

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПУЧКА γ -КВАНТОВ В ПОЛЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ

*В. А. Маишеев**

*Институт физики высоких энергий
142284, Протвино, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 28 апреля 1997 г.

Рассмотрено встречное прохождение пучка γ -квантов через поле лазерной волны. Оптические свойства лазерной волны описаны тензором диэлектрической проницаемости. Найдены показатели преломления и исследованы поляризационные характеристики нормальных электромагнитных волн, которые могут распространяться в такой среде. Получены соотношения, описывающие изменение начальной поляризации и интенсивности γ -пучка при его распространении в поле лазерной волны. Обсуждается влияние интенсивности лазерной волны на исследуемый процесс.

1. ВВЕДЕНИЕ

Поляризационные эффекты [1, 2], возникающие при прохождении видимого света через анизотропные или гиротропные среды, известны давно. Аналогичные эффекты предсказываются теорией [3] и для γ -квантов с энергией ≥ 1 ГэВ, распространяющихся в монокристаллах, которые по своим свойствам являются анизотропной средой. Основной процесс поглощения γ -квантов в монокристаллах — образование электрон-позитронных пар. Его сечение зависит от направления их линейной поляризации по отношению к кристаллографическим плоскостям. В результате взаимодействия с электрическим полем монокристалла монохроматический линейно поляризованный пучок γ -квантов в общем случае представляет две электромагнитные волны с разными показателями преломления, что приводит к преобразованию линейной поляризации в циркулярную или наоборот.

С другой стороны, замечено [4], что процесс образования пар в монокристаллах аналогичен такому процессу в поле линейно поляризованной электромагнитной волны. В работе [5], посвященной вопросам распространения γ -квантов в монокристаллах, на основе этой аналогии указывается на возможность существования двойного лучепреломления высокоэнергетичных γ -квантов, движущихся в линейно поляризованной волне лазера, хотя никаких оценок эффекта не приводится.

В недавно опубликованной статье [6] впервые было показано, что при существующих параметрах лазеров эффекты двойного лучепреломления и вращения плоскости поляризации γ -квантов с энергиями в десятки ГэВ и выше носят ярко выраженный характер уже для сравнительно коротких (несколько пикосекунд) лазерных банчей с параметрами, которые может обеспечить современная техника. Здесь же рассчитано

* E-mail: maisheev@mx.ihep.su

изменение параметров Стокса и интенсивности γ -квантов при прохождении через лазерный сгусток произвольной поляризации. При этих вычислениях использованы известные амплитуды рассеяния света на свете [7, 8].

Данная работа посвящена дальнейшему изучению распространения γ -квантов высокой энергии через лазерную волну на основании более традиционного подхода [1, 2] на базе кристаллоптики анизотропных и гиротропных сред. При таком подходе анизотропная (гиротропная) среда описывается с помощью тензора диэлектрической проницаемости. Зная этот тензор, можно получить дисперсионное уравнение для распространяющихся в этой среде электромагнитных волн и рассчитать их показатели преломления. Следует отметить, что для расчета преобразования поляризации γ -квантов при их движении в поле лазерной волны достаточно знать только разность показателей преломления, в то время как есть процессы, которые требуют для своего описания абсолютные их значения, например, черенковское излучение заряженных частиц.

Заметим, что использование тензора диэлектрической проницаемости для описания свойств электромагнитного вакуума является достаточно распространенным способом, так, в [9] приводятся явные формулы для компонент такого тензора в случае слабых медленно меняющихся полей и низких частот фотонов.

2. ТЕНЗОР ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ

Уравнения электромагнитного поля в среде запишем в виде [1, 2]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{E} — напряженность электрического поля, \mathbf{D} и \mathbf{B} — индукция электрического и магнитного полей, t — время, c — скорость света. Свойства среды (а в данном случае такой средой является монохроматическое электромагнитное поле лазерной волны) отражены в связи между векторами \mathbf{B} , \mathbf{E} и \mathbf{D} . Выбор уравнений в таком виде позволяет не вводить в рассмотрение напряженность магнитного поля [1, 2]. Связь между \mathbf{D} и \mathbf{E} будем рассматривать в виде

$$D_i(\omega) = \varepsilon_{ij} E_j(\omega), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{ij} = \varepsilon'_{ij} + i\varepsilon''_{ij}$ — комплексный тензор диэлектрической проницаемости, ω — частота, распространяющегося в лазерной волне γ -кванта.

Средние потери энергии монохроматической электромагнитной волны (пучка γ -квантов высокой энергии) $\mathbf{E}_0 \exp(i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t))$ с волновым вектором \mathbf{k} в единицу времени и единице объема V равны [1, 2]

$$\bar{q} = \frac{1}{4\pi V} \int_V \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dV = \frac{i\omega}{16\pi} (\varepsilon_{ij}^* - \varepsilon_{ji}) E_j^* E_i. \quad (3)$$

Механизм потерь энергии — рождение электрон-позитронных пар в поле волны [10]. При этом процесс определяется в основном поперечной частью тензора диэлектрической проницаемости, а продольные его компоненты более высокого порядка малости

по константе взаимодействия α [4, 11]. С учетом этого и в системе координат с одной осью, направленной вдоль волнового вектора γ -кванта, соотношение (3) можно представить в виде

$$\bar{q} = \frac{i\omega J}{4} \{ (\varepsilon_{11}^* - \varepsilon_{11})(1 + \xi_3) + (\varepsilon_{12}^* - \varepsilon_{21})(\xi_1 - i\xi_2) + (\varepsilon_{21}^* - \varepsilon_{12})(\xi_1 + i\xi_2) + (\varepsilon_{22}^* - \varepsilon_{22})(1 - \xi_3) \}, \quad (4)$$

где $J = (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*)/8\pi$, ξ_i — параметры Стокса пучка γ -квантов. С другой стороны, зная сечение $\sigma_{\gamma\gamma}$ процесса образования пар, можно записать

$$\bar{q} = 2n_l \sigma_{\gamma\gamma} (cn_\gamma E_\gamma) = 2n_l \sigma_{\gamma\gamma} cJ, \quad (5)$$

где cn_γ — плотность потока γ -квантов с энергией E_γ , n_l — число фотонов в единице объема лазерной волны. Коэффициент 2 в формуле возникает из-за встречного движения пучков γ -квантов и лазерных фотонов. В выбранной системе координат с осью вдоль волнового вектора γ -кванта две другие оси направим параллельно и перпендикулярно линейной поляризации лазерной волны (если она равна нулю, то выбор этих осей произволен). Тогда в этой системе координат сечение рождения пар определяется соотношением [6]

$$\sigma_{\gamma\gamma}(z) = \sigma_0(z) + \sigma_c(z)\xi_2 P_c + \sigma_l(z)\xi_3 P_l, \quad 0 < z \leq 1, \quad (6)$$

где инвариантная переменная $z = m^2 c^4 / E_\gamma E_l$, m — масса электрона, E_l — энергия и P_c, P_l циркулярная и линейная поляризации лазерного фотона. Как известно, рождение пары — пороговый процесс, поэтому лазерная волна при $E_\gamma E_l \leq m^2 c^4$ или $z > 1$ представляет собой прозрачную среду для пучка γ -квантов. Функции σ_0, σ_c и σ_l можно найти в работах [4, 6, 7, 10] и, согласно соотношениям (9)–(11), они входят в формулы (17)–(19), (23)–(25) (см. ниже). Сравнивая соотношения (4) и (5), можно найти компоненты тензора диэлектрической проницаемости, связанные с поглощением γ -квантов.

При нахождении тензора диэлектрической проницаемости будем использовать следующие дисперсионные соотношения [2];

$$\varepsilon'_{ij} - \delta_{ij} = \frac{2}{\pi} P \int_0^\infty \frac{x \varepsilon''_{ij}(x) dx}{x^2 - \omega^2}, \quad (7)$$

$$\varepsilon''_{ij} = -\frac{2\omega}{\pi} P \int_0^\infty \frac{(\varepsilon'_{ij} - \delta_{ij}) dx}{x^2 - \omega^2}, \quad (8)$$

где δ_{ij} — символы Кронекера. Сравнивая (4) и (5), получаем

$$\varepsilon''_{11} + \varepsilon''_{22} = 4n_l c \sigma_0 / \omega, \quad (9)$$

$$\varepsilon''_{11} - \varepsilon''_{22} = 4n_l c \sigma_l P_l / \omega, \quad (10)$$

$$\varepsilon'_{12} - \varepsilon'_{21} = 4n_l c \sigma_c P_c / \omega. \quad (11)$$

Нетрудно увидеть, что $\varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} = 0$. Это следует из того факта, что для циркулярно поляризованной лазерной волны ($P_c \neq 0, P_l = 0$) тензор ε_{ij} не должен меняться

при вращении системы координат вокруг волнового вектора. Этот же результат следует из теории обобщенных восприимчивостей [12] для величин, меняющих свой знак при обращении времени, что соответствует в данном случае моменту импульса фотона. Таким образом, часть компонент тензора диэлектрической проницаемости, связанных с поглощением, определяется соотношениями

$$\varepsilon''_{11} = 2n_l c(\sigma_0 + P_l \sigma_l) / \omega, \quad (12)$$

$$\varepsilon''_{22} = 2n_l c(\sigma_0 - P_l \sigma_l) / \omega, \quad (13)$$

$$\varepsilon'_{12} = -\varepsilon'_{21} = 2n_l c P_c \sigma_c / \omega. \quad (14)$$

Используя соотношения (7), (8), можно найти оставшиеся компоненты тензора. Ниже приведены результаты расчета компонент тензора ε_{ij} для системы координат с одной осью вдоль волнового вектора γ -кванта и двумя другими, направленными параллельно и перпендикулярно линейной поляризации лазерной волны P_l . Интегралы (7), (8) приводятся к интегралам, найденным с помощью теории вычетов в препринте [5]:

$$\varepsilon'_{11} - \varepsilon'_{22} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2} P_l z^2 F_1'(z), \quad (15)$$

$$\varepsilon'_{11} + \varepsilon'_{22} = 2 + \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2} z^2 F_2'(z, 1), \quad (16)$$

$$\varepsilon'_{12} = -\varepsilon'_{21} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{2E_{cr}^2} P_c z^2 F_c'(z), \quad (17)$$

$$\varepsilon''_{11} - \varepsilon''_{22} = -\frac{\alpha}{4} \frac{\langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2} P_l F_1''(z), \quad (18)$$

$$\varepsilon''_{11} + \varepsilon''_{22} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2} F_2''(z, 1), \quad (19)$$

$$\varepsilon''_{12} = -\varepsilon''_{21} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{\pi E_{cr}^2} P_c F_c''(z), \quad (20)$$

где $\langle E^2 \rangle = 4\pi n_l E_l$ — средний квадрат напряженности электрического поля лазерной волны; $E_{cr} = m^2 c^3 / e\hbar$ — критическое поле, а функции F_1' , F_2' , F_c' , F_1'' , F_2'' , F_c'' имеют вид

$$F_1'(z) = \begin{cases} \left[\sqrt{1-z} + \frac{z}{2} L_- \right]^2 + \left[\sqrt{1+z} - \frac{z}{2} L_+ \right]^2 - \frac{\pi^2 z^2}{4}, & 0 < z \leq 1, \\ - \left[\sqrt{z-1} - z \operatorname{arctg} \sqrt{z-1} \right]^2 + \left[\sqrt{1+z} - \frac{z}{2} L_+ \right]^2, & z > 1, \end{cases} \quad (21)$$

$$F_2'(z, \mu) = \begin{cases} -2 - \mu - \left(1 + \mu \left(z - \frac{z^2}{2} \right) \right) \frac{1}{4} L_-^2 - \left(1 - \mu \left(z + \frac{z^2}{2} \right) \right) \frac{1}{4} L_+^2 + \\ + \frac{(1+\mu z)\sqrt{1-z}}{2} L_- - \frac{(\mu z - 1)\sqrt{z+1}}{2} L_+ + \\ + \frac{\pi^2}{4} \left(1 + \mu \left(z - \frac{z^2}{2} \right) \right), & 0 < z \leq 1, \\ -2 - \mu + \left(1 + \mu \left(z - \frac{z^2}{2} \right) \right) \operatorname{arctg}^2(\sqrt{z-1}) - \left(1 - \mu \left(z + \frac{z^2}{2} \right) \right) \times \\ \times \frac{1}{4} L_+^2 + (1 + \mu z)\sqrt{z-1} \operatorname{arctg} \sqrt{z-1} - \frac{(\mu z - 1)\sqrt{1+z}}{2} L_+, & z > 1, \end{cases} \quad (22)$$

$$F_c'(z) = \begin{cases} 3\sqrt{1-z} - L_-, & 0 < z \leq 1, \\ 0, & z > 1, \end{cases} \quad (23)$$

$$F_1''(z) = \begin{cases} z^4 \left(L_- + \frac{2\sqrt{1-z}}{z} \right), & 0 < z \leq 1, \\ 0, & z > 1, \end{cases} \quad (24)$$

$$F_2''(z, \mu) = \begin{cases} z^2 \left(\left(1 + \mu \left(z - \frac{z^2}{2} \right) \right) L_- - \sqrt{1-z}(1 + \mu z) \right), & 0 < z \leq 1, \\ 0, & z > 1; \end{cases} \quad (25)$$

$$F_c''(z) = \begin{cases} z^2 \left(\frac{3}{2}\sqrt{1-z}L_- - \frac{3}{2}\sqrt{1+z}L_+ - \frac{1}{4}L_-^2 + \frac{1}{4}L_+^2 + \frac{\pi^2}{4} \right), & 0 < z \leq 1, \\ z^2 \left(3\sqrt{z-1} \operatorname{arccctg} \sqrt{z-1} - \frac{3}{2}\sqrt{1+z}L_+ + \operatorname{arccctg}^2(\sqrt{z-1}) + \frac{1}{4}L_+^2 \right), & z > 1. \end{cases} \quad (26)$$

Функции L_- и L_+ равны

$$L_- = \ln \frac{1 + \sqrt{1-z}}{1 - \sqrt{1-z}}, \quad L_+ = \ln \frac{\sqrt{1+z} + 1}{\sqrt{1+z} - 1}.$$

Представленные данные полностью определяют тензор диэлектрической проницаемости для γ -квантов, распространяющихся в движущейся навстречу им монохроматической лазерной волне. В ряде задач удобнее использовать тензор η_{ij} , обратный тензору ε_{ij} . Когда $|\varepsilon_{ij} - \delta_{ij}| \ll 1$, эти тензоры связаны соотношением

$$\eta_{ij} + \varepsilon_{ij} = 2\delta_{ij}. \quad (27)$$

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости как функции от инвариантной переменной z показаны на рис. 1.

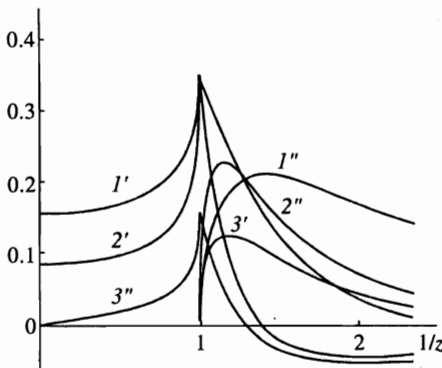


Рис. 1. Компоненты тензора диэлектрической проницаемости как функции инвариантной переменной z . Кривые $1', 1''$ — $k(\varepsilon'_{11} + \varepsilon'_{22} - 2)/2, k(\varepsilon''_{11} + \varepsilon''_{22})/2$; $2', 2''$ — $k(\varepsilon'_{22} - \varepsilon'_{11})/P_1, k(\varepsilon''_{22} - \varepsilon''_{11})/P_1$; $3', 3''$ — $k\varepsilon'_{12}/P_c, k\varepsilon''_{21}/P_c$. Компоненты $\varepsilon'_{21} = -\varepsilon'_{12}, \varepsilon''_{12} = -\varepsilon''_{21}$. Множитель $k^{-1} = \alpha \langle E^2 \rangle / E_{cr}^2$

3. ПОКАЗАТЕЛИ ПРЕЛОМЛЕНИЯ γ -КВАНТОВ В ПОЛЕ ВОЛНЫ

Основной задачей оптики анизотропных и гиротропных сред является исследование распространения в таких средах плоских монохроматических волн, характеризующихся определенными значениями частоты ω и волнового вектора \mathbf{k} . Такие волны, удовлетворяющие однородному волновому уравнению, называются нормальными электромагнитными волнами [2] и имеют вид

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)), \quad \mathbf{k} = \omega \tilde{n} \mathbf{s},$$

где \mathbf{E}_0 — комплексный вектор, не зависящий от координат r и времени t , \tilde{n} — комплексный показатель преломления и $\mathbf{s} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$ — единичный вещественный вектор. Векторы \mathbf{D} и \mathbf{B} имеют такой же вид.

Из уравнений Максвелла (1) с учетом связи между \mathbf{D} и \mathbf{E} в системе координат с осью x вдоль волнового вектора получаем волновое уравнение [1, 2]

$$\begin{aligned} \eta_{11} \frac{\partial^2 D_1}{\partial x^2} + \eta_{12} \frac{\partial^2 D_2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D_1}{\partial t^2} &= 0, \\ \eta_{21} \frac{\partial^2 D_1}{\partial x^2} + \eta_{22} \frac{\partial^2 D_2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D_2}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Для плоской монохроматической волны из этих уравнений следует

$$(\tilde{n}^{-2} \delta_{ij} - \eta_{ij}) D_j = 0, \quad i, j = 1, 2. \quad (29)$$

Из условия совместности двух однородных уравнений находим показатель преломления γ -квантов:

$$\tilde{n}^{-2} = \frac{S}{2} \pm \sqrt{\frac{S^2}{4} - D_\eta} = \frac{\eta_{11} + \eta_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(\eta_{11} - \eta_{22})^2}{4} + \eta_{12}\eta_{21}}, \quad (30)$$

где S и D_η — след и определитель матрицы η_{ij} .

Таким образом, в поле лазерной волны пучок γ -квантов распространяется как суперпозиция двух электромагнитных волн, имеющих в общем случае разные показатели преломления. Заметим, что два корня уравнения (30) вида $(-1 + \text{малая величина})$ являются в данном случае лишними и соответствуют движению в обратном направлении.

В общем случае показатели преломления являются комплексными величинами. Однако при $z \geq 1$, как нетрудно видеть из (30), они действительны, т. е. в этом случае лазерная волна является прозрачной средой. Если волна лазера линейно поляризована ($P_c = 0$) или циркулярно поляризована ($P_l = 0$), то коэффициенты преломления легко находятся и соответственно равны $n_1^2 = \epsilon_{11}$, $n_2^2 = \epsilon_{22}$ и $n_{1,2}^2 = (\epsilon_{11} + \epsilon_{22})/2 \pm i\epsilon_{12}$, где компоненты тензора диэлектрической проницаемости записаны в указанной ранее системе координат, а также учтено $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21}$.

При $z \rightarrow \infty$ показатели преломления для линейно и циркулярно поляризованных волн лазера соответственно равны

$$n_\perp, n_\parallel = 1 + \frac{\alpha}{\pi} \frac{\langle E^2 \rangle}{E_0^2} \frac{11 \pm 3P_l}{45}, \quad (31)$$

$$n_{\rightarrow}, n_{\leftrightarrow} = 1 + \frac{\alpha}{\pi} \frac{\langle E^2 \rangle}{E_0^2} \left(\frac{11}{45} \pm \frac{16P_c}{315z} \right). \quad (32)$$

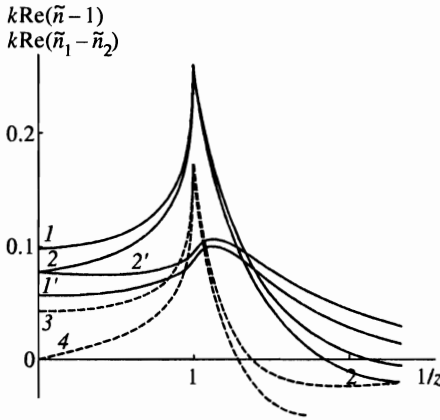


Рис. 2

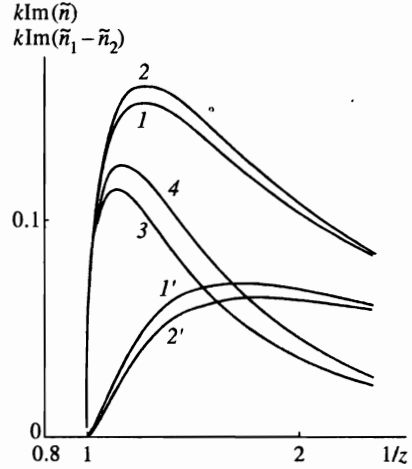


Рис. 3

Рис. 2. Действительные части показателей преломления для линейно ($P_l = 1, P_c = 0$) (1, 1') и циркулярно ($P_l = 0, P_c = 1$) (2, 2') поляризованных лазерных волн, а также соответствующие разности (3, 4) этих величин в зависимости от инвариантной переменной z . Множитель $k^{-1} = \alpha \langle E^2 \rangle / E_{cr}^2$

Рис. 3. Мнимые части показателей преломления для линейно ($P_l = 1, P_c = 0$) (1, 1') и циркулярно ($P_l = 0, P_c = 1$) (2, 2') поляризованных лазерных волн, а также соответствующие разности (3, 4) этих величин в зависимости от инвариантной переменной z . Множитель $k^{-1} = \alpha \langle E^2 \rangle / E_{cr}^2$

Поведение этих показателей преломления в зависимости от переменной z иллюстрируется рис. 2 и 3.

4. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ γ -КВАНТОВ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЕ

Из дисперсионных уравнений (29) находим соотношение для компонент вектора D :

$$\frac{D_1}{D_2} = \kappa = \frac{\tilde{n}^{-2} - \eta_{22}}{\eta_{21}} = \frac{|D_1|}{|D_2|} e^{i\delta}, \tag{33}$$

где δ — сдвиг фаз между D_1 и D_2 . Вращая систему координат вокруг волнового вектора γ -кванта, это соотношение можно привести к виду $\kappa = 0$ либо к виду $\kappa = i\rho$ (так как $|D_1||D_2| \sin \delta = b_1 b_2$, где b_1 и b_2 — величины полуосей эллипса, а $|\rho| = b_1/b_2$ [13]). Первый случай соответствует распространению линейно поляризованной волны, а второй — волне с эллиптической поляризацией, причем $\rho > 0$ ($\rho < 0$) соответствует левой (правой) поляризации γ -кванта.

Рассмотрим сначала случай $z > 1$, когда нет поглощения γ -квантов. Тогда, если $\eta''_{12} \neq 0$,

$$\kappa = i\rho = i \frac{(\eta'_{11} - \eta'_{22})/2 \pm \sqrt{(\eta'_{11} - \eta'_{22})^2/4 + \eta''_{12}{}^2}}{\eta''_{12}}. \quad (34)$$

Видно, что в общем случае нормальные волны эллиптически поляризованы, причем главные оси эллипса параллельны осям выбранной системы координат. Циркулярная P_{circ} и линейная P_{line} поляризации волны находятся из известных соотношений:

$$P_{circ} = 2\rho/(1 + \rho^2), \quad (35)$$

$$P_{line} = (1 - \rho^2)/(1 + \rho^2). \quad (36)$$

Нетрудно видеть, что, вообще говоря, $P_{circ} \neq P_c$ и $P_{line} \neq P_l$, даже если $P_c^2 + P_l^2 = 1$. Если $\eta''_{12} = 0$, то волны линейно поляризованы вдоль осей системы координат. В случае, когда есть поглощение ($0 < z < 1$), нормальные волны, распространяющиеся в линейно поляризованной лазерной волне ($P_c = 0$), полностью линейно поляризованы ($P_{line} = \pm 1$) вдоль осей координат. То же наблюдается и для циркулярно поляризованной лазерной волны ($P_l = 0$), причем $P_{circ} = \pm 1$.

Если $P_c \neq 0$ и $P_l \neq 0$ в присутствии поглощения ($z < 1$), то пучок γ -квантов, распространяющийся в лазерной волне, является суперпозицией двух эллиптически поляризованных волн, причем главные оси этих эллипсов поляризации смещаются на некоторый угол φ относительно выбранной ранее системы координат. Действительно, поскольку показатели преломления в этом случае — комплексные величины, то и величина κ тоже комплексная, причем, как нетрудно установить прямым расчетом,

$$\kappa^{(1)}\kappa^{(2)} = 1, \quad (37)$$

где цифры в скобках соответствуют нормальным волнам с показателями преломления \tilde{n}_1 и \tilde{n}_2 . Так как величины $\kappa^{(1)}$ и $\kappa^{(2)}$ связаны между собой приведенным простым соотношением, далее мы будем использовать одну из этих величин $\kappa = \kappa^{(1)}$ без указания номера в скобках.

В рассматриваемом случае можно получить следующие соотношения:

$$D_1^{(1)}D_1^{(2)} + D_2^{(1)}D_2^{(2)} = 2D_2^{(1)}D_2^{(2)}, \quad (38)$$

$$D_1^{(1)}D_1^{*(2)} + D_2^{(1)}D_2^{*(2)} = D_2^{(1)}D_2^{*(2)}(\kappa + \kappa^*)/\kappa^*, \quad (39)$$

где цифры в скобках соответствуют нормальным волнам с показателями преломления \tilde{n}_1 и \tilde{n}_2 . Таким образом, векторы индукции $\mathbf{D}^{(1)}$ и $\mathbf{D}^{(2)}$, а также $\mathbf{D}^{(1)}$ и $\mathbf{D}^{*(2)}$ не являются ортогональными (см. [2]).

Обозначим параметры Стокса нормальной волны с показателем \tilde{n}_1 через величины X_1, X_2, X_3 , а с показателем преломления \tilde{n}_2 — через Y_1, Y_2, Y_3 . Тогда получаем

$$X_1 = \frac{\kappa + \kappa^*}{1 + \kappa\kappa^*}, \quad (40)$$

$$X_2 = -\frac{i(\kappa^* - \kappa)}{1 + \kappa\kappa^*}, \quad (41)$$

$$X_3 = \frac{\kappa\kappa^* - 1}{1 + \kappa\kappa^*}. \quad (42)$$

Кроме того, $Y_1 = X_1, Y_2 = -X_2, Y_3 = -X_3$. Угол φ находится из соотношения $\operatorname{tg} 2\varphi = X_1/X_3$ (для второй волны он равен $-\varphi$).

На рис. 4 представлены в качестве иллюстрации результаты расчетов величин $|P_{circ}|, |P_{line}|$ и $|\varphi|$ в зависимости от переменной z для волны лазера с $P_c = P_l = 1/\sqrt{2}$.

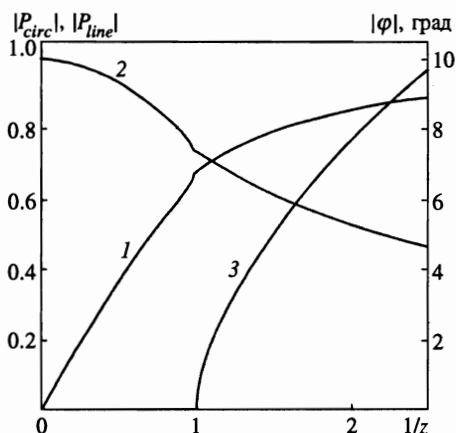


Рис. 4. Изменение абсолютных значений величин P_{circ} (1) и P_{line} (2), а также угла поворота осей эллипса поляризации φ (3) (в градусах) относительно выбранной координатной системы в зависимости от инвариантной переменной z . Линейная и циркулярная поляризации лазерной волны выбраны равными $P_l = P_c = 1/\sqrt{2}$. При значениях $z > 1$ ($1/z < 1$) угол $\varphi = 0$

5. РАСПРОСТРАНЕНИЕ γ -КВАНТОВ В ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЕ

Проведенный выше анализ позволяет найти соотношения, описывающие изменение интенсивности и поляризации γ -квантов, распространяющихся в однородной ($n_l = const$) лазерной волне. Представляя пучок γ -квантов как суперпозицию двух нормальных электромагнитных волн с определенными ранее показателями преломления и поляризационными характеристиками, получаем соотношения, описывающие изменение интенсивности и параметров Стокса пучка γ -квантов, при прохождении его через лазерную волну:

$$J_\gamma(x) = J_1(x) + J_2(x) + 2J_3(x), \tag{43}$$

$$\xi_1(x) = (X_1 J_1(x) + Y_1 J_2(x) + p_1 J_3(x)) / J_\gamma(x), \tag{44}$$

$$\xi_2(x) = (X_2 J_1(x) + Y_2 J_2(x) + p_2 J_4(x)) / J_\gamma(x), \tag{45}$$

$$\xi_3(x) = (X_3 J_1(x) + Y_3 J_2(x) + p_3 J_4(x)) / J_\gamma(x), \tag{46}$$

где $J_\gamma(x)$, $\xi_1(x)$, $\xi_2(x)$, $\xi_3(x)$ — интенсивность и параметры Стокса пучка γ -квантов на толщине x . Парциальные интенсивности $J_i(x)$ ($i = 1-4$) имеют вид (физический смысл этих величин легко понять, если расписать выражение $(\mathbf{D}^{(1)} + \mathbf{D}^{(2)})(\mathbf{D}^{*(1)} + \mathbf{D}^{*(2)})$)

$$J_1(x) = J_1(0) \exp(-2 \operatorname{Im}(\tilde{n}_1)\omega x/c), \tag{47}$$

$$J_2(x) = J_2(0) \exp(-2 \operatorname{Im}(\tilde{n}_2)\omega x/c), \tag{48}$$

$$J_3(x) = \exp(-\operatorname{Im}(\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2)\omega x/c) \times \{ J_3(0) \cos(\operatorname{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c) - J_4(0) \sin(\operatorname{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c) \}, \tag{49}$$

$$J_4(x) = \exp(-\operatorname{Im}(\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2)\omega x/c) \times \{ J_3(0) \sin(\operatorname{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c) + J_4(0) \cos(\operatorname{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c) \}, \tag{50}$$

причем начальные парциальные интенсивности определяются из следующих соотношений

$$J_1(0) = \frac{\xi_2(0) - f\xi_3(0)}{2(X_2 - fX_3)} + \frac{\xi_1(0) - q}{2(X_1 - q)}, \tag{51}$$

$$J_2(0) = -\frac{\xi_2(0) - f\xi_3(0)}{2(X_2 - fX_3)} + \frac{\xi_1(0) - q}{2(X_1 - q)}, \quad (52)$$

$$J_3(0) = \frac{X_1 - \xi_1(0)}{2(X_1 - q)}, \quad (53)$$

$$J_4(0) = \frac{\xi_3(0)X_2 - \xi_2(0)X_3}{p_3(X_2 - fX_3)}. \quad (54)$$

При получении этих соотношений использована связь между величинами X_i и Y_i , вследствие чего последние отсутствуют в формулах. Кроме того принято $J_\gamma(0) = 1$. Параметры f, q, p_1, p_2, p_3 имеют вид

$$f = \frac{i(\kappa\kappa^* - 1)}{\kappa - \kappa^*}, \quad q = \frac{1 + \kappa\kappa^*}{\kappa + \kappa^*},$$

$$p_1 = \frac{2(1 + \kappa\kappa^*)}{\kappa + \kappa^*}, \quad p_2 = \frac{2(1 - \kappa\kappa^*)}{\kappa + \kappa^*}, \quad p_3 = \frac{2i(\kappa - \kappa^*)}{\kappa + \kappa^*}.$$

Полученные соотношения описывают общий случай распространения γ -квантов, когда $P_l \neq 0$, $P_c \neq 0$ и $z < 0$. Однако формально этими соотношениями не описываются такие случаи, когда $\kappa + \kappa^* = 0$ (например, когда пучок фотонов полностью циркулярно (или линейно) поляризован или когда $z > 1$ при произвольной поляризации пучка). При названных условиях для описания распространения пучка γ -квантов можно воспользоваться известными соотношениями [6, 14] или в полученных здесь соотношениях перейти к пределу, положив, например, $\kappa = \delta + i\rho$ и устремив δ к нулю. Этот же случай описан в Приложении.

6. ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ γ -КВАНТОВ

Влияние интенсивности электромагнитной волны на процесс образования электрон-позитронных пар исследовано в ряде работ (см. работу [4] и цитированную там литературу). До сих пор рассматривался случай относительно невысокой интенсивности волны лазера, степень которой можно охарактеризовать безразмерным параметром

$$\xi^2 = \frac{\langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2} \frac{m^2 c^4}{E_l^2}.$$

Полученные здесь соотношения для тензора ε_{ij} справедливы, когда $\xi^2 \ll 1$. Результаты, полученные в [4], позволяют записать компоненты тензора диэлектрической проницаемости с учетом их разложения в ряд по ξ . Важным моментом в таком учете интенсивности является то, что переменная z заменяется на переменную, которую обозначим как \tilde{z} , причем $\tilde{z} = z(1 + \xi^2)$. Условие для рождения пар в данном случае есть $\tilde{z} < 1$, что при фиксированной частоте лазерной волны означает увеличение пороговой энергии γ -пучка. В целом соответствующие компоненты тензора диэлектрической проницаемости сохраняют свой вид, однако переменная z заменяется переменной \tilde{z} , критическое поле E_{cr} заменяется на

$$\tilde{E}_{cr} = \frac{m^2 c^3 (1 + \xi^2)}{e\hbar},$$

функции $F_2'(z, 1)$, $F_2''(z, 1)$, $F_1'(z)$, $F_1''(z)$, $F_c'(z)$, $F_c''(z)$ — соответственно на $F_2'(\bar{z}, \mu)$, $F_2''(\bar{z}, \mu)$, $F_1'(\bar{z})$, $F_1''(\bar{z})$, $F_c'(\bar{z})$, $F_c''(\bar{z})$, где $\mu = 1/(1 + \xi^2)$. Строго говоря, область применимости этих уточненных формул ограничивается условием $\xi^2 \ll 1$, но и в этом случае можно получить важную информацию. Так, некоторые оценки в работе [6] выполнены для лазера с $E_l = 1.18$ эВ и $\xi^2 \approx 0.1$. С учетом интенсивности лазерной волны порог образования пар смещается с 221 до 247 ГэВ, что, принимая во внимание резкую зависимость показателей преломления вблизи порога, требует соответствующего учета при экспериментах.

При $\xi^2 \gg 1$ процесс образования пар в лазерной волне становится похожим на аналогичный процесс в постоянном электромагнитном поле. Для постоянного поля тензор диэлектрической проницаемости получен в работе [15], а некоторые конкретные результаты расчетов можно найти в работе [16].

7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как уже указывалось, в работе [6] впервые было показано, что при существующих параметрах лазеров возможно наблюдение изменения поляризационных параметров γ -пучков. Авторы этой работы рассмотрели процесс рассеяния света на свете и показали, что это взаимодействие вызывает изменение поляризационных характеристик пучка, которое можно описать с помощью дифференциальных уравнений для параметров Стокса. Эти уравнения были решены для прозрачной среды, а также для циркулярно ($P_l = 0$) и линейно ($P_c = 0$) поляризованных γ -квантов в случае их поглощения. Несмотря на достаточность такого описания прохождения γ -квантов через поле волны, ряд моментов не нашел отражения в указанной работе (в основном это — отсутствие описания лазерной волны как специфической оптической среды). Так, разность действительных коэффициентов преломления определена по эффекту изменения поляризации γ -квантов, а не как свойство самой среды. С целью восполнения этого пробела и проведено настоящее рассмотрение прохождения γ -квантов через поле лазерной волны.

В данной работе был получен тензор диэлектрической проницаемости для поля лазерной волны на основе поглощения γ -квантов в процессе образования электрон-позитронных пар. Такой подход к проблеме с точки зрения получения конечных результатов, описывающих изменение поляризации пучка в лазерном сгустке, эквивалентен рассмотрению рассеяния света на свете (точнее, нахождению амплитуды рассеяния на нулевой угол), так как оба эти процесса связаны оптической теоремой. С другой стороны, согласно положениям макроскопической электродинамики, при распространении электромагнитной волны (γ -квантов) в среде происходит ее поляризация, которая в данном случае обусловлена наличием виртуальных электрон-позитронных пар, линии которых присутствуют на диаграммах обоих упомянутых процессов [8].

На основе дисперсионных уравнений найдены показатели преломления нормальных электромагнитных волн и определены их поляризационные характеристики. Эти волны, по существу, являются собственными решениями задачи о распространении пучка γ -квантов в среде, что позволило получить в общем случае достаточно простые соотношения, описывающие изменение параметров Стокса пучка γ -квантов, движущегося в лазерной волне. Сравнение результатов расчетов изменения параметров Стокса по формулам (43)–(46) с такими же результатами, полученными путем численного интегрирования дифференциальных уравнений [6], показывает хорошее их согласие (в

пределах точности вычислений). Сравнение проводилось при аналогичных условиях, в частности, параметр ξ^2 , учитывающий влияние интенсивности лазерной волны на исследуемый процесс, был положен равным 0.

Полученные в данной работе соотношения для тензора диэлектрической проницаемости позволяют учесть влияние интенсивности поля лазерной волны в приближении $\xi^2 \ll 1$. Несмотря на это ограничение, такой учет представляется важным, во-первых, из-за достаточно резкой зависимости показателей преломления вблизи порога образования пар (см. рис. 2, 3), а во-вторых, значения $\xi^2 = 0.05 - 0.2$ (и более) уже вполне технически достижимы [6].

Сравним результаты расчетов тензора диэлектрической проницаемости и показателей преломления с существующими расчетами этих величин для медленно меняющихся полей и низких частот фотонов [8, 9, 15]. Заметим, что непосредственное сравнение компонент тензора провести несколько затруднительно из-за разного подхода к решению задачи. В основе данной работы положены уравнения поля (1), в которых отсутствует напряженность магнитного поля H , в то время как в [8, 9] она есть. Эта ситуация подробно рассмотрена в [1, 2] и объясняется тем, что поля E и B не являются полностью независимыми. Однако значения показателей преломления являются наблюдаемыми величинами и не должны зависеть от выбора того или иного подхода. Проведем такое сравнение для равных по величине и взаимно перпендикулярных постоянных электрического и магнитного полей (некий аналог электромагнитной волны) [15] и соотношения (31). В результате получаем, что величины $n_{\perp} - 1$, $n_{\parallel} - 1$ в 2 раза больше для лазерной волны (соотношение (31)), чем для указанной комбинации полей, рассчитанных согласно [15]. Такой результат можно понять, если учесть встречное прохождение γ -квантов через лазерную волну. Для безмассовых частиц число столкновений пропорционально фактору $1 - \cos(\phi)$ (ϕ - угол между направлением движения частиц) [13]. При $\phi = \pi$ этот фактор равен 2 и входит в показатели преломления. С ростом частоты γ -квантов показатели преломления n_{\perp} , n_{\parallel} в постоянном поле медленно растут до значений инвариантного параметра $\chi = EE_{\gamma}/E_{cr}mc^2 \approx 0.7$, а затем быстро уменьшаются [16], т. е. качественно повторяют аналогичные данные для γ -квантов, движущихся в лазерной волне (см. рис. 2), хотя максимум в постоянном поле более пологий и превышает не более чем на 20% показатели преломления при низких частотах.

Проиллюстрируем возможности преобразования линейно поляризованного пучка γ -квантов в циркулярно поляризованный на примере лазерной установки с энергией фотонов 1.18 эВ и среднеквадратичной величиной поля $\approx 10^{10}$ В/см [6]. В этом случае $\text{Re}(\tilde{n}_{\perp} - \tilde{n}_{\parallel}) \approx 8 \cdot 10^{-16}$ вблизи порога реакции ($E_{\gamma} \approx 221$ ГэВ), что соответствует длине четвертьволновой пластинки ≈ 0.18 см.

Следует отметить, что получение абсолютных значений показателей преломления (а не только их разности) расширяет круг проблем, связанных с прохождением частиц через поле волны, например, позволяет рассмотреть их черенковское излучение [5] в такой среде. При существующих параметрах лазеров по грубым оценкам такое излучение может иметь место для частиц с гамма-фактором $\sim 10^6 - 10^7$, причем частица должна быть достаточно массивной, чтобы тормозные потери энергии были малы. Характерные энергии черенковских γ -квантов порядка нескольких сотен ГэВ.

Поляризация нормальных электромагнитных волн имеет довольно нетривиальный характер. В общем случае ($P_c, P_l \neq 0$) они эллиптически поляризованы. В отсутствие поглощения оси эллипсов параллельны линейной поляризации лазерной волны. По-

глошение вызывает поворот осей относительно данного направления, и при этом нарушается их взаимная ортогональность.

При значениях параметра $\xi^2 \ll 1$ распространение γ -квантов в поле линейно поляризованной лазерной волны имеет много общего с таким процессом в монокристаллах в области когерентного образования пар [4]. Так, в монокристаллах тензор диэлектрической проницаемости выражается через те же функции F'_1, F'_2, F''_1, F''_2 , что и в лазерной среде [5]. Пожалуй, существенным отличием является наличие в монокристаллах по крайней мере нескольких частот эквивалентных фотонов и наличие некогерентной составляющей из-за тепловых флуктуаций, которая не позволяет считать монокристалл абсолютно прозрачной средой.

Следует отметить, что пока не было проведено экспериментов по подтверждению эффекта преобразования поляризации пучка в монокристаллах, хотя работа [3] опубликована достаточно давно и есть ряд предложений по исследованию и использованию этого феномена на современных ускорителях [11, 17]. Открывшаяся недавно возможность экспериментов в лазерных пучках [6] позволяет проверить основные положения теории не только для лазерной среды, но и для монокристаллов из-за близкой природы эффектов, а наличие циркулярной поляризации лазерной волны существенно расширяет круг таких экспериментов.

Автор благодарен Г. Л. Коткину и В. Г. Сербо за полезные советы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Соотношения для интенсивности и параметров Стокса пучка γ -квантов в случае $\kappa + \kappa^* = 0$

$$J = J_0 \exp(-(n_1 + n_2)) (\text{ch}(n_2 - n_1) - a \text{sh}(n_2 - n_1)),$$

$$\xi_1 = \frac{b \sin \Delta + \xi_1^0 \cos \Delta}{\text{ch}(n_2 - n_1) - a \text{sh}(n_2 - n_1)},$$

$$\xi_2 = \frac{P_{\text{circ}} \text{sh}(n_2 - n_1) + a P_{\text{circ}} \text{ch}(n_2 - n_1) + P_{\text{line}} [-b \cos(\Delta) + \xi_1^0 \sin(\Delta)]}{\text{ch}(n_2 - n_1) - a \text{sh}(n_2 - n_1)},$$

$$\xi_3 = \frac{P_{\text{line}} \text{sh}(n_2 - n_1) + a P_{\text{line}} \text{ch}(n_2 - n_1) + P_{\text{circ}} [b \cos \Delta - \xi_1^0 \sin \Delta]}{\text{ch}(n_2 - n_1) - a \text{sh}(n_2 - n_1)},$$

где

$$a = \xi_3^0 P_{\text{line}} + \xi_2^0 P_{\text{circ}}, \quad b = \xi_3^0 P_{\text{circ}} - \xi_2^0 P_{\text{line}},$$

$$n_1 = \text{Im}(\tilde{n}_1)\omega x/c, \quad n_2 = \text{Im}(\tilde{n}_2)\omega x/c, \quad \Delta = \text{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c,$$

величины P_{line} и P_{circ} соответствуют поляризации волны с показателем преломления \tilde{n}_1, ξ_i^0 — начальные значения параметров Стокса, остальные обозначения — как в тексте. Очевидно, что в прозрачной среде $n_1 = n_2 = 0$.

Литература

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
2. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, Наука, Москва (1979).
3. N. Cabibbo, G. Da Prato, G. De Franceschi, and U. Mosco, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 435 (1962).
4. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. М. Страховенко, *Электромагнитные процессы при высоких энергиях в ориентированных монокристаллах*, Наука, Новосибирск (1989).
5. В. А. Майшеев, В. Л. Михалев, А. М. Фролов, *ЖЭТФ* **101**, 1376 (1992); Препринт ИФВЭ 91-142, Протвино (1991).
6. G. L. Kotkin and V. G. Serbo, E-print archive hep-ph/9611345 (submitted to *Phys. Rev. Lett.*)
7. V. De Tollis, *Nuovo Chimento* **32**, 754 (1964); **35**, 1182 (1965).
8. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1980).
9. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Физматгиз, Москва (1959).
10. А. И. Никишов, В. И. Ритус, *ЖЭТФ* **52**, 1707 (1967).
11. В. Г. Барышевский, В. В. Тихомиров, *УФН* **154**, 529 (1989).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1964).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988).
14. В. А. Майшеев, В. Л. Михалев, А. М. Фролов, Препринт ИФВЭ 91-30, Протвино (1991).
15. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. С. Фадин, *Излучение релятивистских электронов*, Атомиздат, Москва (1973).
16. A. M. Frolov, V. A. Maisheev, V. L. Mikhaljov, *Nucl. Instr. and Meth. A* **254**, 549 (1987).
17. K. Piotrkowski, *Nucl. Instr. and Meth. B* **119**, 253 (1996).