения атомной подсистемы через аномальные корреляционные функции поля, характеризуются скоростями \tilde{w}_n ($n = 1, 2$):

$$\tilde{w}_n = \tilde{w}_n(\omega_1, \omega_2, \Omega) = \frac{1}{4} (\sigma_{13}(\omega_1)\sigma_{23}(\omega_2)G_{n\bar{n}}(\Omega) + \sigma_{13}^*(\omega_1)\sigma_{23}^*(\omega_2)G_{n\bar{n}}^*(\Omega)), \quad (3.6)$$

где $\Omega = \omega_1 - \omega_2$, а $\bar{n} = 2, 1$ для $n = 1$ либо 2 соответственно. Электромагнитное поле входит в это выражение через спектральные функции $G_{12}(\Omega)$ и $G_{21}(\Omega)$, которые определены следующим образом:

$$G_{12}(\Omega) = \frac{c^2}{(2\pi\hbar)^2\omega_1\omega_2} \int_0^\infty d\tau e^{-i\omega_1\tau} \Phi_{12}^{(++)}(\mathbf{r}, t_1; \mathbf{r}, t_2) \Phi_{21}^{(--) }(\mathbf{r}, t_1; \mathbf{r}, t_2), \quad (3.7)$$

$$G_{21}(\Omega) = \frac{c^2}{(2\pi\hbar)^2\omega_1\omega_2} \int_0^\infty d\tau e^{i\omega_1\tau} \Phi_{21}^{(++)}(\mathbf{r}, t_1; \mathbf{r}, t_2) \Phi_{12}^{(--) }(\mathbf{r}, t_1; \mathbf{r}, t_2),$$

где ω_{21} — частота перехода между подуровнями 2 и 1. В выражении (3.7) учтено, что подынтегральные функции, зависящие только от разности своих временных аргументов $\tau = t_1 - t_2$, испытывают осцилляции на частоте Ω . Фактически функции $G_{12}(\Omega)$ и $G_{21}(\Omega)$ зависят от частоты Ω через разность $\Omega - \omega_{21}$. Обе функции $G_{12}(\Omega)$ и $G_{21}(\Omega)$ связаны соотношением симметрии $G_{21}(\Omega) = G_{12}^*(\Omega)$.

Обратим внимание на два обстоятельства, отличающие дополнительный скоростной параметр \tilde{w}_n от обычной вероятности индуцированных переходов в единицу времени в возбужденное состояние w_n , определяемой выражением (3.3). Во-первых, величина \tilde{w}_n не имеет фиксированного знака, т. е. может быть как положительной, так и отрицательной и может, тем самым, приводить как к эффективному ослаблению, так и к увеличению индуцированного светом ухода атомов из основного состояния. Этот результат не является неожиданным, поскольку, с формальной точки зрения, эти уходные скоростные константы являются поправками более высокого порядка к скоростям w_n , так что положительной обязана быть лишь разность $w_n - \tilde{w}_n$. Однако поскольку

обе величины имеют один порядок малости по интенсивности света, эта разность может быть сделана существенно меньше или больше обычной скорости индуцированных переходов w_n . Во-вторых, скоростной параметр \tilde{w}_n зависит резонансным образом не только от частот ω_1 и ω_2 , но также и от их разности Ω . Резонансная зависимость от Ω представлена соответствующей зависимостью функций $G_{12}(\Omega)$ и $G_{21}(\Omega)$, являющихся спектральными разложениями произведения аномальных корреляционных функций на частоте атомного перехода ω_{21} . Резонансное нарастание происходит тогда, когда частота собственных биений подынтегрального выражения в (3.7) становится сравнимой с частотой перехода ω_{21} . Ширина резонанса при этом определяется временем затухания аномальных корреляций в возбуждающем свете.

Дополнительные приходные вклады, описывающие непосредственное перераспределение атомов между подуровнями 1 и 2, индуцированные взаимодействием через аномальные корреляционные функции поля, характеризуются в уравнениях (3.2) скоростными константами $\tilde{\gamma}_{21}$ и $\tilde{\gamma}_{12}$. Эти константы имеют вид

$$\tilde{\gamma}_{n\bar{n}} = \tilde{\gamma}_{n\bar{n}}(\omega_1, \omega_2, \Omega) = \frac{1}{4}(\sigma_{n3}(\omega_n)\sigma_{\bar{n}3}^*(\omega_{\bar{n}})G_{\bar{n}n}(\Omega) + \sigma_{\bar{n}3}^*(\omega_n)\sigma_{n3}(\omega_{\bar{n}})G_{n\bar{n}}^*(\Omega)), \quad (3.8)$$

где $n = 1, 2$, $\bar{n} = 2, 1$ и использованы те же обозначения, что и в (3.6). Несложно убедиться, что $\tilde{\gamma}_{21} = \tilde{\gamma}_{12}$. Выражение (3.8) так же, как и (3.6), может иметь произвольный знак. Однако необходимо учитывать, что соответствующий вклад в кинетических уравнениях (3.2) должен рассматриваться вместе со слагаемыми перекачки, описывающими спонтанный распад возбужденного состояния, и их интегральный вклад должен соответствовать общей положительной вероятности индуцированных светом переходов между подуровнями 1 и 2.

Полученная в настоящем разделе система кинетических уравнений (3.2), описывающая эволюцию населенностей в Λ -системе, принципиальным образом отличается как от уравнений оптической накачки атомного ансамбля некогерентным спектральным источником [2], так и от уравнений Блоха, описывающих оптическую накачку когерентным световым источником. Подчеркнем лишний раз, что данные уравнения, справедливые при малых интенсивностях облучающего света с нулевой средней амплитудой, принципиально не могут быть получены на основе классических представлений о флуктуациях напряженности поля. Все дополнительные скоростные параметры $\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \tilde{\gamma}_{21}, \tilde{\gamma}_{12}$ являются величинами, пропорциональными интенсивности света возбуждения так же, как и обычные скорости индуцированных переходов w_1 и w_2 . Уравнения (3.2) имеют достаточно узкую область применимости, связанную с жесткими требованиями, предъявляемыми к источнику параметрического излучения. Мы сформулируем эти требования, после того как проведем формальное решение системы уравнений в стационарном случае.

4. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ. ЭФФЕКТ ОПТИЧЕСКОЙ НАКАЧКИ ПРИ РАВНЫХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ВОЗБУЖДАЮЩЕГО СВЕТА В ПЛЕЧАХ Λ -СИСТЕМЫ

В стационарном случае решение системы уравнений (3.2), описывающее распределение атомов по подуровням Λ -системы, параметрически зависит от частот ω_1, ω_2 и от расстройки между ними Ω . Характерной особенностью рассматриваемой схемы возбуждения с точки зрения «классической» теории возмущений является то, что при равных

отстройках $\omega_1 - \omega_{31} = \omega_2 - \omega_{32}$, $\Omega = \omega_{21}$ и при равных интенсивностях возбуждения в плечах замкнутой Λ -системы ($\gamma = \gamma_{31} + \gamma_{32}$) эффект оптической накачки должен сводиться к выравниванию населенностей на подуровнях 1 и 2, если эти подуровни энергетически близки друг к другу ($\omega_{21} \ll \omega_{31}, \omega_{32}$) и выполнены условия $\Gamma_{12}, \Gamma_{21} \ll w_1, w_2 \ll \gamma$. Это фундаментальное свойство трехуровневой Λ -системы оказывается нарушенным в случае, описываемом системой кинетических уравнений (3.2).

Покажем это, решив систему уравнений (3.2) для резонансного случая $\omega_1 = \omega_{31}$, $\omega_2 = \omega_{32}$, $\Omega = \omega_{21}$. Сравнивая соотношения (3.6) и (3.8), замечаем, что

$$\tilde{w}_1 = \tilde{w}_2 = \tilde{\gamma}_{12} = \tilde{\gamma}_{21} \equiv \tilde{w}. \quad (4.1)$$

Несложно получить точное аналитическое решение стационарной системы уравнений (3.2) после подстановки (4.1). Однако в этом нет необходимости, поскольку законным представляется лишь удержание ведущих слагаемых в разложении решения по интенсивности света. С этой точностью получаем

$$\begin{aligned} \rho_{11} &\rightarrow \frac{\gamma_{31}}{w_1} \frac{w_1 w_2 - (w_2 + w_1)\tilde{w}}{\gamma_{31} w_2 + \gamma_{32} w_1} + \frac{\tilde{w}}{w_1}, \\ \rho_{22} &\rightarrow \frac{\gamma_{32}}{w_2} \frac{w_1 w_2 - (w_2 + w_1)\tilde{w}}{\gamma_{31} w_2 + \gamma_{32} w_1} + \frac{\tilde{w}}{w_2}, \\ \rho_{33} &\rightarrow \frac{w_1 w_2 - (w_2 + w_1)\tilde{w}}{\gamma_{31} w_2 + \gamma_{32} w_1}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

где знак \rightarrow означает, что удерживаются лишь главные члены в разложениях при выполнении условий $\Gamma_{12}, \Gamma_{21} \ll w_1, w_2, \tilde{w} \ll \gamma$. В связи с этим для компонент матрицы плотности (4.2) нормировочное условие означает равенство суммы населенностей ρ_{11} и ρ_{22} единице с точностью до величин порядка $w_1/\gamma, w_2/\gamma, \tilde{w}/\gamma$.

В случае близко расположенных подуровней 1 и 2 и равной интенсивности возбуждающего света в плечах Λ -системы, $\omega_{21} \ll \omega_{31}, \omega_{32}$, $J_1 = J_2$, должно выполняться следующее равенство:

$$w_1 \gamma_{32} = w_2 \gamma_{31}, \quad (4.3)$$

поскольку в левых и правых частях стоят одинаковые произведения матричных элементов дипольных моментов. При выполнении этого равенства решения (4.2) принимают простой вид:

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \frac{1}{2} + \frac{\tilde{w}}{2} \left(\frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_2} \right), \\ \rho_{22} &= \frac{1}{2} + \frac{\tilde{w}}{2} \left(\frac{1}{w_2} - \frac{1}{w_1} \right), \\ \rho_{33} &= \frac{w_1 + w_2}{2\gamma} - \frac{\tilde{w}}{2\gamma_{31}} - \frac{\tilde{w}}{2\gamma_{32}}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Полученные решения показывают, что в том случае, когда дипольные моменты оптических переходов имеют разную величину $|d_{13}| \neq |d_{23}|$ и, следовательно, $w_1 \neq w_2$, возможен эффект перераспределения атомов между подуровнями 1 и 2 с вероятностями, отличными от 1/2, несмотря на равенство интенсивностей $J_1 = J_2$. Данный эффект

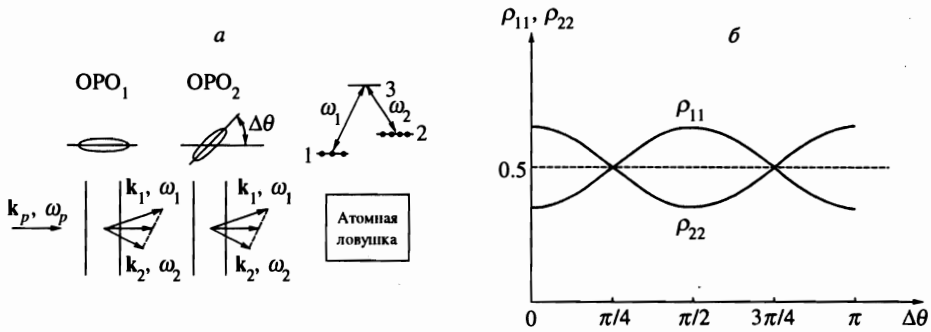


Рис. 2. *а* — Схема обсуждаемого эксперимента по оптической накачке трехуровневых атомов излучением двух параметрических осцилляторов OPO_1 и OPO_2 , характеризуемых разным временным упорядочением в генерации фотонов сопряженных мод $k_1\omega_1$ и $k_2\omega_2$. Предварительно охлажденные атомы находятся в атомной ловушке. Фотоны сопряженных мод образуются в результате распада фотонов накачки $k_p\omega_p$ в процессе четырехволнового смешения. Различие в ориентации эллипсов сжатия определяется относительной разностью фаз $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ аномальных корреляционных функций. *б* — Распределение населенностей в системе подуровней 1 (ρ_{11}) и 2 (ρ_{22}) Λ -системы под действием параметрических излучателей OPO_1 и OPO_2 в зависимости от относительной фазы $\Delta\theta$, формирующейся в пределе малой интенсивности света оптической накачки

оптической накачки целиком определяется квантовыми свойствами параметрического излучения и основан на том, что параметр \tilde{w} является величиной того же порядка, что и ω_1, ω_2 . Ниже мы проведем взаимную оценку этих величин, основанную на общих свойствах корреляционных функций поля, приведенных в Приложении Б. Мы сформулируем также более точно требования, предъявляемые к источнику параметрического излучения, соответствующие области применимости системы кинетических уравнений (3.2).

Проведем оценку параметра \tilde{w} , который в соответствии с (4.1), (3.6), (3.8) имеет вид

$$\tilde{w} = \frac{1}{4} \sigma_{13}^0 \sigma_{23}^0 (G_{12}(\omega_{21}) + G_{12}^*(\omega_{21})), \tag{4.5}$$

где

$$\sigma_{13}^0 = \frac{8\pi\omega_{31}}{ch\gamma} |d_{13}|^2, \quad \sigma_{23}^0 = \frac{8\pi\omega_{32}}{ch\gamma} |d_{23}|^2 \tag{4.6}$$

— резонансные сечения поглощения фотонов. Рассмотрим спектральную функцию $G_{12}(\Omega)$, определяющую скоростной параметр \tilde{w} . Важное ограничение на вид аномальных корреляционных функций, входящих в ее определение (3.7), накладывает принцип причинности. Предположим, что фотоны, рожденные в каком-либо параметрическом процессе, упорядочены во времени: рождение фотона в моде ω_1 опережает либо запаздывает по отношению к событию рождения фотона в моде ω_2 . Это означает, что аномальные корреляционные функции $\Phi_{21}^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$, определенные соотношением (2.18) и отнесенные к какому-либо одному физически выделенному процессу параметрической генерации, должны обращаться в нуль либо при $t_1 < t_2$, либо при $t_1 > t_2$. Соответственно функции $\Phi_{12}^{(++)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$ должны обращаться в нуль в противоположных случаях. Тем самым произведение этих функций, входящее в определение $G_{12}(\Omega)$,

взятое для одного и того же параметрического рассеивателя, должно обращаться в нуль. Однако, если рассматривать эти корреляционные функции для двух разных рассеивателей с разным характером временного упорядочения в генерации фотонов в модах ω_1 и ω_2 , подынтегральное выражение в (3.7) будет отлично от нуля. Для определенности и методической общности мы будем считать, что среда облучается светом от двух оптических параметрических осцилляторов, характеризующихся разным временным упорядочением в генерации мод ω_1 и ω_2 , расположенных последовательно, как это показано на рис. 2а. Оба параметрических осциллятора возбуждаются одним и тем же излучением накачки и предполагаются прозрачными для генерируемого сжатого излучения. При этом случай, когда нет упорядочения событий рождения фотонов в модах ω_1 и ω_2 , может очевидным образом рассматриваться как частный, если предположить, что интенсивности излучений и фазы аномальных корреляционных функций, идущих от обоих источников, одинаковы.

Используя преобразование Фурье для корреляционных функций (Б.12), их частотные компоненты $\Phi_{21}^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$ и $\Phi_{12}^{(++)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$, определенные соотношением (2.18), могут быть также представлены разложением Фурье:

$$\begin{aligned} \Phi_{21}^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) &= \exp \left[-i\omega_p \left(t_1 - \frac{z_1}{c} \right) - i\omega_p \left(t_2 - \frac{z_2}{c} \right) \right] \int \frac{d^3 \kappa'}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^0 \frac{d\Omega'}{2\pi} \times \\ &\times \exp \left[-i\Omega'(t_1 - t_2) + i\kappa'(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right] \Phi^{(-)}(\kappa', \Omega'), \\ \Phi_{12}^{(++)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) &= \exp \left[i\omega_p \left(t_1 - \frac{z_1}{c} \right) + i\omega_p \left(t_2 - \frac{z_2}{c} \right) \right] \int \frac{d^3 \kappa''}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^0 \frac{d\Omega''}{2\pi} \times \\ &\times \exp \left[-i\Omega''(t_1 - t_2) + i\kappa''(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right] \Phi^{(++)}(\kappa'', \Omega''), \end{aligned} \quad (4.7)$$

где ω_p — частота света накачки в параметрическом процессе. В соответствии с исходными предположениями компоненты Фурье корреляционных функций имеют резонансные особенности вблизи частот $\Omega', \Omega'' \sim \Omega/2$. Сами компоненты Фурье удобно представить в виде

$$\begin{aligned} \Phi^{(-)}(\kappa', \Omega') &= (2\pi)^2 \hbar \omega_p \delta(c\kappa'_z - \Omega') \times \\ &\times \left(e^{2i\theta_1(\kappa'_\perp, \Omega')} r_1(\kappa'_\perp, \Omega') + e^{2i\theta_2(\kappa'_\perp, \Omega')} r_2(\kappa'_\perp, \Omega') \right), \\ \Phi^{(++)}(\kappa'', \Omega'') &= (2\pi)^2 \hbar \omega_p \delta(c\kappa''_z - \Omega'') \times \\ &\times \left(e^{-2i\theta_1(\kappa''_\perp, \Omega'')} r_1(\kappa''_\perp, \Omega'') + e^{-2i\theta_2(\kappa''_\perp, \Omega'')} r_2(\kappa''_\perp, \Omega'') \right), \end{aligned} \quad (4.8)$$

где слагаемые в скобках соответствуют вкладам первого и второго параметрических излучателей. В соответствии с принципом причинности каждое из этих слагаемых должно быть аналитической функцией от Ω', Ω'' в верхней либо нижней полуплоскости. Мы будем предполагать, что фазы θ_1 и θ_2 различны и становятся зависящими от своих аргументов только вблизи резонансов.

Подставляя разложения (4.7), (4.8) в (3.7), находим

$$G_{12}(\Omega) + G_{12}^*(\Omega) = \int \int \frac{d^2 \kappa'_\perp}{(2\pi)^2} \frac{d^2 \kappa''_\perp}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 \frac{d\Omega'}{2\pi} \frac{d\Omega''}{2\pi} 2\pi \delta(\omega_{21} + \Omega' + \Omega'') \times \\ \times \{ e^{2i(\theta_1 - \theta_2)} r_1(\kappa'_\perp, \Omega') r_2(\kappa''_\perp, \Omega'') + e^{-2i(\theta_1 - \theta_2)} r_2(\kappa'_\perp, \Omega') r_1(\kappa''_\perp, \Omega'') \}. \quad (4.9)$$

Мы предполагаем, что вблизи резонансов $\Omega', \Omega'' \sim \Omega/2$ фазы θ_1 и θ_2 меняются согласованным образом, так что их разность остается постоянной. Наличие δ -функции под интегралом (4.9) показывает, что это выражение может быть отлично от нуля, если только частота перехода ω_{21} совпадает с Ω с точностью до масштаба $\sim \tau_c^{-1}$, определяющего ширину спектра подынтегральных функций. Интегрирование по κ'_\perp либо κ''_\perp ограничено масштабом S_{coh}^{-1} . Величина $\kappa_{coh}^{-1} \sim S_{coh}^{1/2}$ представляет предельный пространственный масштаб когерентности для параметрического излучателя, допускающий согласование фаз излучения, рассеянного различными объемами среды. Данный масштаб может быть интерпретирован также как предельный пространственный масштаб, пригодный для малочумящих измерений с использованием сжатого излучения (см. [30]). Скоростной параметр \tilde{w} , определенный соотношением (4.5), в итоге может быть оценен как

$$\tilde{w} \sim \frac{1}{2} \cos 2(\theta_1 - \theta_2) \frac{\sigma_{13}^0 \sigma_{23}^0}{S_{coh}^2} \frac{1}{\tau_c} \langle r_1 r_2 \rangle, \quad (4.10)$$

где мы воспользовались оценкой интеграла (4.9) через средние значения подынтегральных функций.

Оценка скоростей переходов w_1 и w_2 проводится аналогично. Используя определения Приложения Б, представим плотности потока фотонов J_1 и J_2 в виде

$$J_1 = \int \frac{d^2 \kappa'_\perp}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^0 \frac{d\Omega'}{2\pi} \{ \lambda_1(\kappa'_\perp, \Omega') + \lambda_2(\kappa'_\perp, \Omega') \}, \quad (4.11)$$

$$J_2 = \int \frac{d^2 \kappa'_\perp}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} \frac{d\Omega'}{2\pi} \{ \lambda_1(\kappa'_\perp, \Omega') + \lambda_2(\kappa'_\perp, \Omega') \},$$

где параметры вырождения $\lambda_1(\kappa'_\perp, \Omega')$ и $\lambda_2(\kappa'_\perp, \Omega')$ относятся соответственно к первому и второму излучателям. Предполагая выполненным соотношение (Б.15), скорости переходов w_1 и w_2 можно оценить следующим образом:

$$w_1 \sim \frac{\sigma_{13}^0}{S_{coh}} \frac{1}{\tau_c} (\langle r_1^2 \rangle + \langle r_2^2 \rangle), \quad (4.12)$$

$$w_2 \sim \frac{\sigma_{23}^0}{S_{coh}} \frac{1}{\tau_c} (\langle r_1^2 \rangle + \langle r_2^2 \rangle),$$

где мы провели усреднение подынтегральных выражений в (4.11), считая одинаковыми значения средних для положительной и отрицательной областей спектра по Ω' .

Сформулируем теперь более конкретно требования, предъявляемые к параметрическому источнику в рассматриваемой схеме оптической накачки Λ -системы. Эффективное перераспределение атомов между подуровнями 1 и 2 возможно, если $w_1, w_2 \gg$

$\gg \Gamma_{12}, \Gamma_{21} \sim \tau_0^{-1}$. Оценим резонансное сечение поглощения фотона на обоих переходах по порядку величины квадратом длины волны света λ_0^2 , а площадку когерентности как $S_{coh} \sim \lambda_0 l$, где l — длина слоя, в котором происходит параметрическая генерация (см. [30]). В этих условиях получим, что условие эффективной накачки означает

$$\frac{\lambda_0}{l} (\langle r_1^2 \rangle + \langle r_2^2 \rangle) \frac{1}{\tau_c} \gg \frac{1}{\tau_0}. \quad (4.13)$$

Хотя это условие и совместимо с необходимым для нас требованием $\tau_c \ll \tau_0$, оно является более жестким. Параметры $\langle r_1^2 \rangle$ и $\langle r_2^2 \rangle$, в частности, могут быть интерпретированы как средние значения параметра вырождения для первого и второго источников и являются малыми величинами по сравнению с единицей. Отношение λ_0/l также должно считаться малой величиной, так как мы игнорировали эффекты дифракции и рассматривали излучение, распространяющееся вдоль оси z с малыми значениями поперечных волновых векторов κ_{\perp} . Подчеркнем, что условие (4.13) должно быть удовлетворено вместе с требованием $\tau_c \gg \gamma^{-1}$. Формально совместить эти требования можно, если выбрать в качестве Λ -системы атомы со спиновым основным состоянием. Времена релаксации между подуровнями 1 и 2 в этом случае могут достигать значений порядка 0.1 с, при типичных значениях времен жизни возбужденных состояний порядка 10^{-8} – 10^{-9} с. Наиболее трудной задачей представляется подобрать источник параметрической генерации с требуемым значением времени корреляции.

Оценки (4.10) и (4.12) показывают, что скорости переходов \tilde{w} и w_1, w_2 действительно одного порядка величины по интенсивности облучающего света. Интенсивность света входит в эти выражения в виде средних значений параметров вырождения для параметрической генерации $\langle r_1^2 \rangle$ и $\langle r_2^2 \rangle$ и произведения $\langle r_1 r_2 \rangle$. Однако скорость переходов \tilde{w} имеет дополнительную малость $\lambda_0/l \ll 1$. Как уже отмечалось, эта малость связана с ограниченностью нашего подхода, в рамках которого формально нельзя рассматривать параметрическую генерацию с предельной величиной площадки когерентности $S_{coh} \rightarrow \lambda_0^2$ и длиной параметрической среды l , сравнимой с λ_0 . Иными словами, нельзя рассматривать облучение атомов, собираемое с больших телесных углов. Тем не менее, из общих физических соображений представляется естественным ожидать, что переход к предельно малым величинам площадки когерентности $S_{coh} \rightarrow \lambda_0^2$ должен приводить к наиболее оптимальным условиям наблюдения обсуждаемых квантовых статистических эффектов в оптической накачке трехуровневого атома. Мы полагаем в связи с этим, что несмотря на дополнительную малость \tilde{w} по отношению к w_1, w_2 , присутствующую в нашем расчете, в действительности перераспределение атомов между подуровнями 1 и 2, обусловленное эффектами квантовой статистики света, может быть существенным. Из проведенных оценок также ясно, что игнорируемый в нашем расчете фактор движения атомов является неблагоприятным для наблюдения эффекта оптической накачки, ибо его учет должен приводить к уменьшению сечения поглощения резонансного света по сравнению с λ_0^2 и, тем самым, к относительному уменьшению \tilde{w} по сравнению с w_1, w_2 . Случай холодного атомного ансамбля, характеризуемого средним доплеровским уширением линии, малым по сравнению с естественной шириной γ , является оптимальным для наблюдения эффекта оптической накачки, основанного на квантовых статистических свойствах светового источника.

На рис. 2б показана зависимость населенностей подуровней 1 и 2 от относительной фазы $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$. Для наглядности на рис. 2а показано, что эта разность фаз может быть интерпретирована как относительный угол, показывающий взаимную ориентацию эл-

липов сжатия для первого и второго источников. Каждый из эллипсов геометрически характеризует область неопределенности для квантовых флуктуаций амплитуды поля на частотах, близких к $\omega_{21}/2$. Особенностью обсуждаемой схемы оптической накачки является то, что разность населенностей на подуровнях 1 и 2 зависит от относительной фазы $\theta_1 - \theta_2$ и может менять знак, когда $2(\theta_1 - \theta_2) = \pi/2 + \pi m$, ($m = 0, \pm 1, \dots$). Таким образом, оказывается, что благодаря асимметрии в поведении квантовых флуктуаций амплитуд поля в источниках возникает асимметрия в условиях возбуждения в Λ -системе. Этим оптическая накачка светом параметрической люминесценции принципиально отличается от накачки светом, излучаемым гауссовым спектральным источником (спонтанное излучение атомного ансамбля, тепловое излучение и т. п.), при котором распределение флуктуаций поля на плоскости комплексных амплитуд полностью симметрично.

Проведенный нами расчет принципиальным образом основывался на предположении о достаточной узости спектра флуктуаций сжатого излучения. Параметры $\Delta\omega$ и τ_c^{-1} , определяющие ширины спектров нормальных и аномальных корреляционных функций и являющиеся по сути величинами одного порядка, предполагались малыми по сравнению с естественной шириной γ возбужденного уровня Λ -системы. Неблагоприятным, с точки зрения рассматриваемых эффектов, представляется выполнение обратных неравенств $\Delta\omega, \tau_c^{-1} \gg \gamma$. Покажем это, проанализировав относительный порядок величин кинетических коэффициентов, возникающих в уравнениях для матрицы плотности атомов в этом случае, учитывая, что выполнение неравенства $\Delta\omega, \tau_c^{-1} \gg \gamma$ является достаточным для применимости приближения кинетического уравнения. Несложно убедиться непосредственным расчетом, что при увеличении ширины спектра излучения оптической накачки $\Delta\omega$ и сохранении при этом интегральной интенсивности вероятности индуцированных переходов в единицу времени w_1, w_2 будут уменьшаться пропорционально отношению $\gamma/\Delta\omega$. Вычисление диаграмм (2.15), (2.16) и (2.19) и преобразование их к соответствующим вкладам в кинетическом уравнении порождает слагаемые уходящего и приходного типов, аналогичные рассмотренным ранее и характеризующиеся тем же набором скоростных параметров $\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \tilde{\gamma}_{12}, \tilde{\gamma}_{21}$. Однако в рассматриваемых условиях при увеличении ширины спектра аномальных корреляций τ_c^{-1} эти скоростные параметры будут уменьшаться пропорционально произведению $\gamma^2 \tau_c^2$. Поскольку $\Delta\omega \sim \tau_c^{-1}$, понятно, что неравенства $\Delta\omega, \tau_c^{-1} \gg \gamma$ влекут за собой выполнение следующих неравенств между кинетическими коэффициентами: $w_1, w_2 \gg \tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \tilde{\gamma}_{12}, \tilde{\gamma}_{21}$. Полученные соотношения между кинетическими коэффициентами понятны также и из анализа общей структуры диаграммных вкладов (2.15), (2.16) и (2.19), представляющих собой вклады более высокого порядка малости в разложении теории возмущений для собственно-энергетических функций по сравнению с диаграммами (2.8), (2.9). Действительно, наличие дополнительного виртуального перехода на диаграммах, содержащих аномальные корреляции, характеризуется дополнительным интегрированием по времени с естественным ограничивающим масштабом γ^{-1} . В результате соответствующая поправка к собственно-энергетическим функциям существенно уменьшается вследствие фактического исчезновения корреляций на этом временном масштабе.

Из проведенных рассуждений, в частности, следует, что рассмотренный выше эффект оптической накачки в Λ -системе принципиальным образом связан с конечностью и, более того, с достаточной узостью спектра флуктуаций сжатого излучения. В случае излучения малой интенсивности эффект оптической накачки, равно как и дополнительные приходные и уходящие слагаемые в кинетическом уравнении, должны исчезать

при переходе к пределу широкополосного сжатого излучения.

5. ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящей работе получены квантовые кинетические уравнения, описывающие эволюцию компонент матрицы плотности в трехуровневой Λ -системе под действием возбуждающего излучения с неклассической статистикой. Основной особенностью этих уравнений является присутствие слагаемых, обусловленных аномальными корреляционными характеристиками излучения оптической накачки. Поскольку фазы аномальных корреляционных функций поля, излучаемых различными источниками, могут быть различны, в кинетических уравнениях появляются слагаемые, демонстрирующие специфическую квантовую интерференцию при облучении атома светом параметрической люминесценции, идущим от разных источников. Подчеркнем отличие данного типа интерференции от обычной интерференции, обусловленной разностью фаз в произведении комплексных амплитуд полей, идущих от разных источников. В рассматриваемой ситуации средние амплитуды полей равны нулю. Благодаря интерференции аномальных корреляционных функций возникает, в частности, эффект оптической накачки, т. е. перераспределение атомов между подуровнями Λ -системы.

Принципиальной особенностью системы кинетических уравнений (3.2) является то, что дополнительные слагаемые этих уравнений, обусловленные квантовой статистикой излучения, становятся существенными при выполнении резонансных условий $\omega_1 - \omega_2 \approx \omega_{21}$. Данное равенство должно быть выполнено с точностью до спектральной ширины корреляционных функций поля τ_c^{-1} . Напомним, что данный параметр предполагался существенно меньшим естественной ширины атомной линии γ . Данное обстоятельство роднит эффекты, описываемые уравнениями (3.2), с эффектом когерентного пленения населенностей, основанном на уравнениях Блоха [5–8]. Так, например, из последнего из выражений (4.4) следует, что возможно уменьшение населенности возбужденного подуровня 3 при выполнении резонансных условий и согласованном выборе фаз первого и второго параметрических излучателей. Обратим, однако, внимание на то, что в случае когерентного пленения отсутствие атомов на подуровне 3 сопровождается одновременным их захватом в какое-либо из состояний, являющихся когерентной суперпозицией состояний 1 и 2. В рассмотренном нами случае подобной когерентной суперпозиции состояний не возникает. Можно, по-видимому, сказать, что полученные уравнения оптической накачки, являясь по сути балансными уравнениями, обладают, тем не менее, и некоторыми свойствами когерентных уравнений Блоха. Вытекающая из решений (4.4) возможность перераспределения атомов между состояниями 1 и 2 приводит, в частности, к следующей проблеме: возможно ли в принципе в условиях замкнутой Λ -системы существенное перераспределение атомов между состояниями 1 и 2 под действием сжатого излучения с уменьшением заселения (или отсутствием такового) для возбужденного состояния 3 и без образования суперпозиционных состояний между 1 и 2 (как это происходит в условиях когерентного пленения)? На основании проведенных оценок понятно, что если подобный эффект и возможен, то облучение атомов должно производиться пространственно многомодовым сжатым излучением, собираемым со всех направлений. Однако точный ответ на этот вопрос лежит за гранью сделанных приближений и требует дополнительного исследования.

В заключение отметим, что использованное при описании эффекта оптической на-

качки предположение о неравенстве дипольных моментов переходов $d_{13} \neq d_{23}$ не является принципиальным при наблюдении квантовых статистических особенностей в системе уравнений (3.2). Равенство дипольных моментов лишь означает, что в условиях Λ -резонанса разность населенностей подуровней 1 и 2 должна равняться нулю вследствие полной симметрии задачи, что согласуется в обычных условиях с влиянием на атомы также и других релаксационных процессов. Однако при наличии дополнительного, например, столкновительного, механизма, приводящего к формированию разности населенностей между этими состояниями, эффекты квантовой статистики должны проявиться при решении системы кинетических уравнений.

Авторы благодарят участников семинара по квантовой оптике в Санкт-Петербурге за полезное обсуждение данной работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-02-16613), а также Американского фонда гражданских исследований (U. S. Civilian Research and Development Foundation, грант № RP1-263 Prop.#2749).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Функции Грина атомов и их связь с вигнеровской матрицей плотности

Невозмущенные атомные функции Грина определены следующим образом:

$$G_{n_1, n_2}^{(0)(\sigma_1, \sigma_2)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = -i \langle T_{\sigma_1, \sigma_2} (\Psi_{n_1}^0(\mathbf{r}_1 t_1) \Psi_{n_2}^{0\dagger}(\mathbf{r}_2 t_2)) \rangle, \quad (\text{A.1})$$

где упорядочивающие операторы T_{σ_1, σ_2} для возможных значений $\sigma_1, \sigma_2 = \pm$ действуют в соответствии с правилами: $T_{--} = T$ — оператор временного упорядочения, $T_{++} = \tilde{T}$ — оператор антиупорядочения, T_{+-} — тождественный оператор, T_{-+} — оператор перестановки. В случае фермионной статистики выражение (A.1) необходимо умножить на -1 , если оператор упорядочения T_{σ_1, σ_2} приводит к перестановке Ψ -операторов. На диаграммах данные функции изображаются тонкими линиями:

$$\frac{1}{\sigma_1} \overleftarrow{\quad} \frac{2}{\sigma_2} = i G_{n_1, n_2}^{(0)(\sigma_1, \sigma_2)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2). \quad (\text{A.2})$$

Легко проследить, рассматривая, например, разложение оператора эволюции в формуле (2.6), что в предположении гауссовой статистики для атомной подсистемы среднее от произведения произвольного числа Ψ -операторов сводится к произведению всех возможных парных средних вида (A.1).

Полные атомные функции Грина, являющиеся средними от произведений операторов в представлении Гейзенберга:

$$G_{n_1, n_2}^{(\sigma_1, \sigma_2)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = -i \langle T_{\sigma_1, \sigma_2} (\Psi_{n_1}(\mathbf{r}_1 t_1) \Psi_{n_2}^\dagger(\mathbf{r}_2 t_2)) \rangle \quad (\text{A.3})$$

и возникающие в процессе «одевания» функций (A.1) различными взаимодействиями, изображаются на диаграммах жирными линиями. Для этих функций, рассматриваемых на небольших пространственно-временных масштабах разностей $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $t_1 - t_2$, справедлива следующая связь с вигнеровской матрицей плотности атомов:

$$iG_{n_1 n_2}^{(--)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \exp \left[\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \frac{i}{\hbar} \epsilon(p)(t_1 - t_2) - \frac{i}{2\hbar} (\epsilon_{n_1} + \epsilon_{n_2})(t_1 - t_2) - \frac{1}{2} (\gamma_{n_1} + \gamma_{n_2}) |t_1 - t_2| \right] \left\{ \delta_{n_1 n_2} \theta(t_1 - t_2) \pm \rho_{n_1 n_2} \left(\mathbf{p}, \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \right\}, \quad (\text{A.4})$$

$$iG_{n_1 n_2}^{(++)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = [iG_{n_2 n_1}^{(--)}(\mathbf{r}_2, t_2; \mathbf{r}_1, t_1)]^*, \quad (\text{A.5})$$

$$iG_{n_1 n_2}^{(+-)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \exp \left[\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \frac{i}{\hbar} \epsilon(p)(t_1 - t_2) - \frac{i}{2\hbar} (\epsilon_{n_1} + \epsilon_{n_2})(t_1 - t_2) - \frac{1}{2} (\gamma_{n_1} + \gamma_{n_2}) |t_1 - t_2| \right] \left\{ \delta_{n_1 n_2} \pm \rho_{n_1 n_2} \left(\mathbf{p}, \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \right\}, \quad (\text{A.6})$$

$$iG_{n_1 n_2}^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \pm \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \exp \left[\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \frac{i}{\hbar} \epsilon(p)(t_1 - t_2) - \frac{i}{2\hbar} (\epsilon_{n_1} + \epsilon_{n_2})(t_1 - t_2) - \frac{1}{2} (\gamma_{n_1} + \gamma_{n_2}) |t_1 - t_2| \right] \rho_{n_1 n_2} \left(\mathbf{p}, \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \frac{t_1 + t_2}{2} \right). \quad (\text{A.7})$$

Здесь $\epsilon(p) = p^2/2m$; $\epsilon_{n_1}, \epsilon_{n_2}$ — внутренние энергии атомов в состояниях n_1 и n_2 ; $\gamma_{n_1}, \gamma_{n_2}$ — скорости спонтанного распада этих состояний (которые могут отсутствовать для нижних энергетических подуровней); $\theta(\tau)$ — ступенчатая функция равная 1, если $\tau > 0$, и 0, если $\tau < 0$. Верхний знак в этих соотношениях соответствует бозонной статистике, а нижний — фермионной. Отметим, что соотношения (A.4)–(A.7), принципиально важные для получения кинетического уравнения, справедливы, только когда эволюция функций Грина по пространственно-временным аргументам может рассматриваться как свободная, а времена t_1 и t_2 являются близкими. Они перестают выполняться, когда разность времен $t_1 - t_2$ становится сравнимой с характерными временами переходов в рассматриваемой системе подуровней.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Функции Грина и корреляционные функции электромагнитного поля

Фотонные функции Грина в квантовой электродинамике выражаются средними от произведений операторов векторного потенциала [28, 31]. Однако в данной задаче, когда рассматривается дипольное взаимодействие электромагнитного поля с модельной системой подуровней и векторные свойства поля не представлены явно, целесообразно ввести функции Грина непосредственно для операторов напряженности поля. В случае квазигауссовой статистики могут быть определены функции трех типов. Прежде всего это нормальные функции Грина, существующие как в электродинамике вакуума, так и в случае гауссова спектрального источника:

$$F^{(0)(\sigma_1 \sigma_2)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) = -i \langle T_{\sigma_1 \sigma_2} (E^{(-)}(\mathbf{r}_1 t_1) E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2)) \rangle, \quad (\text{B.1})$$

представляющие средние от упорядоченных во времени произведений операторов разной частотности. На диаграммах эти функции изображаются волнистыми линиями с однонаправленной стрелкой:

$$\overset{1}{\sigma_1} \text{---} \overset{2}{\sigma_2} = iF^{(0)(\sigma_1\sigma_2)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2). \quad (\text{Б.2})$$

Однако возникает пара других аномальных функций Грина:

$$F^{(-)(\sigma_1\sigma_2)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) = -i\langle T_{\sigma_1\sigma_2}(E^{(-)}(\mathbf{r}_1 t_1)E^{(-)}(\mathbf{r}_2 t_2)) \rangle \quad (\text{Б.3})$$

и

$$F^{(+)(\sigma_1\sigma_2)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) = -i\langle T_{\sigma_1\sigma_2}(E^{(+)}(\mathbf{r}_1 t_1)E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2)) \rangle, \quad (\text{Б.4})$$

представляющие средние от упорядоченных во времени произведений операторов одинаковой частотности. На диаграммах эти функции изображаются волнистыми линиями с разными направлениями стрелок у концов линий:

$$\overset{1}{\sigma_1} \text{---} \overset{2}{\sigma_2} = iF^{(-)(\sigma_1\sigma_2)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2). \quad (\text{Б.5})$$

и

$$\overset{1}{\sigma_1} \text{---} \overset{2}{\sigma_2} = iF^{(+)(\sigma_1\sigma_2)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2). \quad (\text{Б.6})$$

Обратим внимание на то, что аномальные функции Грина (Б.3), (Б.4) для света, излучаемого параметрическим спектральным источником, существуют при нулевых средних значениях напряженности поля.

Несложный анализ показывает, что, вследствие того что коммутаторы свободных полей являются *c*-числовыми функциями, независимо от порядка временного упорядочения в (Б.1), (Б.3), (Б.4) собственно-корреляционные свойства квазигатуссова спектрального источника могут быть полностью описаны следующими четырьмя корреляционными функциями:

$$\Phi^{(+ -)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle E^{(+)}(\mathbf{r}_1 t_1)E^{(-)}(\mathbf{r}_2 t_2) \rangle, \quad (\text{Б.7})$$

$$\Phi^{(- +)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2)E^{(-)}(\mathbf{r}_1 t_1) \rangle, \quad (\text{Б.8})$$

$$\Phi^{(- -)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle E^{(-)}(\mathbf{r}_1 t_1)E^{(-)}(\mathbf{r}_2 t_2) \rangle, \quad (\text{Б.9})$$

$$\Phi^{(+ +)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle E^{(+)}(\mathbf{r}_1 t_1)E^{(+)}(\mathbf{r}_2 t_2) \rangle, \quad (\text{Б.10})$$

для которых справедливы соотношения симметрии

$$\begin{aligned}\Phi^{(-+)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) &= \Phi^{(+)}(\mathbf{r}_2, t_2; \mathbf{r}_1, t_1), \\ \Phi^{(++)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) &= [\Phi^{(-)}(\mathbf{r}_2, t_2; \mathbf{r}_1, t_1)]^*.\end{aligned}\quad (\text{Б.11})$$

Обратим также внимание на то, что для свободного поля вследствие коммутативности операторов одинаковой частотности в функциях $\Phi^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$ и $\Phi^{(++)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$ может предполагаться произвольный порядок временного упорядочения.

Для света, излучаемого параметрическим источником, например в четырехволновом процессе, в результате распада монохроматической волны накачки с частотой ω_p на две фазово-сопряженные моды с частотами $\omega_p \pm \Omega$ корреляционные функции (Б.7)–(Б.10) после выделения в них быстроосциллирующих фазовых множителей зависят только от разностных координат $\tau = t_1 - t_2$, $\rho = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Рассматривая волну накачки, распространяющуюся вдоль направления z , проведем разложение Фурье этих функций по разностным пространственно-временным координатам:

$$\Phi^{(\sigma_1 \sigma_2)}(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int d^3\rho e^{i\Omega\tau - i\boldsymbol{\kappa}\rho} e^{-i\sigma_1\omega_p(t_1 - z_1/c) - i\sigma_2\omega_p(t_2 - z_2/c)} \Phi^{(\sigma_1 \sigma_2)}(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2). \quad (\text{Б.12})$$

Соотношения симметрии (Б.11) преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned}\Phi^{(-+)}(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) &= \Phi^{(+)}(-\boldsymbol{\kappa}, -\Omega), \\ \Phi^{(++)}(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) &= [\Phi^{(-)}(\boldsymbol{\kappa}, \Omega)]^*.\end{aligned}\quad (\text{Б.13})$$

Данные соотношения показывают, что независимыми являются только две функции, в качестве которых выберем $\Phi^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}, \Omega)$ и $\Phi^{(-)}(\boldsymbol{\kappa}, \Omega)$.

Для квазимонохроматического излучения, распространяющегося в направлении z , в пренебрежении эффектами дифракции данная пара корреляционных функций может быть представлена следующим образом:

$$\begin{aligned}\Phi^{(+)}(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) &= (2\pi)^2 \hbar \omega_p \delta(c\kappa_z - \Omega) \lambda(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega), \\ \Phi^{(-)}(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) &= (2\pi)^2 \hbar \omega_p \delta(c\kappa_z - \Omega) e^{2i\theta(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega)} r(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega),\end{aligned}\quad (\text{Б.14})$$

где мы учли, что фаза аномальной корреляционной функции θ также может зависеть, вообще говоря, от поперечного волнового вектора $\boldsymbol{\kappa}_\perp$ и от частоты Ω : $\theta = \theta(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega)$. Принципиально важным для нас является предположение, что в спектре этих функций существуют резонансные особенности вблизи частот $\Omega \sim \pm\Omega_1$, где $\Omega_1 = \omega_1 - \omega_p = \omega_p - \omega_2$. Этим обеспечиваются исходные предположения о возбуждении Λ -системы, сформулированные в разд. 1 и изображенные на рис. 1.

В случае излучения слабого параметрического источника (с малой вероятностью распада фотона накачки на пару фазово-сопряженных фотонов) интенсивность излучения характеризуется безразмерным параметром (параметром вырождения) $\lambda(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega)$, который является малым: $\lambda(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega) \ll 1$. Появление аномальных корреляций в излучаемом свете при этом также описывается малым безразмерным параметром $r(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega) \ll 1$. В случае параметрического преобразования, близкого к идеальному (чистое параметрическое рассеяние без примеси комбинационного рассеяния и резонансной флуоресценции), между этими величинами выполняется следующее приближенное соотношение:

$$\lambda(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega) \approx r^2(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega) \ll r(\boldsymbol{\kappa}_\perp, \Omega). \quad (\text{Б.15})$$

Данное соотношение никогда не может быть удовлетворено, если рассматривать операцию усреднения в корреляционных функциях света с классических позиций. В этом

неравенстве проявляется принципиальная квантовая особенность излучения спонтанной параметрической люминесценции, связанная с жесткой временной корреляцией в рождении фазово-сопряженных фотонов-«близнецов». Соотношение (Б.15), в частности, означает, что при расчете каких-либо процессов с использованием теории возмущений при удержании вкладов первого порядка по $\Phi^{+-}(\dots)$ требуется удерживать вклады второго порядка по $\Phi^{--}(\dots)$ и $\Phi^{++}(\dots)$. Отметим, что с точки зрения эффекта сжатия рассматриваемый свет является примером излучения, характеризуемого малой степенью сжатия.

Литература

1. A. Kastler, J. Phys. Rad. **11**, 255 (1950).
2. W. Happer, Rev. Mod. Phys. **44**, 169 (1972).
3. A. Omont, Prog. Quant. El. **5**, 69 (1977).
4. Е. Б. Александров, Г. И. Хвостенко, М. П. Чайка, *Интерференция атомных состояний*, Наука, Москва (1991).
5. E. Arimondo and G. Orriols, Nuovo Cimento Lett. **17**, 333 (1976).
6. G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, Nuovo Cimento B **36**, 5 (1976).
7. G. Orriols, Nuovo Cimento B **53**, 1 (1979).
8. Б. Д. Агапьев, М. Б. Горный, Б. Г. Матисов, Ю. В. Рождественский, УФН **163**, В. 9, 1 (1993).
9. M. Xiao, L. A. Wu, and H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **59**, 278 (1987).
10. E. S. Polzik, J. Carri, and H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **68**, 3020 (1992).
11. N. Ph. Georgiades, E. S. Polzik, K. Admatsu, H. J. Kimble, and A. S. Parkins, Phys. Rev. Lett. **6**, 3426 (1995).
12. C. W. Gardiner, Phys. Rev. Lett. **56**, 1917 (1986).
13. H. J. Carmichael, A. S. Lane, and D. F. Walls, Phys. Rev. Lett. **58** 2539 (1987).
14. J. Gea-Banacloche, Phys. Rev. Lett. **62**, 1603 (1989).
15. J. Javanainen and P. L. Could, Phys. Rev. A **41**, 5088 (1990).
16. A. S. Parkins, in *Modern Nonlinear Optics*, Pt. II, ed. by M. Evans and S. Kielich, Wiley, N. Y. (1993), p. 607.
17. Z. Ficek and P. D. Drummond, Phys. Rev. A **43**, 6247 (1991); *ibid* 6258.
18. Г. Ю. Крючкян, ЖЭТФ **109**, 116 (1996).
19. M. R. Ferguson, Z. Ficek, and B. J. Dalton, Phys. Rev. A **54**, 2379 (1996).
20. A. S. Parkins, Phys. Rev. A **42**, 4352 (1990); *ibid* 6873.
21. J. I. Cirac and L. L. Sanshez-Soto, Phys. Rev. A **44**, 1948 (1991).
22. H. Ritsch and P. Zoller, Phys. Rev. A **38**, 4657 (1988).
23. A. S. Parkins, Phys. Rev. A **53**, 2893 (1996).
24. C. W. Gardiner and A. S. Parkins, Phys. Rev. A **50**, 1792 (1994).
25. Д. Н. Клышко, *Фотоны и нелинейная оптика*, Наука, Москва (1980).
26. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1515 (1964).
27. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
28. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в квантовую теорию квантованных полей*, Наука, Москва (1974).
29. А. И. Окуневич, Опт. и спектр. **50**, 443 (1981).
30. И. В. Соколов, Опт. и спектр. **73**, 1158 (1992).
31. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).