

ПРОВОДИМОСТЬ КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКИ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, Л. И. Филина*

*Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева
430000, Саранск, Россия*

Поступила в редакцию 2 июля 1997 г.

Рассмотрен баллистический кондактанс квантовой проволоки в параллельном магнитном поле при наличии нескольких примесей. Получено аналитическое выражение для коэффициента прохождения и кондактанса в этой системе. Показано, что рассеяние на примесях приводит к серии острых пиков вблизи порогов ступенек квантования кондактанса. Число пиков определяется расстоянием между примесями и энергией рассеиваемой частицы. Изучена также проводимость квантовой проволоки в области, где механизм переноса носит диффузный характер. Рассмотрена проводимость в случае, когда носители заряда рассеиваются на хаотически расположенных точечных примесях. Исследованы осцилляции типа Шубникова–де Гааза в такой системе. Показано, что общая осцилляционная картина такова: широкие минимумы разделены неэквидистантными острыми пиками типа всплесков.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование проводимости электронного газа в квазиодномерных наноструктурах привлекает к себе возрастающее внимание в связи с тем, что в этих системах наблюдается целый ряд интересных физических эффектов, таких как эффект Ааронова–Бома, эффект слабой локализации и квантование кондактанса. Приложенное вдоль оси квантовой проволоки магнитное поле \mathbf{B} , как известно, усиливает латеральный геометрический конфайнмент [1, 2], поэтому, варьируя \mathbf{B} , можно изменять эффективный геометрический размер системы и, следовательно, изменять параметры зависимости проводимости от поля \mathbf{B} . В частности, варьируя \mathbf{B} , можно изменять параметры ступенек квантования кондактанса [3, 4]. Изучение проводимости квантовой проволоки в продольном магнитном поле позволяет также исследовать такие важные характеристики электронов, как параметры потенциала конфайнмента и энергии подзон в энергетическом спектре [5, 6].

При исследовании проводимости квантовых проволок возможны два принципиально различных случая. Если радиус и длина проволоки меньше длины свободного пробега электрона, то проводимость носит баллистический характер и выражается через соответствующие коэффициенты прохождения [7–9]. В противоположном случае проводимость носит диффузный характер и описывается с помощью соответствующего кинетического уравнения.

Важную роль в таких системах играет упругое рассеяние на примесях [9–20]. В частности, как показано в [4], рассеяние на одиночной точечной примеси в баллистической квазиодномерной наноструктуре при наличии продольного магнитного поля \mathbf{B}

* E-mail: root@mathan.mordovia.su

ведет к возникновению высоких и узких максимумов, расположенных слева от порога ступенек квантования кондактанса. Как следует из формулы Ландауэра–Бюттикера [7–9], кондактанс проволоки в баллистическом режиме описывается суммой коэффициентов прохождения электронов по различным каналам рассеяния. Эти коэффициенты изменяются при наличии примеси из-за возможности отражения падающей электронной волны, которая зависит от параметров центра рассеяния. Еще больший эффект можно ожидать при наличии нескольких примесей. Из общих соображений ясно, что поскольку каждая из примесей может отражать падающую на нее электронную волну, вариации относительного расположения примесей будут существенно сказываться на форме кривой кондактанса $G(E)$. Кроме того, из-за наличия многократных отражений количество максимумов на кривой $G(E)$ даже для случая двух примесей может быть велико. В диффузном режиме рассеяние на примесях должно приводить к осцилляциям типа Шубникова–де Гааза в зависимости проводимости σ от поля \mathbf{B} .

Целью настоящей работы является исследование проводимости квантовой проволоки, помещенной в продольное магнитное поле, при рассеянии на точечных примесях как при баллистическом, так и при диффузном транспортных режимах.

Для теоретического описания одноэлектронных состояний в квантовой проволоке в литературе использовались различные модели потенциала конфайнмента: бесконечный волновод с постоянным сечением [21, 22], потенциал седловой точки для сужений в квантовых каналах [7–11], а также симметричный квадратичный потенциал [23–25]. В более строгом подходе к форме удерживающего потенциала необходимо найти самосогласованные решения уравнения Пуассона и уравнения Шредингера. Численные решения этих уравнений дают для каналов в двумерном газе почти параболический потенциал, но с плоской нижней границей (с отсеченной нижней частью [26]). Поскольку такая форма потенциала очень близка к параболической, гармонический потенциал является вполне реалистическим с экспериментальной точки зрения [23]. Удобство гармонического потенциала для теоретического исследования квазиодномерных микроструктур в продольном магнитном поле обусловлено тем, что он позволяет получить явные формулы для спектральных характеристик и параметров рассеяния.

Для описания одноэлектронных состояний в квантовой проволоке мы используем симметричный потенциал конфайнмента вида $V(x, y) = m^* \omega_0^2 (x^2 + y^2) / 2$, где m^* — эффективная масса электрона, ω_0 — характерная частота потенциала конфайнмента, которая связана с эффективным радиусом проволоки l_0 соотношением $l_0 = \sqrt{\hbar / m^* \omega_0}$. Для невозмущенных примесями одноэлектронных состояний в продольном магнитном поле $\mathbf{B} \parallel z$ гамильтониан в выбранной модели имеет вид

$$H_0 = \frac{1}{2m^*} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \frac{m^* \omega_0^2}{2} (x^2 + y^2). \quad (1)$$

Векторный потенциал магнитного поля $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ выберем в симметричной калибровке $\mathbf{A} = (-yB/2, xB/2, 0)$. Тогда спектр гамильтониана (1) представляется в виде

$$E_{mnp} = \frac{\hbar \omega_c}{2} m + \frac{\hbar \Omega}{2} (2n + |m| + 1) + \frac{p^2}{2m^*},$$

а его волновые функции в цилиндрических координатах ρ, φ, z —

$$\Psi_{mnp}^0 = \exp\left(\frac{ipz}{\hbar}\right) \frac{\exp(im\varphi)}{\sqrt{2\pi}} R_{mn}(\rho), \quad (2)$$

где $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, $p = p_z$ — проекция импульса на ось z . Здесь

$$R_{mn}(\rho) = C_{mn} \rho^{|m|} \exp\left(-\frac{\rho^2}{4\ell^2}\right) L_n^{|m|}\left(\frac{\rho^2}{2\ell^2}\right), \tag{3}$$

$$C_{mn} = \frac{1}{\ell^{1+|m|}} \left[\frac{n!}{2^{|m|}(n+|m|)!} \right]^{1/2}, \quad \ell = \sqrt{\frac{\hbar}{m^* \Omega}},$$

$L_n^{|m|}(x)$ — обобщенные полиномы Лагерра, $\Omega = \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_0^2}$, ω_c — циклотронная частота.

В работе изучается электронный транспорт в проволоке при учете упругого рассеяния на системе потенциалов короткодействующих примесей. Потенциал короткодействующих примесей будем моделировать с помощью суммы точечных потенциалов [27–29]:

$$V(\mathbf{r}) = \sum_j a_j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) [1 + (\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \nabla], \tag{4}$$

где a_j — константы связи псевдопотенциала, \mathbf{r}_j — координаты примесных центров.

Как следует из (3), невозмущенные волновые функции экспоненциально убывают по мере удаления от оси канала (с увеличением ρ). Характерный размер волновой функции в плоскости перпендикулярной магнитному полю равен ℓ , в то время как характерный размер микроструктуры, очевидно, равен $\sqrt{\hbar/m^* \omega_0} = \ell_0$. В дальнейшем мы подробно исследуем только актуальный случай, когда ℓ в несколько раз меньше ℓ_0 . Этот случай реализуется при условии сильного магнитного квантования, а также при условии пинча микроструктуры [9].

Ограничение на величину поля \mathbf{B} можно было бы снять, если бы все примеси были расположены вблизи оси канала. Нам неизвестны экспериментальные работы, где было бы реализовано такое распределение примесей. Однако существующая в настоящее время уникальная технология, использующая сканирующий туннельный микроскоп, способна, по-видимому, обеспечить необходимую для этого прецизионную манипуляцию атомами примеси.

2. РАССЕЯНИЕ СИСТЕМОЙ ТОЧЕЧНЫХ ПРИМЕСЕЙ

Отметим, что использование потенциалов типа (4) в размерностях 2 и 3 требует специального подхода [30]. В частности, при его применении нельзя пользоваться теорией возмущений [27]. Однако применение формулы Крейна для резольвенты возмущенного таким потенциалом гамильтониана H_0 позволяет получить точные аналитические формулы для его функции Грина и волновой функции.

Используя (2), найдем функцию Грина оператора H_0 в виде

$$G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{m^*}{2\pi i \hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp[im(\varphi - \varphi')] R_{mn}(\rho) R_{mn}(\rho') \frac{\exp(ip_{mn}|z - z'|/\hbar)}{p_{mn}}, \tag{5}$$

где

$$p_{mn} = \left[2m^* \left(E - \frac{\hbar\omega_c}{2} m - \frac{\hbar\Omega}{2} (2n + |m| + 1) \right) \right]^{1/2}.$$

Рассмотрим теперь функцию Грина и состояние рассеянной частицы для оператора H_0 , возмущенного одноточечным потенциалом, сосредоточенным в точке \mathbf{r}_0 . Как показано, например, в [30], удобным методом исследования операторов такого типа является подход, основанный на формуле Крейна для резольвент. В соответствии с этой формулой функция Грина гамильтониана $H = H_0 + V$ имеет вид

$$G_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - [Q(E, \rho_0) + a^{-1}]^{-1} G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) G_E^0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}'). \quad (6)$$

Здесь $Q(E, \rho_0)$ — Q -функция Крейна, которая с точностью до константы определяется формулой

$$Q(E, \rho_0) = \lim_{\rho \rightarrow \rho_0} [G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - G_{E_0}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)], \quad (7)$$

где E_0 — некоторое фиксированное значение E , а величина a связана с длиной рассеяния λ формулой $a = 2\pi\hbar^2\lambda/m^*$. Из (7) и (5) находим, что с точностью до константы C , которая будет определена ниже,

$$Q(E, \rho_0) = \frac{\sqrt{m^*}}{2\sqrt{2}\pi i\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{mn}^2(\rho_0) \left[\left(E - \frac{\hbar\omega_c}{2}m - \frac{\hbar\Omega}{2}(2n + |m| + 1) \right)^{-1/2} - i \left(\frac{\hbar\omega_c}{2}m + \frac{\hbar\Omega}{2}(2n + |m| + 1) \right)^{-1/2} \right] + C. \quad (8)$$

Пусть теперь $\Psi^0(\mathbf{r})$ — делокализованное состояние H_0 ; в силу (6) ему будет соответствовать состояние $\Psi(\mathbf{r})$ оператора H по формуле

$$\Psi(\mathbf{r}) = \Psi^0(\mathbf{r}) - [Q(E, \rho_0) + a^{-1}]^{-1} \Psi^0(\mathbf{r}_0) G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0). \quad (9)$$

Из (9) следует, что амплитуда рассеяния электрона в квантовой проволоке в этом случае имеет вид

$$t(E, \mathbf{r}_0) = [Q(E, \rho_0) + a^{-1}]^{-1}. \quad (10)$$

Константу C в (7) и (8) нетрудно определить при помощи предельного перехода $\rho \rightarrow 0$, $E \rightarrow 0$. Тогда получим, что

$$C = \frac{m^*}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{m^*\Omega}{2\hbar} \right)^{1/2} \zeta \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right). \quad (11)$$

Здесь $\zeta(s, \sigma)$ — обобщенная ζ -функция Римана. Заметим, что предельным переходом $\omega_0 \rightarrow 0$ из (8) получим

$$Q(E, 0) = \alpha a^{-1} \zeta \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{E}{\hbar\omega_c} \right),$$

где $\alpha = \lambda/\sqrt{2l_B}$, $l_B = \sqrt{\hbar/m^*\omega_c}$ — магнитная длина. Для амплитуды рассеяния в этом предельном случае найдем

$$t(E) = \frac{a}{1 + \alpha\zeta(1/2, 1/2 - E/\hbar\omega_c)}. \quad (12)$$

Правая часть (12) совпадает с выражением, найденным в [28] для амплитуды рассеяния электрона в магнитном поле на точечном потенциале при $\mathbf{r}_0 = 0$. Отметим существенную разницу между формулами (12) и (10), принципиальную для дальнейшего рассмотрения. Выражение (10) содержит расстояние ρ_0 от оси проволоки до точки расположения примеси. Такая неоднородность Q -функции Крейна в нашем случае вызвана неинвариантностью гамильтониана H_0 относительно группы магнитных трансляций.

Рассмотрим функцию Грина оператора H_0 , возмущенного системой одинаковых точечных потенциалов. Функцию Грина этого гамильтониана можно получить в явном виде [31, 32]:

$$G_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \sum_{i,j=1}^{N_i} [Q(E) + a^{-1}]_{ij}^{-1} G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) G_E^0(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}'). \quad (13)$$

В (13) матрица Крейна $Q_{ij}(E)$ имеет вид

$$Q_{ij}(E) = \begin{cases} G_E^0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j), & i \neq j, \\ Q(E, \rho_j), & i = j, \end{cases} \quad (14)$$

и $(a^{-1})_{ij} = a^{-1} \delta_{ij}$. В (14) $Q(E, \mathbf{r}_j)$ описывается выражением (8), в котором нужно сделать замену $\rho_0 \rightarrow \rho_j$, где ρ_j — полярный радиус j -ой примеси. Используя (13) и (14), можно определить оператор рассеяния $T(E)$. Как известно [27], функция Грина оператора H выражается через функцию Грина G_E^0 и оператор $T(E)$ по формуле

$$G_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') T(E) G_E^0(\mathbf{r}', \mathbf{r}). \quad (15)$$

Из (13) и (15) находим

$$T(E) = \sum_{ij} [Q(E) + a^{-1}]_{ij}^{-1} |\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)\rangle \langle \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)|. \quad (16)$$

С помощью (16) легко записать матрицу рассеяния $T_{\beta\beta'}(E)$ в виде

$$T_{\beta\beta'}(E) = \sum_{ij} [Q(E) + a^{-1}]_{ij}^{-1} \Psi_\beta^0(\mathbf{r}_i) \Psi_{\beta'}^{0*}(\mathbf{r}_j). \quad (17)$$

В соответствии со сказанным во Введении, эффективно рассеивать могут лишь примеси, расположенные вблизи оси канала. Из результатов [4] вытекает, что при $\rho_j \leq \ell$ поправки по ρ_j к элементам Q -матрицы Крейна имеют порядок $O(\rho_j^2/\ell^2)$. Из дальнейшего будет видно, что параметры рассеяния для гамильтониана H выражаются через эти элементы; пренебрегая поправками порядка $O(\rho_j^2/\ell^2)$, мы считаем далее $\rho_j = 0$. В этом случае в силу (3) рассеиваются только электроны в состоянии с угловым моментом $m = 0$.

Как следует из (13), делокализованные состояния $\Psi(\mathbf{r})$ гамильтониана $H^0 + V$ с энергией E имеют вид

$$\Psi(\mathbf{r}) = \Psi_0(\mathbf{r}) - \sum_{ij} [Q(E) + a^{-1}]_{ij}^{-1} \Psi_0(\mathbf{r}_i) G_E^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j), \quad (18)$$

где Ψ_0 — делокализованная волновая функция невозмущенного гамильтониана H^0 с той же энергией. Рассмотрим переход под действием рассеивателей из состояния $(0, n_0)$ с

энергией $E = \hbar\Omega(n_0 + 1/2) + p^2/2m^*$ в состоянии $(0, n_1)$ с той же энергией. Пусть в моде $(0, n_0)$ распространяется волна

$$\Psi_{0n_0p_0}^0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{ip_{0n_0}z}{\hbar}\right) R_{0n_0}(\rho). \quad (19)$$

Согласно (18) ей соответствует следующее состояние гамильтониана H с той же энергией E :

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r}) = & \frac{\exp(ip_{0n_0}z/\hbar)}{\sqrt{2\pi}} R_{0n_0}(\rho) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{m^*}{2\pi i \hbar \ell^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{R_{0n}(\rho)}{p_{0n}} \times \\ & \times \sum_{jk} [Q(E) + a^{-1}]_{jk}^{-1} \exp\left[i\left(p_{0n_0}z_j + \frac{p_{0n}|z - z_k|}{\hbar}\right)\right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь мы учли, что $R_{0n}(0) = \ell^{-1}$ при всех n .

3. КОЭФФИЦИЕНТ ПРОХОЖДЕНИЯ И КОНДАКТАНС ПРИ БАЛЛИСТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Используя результаты, полученные в предыдущем разделе для волновых функций, найдем коэффициенты прохождения и кондактанс при баллистическом режиме.

Когда $z < -\max|z_k|$, коэффициент $\varphi^{(-)}$ при $R_{0n_0}(\rho)$ в (20) имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi^{(-)} = & \frac{\exp(ip_{0n_0}z/\hbar)}{\sqrt{2\pi}} - \\ & - \frac{m^*}{2\pi i \hbar \ell^2 p_{0n_0}} \left(\sum_{jk} [Q(E) + a^{-1}]_{jk}^{-1} \exp\left[\frac{ip_{0n_0}(z_j + z_k)}{\hbar}\right] \right) \frac{\exp(-ip_{0n_0}z/\hbar)}{\sqrt{2\pi}}, \end{aligned} \quad (21)$$

а когда $z > \max|z_k|$, для коэффициента $\varphi^{(+)}$ при $R_{0n_1}(\rho)$ получаем выражение

$$\begin{aligned} \varphi^{(+)} = & \frac{\exp(ip_{0n_0}z/\hbar)}{\sqrt{2\pi}} \delta_{n_0n_1} - \\ & - \frac{m^*}{2\pi i \hbar \ell^2 p_{0n_1}} \left(\sum_{jk} [Q(E) + a^{-1}]_{jk}^{-1} \exp\left[\frac{i(p_{0n_0}z_j - p_{0n_1}z_k)}{\hbar}\right] \right) \frac{\exp(ip_{0n_1}z/\hbar)}{\sqrt{2\pi}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Из сравнения $\varphi^{(+)}$ и $\varphi^{(-)}$ видно, что парциальный коэффициент перехода $T_{n_0 \rightarrow n_1}(E)$ определяется соотношением

$$\begin{aligned} T_{n_0 \rightarrow n_1}(E) = & \left| \delta_{n_0n_1} - \frac{m^*}{2\pi i \hbar \ell^2} \left[p_{0n_0}^2 + 2m^* \hbar \Omega \left(n_0 - n_1 + \frac{1}{2} \right) \right]^{-1/2} \times \right. \\ & \times \left. \sum_{jk} [Q(E) + a^{-1}]_{jk}^{-1} \exp\left[\frac{i(p_{0n_0}z_j - p_{0n_1}z_k)}{\hbar}\right] \right|^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Следуя формализму Ландауэра–Бюттикера [7–9], кондактанс микроструктуры определим выражением

$$G(E) = \frac{2e^2}{h} \sum_{n_0, n=0}^N T_{n_0 \rightarrow n}(E), \tag{24}$$

где целое число N введено по формуле $E = \hbar\Omega(N + 1/2 + \delta)$, $0 < \delta < 1$. Общие формулы (23) и (24) трудны для аналитического исследования ввиду сложности выражения для Q -матрицы Крейна, поэтому далее перейдем к рассмотрению различных предельных случаев. Предварительно найдем удобные оценки для недиагональных элементов этой матрицы. Диагональные же элементы матрицы Крейна равны $Q_0(E) + a^{-1}$.

При $\rho_j = \rho_k = 0$ недиагональные элементы Q -матрицы Крейна имеют вид

$$G_{jk} \equiv G_E^0(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k) = \frac{m^*}{2\pi i \hbar \ell^2} \sum_0^\infty \frac{1}{p_{0n}} \exp\left(\frac{ip_{0n}|z_j - z_k|}{\hbar}\right). \tag{25}$$

Используя метод, предложенный в [28, 29], сумму (25) можно преобразовать в интеграл:

$$G_{jk} = \frac{m^*}{2\pi \hbar^2 |z_j - z_k|} \exp\left[-i\sqrt{\frac{2E}{\hbar\Omega} - 1} \left|\frac{z_j - z_k}{\ell}\right|\right] + \frac{m^*}{\sqrt{2}\pi^{3/2}\hbar^2 \ell} \int_0^\infty \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{cth} \frac{t^2}{2} - \frac{1}{t^2}\right) \exp\left[-\frac{t^2}{2} \left(1 - \frac{2E}{\hbar\Omega}\right) - \frac{1}{2t^2} \left(\frac{z_j - z_k}{\ell}\right)^2\right] dt. \tag{26}$$

Формула (26) удобна для анализа предельных случаев. Действительно, пусть $|z_j - z_k|/\ell \ll 1$. Это случай близко расположенных примесей. Тогда из (26) следует асимптотика

$$G_{jk} = \frac{m^*}{2\pi \hbar^2 |z_j - z_k|} \left[1 + O\left(\left|\frac{z_j - z_k}{\ell}\right|\right)\right]. \tag{27}$$

В случае, когда примеси расположены далеко друг от друга, т. е. $|z_j - z_k|/\ell \gg 1$, из (26) получим

$$G_{jk} = -\frac{m^* i}{2\pi \hbar^2 \ell \sqrt{2E/\hbar\Omega - 1}} \exp\left[-i\sqrt{\frac{2E}{\hbar\Omega} - 1} \left|\frac{z_j - z_k}{\ell}\right|\right] \times \left[1 + O\left(\frac{|z_j - z_k|}{\ell}\right)\right]. \tag{28}$$

Из (27) видно, что в случае близко расположенных примесей матричные элементы G_{jk} велики, а из формулы (28) следует, что для расположенных далеко друг от друга примесей $|G_{jk}|$ не зависит от координат примесей. В последнем случае можно оценить отношение недиагональных членов матрицы Крейна к диагональным. Введем в рассмотрение длину рассеяния $\lambda = m^* a / 2\pi \hbar^2$ и константу $\gamma = |\lambda|/\sqrt{2}\ell$. Для всех реальных ситуаций $\gamma \ll 1$, поэтому получаем

$$\left|\frac{G_{jk}}{Q_0(E) + a^{-1}}\right| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2E/\hbar\Omega - 1}} \frac{\gamma}{|1 + \gamma\zeta(1/2, 1/2 - E/\hbar\Omega)|}. \tag{29}$$

Из (29) нетрудно получить, что при $E \gg \hbar\Omega/2$

$$\left| \frac{G_{jk}}{Q_0(E) + a^{-1}} \right| \ll 1 \quad (j \neq k).$$

Отбрасывая малые недиагональные члены в матрице $[Q(E) + a^{-1}]^{-1}$, получим удобную оценку для коэффициента прохождения:

$$T_{n_0 \rightarrow n_1}(E) \cong \left| \delta_{n_0 n_1} - \frac{m^*}{2\pi i \hbar \ell^2} \left[p_{0n_0}^2 + 2m^* \hbar \Omega \left(n_0 - n_1 + \frac{1}{2} \right) \right]^{-1/2} \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{Q_0(E) + a^{-1}} \sum_j \exp[i(p_{0n_0} - p_{0n_1})z_j/\hbar] \right|^2. \quad (30)$$

Отметим, что в случае, когда в канале есть всего две примеси, расположенные вблизи оси проволоки, выражение (30) можно еще упростить. Поместим одну из примесей в начало координат и введем $\Delta = |z_1 - z_2|$ — расстояние между примесями. Тогда можно получить

$$T_{n_0 n_1} = \left| \delta_{n_0 n_1} + i\gamma(N + \delta + n_1)^{-1/2} \left[1 + \gamma\zeta(1/2, -N - \delta) \right] (1 + \cos \beta + i \sin \beta) \right|^2, \quad (31)$$

где $\beta = (p_{0n_0} - p_{0n_1})\Delta/\hbar$.

4. РАССЕЯНИЕ НА ДВУХ ТОЧЕЧНЫХ ПРИМЕСЯХ

Рассмотрим теперь более детально упругое рассеяние на потенциале двух примесей. Этот случай интересен тем, что он позволяет провести достаточно простой аналитический и численный анализ выражения для кондактанса микроструктуры. Кроме того, можно надеяться на то, что этот случай позволит выявить основные особенности, характерные для рассеяния на нескольких точечных потенциалах.

Используя формулу сдвига для ζ -функции Римана, выделим вещественную и мнимую ее части [33]:

$$\operatorname{Re} \zeta = \operatorname{Re} \zeta \left(\frac{1}{2}, -N - \delta \right) = \zeta \left(\frac{1}{2}, 1 - \delta \right), \\ \operatorname{Im} \zeta = \operatorname{Im} \zeta \left(\frac{1}{2}, -N - \delta \right) = \sum_{n=0}^N (N + \delta - n)^{-1/2}. \quad (32)$$

Для оценки $\zeta(1/2, 1 - \delta)$ воспользуемся работой [31], тогда

$$\zeta \left(\frac{1}{2}, 1 - \delta \right) \cong (1 - \delta)^{-1/2} + \frac{1}{2}(2 - \delta)^{-1/2} - 2\sqrt{2 - \delta} + \frac{1}{24}(2 - \delta)^{-3/2}. \quad (33)$$

Используя (32), из (31) найдем

$$T_{n_0 \rightarrow n} = \delta_{n_0 n} \left\{ 1 + \frac{4\gamma^2 \operatorname{Im} \zeta}{\sqrt{N + \delta - n} [(1 + 2\gamma \operatorname{Re} \zeta)^2 + (2\gamma \operatorname{Im} \zeta)^2]} \right\} + \frac{\gamma^2 (N + \delta - n)^{-1}}{[1 + \gamma \operatorname{Re} \zeta (1 + \cos \beta) - \gamma \operatorname{Im} \zeta \sin \beta]^2 + [\gamma \operatorname{Im} \zeta (1 + \cos \beta) + \gamma \operatorname{Re} \zeta \sin \beta]^2}. \quad (34)$$

Сравним (34) с выражением для парциального коэффициента прохождения при рассеянии на одиночной примеси, полученным в [4]. Коэффициент, стоящий в (34) в фигурных скобках после $\delta_{n_0 n}$, отличается заменой γ на 2γ , что соответствует увеличению в два раза константы связи псевдопотенциала в (4). Этот член в $T_{n_0 \rightarrow n}$ не содержит расстояния между примесями, и его структура такая же, как для рассеяния на одиночной примеси. Второй член в сумме для $T_{n_0 \rightarrow n}$ содержит расстояние между примесями, и в пределе при $\Delta \rightarrow 0$ переходит в аналогичный соответствующий член коэффициента прохождения для одиночной примеси. Оба слагаемых пропорциональны γ^2 и, вообще говоря, малы в силу того, что $\gamma \ll 1$. Однако при тех значениях энергии электрона E , при которых $1 + 2\gamma \operatorname{Re} \zeta = 0$, первое из слагаемых $\propto \gamma^2$ становится не мало, так как сокращается малый множитель γ^2 в числителе и знаменателе дроби в (34) и оба слагаемых в фигурных скобках становятся одного порядка. Во втором слагаемом, пропорциональном γ^2 , та же ситуация возникает при $1 + 2\gamma[(1 + \cos \beta) \operatorname{Re} \zeta - \sin \beta \operatorname{Im} \zeta] = 0$. Если в предыдущем случае такая точка E единственная, то в последнем их может быть много, причем расположение этих точек на оси E зависит от расстояния между примесями Δ . Как было показано в [4], при значении энергии, удовлетворяющем условию $1 + 2\gamma \operatorname{Re} \zeta = 0$, на ступеньках квантования кондактанса возникает острый максимум, лежащий вблизи порога в каждой ступеньке. Можно ожидать, что в рассматриваемом случае таких максимумов будет несколько.

Рассмотрим теперь кондактанс квантовой проволоки $G(E)$ для актуального случая, когда расстояние между двумя примесями Δ велико: $\Delta/\ell \gg 1$.

Используя формулы (24) и (34), получим

$$\frac{G}{G_0} = \sum_{n=0}^N \left\{ 1 + \frac{4\gamma^2 \operatorname{Im} \zeta}{\sqrt{N + \delta - n} [(1 + 2\gamma \operatorname{Re} \zeta)^2 + (2\gamma \operatorname{Im} \zeta)^2]} \right\} + \gamma^2 \sum_{n, n_0=0}^N \frac{(N + \delta - n)^{-1}}{[1 + \gamma \operatorname{Re} \zeta (1 + \cos \beta) - \gamma \operatorname{Im} \zeta \sin \beta]^2 + \gamma^2 [(1 + \cos \beta) \operatorname{Im} \zeta + \operatorname{Re} \zeta \sin \beta]^2}, \quad (35)$$

где $G_0 = 2e^2/h$ — квант кондактанса. Вычисляя суммы, входящие в (35), аналогично тому, как это сделано в [4], получим

$$\frac{G}{G_0} = N + 1 + \frac{(2\gamma \operatorname{Im} \zeta)^2}{(1 + 2\gamma \operatorname{Re} \zeta)^2 + (2\gamma \operatorname{Im} \zeta)^2} + \gamma^2 \sum_{n_0, n=0}^N \frac{(N + \delta - n)^{-1}}{1 + 2\gamma [(1 + \cos \beta) \operatorname{Re} \zeta - \sin \beta \operatorname{Im} \zeta] + 2\gamma^2 (1 + \cos \beta) [(\operatorname{Re} \zeta)^2 + (\operatorname{Im} \zeta)^2]}. \quad (36)$$

Как видно из (36), кондактанс состоит из трех слагаемых: $G/G_0 = G_1 + G_2 + G_3$. Первое слагаемое $G_1 = 1 + [x]$, где $[x]$ — целая часть числа $x = (E/\hbar\Omega - 1/2)$, не зависит от

рассеяния и дает ступеньки квантования кондактанса шириной $\hbar\Omega$ и высотой равной кванту кондактанса G_0 . Второе слагаемое G_2 равно

$$G_2 = (2\gamma)^2 \left| \zeta \left(\frac{1}{2}, -x \right) - \zeta \left(\frac{1}{2}, 1 - \{x\} \right) \right|^2 \times \\ \times \left[1 + 4\gamma\zeta \left(\frac{1}{2}, 1 - \{x\} \right) + 4\gamma^2 \left| \zeta \left(\frac{1}{2}, -x \right) \right|^2 \right]^{-1}, \quad (37)$$

где $\{x\}$ — дробная часть x . Третье слагаемое представляется в виде

$$G_3 = \gamma^2 \sum_{n, n_0=0}^{\infty} (x - n)^{-1} \left\{ 1 + 2\gamma \left[(1 + \cos \beta)\zeta \left(\frac{1}{2}, 1 - \{x\} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \beta \left| \zeta \left(\frac{1}{2}, -x \right) - \zeta \left(\frac{1}{2}, 1 - \{x\} \right) \right| \right] + 2\gamma^2 (1 + \cos \beta) \left| \zeta \left(\frac{1}{2}, -x \right) \right|^2 \right\}^{-1}. \quad (38)$$

Два последних слагаемых дают отклонение ступенек квантования от идеальной формы. Оба эти слагаемые (G_2 и G_3) обусловлены рассеянием на примесях. Графики зависимости $G(E)$ показаны на рис. 1–3, причем отдельно на этих рисунках показана структура одного из пиков на пороге ступеньки. Графики зависимости $G(\Delta)$ показаны на рис. 4–6. На этих рисунках видно, как разрушается квантование кондактанса при рассеянии на двух точечных примесях. Количество резонансных пиков на кривых $G(E)$ сильно зависит от расстояния между примесями и номера ступеньки кондактанса, а именно, число пиков растет по мере роста Δ и N . Все максимумы расположены вблизи порога ступенек, что связано с отмеченной выше малостью $G_2(E)$ и $G_3(E)$ всюду вне окрестности порога. Амплитуда этих максимумов уменьшается по мере удаления от окрестности порога ступенек. Это, очевидно, связано с тем, что с увеличением E происходит удаление от точек резонанса, т. е. с тем, что сумма $G_2(E) + G_3(E)$ уменьшается при удалении от точки основного пика. Отметим также, что пики в $G_2(E)$ и $G_3(E)$ расположены в разных точках окрестности порога ступенек и пик в $G_2(E)$ существенно меньше, чем основной пик в $G_3(E)$, так как $G_3^{max}(E)/G_2^{max}(E) \sim N$. Действительно, второе слагаемое $G_2(E)$ в окрестности резонансной точки, определяемой равенством $1 + 2\gamma \operatorname{Re} \zeta = 0$, имеет порядок $G_2(E) \sim 1$. Легко понять, почему резонанс в $G_2(E)$ определяется именно этим равенством: при его выполнении в (36) сокращается малый множитель γ^2 в числителе и знаменателе дроби. Аналогичная ситуация имеет место и для $G_3(E)$ при условии

$$1 + 2\gamma \left[(1 + \cos \beta) \operatorname{Re} \zeta - \sin \beta \operatorname{Im} \zeta \right] = 0. \quad (39)$$

Входящие в (39) $\operatorname{Re} \zeta$ и $\operatorname{Im} \zeta$ ведут себя по-разному, а именно, значение $\operatorname{Im} \zeta$ велико при $\delta \ll 1$, а $\operatorname{Re} \zeta$ — при $\delta \approx 1$. Это видно из формул (32) и (33). С другой стороны, из-за малости γ для выполнения (39) необходимо, чтобы хотя бы одна из этих величин была большой. Легко показать, что условие (39) может выполняться лишь при $\delta \ll 1$. Тогда в окрестности порога мы получим из (39) оценку $\sin \beta \operatorname{Im} \zeta \simeq 1/2\gamma$, а поскольку $\operatorname{Im} \zeta \simeq 1/\sqrt{\delta}$ при $\delta \ll 1$, получим $\sin \beta \simeq \sqrt{\delta}/2\gamma$. Следовательно, $0 < \delta < 4\gamma^2$ в

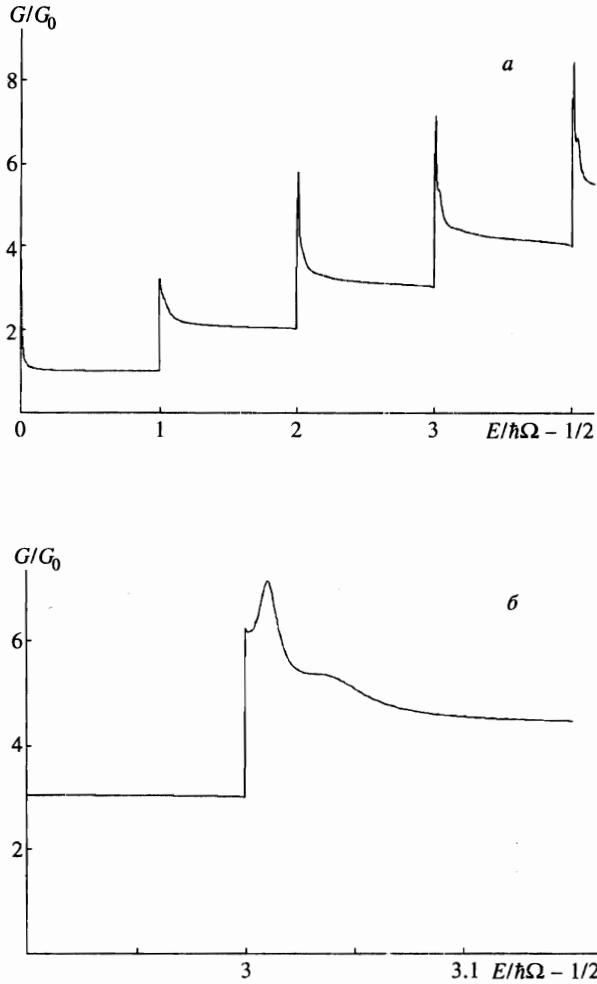


Рис. 1. *a* — Зависимость кондактанса микроструктуры $G(E)$ при рассеянии на двух примесях, $l_0 = 2.5 \cdot 10^{-6}$ см, $l = 1.1 \cdot 10^{-6}$ см, $\Delta = 2 \cdot 10^{-5}$ см.
b — Детальная структура резонансных пиков

окрестности резонанса. Используя сказанное выше, из (36) получим, что в окрестности резонанса

$$G_3(E) \simeq \frac{1}{2}(N + 1) \sum_{n=0}^N \frac{(N + \delta - n)^{-1}}{1 + \sqrt{1 - \delta/4\gamma^2}} \frac{1}{(\text{Im } \zeta)^2}. \tag{40}$$

Тогда при $\delta \ll 1$ получим оценку

$$G_3(E) \simeq \frac{N + 1}{2} \left(\frac{1}{1 + \sqrt{1 - \delta/4\gamma^2}} \right). \tag{41}$$

Множитель в круглых скобках меняется от $1/2$ до 1 , следовательно, $(N + 1)/4 < G_3(E) <$

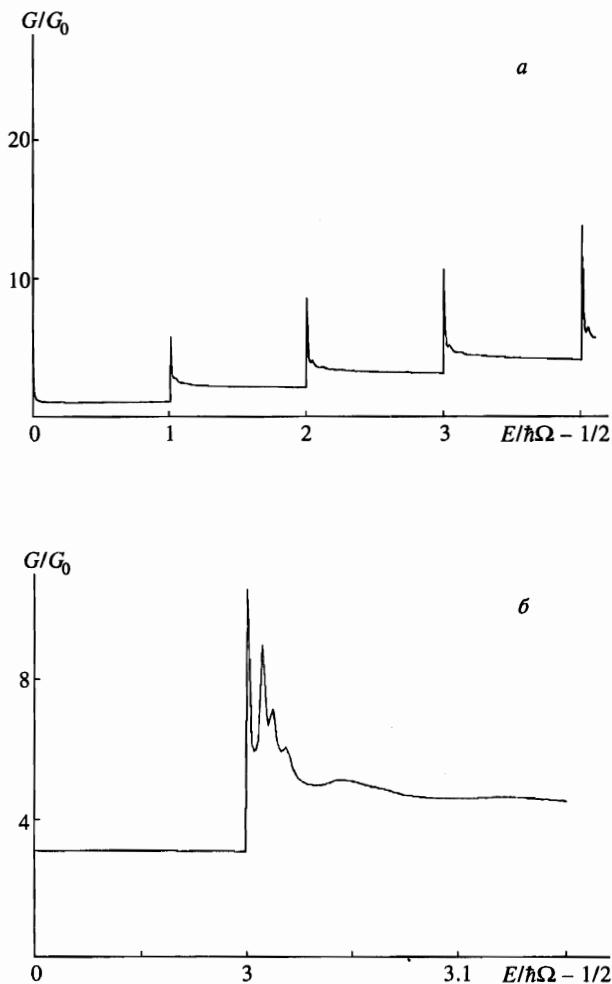


Рис. 2. *a* — Зависимость $G(E)$ при тех же условиях, что и на рис. 1*a*, но с другим расстоянием между примесями, $\Delta = 5 \cdot 10^{-5}$ см. *б* — Детальная структура пиков

$< (N + 1)/2$. Ясно, что при $N \gg 1$ для слагаемых кондактанса $G_3(E) \gg G_2(E)$, а при $N \sim 1$ и $\delta \ll 1$ все три слагаемых кондактанса одного порядка.

5. ПРОВОДИМОСТЬ КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКИ ПРИ ДИФFUЗНОМ РЕЖИМЕ

Рассмотрим теперь проводимость квантовой проволоки в случае, когда система находится в диффузном режиме. Для нахождения вероятности электронного перехода из начального состояния $|\beta\rangle = |m, n, p\rangle$ в конечное $|\beta'\rangle = |m', n', p'\rangle$ воспользуемся формулой Липпмана [34]

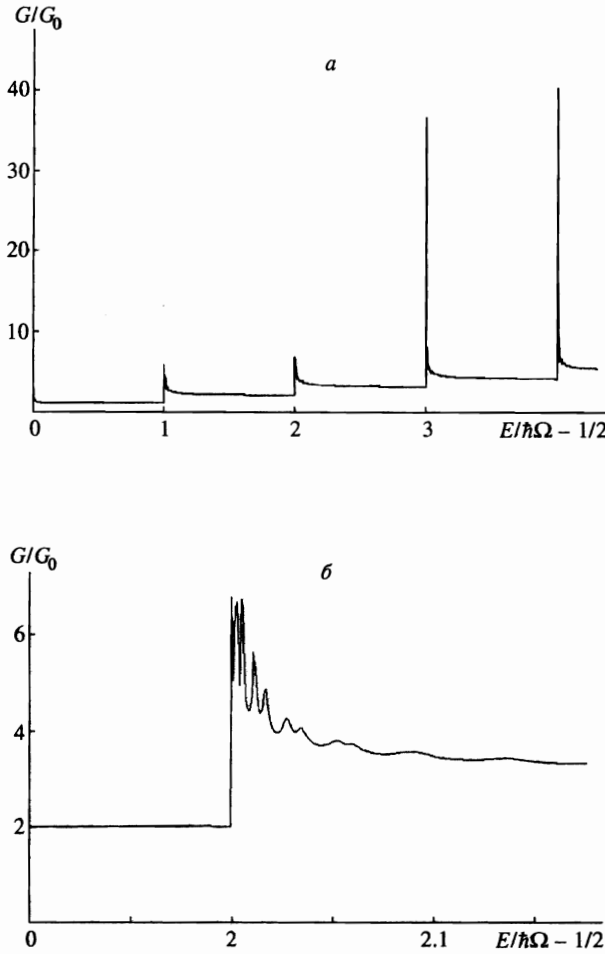


Рис. 3. *a* — Зависимость $G(E)$ при тех же условиях, что и на рис. 1*a* и рис. 2*a*, но с $\Delta = 10^{-4}$ см. *б* — Детальная структура пиков

$$W_{\beta\beta'} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{\beta\beta'}|^2 \delta(\epsilon_\beta - \epsilon_{\beta'}). \quad (42)$$

Вводя амплитуду рассеяния $t_{\beta\beta'}(E)$, получим

$$W_{\beta\beta'} = \frac{2\pi}{\hbar V^2} |t_{\beta\beta'}(E)|^2 \delta(\epsilon_\beta - \epsilon_{\beta'}), \quad (43)$$

где $T_{\beta\beta'}(E) = V^{-1} t_{\beta\beta'}(E)$, V — нормировочный объем.

Движение электронов вдоль оси проволоки в продольном магнитном поле (ось z) является квазиклассическим, поэтому для нахождения неравновесной функции распределения электронов применимо кинетическое уравнение Больцмана. Линеаризованное по электрическому полю \mathcal{E} , параллельному оси z , кинетическое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_\beta} \frac{e\mathcal{E}p}{m^*} = I_{\beta\beta'}^{ei}(f), \quad (44)$$

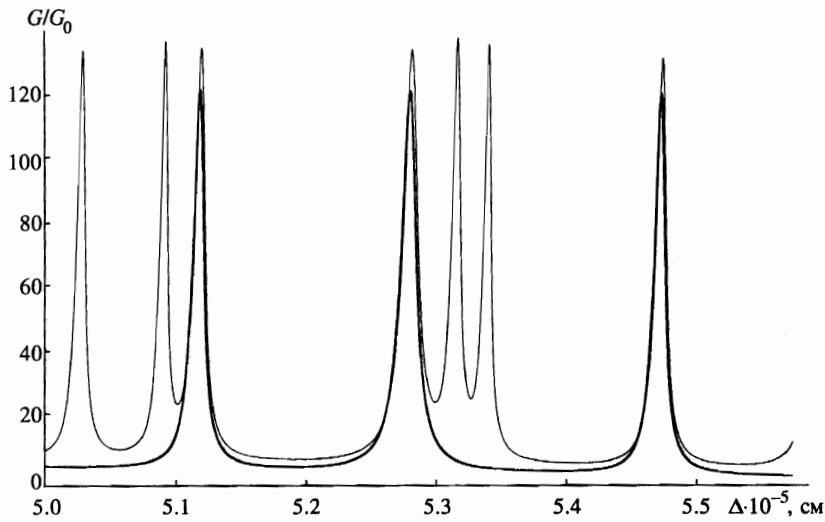


Рис. 4. Зависимость $G(\Delta)$ для $l_0 = 2.5 \cdot 10^{-6}$ см, $l = 1.1 \cdot 10^{-6}$ см; $E/\hbar\Omega - 1/2 = 2$ — жирная линия, $E/\hbar\Omega - 1/2 = 4$ — тонкая линия

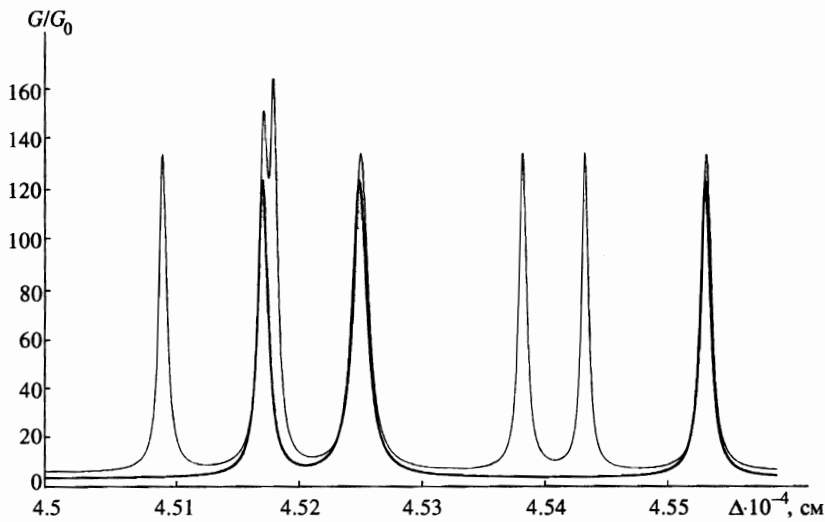


Рис. 5. Та же зависимость, что и на рис. 4, но для другого интервала изменения Δ

где $I_{\beta\beta'}^{ei}(f)$ — интеграл столкновений, $f_0(\epsilon)$ и $f(\epsilon)$ — равновесная и неравновесная функции распределения соответственно. Интеграл столкновений находится по известной формуле

$$I_{\beta\beta'}^{ei} = \sum_{\beta'} W_{\beta\beta'} [f(\epsilon_{\beta}) - f(\epsilon_{\beta'})]. \tag{45}$$

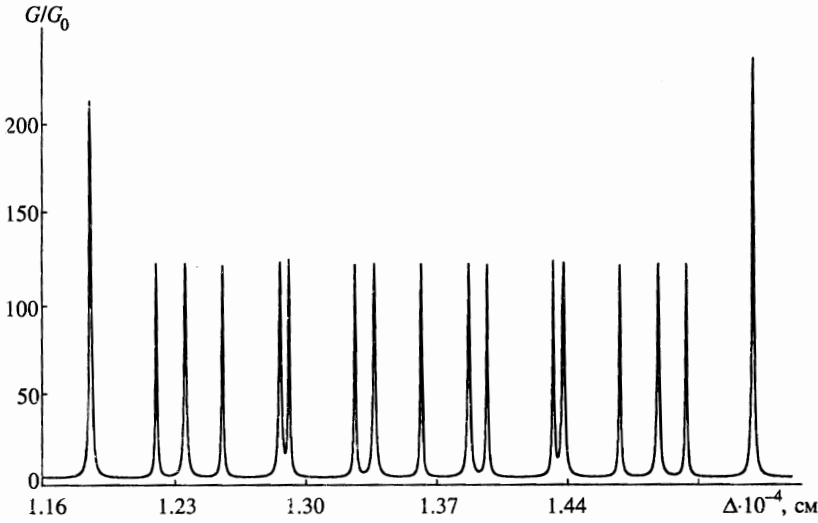


Рис. 6. Зависимость $G(\Delta)$ при $l_0 = 2.5 \cdot 10^{-6}$ см, $l = 1.1 \cdot 10^{-6}$ см; $E/\hbar\Omega - 1/2 = 4$. Интервал между примесями Δ существенно больше, чем на рис. 4

В приближении времени релаксации неравновесная функция распределения имеет вид

$$f(\varepsilon_\beta) = f_0(\varepsilon_\beta) - \frac{e\mathcal{E}p}{m^*} \tau(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}. \tag{46}$$

Из (45) и (46) найдем для времени релаксации $\tau^{-1}(\varepsilon_\beta) = \sum_{\beta'} W_{\beta\beta'}$ выражение

$$\tau^{-1}(\varepsilon_\beta) = \frac{2\pi}{\hbar V^2} \sum_{\beta'} t_{\beta\beta'}(E_{\beta'}) \delta(\varepsilon_\beta - \varepsilon_{\beta'}). \tag{47}$$

Продольную проводимость σ_{zz} найдем по формуле

$$\sigma_{zz} = -\frac{e^2}{Vm^{*2}} \sum_{\beta} p^2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_\beta} \tau(\varepsilon_\beta). \tag{48}$$

Тогда общее выражение для σ_{zz} получим в виде

$$\sigma_{zz} = -\frac{e^2 \hbar^2}{2\pi m^{*2}} \sum_{\beta} p^2 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_\beta} \left[\sum_{\beta'} |t_{\beta\beta'}(\varepsilon_\beta)|^2 \delta(\varepsilon_\beta - \varepsilon_{\beta'}) \right]^{-1}. \tag{49}$$

В формуле (49) $t_{\beta\beta'}$ определяется выражением

$$t_{\beta\beta'}(\varepsilon_\beta) = V \sum_{ij} [Q(\varepsilon_\beta) + a^{-1}]_{ij}^{-1} \Psi_\beta^0(\mathbf{r}_i) \Psi_{\beta'}^0(\mathbf{r}_j), \tag{50}$$

а стоящая в знаменателе (50) матрица определяется по формуле (14).

Общее выражение (49) из-за громоздкости формулы для амплитуды рассеяния чрезвычайно сложно для анализа, поэтому ниже рассмотрим более подробно различные предельные случаи.

Рассмотрим далее актуальный случай, когда геометрический конфайнмент слабее магнитного. Эта ситуация реализуется, когда радиус проволоки $\rho \gg l_B$. В этом случае характерный размер изменения волновой функции (2) в плоскости геометрического конфайнмента $\sim l$ — гибридной длины, и $l \ll \rho$. В связи с этим основной вклад в ток дают электроны, движущиеся вблизи оси проволоки, а вклад электронов, находящихся на периферии от оси проволоки, экспоненциально ($\propto \exp(-\rho^2/2l^2)$) мал. Следовательно, в выражении (8) для $Q(E, \rho_0)$ можно положить $\rho_0 = 0$.

В этом случае Q -функция Крейна является однородной, и формулу (42) можно усреднить по положениям хаотически расположенных примесей. Если концентрация примесей достаточно мала, т.е. если для характерного импульса электронного газа p выполняется соотношение $p \gg \hbar(n_i)^{1/3}$, где n_i — концентрация примесей, можно линеаризовать вероятность электронного перехода (43) по концентрации примесей и, следовательно, $W_{\beta\beta'}^0 = n_i V W_{\beta\beta'}^0$, где $W_{\beta\beta'}^0$ — вероятность упругого рассеяния на одной примеси, расположенной в начале координат,

$$W_{\beta\beta'}^0 = \frac{2\pi}{\hbar V^2} \frac{a^2}{1 + \alpha\zeta(1/2, 1/2 - \varepsilon_\beta/\hbar\Omega)} \delta(\varepsilon_\beta - \varepsilon_{\beta'}). \quad (51)$$

С учетом вышесказанного найдем $\tau(E)$ по формуле (47):

$$\tau^{-1}(\varepsilon) = \frac{n_i L}{\hbar^2 V} |t(\varepsilon)|^2 \frac{m^*}{\sqrt{2m^* \hbar\Omega}} \sum_n \left(\frac{\varepsilon}{\hbar\Omega} - n - \frac{1}{2} \right)^{-1/2}, \quad (52)$$

где

$$t(\varepsilon) = \frac{a}{1 + \alpha\zeta(1/2, 1/2 - \varepsilon/\hbar\Omega)}, \quad (53)$$

L — длина проволоки.

Используя (49), (52) и (53), найдем общее выражение для проводимости в рассматриваемом случае:

$$\sigma_{zz} = -\frac{e^2 \hbar^3}{\pi l^2 m^{*2} n_i} \int_{\hbar\Omega/2}^{\infty} d\varepsilon \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} |t(\varepsilon)|^{-2} \frac{\sum_n (\varepsilon/\hbar\Omega - n - 1/2)^{1/2}}{\sum_n (\varepsilon/\hbar\Omega - n - 1/2)^{-1/2}}. \quad (54)$$

Рассмотрим вначале невырожденный электронный газ в ультраквантовом пределе. Равновесная функция распределения электронов с нулевой проекцией момента импульса на ось проволоки имеет вид

$$f_0(\varepsilon_\beta) = A \exp \left\{ -\frac{1}{T} \left[\frac{p^2}{2m^*} + \hbar\Omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \right] \right\}, \quad (55)$$

где нормировочная константа A определяется выражением

$$A = \frac{8\pi \hbar^2 n_e}{m^* \Omega \sqrt{2\pi m^* T}} \text{sh} \left(\frac{\hbar\Omega}{2T} \right);$$

здесь n_e — концентрация электронов. В ультраквантовом ($\hbar\Omega \gg T$) пределе из (54) с учетом (55) получим формулу

$$\sigma_{zz} = A \frac{2e^2 \hbar^3 T V}{\pi^3 m^{*2} n_i \hbar \Omega a^2} \tau(\alpha) \exp\left(-\frac{\hbar\Omega}{2T}\right), \quad (56)$$

где

$$\tau(\alpha) = \int_0^\infty x e^{-x} \left| 1 + \alpha \zeta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{xT}{\hbar\Omega}\right) \right|^2 dx. \quad (57)$$

Для оценки интеграла в (57) заметим, что существенная область изменения подинтегральной функции $x \leq 1$, откуда следует, что $xT/\hbar\Omega \ll 1$. Тогда для ζ -функции Римана можно воспользоваться асимптотической формулой [33]

$$\zeta\left(\frac{1}{2}, \delta\right) \simeq \frac{1}{\sqrt{\delta}} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1+\delta}}. \quad (58)$$

Из (57) с учетом (58) получаем оценку

$$\tau(\alpha) \simeq 1 + \alpha^2 \frac{\hbar\Omega}{T}. \quad (59)$$

Окончательно в этом предельном случае получим

$$\sigma_{zz} \simeq \frac{4e^2 \hbar^3 n_e T}{\pi^3 \sqrt{2\pi} m^{*2} n_i \Omega a^2} \exp\left(-\frac{\hbar\Omega}{2T}\right) \left(1 + \alpha^2 \frac{\hbar\Omega}{T}\right). \quad (60)$$

График этой зависимости показан на рис. 7.

Рассмотрим теперь случай вырожденного газа в ультраквантовом пределе ($n = 0$, $T = 0$). Из (54), используя асимптотику для ζ -функции, получим

$$\sigma_{zz} = \frac{2e^2 \hbar^3 \alpha^2 (\mu_0/\hbar\Omega - 1/2) L}{\pi^3 a^2 m^{*2} N_i} (u^2 + v^2), \quad (61)$$

где

$$u = \frac{1}{\sqrt{3/2 - \mu_0/\hbar\Omega}} + \frac{1}{2\sqrt{5/2 - \mu_0/\hbar\Omega}} - 2\sqrt{\frac{5}{2} - \frac{\mu_0}{\hbar\Omega}} + \frac{1}{24} \left(\frac{5}{2} - \frac{\mu_0}{\hbar\Omega}\right)^{-3/2} + \alpha^{-1},$$

$$v = \left(\frac{\mu_0}{\hbar\Omega} - \frac{1}{2}\right)^{-1/2}, \quad N_i = V n_i, \quad (62)$$

и $0.5\hbar\Omega < \mu_0 < 1.5\hbar\Omega$ (здесь μ_0 — уровень Ферми). График, построенный по формуле (62), показан на рис. 8.

Рассмотрим теперь осцилляции типа Шубникова–де Гааза в продольной проводимости квантовой проволоки. Оценивая отношение сумм, входящих в (54), с помощью формулы Пуассона аналогично тому, как это сделано в [33], нетрудно получить формулу

$$\sigma_{zz} = \frac{8e^2 \hbar^2 \mu}{3\pi^3 m^{*2} n_i \Omega a^2} \frac{1 - \sqrt{\hbar\Omega/\mu} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k A_k \cos(2\pi k \mu/\hbar\Omega - \pi/4)}{\alpha^2 \hbar\Omega/\mu + 4 \left| 1 + \alpha \zeta(1/2, 1/2 - \mu/\hbar\Omega) \right|^{-2}}, \quad (63)$$

где μ — химический потенциал электронного газа в проволоке,

$$A_k = \frac{2\pi^2 kT}{\hbar\Omega \operatorname{sh}(2\pi^2 kT/\hbar\Omega)} \frac{1}{\sqrt{2k}}. \tag{64}$$

Графики зависимости σ_{zz}/σ_0 от отношения ω_c/ω_0 , где

$$\sigma_0 = \frac{8e^2 \hbar^2 \mu}{3\pi^3 a^2 m^* \omega_0 n_i},$$

показаны на рис. 9.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для более детального изучения резонансных пиков в кондактансе рассмотрим оценочную формулу (38). Из нее следует, что $G_3(E)$ имеет максимум при $\delta \simeq 4\gamma^2$. Тогда из полученных в разд. 4 оценок очевидно, что $\sin \beta \simeq 1$, следовательно, $p_{0n_0} - p_{0n} \simeq (\hbar/\Delta)(\pi/2 + 2\pi k)$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. Из этого соотношения следует, что

$$\sqrt{N - n_0 + \delta} - \sqrt{N - n + \delta} \simeq \frac{\ell}{\sqrt{2\Delta}} \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k \right). \tag{65}$$

Условие (65) показывает, какие из парциальных коэффициентов перехода $T_{n_0 \rightarrow n}$ дают резонансный вклад в кондактанс. Пусть при энергии E (фиксированы N и $\delta = 4\gamma^2$) условие (65) выполняется для некоторых n_0 и n . Тогда $T_{n_0 \rightarrow n}$ дает резонансный вклад в слагаемое кондактанса $G_3(E)$. Для всех других коэффициентов прохождения $T_{n_0' \rightarrow n'}$ величина $\sqrt{N - n_0' + \delta} - \sqrt{N - n' + \delta}$ может, очевидно, удовлетворять соотношению (65) лишь при других значениях $\delta \neq 4\gamma^2$. Соответствующие резонансные вклады этих коэффициентов будут меньше. Отметим, что пики от этих коэффициентов могут лежать

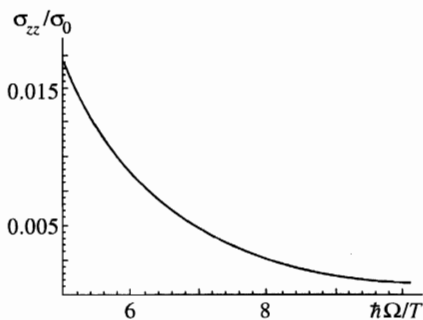


Рис. 7

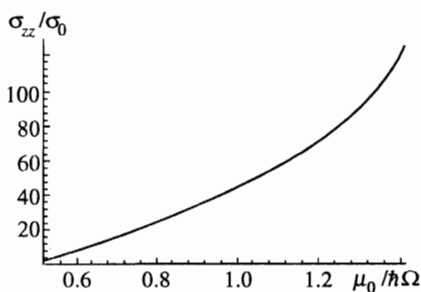


Рис. 8

Рис. 7. Зависимость продольной проводимости невырожденного электронного газа в ультраквантовом пределе $\hbar\Omega \gg T$, $\sigma_0 = 4e^2 \hbar^4 n_e [\pi^3 a^2 m^* n_i \sqrt{2\pi m^* T}]^{-1}$

Рис. 8. Зависимость продольной проводимости от $\mu_0/\hbar\Omega$ в ультраквантовом пределе

как справа, так и слева от резонансной точки на оси E . Ясно, что амплитуды этих пиков будут убывать по мере удаления вправо от точки резонанса. Такое поведение $G_3(E)$ обусловлено зависимостью $\beta = \beta(n_0, n)$ и принципиально отличается от поведения $G_2(E)$, где все коэффициенты прохождения дают резонансный вклад в одной и той же точке. Поведение $G(E)$ соответствует графикам, построенным по формуле (35) и показанным на рис. 1а–3а. Детальная структура $G(E)$ показана на рис. 1б–3б. Приведем грубую оценку числа пиков N_0 , лежащих в окрестности порога ступеньки, где $\delta \ll 1$. Из формулы (65) следует, что $N_0 \sim \sqrt{2N\Delta/\pi\ell}$. По этой оценке видно, что N_0 растет с увеличением энергии $\sim \sqrt{E/\hbar\Omega}$ и расстояния между примесями. Из сравнения рис. 1б–3б между собой видно, что сказанное выше согласуется с поведением $G(E)$ в окрестности порога ступенек. На рис. 4–6 показана зависимость $G(\Delta)$ при разных значениях E . Видно, что с ростом $E/\hbar\Omega$ возникают новые пики, а старые не меняют своего положения и почти не меняют форму. Такое поведение резонансных пиков обусловлено тем, что каждый из них происходит от одного из коэффициентов прохождения, и вклад всех остальных коэффициентов в область, где велик один из них, незначителен. Кроме того, из этих графиков следует, что с ростом Δ в любой окрестности порога ступенек число пиков в $G(\Delta)$ растет.

Оценим параметры пиков резонанса. Сначала рассмотрим поведение слагаемого кондуктанса $G_2(E)$. Это слагаемое имеет максимум в некоторой точке $\delta_0 \ll 1$ такой, что $\gamma\zeta(1/2, 1 - \delta_0) = -1$. Слева от порога ступенек, когда δ приближается к единице, величина $G_2(E)$ имеет порядок $G_2(E) \sim 1 - \delta$ и, следовательно, очень мала, а значит пик начинается в точке, где $\delta = 0$, т.е. на пороге ступеньки и, поскольку $\delta_0 \ll 1$, поднимается почти вертикально вверх до точки резонанса, где $\delta = \delta_0$. Убывающую часть пика можно приближенно описать формулой, следующей из (37) при $\delta_0 < \delta \ll 1$. Тогда

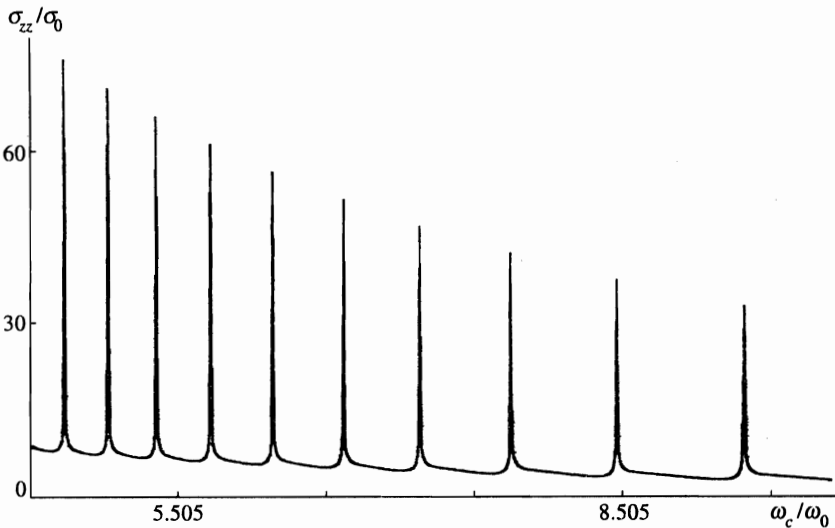


Рис. 9. Осцилляции продольной проводимости квантовой проволоки с изменением магнитного поля, $\mu/T = 100$, $\mu/\hbar\omega_0 = 100$

$$G_2(E) \simeq \frac{1}{1 + \delta\gamma^{-2}}. \quad (66)$$

Найдем теперь полуширину $\Gamma(E)$ и амплитуду резонансных пиков в $G_2(E)$. Максимумы в $G_2(E)$ смещены на δ_0 вправо от порога каждой ступеньки и имеют амплитуду $\Delta G \simeq 1$. Определим теперь значение δ_1 , при котором $G_2(\delta_1) = G_2(\delta_0)/2$. Из (66) оценем $\delta_1 \simeq \gamma^2$, тогда $\Gamma(E) \sim \gamma^2 \hbar \Omega$. Таким образом, полуширины всех пиков в $G_2(E)$ одинаковы, не зависят от E и очень малы.

Рассмотрим далее поведение другого слагаемого кондактанса $G_3(E)$ в окрестности резонанса. Поскольку, как отмечалось выше, пики в $G_3(E)$ обусловлены резонансом в соответствующем коэффициенте прохождения $T_{n_0 \rightarrow n}$, ниже мы рассмотрим поведение именно этих коэффициентов. Слева от порога ступенек, где $\delta \simeq 1$, коэффициенты прохождения $T_{n_0 \rightarrow n}$ имеют порядок $T_{n_0 \rightarrow n} \sim (N+1-n)(1-\delta)/2(1+\cos\beta)$ и, следовательно, очень малы для всех n_0, n , кроме исключительных значений, когда $\beta = \pi/2 + 2\pi k$ (эти значения β соответствуют резонансу, о чем говорилось выше). Рассуждения, сводящиеся к тем, которые использованы при изучении $G_2(E)$, показывают, что возрастающие части пиков почти вертикальны (слева от точки резонанса). Справа от точки резонанса убывающие части пиков можно приближенно описать формулой

$$T_{n_0 \rightarrow n} \simeq \frac{(N + \delta - n)^{-1}}{1 + \cos\beta + \delta\gamma^{-2}}. \quad (67)$$

Найдем теперь полуширину $\Gamma(E)$. Ясно, что и в этом случае $\Gamma(E) \sim \gamma^2 \hbar \Omega$. Поскольку, как уже отмечалось, в окрестности каждого пика в $G_3(E)$ существен вклад лишь одного резонансного слагаемого, это и будет оценкой полуширины в $G_3(E)$. Таким образом, все пики в $G_3(E)$ расположены справа от порога ступенек, их полуширины очень малы и не зависят ни от энергии E , ни от расстояния между примесями Δ .

Формулы разделов 3–5 получены в предположении сильного магнитного квантования, т. е. когда гибридная длина существенно меньше эффективного радиуса проволоки. Однако, как следует из результатов, изложенных выше о поправках к Q -функции Крейна при отклонении в положении примесей от оси проволоки, изменения, обусловленные этими поправками в $G_2 + G_3$, являются поправками высшего порядка малости $\sim \gamma^2(\rho/\ell_0)^2$. Следовательно, влияние отклонения в положении примесей от оси микроструктуры существенно не скажется на положении и форме резонансных пиков в $G(E)$.

Как следует из формулы (63), зависимость $\sigma_{zz}(B)$ носит осцилляционный характер. Эти осцилляции возникают при пересечении уровня Ферми каким-либо из гибридно-осцилляторных уровней с энергией $\hbar\Omega(n + 1/2)$. Заметим, что поскольку зависимость $\Omega(B)$ нелинейная, положение максимумов на кривой рис. 9 не является эквидистантным. Рассмотрим теперь характер осцилляционных максимумов вблизи точек, где $\mu = \hbar\Omega(n + 1/2)$. Зависимость амплитуды рассеяния $t(\mu)$ от магнитного поля вблизи точек, где $\mu = \hbar\Omega(n + 1/2)$, оказывает существенное влияние на проводимость. А именно, в этих точках множитель $|1 + \alpha\zeta(1/2, 1/2 - \mu/\hbar\Omega)|^{-2}$ обращается в нуль, следовательно, знаменатель дроби в (63) становится малым порядка $\alpha^2 \hbar\Omega/\mu$. Величина α имеет порядок ~ 0.1 для $B \sim 10$ Тл. Тогда в максимумах значения σ_{zz} возрастают на два порядка при $\mu/\hbar\Omega \sim 10$. Общая осцилляционная картина, следовательно, такова: широкие минимумы разделены неэквидистантными острыми пиками типа всплесков.

Оценим теперь область, где применимы результаты разд. 5. Механизм переноса является диффузным, а не баллистическим при выполнении условия для длины и радиуса проволоки $\rho, L > \lambda$, где λ — средняя длина свободного пробега в проволоке, т. е.

для типичных значений $\lambda \sim 10^{-5}$ см, $\rho > 10^{-5}$ см. Для того чтобы магнитное квантование было много больше размерного, необходимо выполнение условия $\rho \gg l_B$, что выполняется при $B > 1.5$ Тл, т. е. при обычных условиях, когда необходимо учитывать магнитное квантование. Таким образом, в области, где электронный транспорт носит диффузный характер, и при обычных условиях для величины квантующего магнитного поля магнитное квантование сильнее размерного, и результаты настоящего раздела соответствуют ситуации с квантовой проволокой.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 96-01-00074), Министерством образования и программой «Университеты России».

Литература

1. J. K. Jain and S. A. Kivelson, Phys. Rev. Lett. **60**, 1542 (1988).
2. M. Y. Azbel, Phys. Rev. B **43**, 2435 (1991).
3. B. J. Van Wees, L. P. Kouwenhoven, H. Van Houten et al., Phys. Rev. B **38**, 3625 (1988).
4. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, ЖЭТФ **111**, 2215 (1997).
5. J. F. Weis and K. F. Berggen, Phys. Rev. B **40**, 1325 (1989).
6. D. C. Peacock and C. A. Jones, Phys. Rev. B **39**, 6283 (1989).
7. M. Büttiker, Phys. Rev. B **40**, 7906 (1990).
8. H. A. Fertig and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **36**, 7969 (1987).
9. Y. B. Levinson, M. I. Lubin, and E. V. Sukhorukov, Phys. Rev. B **45**, 11976 (1992).
10. М. Б. Левинсон, М. И. Любин, Е. В. Сухоруков, Письма в ЖЭТФ **54**, 405 (1991).
11. М. И. Любин, Письма в ЖЭТФ **57**, 346 (1993).
12. D. H. Gobden, N. K. Patel, and M. Pepper, Phys. Rev. B **44**, 1938 (1991).
13. A. B. Fowler, G. L. Timp, J. J. Wainer, and R. A. Webb, Phys. Rev. Lett. **57**, 138 (1986).
14. T. E. Kopley, P. L. McEuen, and R. G. Wheller, Phys. Rev. Lett. **61**, 1654 (1988).
15. P. L. McEuen, B. W. Alphenaar, R. G. Wheller, and R. N. Sacks, Surf. Sci. **312**, 229 (1990).
16. S. J. Bending and M. R. Beasley, Phys. Rev. Lett. **55**, 324 (1985).
17. M. Naito and M. R. Beasley, Phys. Rev. B **42**, 1492 (1990).
18. M. W. Dellow, P. H. Beton, C. J. G. M. Langerak et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 1754 (1992).
19. A. K. Geim, P. C. Main, N. La Scala et al., Phys. Rev. Lett. **72**, 2061 (1994).
20. A. K. Geim, T. J. Foster, A. Nogaret et al., Phys. Rev. B **50**, 8074 (1994).
21. C. S. Chu and R. S. Sorbello, Phys. Rev. B **40**, 5941 (1989).
22. P. F. Bagwell, Phys. Rev. B **41**, 10354 (1990).
23. T. Martin and S. Feng, Phys. Rev. Lett. **64**, 1971 (1990).
24. S. B. Kaplan and A. C. Warren, Phys. Rev. B **34**, 1346 (1986).
25. C. T. Liu, K. Nakamura, D. C. Tsiu et al., Appl. Phys. Lett. **55**(2), 168 (1989).
26. C. W. J. Beenakker and H. Van Houten, in *Solid State Physics*, ed. by H. Ehrenreich and D. Turnbull, Academ. Press., New York (1991), Vol. 44, p. 83.
27. А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике*, Наука, Москва (1971).
28. Ю. Н. Демков, Г. Ф. Друкарев, ЖЭТФ **49**, 257 (1965).
29. Ю. Н. Демков, В. Н. Островский, *Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике*, Изд-во ЛГУ, Ленинград (1975).
30. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, И. И. Чучаев, Письма в ЖЭТФ **58**, 666 (1993).
31. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, ТМФ **58**, 461 (1984).
32. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, ТМФ **61**, 140 (1984).
33. В. А. Гейлер, В. А. Маргулис, И. В. Чудаев, И. И. Чучаев, ЖЭТФ **107**, 187 (1995).
34. В. А. Lippmann, Phys. Rev. Lett. **15**, 11 (1965).