

## АССОЦИАТИВНОЕ РОЖДЕНИЕ ХИГГСОВСКИХ БОЗОНОВ С $Z$ -БОЗОНИМИ ЗАРЯЖЕННЫМ ЛЕПТОНОМ В СИЛЬНЫХ ВНЕШНИХ ПОЛЯХ

П. А. Эминов, К. В. Жуковский\*, К. Г. Левченко

Московский государственный институт электроники и математики  
109028, Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 декабря 1997 г.

Получены вероятности процесса ассоциативного рождения хиггсовского бозона с  $Z$ -бозоном заряженным лептоном в поле плоской электромагнитной волны произвольной интенсивности и в постоянном скрещенном поле. Исследовано поведение сечения процесса как функции энергии частиц и напряженности внешних полей при различных значениях массы хиггсовского бозона. Показано, что имеет место логарифмический рост сечения фотопроцесса в области сверхвысоких энергий до величины, существенно превосходящей сечение реакции  $e^+ + e^- \rightarrow Z + H$ , рассматриваемой на сегодняшний день как наиболее вероятный канал рождения хиггсовских бозонов.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Наряду с принципом калибровочной инвариантности одним из ключевых элементов стандартной модели электрослабых взаимодействий является хиггсовский механизм возникновения масс калибровочных бозонов и компенсации расходимостей, основанный на явлении спонтанного нарушения симметрии.

На сегодняшний день фундаментальный массивный хиггсовский бозон, на существовании которого основана теория Вайнберга–Салама–Глешоу (ВСГ), пока не найден. Экспериментальное обнаружение скалярных хиггсовских бозонов явилось бы решающей проверкой стандартной модели, а в более широком смысле и самой идеи о реализации хиггсовского механизма спонтанного нарушения симметрии в физике элементарных частиц.

В теории ВСГ массы  $W^\pm$ - и  $Z$ -бозонов, а также вакуумное среднее  $v$  хиггсовского поля выражаются через постоянную тонкой структуры  $\alpha$ , константу Ферми  $G_F$  и угол  $\theta_W$  Вайнберга [1, 2]:

$$M_W = \left( \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F} \right)^{1/2} \frac{1}{\sin\theta_W} = 80.37 \pm 0.19 \text{ ГэВ},$$

$$M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta_W} = 91186.3 \pm 1.9 \text{ МэВ}, \quad v = \left( \sqrt{2}G_F \right)^{-1/2} \simeq 246 \text{ ГэВ},$$

в то время как масса хиггсовской частицы  $M_H$  является свободным параметром модели и связана с неизвестным безразмерным параметром  $\lambda$ , характеризующим самодействие хиггсовских скаляров:

$$M_H = \lambda v.$$

\*E-mail: zhukovsk@th180.phys.msu.su

Так как в теории ВСГ константы взаимодействия хиггсовских бозонов с другими частицами определяются массами этих частиц, связь хиггсовских бозонов с калибровочными бозонами и тяжелыми кварками оказывается гораздо сильнее связи с электронами и другими легкими частицами. Поэтому процессы совместного рождения хиггсовского бозона с калибровочными  $W^\pm$ - и  $Z$ -бозонами в  $e^+e^-$  и адронных столкновениях считаются наиболее перспективными при выборе различных механизмов рождения хиггсовского бозона и являются предметом постоянного теоретического и экспериментального исследования.

В электрон-позитронных столкновениях рождение хиггсовского бозона должно происходить в основном за счет процессов

$$e^+ + e^- \rightarrow W^+W^- \nu_e \bar{\nu}_e \rightarrow H + \nu_e + \bar{\nu}_e,$$

$$e^+ + e^- \rightarrow Z \rightarrow Z + H, \quad e^+ + e^- \rightarrow e^+e^- ZZ \rightarrow e^+ + e^- + H$$

(см. [3–6]), среди которых процесс  $e^+ + e^- \rightarrow Z + H$  является наиболее вероятным при  $\sqrt{s} \lesssim 500$  ГэВ [7], где  $\sqrt{s}$  — энергия сталкивающихся частиц в системе центра масс. Эксперименты по обнаружению процесса  $e^+ + e^- \rightarrow Z + H$  на LEP2 ограничивают массу хиггсовского бозона снизу величиной  $M_H > 75$  ГэВ [1]. При этом сечение реакции не превышает 0,3 пикобарн при  $M_H \in (50, 350)$  ГэВ и убывает с увеличением массы хиггсовского бозона [4, 7].

Принимая во внимание результаты экспериментов на Тэватроне по прямому измерению масс  $W$ -бозона и  $t$ -кварка, массу хиггсовской частицы предполагают равной  $127_{-72}^{+127}$  ГэВ, причем, как это отмечается в [1], с вероятностью 95% масса хиггсовского бозона не превышает 465 ГэВ.

Что касается верхней границы для массы  $H$ -бозона, то она в принципе не фиксируется стандартной моделью и может быть оценена лишь на основе допущений на уровне «здорового смысла». Например, если принять во внимание, что константа  $\lambda$  описывает как самодействие хиггсовских бозонов, так и взаимодействие  $W^\pm$ - и  $Z$ -бозонов между собой и с  $H$ -бозонами, то в случае когда  $M_H \gg M_Z, M_W$  между частицами возникает сильное взаимодействие, которое не описывается теорией возмущений. Детальный анализ показывает, что в этом случае масса  $H$ -бозона не должна превосходить 700 ГэВ [7–10].

Другим возможным каналом рождения хиггсовских частиц являются электрон-фотонные столкновения. Например, в работе [11] изучена зависимость сечения процесса  $e + \gamma \rightarrow W + H + \nu_e$  от массы хиггсовского бозона в диапазоне энергий  $\sqrt{s} = 200$ –2000 ГэВ, а в работе [12] рассмотрена реакция  $e + \gamma \rightarrow e\gamma\gamma \rightarrow e + H$ , в которой при условии  $\sqrt{s} > 500$  ГэВ становится возможным рождение хиггсовских бозонов с массой  $M_H > 140$  ГэВ. При этом для получения жестких фотонов предлагается использовать обратный комптон-эффект, для которого спектр рассеянного излучения при  $\chi = 2\omega E/m^2 \gg 1$  приближается к монохроматическому и имеет резкий максимум при  $\omega' \approx E$  ( $\omega, \omega', E$  — энергия падающего и рассеянного фотонов и релятивистского электрона соответственно).

Среди возможных механизмов рождения и распада  $H$ -бозонов особо следует выделить процессы, которые происходят во внешних электромагнитных полях.

Важность таких исследований связана с тем, что в интенсивном внешнем поле, с одной стороны, достигают заметных величин вероятности процессов, запрещенных в

свободном случае законом сохранения 4-импульса, а с другой стороны, внешнее поле может оказаться мощным катализатором и резко повысить информативность процессов, способных идти и без поля [13–15].

В настоящей работе изучается возможность ассоциативного рождения хиггсовского бозона и  $Z$ -бозона заряженным лептоном во внешних электромагнитных полях различной конфигурации. Вероятности процессов вычисляются методом точных решений релятивистских волновых уравнений, в котором взаимодействие заряженных частиц с внешним электромагнитным полем учитывается точно [13–16].

Во втором разделе получено выражение для вероятности процесса  $e \rightarrow e + Z + H$  в поле плоской электромагнитной волны произвольной интенсивности.

Третий раздел посвящен вычислению вероятности процесса  $e \rightarrow e + Z + H$  в постоянном скрещенном поле. Результаты этого раздела при ультрарелятивистских энергиях электрона и относительно слабых полях ( $E, H \ll H_0 = m^2/e \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс) применимы для описания процесса и в произвольном постоянном поле.

В четвертом разделе в некоторых предельных случаях найдены асимптотические формулы для вероятности процесса в постоянном скрещенном поле и для сечения процесса в поле плоской электромагнитной волны в области применимости теории возмущений по параметру интенсивности волны.

Показано, что в области высоких энергий сечение исследуемого нами фотопроцесса  $e + \gamma \rightarrow e + Z + H$  может существенно превосходить сечение реакции  $e^- + e^+ \rightarrow Z + H$ , с которой связываются определенные надежды на обнаружение хиггсовского бозона [1, 3, 4].

## 2. ПРОЦЕСС $e \rightarrow e + Z + H$ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

В стандартной модели электрослабых взаимодействий матричный элемент изучаемого процесса имеет следующий вид [17]:

$$\langle f | S^{(2)} | i \rangle = \frac{ig^2 M_Z}{\cos^2 \theta_W \sqrt{4k_0 k'_0}} J^\mu \left[ g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{M_Z^2} \right] \frac{e_\nu^{(\lambda)*}(k')}{p^2 - M_Z^2 + i\Gamma_Z M_Z},$$

где  $\Gamma_Z \simeq 2494.7 \pm 2.6$  МэВ — ширина распада  $Z$ -бозона,  $k = (k_0, \mathbf{k})$ ,  $k' = (k'_0, \mathbf{k}')$  — 4-импульсы хиггсовского и  $Z$ -бозона в конечном состоянии,  $p$  — 4-импульс промежуточного  $Z$ -бозона,  $J^\mu$  — электрослабый ток:

$$J^\mu = \int d^4x \bar{\psi}_q(x) \gamma^\mu (g_V + g_A \gamma^5) \psi_q(x) \exp(ipx),$$

$g_A = -1/4$ ,  $g_V = -1/4 + \sin^2 \theta_W$ ,  $\psi_q(x)$  — точное решение уравнения Дирака для электрона, движущегося в заданном внешнем поле. Волновую функцию электрона в произвольном плосковолновом поле, заданном 4-потенциалом  $A^\mu = A^\mu(\varphi)$ , зависящим лишь от фазы  $\varphi = nx$  ( $n$  — волновой вектор,  $n^2 = 0$ ), можно представить в виде [14, 18]

$$\psi_q(x) = (2q_0 V)^{-1/2} \left[ 1 + \frac{e}{2(nq)} (\gamma n)(\gamma A) \right] u(q) \exp(iS_q(x)), \quad (1)$$

где  $V$  — нормировочный объем,  $u(q)$  — биспинорная амплитуда свободной плоской волны, являющаяся решением свободного уравнения Дирака:

$$(\gamma q - m)u(q) = 0, \quad q^2 = m^2,$$

а  $S_q(x)$  совпадает с классической функцией действия для частицы, движущейся в поле волны:

$$S_q(x) = -qx - \int_0^\varphi d\varphi \left[ \frac{e}{(nq)} (qA) - \frac{e^2 A^2}{2(nq)} \right]. \quad (2)$$

В интересующем нас в данном разделе случае циркулярно поляризованной волны, заданной вектор-потенциалом

$$A^\mu(x) = a_1^\mu \cos \varphi + a_2^\mu \sin \varphi,$$

$$a_1^2 = a_2^2 = a^2, \quad a_1 a_2 = 0, \quad a_1 n = a_2 n = 0, \quad \varphi = nx,$$

из формул (1) и (2) следует

$$\begin{aligned} \psi_q(x) = & \left[ 1 + \frac{e}{2(nq)} (\hat{n} \hat{a}_1 \cos \varphi + \hat{n} \hat{a}_2 \sin \varphi) \right] \times \\ & \times \frac{u(q)}{\sqrt{2Q_0}} \exp \left\{ -ie \frac{a_1 q}{(nq)} \sin \varphi + ie \frac{a_2 q}{(nq)} \cos \varphi - iQx \right\}. \end{aligned}$$

Здесь введен квазиимпульс электрона в поле волны:

$$Q^\mu = q^\mu - e^2 \frac{a^2}{2(nq)} n^\mu,$$

квадрат которого играет роль эффективной массы электрона в поле:

$$Q^2 = m_*^2 = m^2(1 + \xi^2),$$

где  $\xi = \sqrt{-e^2 a^2 / m^2}$  — классический параметр интенсивности волны, равный отношению работы поля на длине волны к энергии покоя электрона.

Квадрат модуля матричного элемента процесса усредняем по спиновым состояниям начального электрона и суммируем по поляризациям конечного электрона по обычным правилам, а суммирование по поляризациям  $Z$ -бозона проводим с помощью формулы

$$\sum_{\lambda=1,2,3} e_\nu^{(\lambda)}(k') e_\mu^{(\lambda)}(k) = - \left( g_{\mu\nu} - \frac{k'_\mu k'_\nu}{M_Z^2} \right),$$

где  $e_\nu^{(\lambda)}(k')$  — 4-вектор поляризации  $Z$ -бозона.

Проведя далее в тензорной форме интегрирование по фазовому объему хиггсовского и конечного  $Z$ -бозона, для полной вероятности процесса в единицу времени и в единицу объема получим формулу

$$\begin{aligned} W = & \frac{G_F^2}{(2\pi)^3} M_Z^6 \frac{m^2}{Q_0} \sum_{s>s_0} \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{(1+u)^2} \int_{M^2}^{\tau(u)} d\tau \frac{\sqrt{(\tau - M_Z^2 - M_H^2)^2 - 4M_Z^2 M_H^2}}{\tau((\tau - M_Z^2)^2 + (\Gamma_Z M_Z)^2)} \times \\ & \times \left\{ AE - 4g_A^2 \frac{m^2}{M_Z^2} F \left( B \frac{(\tau - M_Z^2)^2}{M_Z^4} + A \left( 2 - \frac{\tau}{M_Z^2} \right) \right) \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

$$E = (g_A^2 + g_V^2) \left[ -2\xi^2 \frac{u^2 + 2u + 2}{u + 1} (J_{s+1}^2 + J_{s-1}^2 - 2J_s^2) - \right. \\ \left. - 8J_s^2 \left( 1 - \frac{\tau}{2m^2} \right) \right] + 16(g_V^2 - g_A^2)J_s^2 + \\ + 2g_A g_V \frac{u + 2}{u + 1} J_s (J_{s-1} - J_{s+1}) \frac{(np)}{m^2} 4z \left( 1 - \frac{2\xi^2}{1 + \xi^2} \frac{u}{u_s z^2} \right), \quad u_s = \frac{2s(np)}{m_*^2}, \quad (4)$$

$$F = -2\frac{\tau}{m^2} J_s^2 + \frac{u^2}{u + 1} \xi^2 (J_{s+1}^2 + J_{s-1}^2 - 2J_s^2), \quad M = M_Z + M_H,$$

$$A = \frac{8\tau M_Z^2 + (\tau + M_Z^2 - M_H^2)^2}{12\tau M_Z^2}, \quad B = \frac{(\tau + M_Z^2 - M_H^2)^2 - \tau M_Z^2}{3\tau^2}.$$

Каждый член суммы в (3) соответствует рождению хиггсовского и  $Z$ -бозона за счет поглощения из волны  $s$  фотонов, минимальное число которых равно

$$s_0 = \frac{(M + m_*)^2 - m_*^2}{2(nq)}.$$

В формулах (3), (4) введены инвариантные переменные интегрирования  $u = -1 + (nq)/(nq')$ ,  $\tau = (sn + q - q')^2$ , причем

$$u_{1,2} = \frac{(sn + q)^2 - M^2 - m_*^2 \pm \sqrt{((sn + q)^2 - M^2 - m_*^2)^2 - 4m_*^2 M^2}}{m_*^2},$$

$$\tau(u) = \frac{(sn + q)^2 u}{1 + u} - m_*^2 u.$$

Аргумент функций Бесселя  $J(z)$  в (4) определяется формулой

$$z = 2s \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} \sqrt{\frac{u}{u_s} \left( 1 - \frac{u}{u_s} - \frac{\tau(1 + u)}{u u_s m_*^2} \right)}.$$

Отметим, что полученный результат (3), (4) является точным. Он справедлив при любых значениях классического параметра нелинейности волны, в том числе и при  $\xi^2 \gtrsim 1$ , когда взаимодействие электрона с полем интенсивной электромагнитной волны приводит к эффектам, нелинейно зависящим от плотности энергии волны.

Дальнейшее интегрирование, однако, не удастся выполнить аналитически, но при условии  $\xi \ll 1$ , соответствующем условию применимости теории возмущений по внешнему полю, когда наиболее вероятны процессы с поглощением из волны минимально возможного числа квантов, возможно провести разложение (3), (4) по степеням  $\xi^2$  (подробнее см. [14]).

Наряду с условием  $\xi^2 \ll 1$  потребуем также выполнения условия

$$2(nq) > (M + m_*)^2 - m_*^2, \quad (5)$$

при котором становится возможным процесс, идущий за счет поглощения одного фотона из волны.

В результате, разделив вероятность (3) на плотность падающего потока  $j = m^2 \kappa / 2\omega EV$  ( $\omega$  — энергия фотона,  $E$  — энергия электрона,  $\kappa = 2(nq)/m^2$ ) и положив  $\xi^2 = 4\pi\alpha/m^2\omega V$  ( $\alpha$  — постоянная тонкой структуры), получим сечение процесса  $e + \gamma \rightarrow e + Z + H$  в виде

$$\sigma = \left(\frac{eG_F m}{\pi}\right)^2 \left(\frac{M_Z^2}{\kappa m^2}\right)^2 \int_b^{1-a} \frac{d\lambda (1 - M^2/\kappa\lambda m^2)^{1/2} (1 - M_1^2/\kappa\lambda m^2)^{1/2}}{(\lambda - M_Z^2/\kappa M^2)^2} \times \\ \times \left\{ 2AC - 4g_A^2 \frac{m^2}{M_Z^2} D \left[ B \frac{m^4 \kappa^2}{M_Z^4} \left(\lambda - \frac{M_Z^2}{\kappa m^2}\right)^2 + A \left(2 - \frac{\kappa\lambda m^2}{M_Z^2}\right) \right] \right\}, \quad (6)$$

где  $\lambda = \tau/m^2\kappa$ ,

$$C = (g_V^2 + g_A^2) [2\lambda(1 - \lambda) - 1] \ln \frac{1 - \lambda}{a} - 2\lambda(g_V^2 + g_A^2)(1 - \lambda - a) + \\ + 4g_V g_A \left(\frac{1}{2} - \lambda\right) \ln \frac{1 - \lambda}{a} - 4g_V g_A(1 - \lambda - a), \quad M_1 = M_Z - M_H, \\ D = [1 - 2\lambda(1 - \lambda)] \ln \frac{1 - \lambda}{a} + 2\lambda(1 - \lambda - a), \quad b = \kappa a = \frac{1}{\kappa} \frac{M^2}{m^2},$$

причем  $A$  и  $B$  определяются согласно (4).

### 3. ПРОЦЕСС $e \rightarrow e + Z + H$ В ПОСТОЯННОМ СКРЕЩЕННОМ ПОЛЕ

В этом разделе рассматривается процесс  $e \rightarrow e + Z + H$  в постоянном скрещенном поле (напряженности магнитного и электрического полей равны по величине и ортогональны друг другу:  $|\mathbf{E}| = |\mathbf{H}|$ ,  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ , оба полевых инварианта равны нулю).

Скрещенное поле представляет собой частный случай электромагнитного поля плосковолнового типа и может быть задано потенциалом

$$A^\mu = a^\mu \varphi, \quad an = 0, \quad (7)$$

а точная волновая функция электрона в скрещенном поле получается из (1) с учетом (7):

$$\psi_q(x) = \left[ 1 + \frac{e(\gamma n)(\gamma a)}{2(nq)} \varphi \right] \frac{u(q)}{\sqrt{2q_0 V}} \times \\ \times \exp \left[ -ie \frac{(aq)}{2(nq)} \varphi^2 + ie^2 a^2 \frac{\varphi^3}{6(nq)} - i(qx) \right].$$

Вероятность процесса в скрещенном поле можно получить из общей формулы (1) с использованием волновых функций электрона в скрещенном поле в начальном и конечном состояниях. Однако здесь мы воспользуемся другим методом вычисления интересующей нас величины, который основан на точном результате (3) для случая циркулярно поляризованной волны. Действительно, в циркулярно поляризованной волне полная вероятность процесса зависит от двух инвариантных параметров  $\xi$  и  $\chi$ :

$$\xi = \sqrt{-\frac{e^2 a^2}{m^2}} = \frac{eF}{m\omega}, \quad \chi = \frac{e}{m^3} [-(F^{\alpha\beta} q_\beta)]^{1/2} = \xi \frac{(nq)}{m^2}.$$

При этом векторы напряженности электрического и магнитного полей вращаются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны с частотой, равной частоте волны.

Поэтому при  $\omega \rightarrow 0$  ( $\xi \rightarrow \infty$ ) полная вероятность процесса в поле циркулярно поляризованной волны должна в точности совпадать с вероятностью процесса в постоянном скрещенном поле [14, 15, 18]:

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} W(\xi, \chi) \equiv W(\infty, \chi) \equiv W(\chi). \quad (8)$$

Еще раз отметим, что получающийся на основе предельного перехода (8) результат является точным для случая скрещенного поля при любой энергии, а в ультрарелятивистском случае (энергия электрона  $\varepsilon \gg m$ ), как уже отмечалось выше, описывает вероятность процесса в произвольного вида постоянном внешнем электромагнитном поле напряженности  $F \ll H_0$  (более точные условия применимости см. в [14]).

Переставив порядок суммирования и интегрирования в формуле (3), получим следующее выражение для вероятности:

$$\begin{aligned} W &= \sum_{s > s_0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty du \int_{M^2}^\infty d\tau W(u, \tau, s, \varphi) = \\ &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty du \int_{(M/m)^2}^\infty d\alpha \sum_{s > s_{\min}} m^2 W(u, \alpha, s, \varphi), \end{aligned}$$

где

$$\alpha = \frac{\tau}{m^2}, \quad s_{\min} = \frac{\xi^3 u}{2\chi} \left[ 1 + \frac{1}{\xi^2} \left( 1 + \alpha \frac{u+1}{u^2} \right) \right], \quad \chi = \frac{(nq)}{m^2} \xi.$$

Так как при  $\xi^2 \gg 1$  в области изменения переменных  $z$  и  $s$ , вносящей существенный вклад в полную вероятность, они принимают значения  $z \sim s \sim \xi^3 \gg 1$ , сумму по  $s$  можно заменить интегрированием по новой переменной  $\tau$ . Для этого следует воспользоваться соотношением

$$s = \frac{\xi^3 u}{2\chi} \left( 1 + \frac{2\tau}{\xi} \right) + s_{\min}.$$

В результате получим

$$W = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty du \int_{(M/m)^2}^\infty d\alpha \int_{-\xi/2}^\infty d\tau \frac{\xi^2 u}{\chi} m^2 W(\varphi, u, \tau, \alpha). \quad (9)$$

Далее воспользуемся асимптотикой функций Бесселя, через которые выражается величина  $W(\varphi, u, \tau, \alpha)$ , в случае, когда их аргумент и индекс с ростом  $\xi^2$  стремятся к бесконечности, причем отношение последних стремится к единице [19]:

$$J_s(z) \simeq \frac{1}{\pi} \left( \frac{2}{s} \right)^{1/3} \Phi(y),$$

где  $\Phi(y)$  — функция Эйри, аргумент которой определяется формулой

$$y = \left(\frac{s}{2}\right)^{2/3} \left(1 - \frac{z^2}{s^2}\right) = \left(\frac{u}{2\chi}\right)^{2/3} \left[1 + \alpha \frac{u+1}{u^2} + \tau^2\right].$$

Интеграл по угловой переменной  $\tau$  в формуле (9) после предельного перехода  $\xi \rightarrow \infty$  вычисляется с помощью известных из теории функций Эйри соотношений [14]. В итоге для полной вероятности процесса  $e \rightarrow e + Z + H$  в постоянном скрещенном поле получим следующее представление:

$$W = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{G_F^2 M_Z^6}{(2\pi)^3 Q_0} \left(\frac{m}{M}\right)^2 \int_0^1 \frac{dx}{(1 - x M_Z^2/M^2)^2} \times \\ \times (1-x)^{1/2} \left(1 - x \frac{M_1^2}{M^2}\right)^{1/2} \int_0^\infty \frac{du}{(u+1)^2} G(u, x), \tag{10}$$

где

$$G(u, x) = 4F_1 G_1 - 8g_A^2 \frac{m^2}{M_Z^2} G_2 \left[ \frac{F_2}{x^2} \left(1 - x \frac{M_Z^2}{M^2}\right)^2 \left(\frac{M}{M_Z}\right)^4 + \right. \\ \left. + \frac{F_1}{x} \left(\frac{M}{M_Z}\right)^2 \left(2x \frac{M_Z^2}{M^2} - 1\right) \right], \\ G_1 = 4(g_A^2 - g_V^2) \Phi_1 + (g_A^2 + g_V^2) \left[ \left(2 - \left(\frac{M}{m}\right)^2 x\right) \Phi_1 - 2 \frac{u^2 + 2u + 2}{u+1} \Phi' \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3} \right], \\ G_2 = \left(\frac{M}{m}\right)^2 x \Phi_1 + 2 \frac{u^2}{u+1} \Phi' \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}, \\ F_1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \left(1 - \frac{M_H^2}{M_Z^2}\right) + \frac{1}{12} \left(\frac{M}{M_Z}\right)^2 \frac{1}{x} + \frac{1}{12} \left(1 - \frac{M_H^2}{M_Z^2}\right)^2 \left(\frac{M_Z}{M}\right)^2 x, \\ F_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{M_Z^2 - M_H^2}{M^2} x + \frac{(M_Z^2 - M_H^2)^2}{3M^4} x^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{M_Z}{M}\right)^2 x. \tag{11}$$

В формуле (11) наряду с функцией Эйри  $\Phi(z)$  использована и связанная с ней функция

$$\Phi_1(z) = \int_z^\infty \Phi(t) dt,$$

аргумент которой равен

$$z = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left[1 + \left(\frac{M}{m}\right)^2 \frac{1}{x} \frac{u+1}{u^2}\right]. \tag{12}$$



Заметим, что в случае постоянного магнитного поля  $\mathbf{H} \uparrow \uparrow z$  с напряженностью  $H \ll H_0 = m^2/e = 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс и ультрарелятивистского электрона с нулевым продольным импульсом (энергия  $E \gg m$ ,  $p_z = 0$ ), в формулах (10)–(12) спектральная переменная и динамический параметр определены следующим образом:

$$u = \frac{p_{\perp}}{p'_{\perp}} - 1 = \sqrt{\frac{n}{n'}} - 1, \quad \chi = \frac{H}{H_0} \frac{p_{\perp}}{m},$$

где  $p_{\perp} = \sqrt{2eHn}$  — поперечный импульс электрона в магнитном поле,  $n$  — главное квантовое число, причем уровни энергии электрона в магнитном поле определяются формулой [16]:

$$E = \sqrt{2eHn + m^2 + p_z^2}.$$

#### 4. ПРЕДЕЛЬНЫЕ СЛУЧАИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Обсудим сначала некоторые результаты, следующие из исследованного в разд. 3 процесса ассоциативного рождения электроном хиггсовского бозона с  $Z$ -бозоном в постоянном скрещенном поле.

В области  $\chi \ll (M/m)^2$  основной вклад в (10) дает область  $z \gg 1$ , когда для функций Эйри справедлива асимптотика

$$\Phi(z) \simeq \frac{1}{2} z^{-1/4} \exp\left(-\frac{2}{3} z^{3/2}\right). \quad (13)$$

Используя (13), вычисление интеграла по спектральной переменной в (10) проведем с помощью метода перевала, причем точка перевала является решением уравнения

$$2 - \frac{\lambda}{u_0} - 4 \frac{\lambda}{u_0^2} = 0, \quad \lambda = \left(\frac{M}{m}\right)^2 \frac{1}{x},$$

откуда  $u_0 \simeq \lambda/2 \gg 1$ .

В результате получаем

$$W = \frac{G_F^2 M_Z^6}{(2\pi)^3 Q_0} \frac{16}{\sqrt{3}} \chi \int_{\left(\frac{M}{m}\right)^2}^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda} G(\lambda) \left[1 - \frac{M^2}{m^2 \lambda}\right]^{1/2} \exp\left[-\sqrt{3} \frac{\lambda}{\chi}\right], \quad (14)$$

где

$$G(\lambda) = \left[1 - \frac{M_1^2}{m^2 \lambda}\right]^{1/2} \frac{1}{(\lambda - M_Z^2/m^2)^2} \times \\ \times \left\{ (g_V^2 + g_A^2) F_1 + 2g_A^2 \left(\frac{m}{M_Z}\right)^2 \left[ F_2 \frac{m^4}{M_Z^4} \left(\lambda - \frac{M_Z^2}{m^2}\right)^2 + F_1 \left(2 - \lambda \frac{m^2}{M_Z^2}\right) \right] \right\}.$$

Интеграл в (14) по переменной  $\lambda$  вычисляется снова с помощью метода перевала.

Результат для полной вероятности процесса в случае относительно малых значений динамического параметра, когда  $\chi \ll (M/m)^2$ , имеет вид

$$W \simeq \frac{8G_F^2 M_Z^6 \sqrt{2\pi}}{(2\pi)^3 Q_0 \psi^{5/2}} \left(\frac{M}{m}\right)^2 G\left(\frac{M^2}{m^2}\right) \exp(-\psi),$$

$$\psi = \sqrt{3} \left(\frac{M}{m}\right)^2 \frac{1}{\chi}.$$

При этом в последней формуле функция  $G(\lambda)$  в соответствии с методом перевала взята в точке перевала  $\lambda = (M/m)^2$ .

Следует отметить, что экспоненциальная зависимость вероятности процесса в области относительно малых значений динамического параметра  $\chi$  характерна для процессов, запрещенных в отсутствие внешнего поля.

Найдем далее вероятность процесса в наиболее интересном случае больших значений динамического параметра, когда  $\chi \gg (M/m)^2$ .

В существенной области аргумент функций Эйри (12) можно в рассматриваемом предельном случае положить равным

$$z \simeq \left(\frac{M}{m}\right)^2 \frac{1}{\chi^{2/3} u^{1/3} x}. \tag{15}$$

Заметим, что если при  $\chi \ll (M/m)^2$  основной вклад в интеграл по спектральной переменной дает окрестность точки перевала  $u_0 \simeq \lambda/2 \geq (1/2)(M/m)^2 \gg 1$ , то при  $\chi \gg (M/m)^2$  доминирующим является вклад уже относительно широкой области  $1 \ll u \ll (M/m)^2$ .

С учетом (15) интегрирование по переменной  $u$  проводим с помощью интегралов

$$\int_0^\infty t \Phi'(t) dt = -\Phi_1(0) = -\frac{\sqrt{\pi}}{3},$$

$$\int_0^\infty t^2 \Phi_1(t) dt = \frac{2}{3} \Phi_1(0).$$

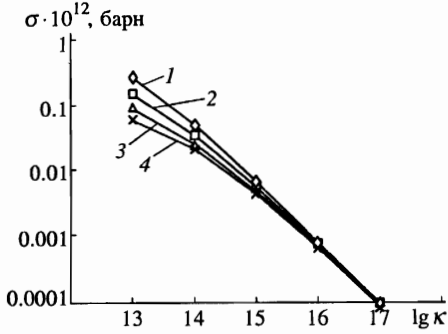
В результате находим

$$W = -\frac{16G_F^2 M_Z^6}{3(2\pi)^3 Q_0} \left(\frac{m}{M}\right)^6 \chi^2 \times$$

$$\times \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(1 - x M_Z^2/M^2)^2} (1-x)^{1/2} \left(1 - x \frac{M_1^2}{M^2}\right)^{1/2} \times$$

$$\times \left\{ (g_V^2 + g_A^2) F_1 + 2g_A^2 \left(\frac{m}{M_Z}\right)^2 \left[ \frac{F_2}{x^2} \left(1 - x \frac{M_Z^2}{M^2}\right)^2 \left(\frac{M}{M_Z}\right)^4 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{F_1}{x} \left(\frac{M}{M_Z}\right)^2 \left(2x \frac{M_Z^2}{M^2} - 1\right) \right] \right\}. \tag{16}$$



Зависимость сечения процесса  $e + \gamma \rightarrow e + Z + H$  от параметра  $\kappa$  для различных значений массы хиггсовского бозона  $M_H = 100$  (1), 200 (2), 300 (3), 400 (4) ГэВ

Интеграл по  $x$  в (16) является табличным, но ввиду громоздкости результата мы здесь приводим только асимптотику вероятности (16) при  $M_H \gg M_Z$  и ее значение при  $M_H = M_Z$ :

$$W = C(g_V^2 + g_A^2) \begin{cases} \frac{1}{240} \left(\frac{M_H}{M_Z}\right)^2, & M_H \gg M_Z, \\ \frac{16(23\sqrt{3}\pi - 125)}{9}, & M_H = M_Z, \end{cases} \quad (17)$$

где

$$C = \frac{16}{3} \frac{G_F^2 M_Z^6}{(2\pi)^3 Q_0} \left(\frac{m}{M}\right)^6 \chi^2.$$

Результат (17) в случае  $M_H \gg M_Z$  с точностью до числового множителя порядка единицы согласуется с результатом работы [20], где вычислена вероятность процесса  $e \rightarrow e + Z + H$  в сверхсильном магнитном поле и показано, что ассоциативное рождение хиггсовского бозона с калибровочным  $Z$ -бозоном в сверхсильном магнитном поле может быть достаточно вероятным процессом.

Перейдем теперь к изучению предельных случаев формулы (6), описывающей сечение фотопроцесса  $e + \gamma \rightarrow e + Z + H$ .

На рисунке изображен график зависимости сечения процесса  $e + \gamma \rightarrow e + Z + H$  от параметра  $\kappa$ , построенный с помощью формул (6) при различных значениях массы хиггсовского бозона  $M_H$ . Вблизи порога реакции, когда, согласно (5),  $\kappa \gtrsim M^2/m^2 \approx \approx 10^{11}-10^{12}$  ГэВ, сечение реакции мало по сравнению с сечением реакции  $e^- + e^+ \rightarrow Z + H$ .

Сечение реакции  $e^- + e^+ \rightarrow Z + H$  при  $\sqrt{s} \gg M_H$  ( $\sqrt{s}$  — энергия сталкивающихся частиц в системе центра инерции) убывает пропорционально  $s^{-1}$  и определяются формулой [17]

$$\sigma(e^+ + e^- \rightarrow Z + H) = \frac{G_f^2 M_Z^4}{48\pi s} (1 - 4 \sin^2 \theta_W + 8 \sin^4 \theta_W), \quad (18)$$

в то время как из (6) в логарифмическом приближении ( $\ln(\kappa m^2/M^2) \gg 1$ ) получаем

$$\sigma(e^- + \gamma \rightarrow e^- + Z + H) = \begin{cases} \sigma_1, & k \gg 1, \\ \sigma_2, & k \ll 1, \end{cases}$$

$$k = \frac{1}{\kappa} \left( \frac{M_Z}{m} \right)^4 \ln \frac{\kappa m^2}{M^2},$$

$$\sigma_1 = \frac{1}{3} (g_V - g_A)^2 \left( \frac{eG_f m}{\pi} \right)^2 \frac{1}{\kappa} \left( \frac{M_Z}{m} \right)^4 \ln \left( \frac{\kappa m}{M} \right) \ln \left( \frac{\kappa m^2}{M^2} \right), \quad (19)$$

$$\sigma_2 = \frac{2}{3} g_A^2 \left( \frac{eG_f m}{\pi} \right)^2 \ln \frac{\kappa m^2}{M^2}.$$

В случае лобового столкновения фотона с энергией, равной энергии электрона, из формул (18), (19) находим

$$\frac{\sigma(e + \gamma \rightarrow e + Z + H)}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow Z + H)} \simeq \begin{cases} C_1, & k \gg 1, \text{ т. е. } \kappa \ll 10^{22}, \\ C_2, & k \ll 1, \text{ т. е. } \kappa \gg 10^{23}, \end{cases}$$

$$C_1 = 5\alpha \ln \left( \frac{2E}{m} \right) \ln \left( \frac{4E^2}{Mm} \right), \quad C_2 = \alpha \ln \left( \frac{2E}{M} \right) \kappa \left( \frac{m}{M_Z} \right)^4, \quad (20)$$

где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры.

Условия применимости формул (19), (20) выполняются в широком диапазоне значений энергий и напряженностей полей. Так, например, когда  $E > 1000$  ГэВ, получаем  $C_1 > 10$ . Таким образом, как это следует из (20), в области высоких энергий сечение исследуемого нами процесса может существенно превосходить сечение реакции  $e^+ + e^- \rightarrow Z + H$ , которая на сегодняшний день рассматривается как наиболее вероятный канал рождения хиггсовских бозонов.

Авторы выражают благодарность А. В. Борисову и А. С. Вшивцеву за обсуждение результатов работы.

## Литература

1. J.-F. Grivaz, Preprint LAL 97-60, 19 (1997).
2. Л. Б. Окунь, *Лептоны и кварки*, Наука, Москва (1990).
3. V. Barger, K. Cheung, R. J. N. Phillips et al., Phys. Rev. D **46**, 3725 (1992).
4. V. Barger, K. Cheung, A. Djouadi et al., Phys. Rev. D **49**, 79 (1994).
5. E. Boos, M. Sachniz, H. J. Schreiber et al., Int. J. Mod. Phys. A **10**, 2067 (1995).
6. W. Kilian, M. Kramer, and P. M. Zerwas, Phys. Lett. B **373**, 135 (1996).
7. P. M. Zerwas, Preprint DESY 94-001, 46, Updated May 1996.
8. J. Kuti and Lee Lin Yue Shen, Phys. Rev. Lett. **61**, 678 (1988).
9. G. Altirelli and G. Isidori, Phys. Lett. B **337**, 141 (1994).
10. J. Casas, J. Espinosa, and M. Quiros, Phys. Lett. B **342**, 171 (1995).
11. K. Hagiwara, I. Watanabe, and P. M. Zerwas, Phys. Lett. B **278**, 187 (1992).
12. O. J. P. Eboli, M. C. Gonzales-Garsia, and S. F. Novaes, Phys. Rev. D **49**, 91 (1994).
13. И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский, А. В. Борисов, *Квантовые процессы в сильном внешнем поле*, МГУ, Москва (1989).
14. В. И. Ритус, Труды ФИАН **111**, 5 (1979); А. И. Никишов, Труды ФИАН **111**, 152 (1979).
15. А. В. Борисов, А. С. Вшивцев, В. Ч. Жуковский, П. А. Эминов, УФН **167**, 241 (1997).
16. А. А. Соколов, И. М. Тернов, *Релятивистский электрон*, Наука, Москва (1983).
17. S. L. Glashow, D. V. Nanopoulos, and A. Yildiz, Phys. Rev. D **18**, 1724 (1978).
18. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **46**, 776 (1964).
19. Г. Бейтмен, А. Эрдеи, *Высшие трансцендентные функции*, том 2, Наука, Москва (1974).
20. П. А. Эминов, ЖЭТФ **98**, 34 (1990).