

ПОВЕРХНОСТНОЕ СЦЕПЛЕНИЕ И ВАРИАЦИИ ШАГА В ТОНКИХ СЛОЯХ СМЕКТИКОВ C^* В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. А. Беляков^{a}, Е. И. Кац^{ab}*

^a *Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

^b *Institute Laue-Langevin
F-38042, Grenoble, France*

Поступила в редакцию 9 апреля 2001 г.

Теоретически исследованы вариации во внешнем электрическом поле в тонких планарных слоях шага сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллов и их зависимость от силы поверхностного сцепления. Предполагается, что механизмом изменения числа полувитков спиральной структуры в слое конечной толщины при изменении приложенного поля является проскальзывание директора на поверхности слоя через барьер потенциала поверхностного сцепления. Приведены и проанализированы уравнения, описывающие вариации шага во внешнем поле и, в частности, гистерезис скачкообразных изменений шага при противоположных направлениях изменения поля для его произвольных значений. При слабом поле выявлен универсальный характер вариаций шага в слое, который зависит только от безразмерного параметра $S_d = K_{22}/dW$, где K_{22} — модуль кручения Франка, W — величина потенциала поверхностного сцепления и d — толщина слоя. Обсуждены возможности прямого определения формы потенциала сцепления по результатам соответствующих измерений. Для значений параметров задачи, при которых изменения шага слабо зависят от направления поля, приложенного в плоскости, перпендикулярной спиральной оси сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллов, выполнены численные расчеты отклонений директора от направления выстраивания на поверхности слоя и изменений шага, а также точек их скачков и гистерезиса скачков по полю для модельного потенциала сцепления Рапини. Обсуждены изменения характера вариаций шага в более сильных полях и сформулированы оптимальные условия для наблюдения выявленных эффектов.

PACS: 61.30.-v, 68.10.Cg

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время усилился интерес к детальным исследованиям сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллов (или смектиков C^*), которые обладают уникальными свойствами, так как характеризуются не только локальной анизотропией диэлектрических характеристик, но и обладают спонтанной электрической поляризацией (см., например, [1]). Отчасти это связано с общефизическими причинами (эти кристаллы демонстрируют большое количество разнообразных и нетривиальных по структуре фаз, (см., например, монографию [2])). Отчасти — потому, что до сих пор полностью не реализованы в приложениях многочислен-

ные дополнительные достоинства киральных жидких кристаллов по сравнению с традиционно применяемыми нематическими. Поскольку в настоящее время смектики C^* широко используются для создания устройств отображения информации, управляемых оптических транспарантов и для многих других целей, изучение их свойств в ограниченных геометриях чрезвычайно актуально. Исследование оптических характеристик тонких слоев киральных жидких кристаллов, в том числе в условиях действия на них внешних воздействий, позволяет получить важную (как для приложений, так и для понимания физики жидких кристаллов) информацию об изменениях их структуры в тонких слоях и динамике этих изменений.

*E-mail: bel@cpd.landau.ac.ru

Известно, что в тонких планарных слоях ки-

ральных жидких кристаллов при наличии сил поверхностного сцепления происходят скачкообразные изменения шага при непрерывном изменении какого-либо внешнего воздействия [1, 3]. Лучше всего эти скачкообразные изменения известны для шага холестериков при температурных изменениях [4, 5]. Они, в частности, проявляются в весьма тонких измерениях по линейной и нелинейной оптике жидких кристаллов [6, 7]. Более того, в скачкообразных изменениях шага спиральных структур киральных жидких кристаллов проявляется температурный гистерезис [4, 5]. Это приводит к явлениям бистабильности жидких кристаллов, что, как известно, представляется весьма важным с точки зрения многочисленных приложений жидких кристаллов.

Явления, подобные упомянутому температурному гистерезису, должны существовать во внешних полях, прикладываемых к тонким слоям киральных жидких кристаллов при действии сил сцепления на поверхностях этих слоев (см., например, [8, 9]). Однако соответствующие изменения параметров этих кристаллов, особенно гистерезис этих изменений, во внешних электрических или магнитных полях остаются менее изученными, хотя скачки и гистерезис в изменениях параметров во внешнем поле представляют физический интерес.

Теоретическому рассмотрению вариаций шага в тонких слоях сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллов во внешнем электрическом поле и посвящена настоящая статья. Соответствующая задача является более сложной, чем задача о температурных вариациях шага в тонких слоях с поверхностным сцеплением, поскольку при действии поля происходят не только изменения шага спирали жидких кристаллов, но и искажение самой спирали (она перестает быть гармонической). В частности, в киральных жидких кристаллах за счет конкуренции между киральностью, которая способствует неоднородной спиральной упорядоченности молекул, и действием внешнего поля, которое стремится упорядочить молекулы по полю, имеют место так называемые фрустрации. Компромисс между этими противоположными тенденциями (и, соответственно, устранение фрустраций) может достигаться в системе за счет образования доменных стенок или солитонов, разделяющих области с практически однородной ориентацией. Например, в магнитном поле (или для случая холестериков, у которых отсутствует спонтанная поляризация, в электрическом поле) идеальная спираль поля директора превращается в решетку 2π -солитонов (т. е. области однородной ориентации директора по полю разделены доменны-

ми стенками, в которых осуществляется изменение ориентации на 2π), тогда как в электрическом поле в случае сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллов имеется решетка π -солитонов.

В данной работе найдены условия, при которых для описания изменений структуры сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллов в слоях во внешнем поле оказывается применимой простая континуальная теория упругости с учетом сил поверхностного сцепления. Для этих условий выполнен общий анализ вариаций шага, в том числе скачков шага, в поле и анализ гистерезиса этих вариаций. Показано, что при достаточно малых полях реализуется универсальное поведение вариаций шага в слое при наложении внешнего электрического поля, аналогичное температурным вариациям шага киральных жидких кристаллов [10]. Выполнены численные расчеты вариаций шага и гистерезиса скачков шага сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллов в электрическом поле для сильного поверхностного сцепления и выявлены эффекты, доступные экспериментальному наблюдению.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим поведение шага спирали в тонком планарном слое смектика C^* , помещенном в электрическое поле, перпендикулярное спиральной оси. Аналогичная задача для неограниченного холестерика впервые рассматривалась в [11, 12], для неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла — в [13], а для холестерического слоя со спиральной осью, перпендикулярной и параллельной поверхности — соответственно в работах [14] и [15]. Будем считать тождественными силы поверхностного сцепления на обеих поверхностях слоя и заданными (и, вообще говоря, различными) направлениями осей выстраивания директора на обеих поверхностях. Задача о раскрутке спирали в слое сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла при наличии сил поверхностного сцепления и, в частности, о скачках шага спирали качественно отличается от соответствующей задачи в неограниченном кристалле. В случае ограниченной геометрии с поверхностным сцеплением простые равновесные модели жидких кристаллов не всегда могут правильно описать поведение сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла под влиянием внешнего воздействия. В частности, найденные в таких моделях точки скачкообразного изменения параметров жидких кристаллов в слое могут не соответствовать ре-

альному ходу процесса. Для правильного описания вариаций поля директора в этих случаях требуется привлечение к рассмотрению динамики жидких кристаллов. Простейшая иллюстрация этого факта — поведение спирали под влиянием внешнего воздействия в слое сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла с бесконечно сильным поверхностным сцеплением. В рамках простой континуальной теории с учетом поверхностного сцепления вариации внешнего воздействия не могут изменить числа витков спирали на толщине слоя, а просто искажают спираль. В реальности же даже для очень сильного сцепления под влиянием внешнего воздействия (поля, температуры и т. д.) происходит изменение числа витков спирали в слое, так что система приходит в равновесное состояние, соответствующее величине приложенного внешнего воздействия. В моделях, учитывающих динамику жидких кристаллов, такие переходы возможны благодаря флуктуациям ориентации директора. Пример бесконечно сильного поверхностного сцепления описывает экстремальную ситуацию, в которой простая теория не справедлива вовсе. В общем случае конечной силы поверхностного сцепления флуктуации сдвигают (по величине внешнего воздействия) точки скачков параметров жидкокристаллического слоя, найденные в континуальном подходе, в сторону уменьшения наблюдаемого гистерезиса в изменениях параметров слоя. Причем в некоторых случаях именно флуктуации определяют механизм скачка, в других же случаях они приводят к упомянутому сдвигу точек скачков, найденных в континуальном подходе. То, какой механизм скачка осуществляется в каждом конкретном случае, определяется параметрами задачи о жидких кристаллах в слое. Ниже предполагается, что механизмом скачка является преодоление директором на поверхности барьера потенциала поверхностных сил сцепления, и поэтому рассмотрение задачи ведется в соответствующей области значений параметров жидких кристаллов в слое (см. [10]).

Отметим, что в отличие от работ [11, 12, 14], соответствующих случаю отсутствия спонтанной сегнетоэлектрической поляризации в жидких кристаллах, ниже не предполагается равенства нулю спонтанной поляризации в сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллах. Запишем выражение для свободной энергии слоя в электрическом поле в виде

$$F(\mathbf{E}) = F_S + \int F_V(\mathbf{E})dV, \quad (1)$$

где $F_V(\mathbf{E})$ — объемная плотность свободной энергии сегнетоэлектрических киральных жидких кристал-

лов во внешнем электрическом поле \mathbf{E} , F_S — поверхностная свободная энергия, а интегрирование ведется по объему слоя.

Поверхностная свободная энергия выражается через потенциал поверхностного сцепления и в простейшем случае определяется соотношением

$$F_S = \sum W_S(\varphi_{iS}), \quad (2)$$

где суммирование ведется по обоим поверхностям слоя, а $W_S(\varphi)$ — поверхностный потенциал сцепления, в котором φ_{iS} — угол отклонения директора на i -й поверхности слоя от направления выстраивания.

Как отмечалось, сегнетоэлектрические киральные жидкие кристаллы представляют собой уникальные системы, в которых существует спонтанная электрическая поляризация и в общем случае в свободной энергии необходимо учитывать как линейный по электрическому полю вклад, обязанный отличной от нуля спонтанной поляризации, так и квадратичный по полю вклад, обусловленный анизотропией диэлектрической проницаемости. Более того, как хорошо известно [3, 16, 17], в жидких кристаллах любая деформация поля директора может привести к возникновению электрической дипольной поляризации (так называемый флексоэлектрический эффект), и в случае сильных деформаций поля директора соответствующий вклад в свободную энергию жидких кристаллов в электрическом поле может быть сопоставимым с упомянутыми выше диэлектрическим и сегнетоэлектрическим вкладами.

Поверхностное сцепление, так же, как и внешнее поле, приводит к фрустрациям, однако компромисс между противоположными тенденциями в этом случае может быть достигнут проще, так как киральность существенна во всем объеме жидкого кристалла, а поверхностное сцепление действует только в достаточно узком поверхностном слое $\xi \approx K/W$, где K — характерный модуль упругости, а W — характерный потенциал сцепления.

В общем случае W является функцией полярного и азимутального углов директора с нормалью к поверхности $W(\theta, \varphi)$ и задача минимизации полной свободной энергии становится очень сложной. Имея в виду получение в основном качественных закономерностей, мы предположим, что $W(\theta, \varphi)$ факторизуется ($W(\theta, \varphi) = W_1(\theta)W_2(\varphi)$), причем $W_1(\theta) = W_1(\theta - \theta_0)$, где θ_0 — угол наклона директора, а сам потенциал $W_1(\theta)$ таков, что имеет место очень сильное сцепление по полярному углу ($\theta - \theta_0$). Что касается функции $W_2(\varphi)$, то для нее энергия сцепления может быть произвольной.

Мы не считаем, что такая упрощенная модель поверхностной энергии обязательно осуществляется во всех известных сегнетоэлектрических киральных жидких кристаллах. Наша цель значительно более скромная — рассмотреть следствия нашей упрощенной модели и сравнить их с экспериментальными данными. Отметим также, что для случая холестерических жидких кристаллов наш модельный потенциал сцепления (с $\theta_0 = 0$) физически вполне оправдан.

Рассмотрим сначала случай холестерических жидких кристаллов, в которых отсутствует спонтанная поляризация. В этом случае объемная часть плотности свободной энергии $F_V(\mathbf{E})$ имеет хорошо известный вид

$$F_V(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} [K_{11}(\text{div } \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \text{rot } \mathbf{n} - q_0)^2 + K_{33}[\mathbf{n} \times \text{rot } \mathbf{n}]^2] + \frac{\varepsilon_a(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})^2}{8\pi} + e_1 \mathbf{E} \cdot [\mathbf{n} \times \text{rot } \mathbf{n}] + e_3 \mathbf{n} \cdot \text{div } \mathbf{n}, \quad (3)$$

где K_{ii} — упругие модули, $q_0 = 2\pi/p_0$, p_0 — равновесный для неограниченного жидкого кристалла шаг холестерической спирали, а e_1, e_3 — флексоэлектрические коэффициенты.

Киральные сегнетоэлектрические смектические жидкие кристаллы обладают спонтанной поляризацией \mathbf{P}_s , направление которой однозначно определяется симметричными соображениями: $\mathbf{P}_s = P_s \mathbf{n} \times \mathbf{l}$, где \mathbf{l} — единичный вектор, перпендикулярный смектическим слоям.

Таким образом, для этих кристаллов необходимо добавить в свободную энергию (3) дополнительное слагаемое $\mathbf{P}_s \mathbf{E}$. Учитывая симметричные свойства смектика C^* , его директор \mathbf{n} можно представить в виде $\mathbf{n} = \mathbf{l} \cos \theta + \mathbf{c} \sin \theta$, где θ — угол наклона молекул в смектических слоях, определяемый межмолекулярными силами, а \mathbf{c} — так называемый c -директор, выделяющий определенное направление в плоскости смектических слоев.

Упругая энергия сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла содержит также вклад, обусловленный сжатием смектических слоев, на который, однако, не влияет внешнее поле, и поэтому он может быть опущен из рассмотрения. Ориентационная часть энергии, существенная для нашего рассмотрения, может быть представлена в виде разложения по градиентам \mathbf{l} и \mathbf{c} (удобно также ввести третий вектор $\mathbf{p} = \mathbf{c} \times \mathbf{l}$, чтобы иметь орты локальной системы координат).

Общее выражение для свободной энергии сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла

ввиду его низкой симметрии оказывается очень громоздким (например, оно содержит 14 только флексоэлектрических слагаемых!). Учитывая, что значения феноменологических констант, входящих в соответствующие слагаемые, известны не очень хорошо, мы рассмотрим ниже простейшую ситуацию, в которой единственной допустимой деформацией будем считать деформацию кручения, что приведет к следующему выражению для плотности объемной свободной энергии [13, 16] (где в случае холестерика следует считать $\mathbf{P}_s = 0$):

$$F_V(\mathbf{E}) = \frac{K_{22}d}{2} \left(\frac{d\varphi}{dz} - \frac{2\pi}{p_0} \right)^2 + EP_s \cos \varphi + \frac{\varepsilon_a E^2}{16\pi} \cos 2\varphi, \quad (4)$$

где K_{22} — упругий модуль кручения, p_0 — равновесное в отсутствие поля значение шага спирали в массивном сегнетоэлектрическом киральном жидком кристалле, φ — азимутальный угол ориентации молекул, отсчитываемый от направления приложенного поля, ε_a — диэлектрическая анизотропия жидкого кристалла, \mathbf{P}_s — его спонтанная поляризация, d — толщина слоя.

Того же типа выражение для свободной энергии в общем случае относится и к граничным областям слоя. Чтобы получить его, необходимо выписать все возможные инварианты, сконструированные из трех векторов $\mathbf{p}, \mathbf{c}, \mathbf{l}$, для обеих поверхностей слоя. Кроме того, необходимо в общем случае принять во внимание, что угол наклона молекул на поверхности может отличаться от его значения в объеме слоя, а параметр порядка не остается постоянным по толщине слоя [18]. Более того, на поверхности слоя сегнетоэлектрического жидкого кристалла может возникнуть доменная структура. Физический механизм, ответственный за эту доменную структуру, связан с дипольным взаимодействием. Кроме того, поляризация благодаря дипольному взаимодействию может модифицировать пространственное распределение параметра порядка. Это взаимодействие следует добавить в поверхностную и объемную энергии путем введения так называемого поля деполяризации \mathbf{E}_d [19] в виде слагаемого $-\mathbf{E}_d(\mathbf{P}_s + \mathbf{P}_f)/2$, где \mathbf{P}_s и \mathbf{P}_f — соответственно спонтанная и флексоэлектрическая поляризации.

Для тонкого слоя толщиной d и неограниченно вдоль поверхности это поле отлично от нуля, если только направление суммарной поляризации $\mathbf{P} = \mathbf{P}_s + \mathbf{P}_f$ не параллельно поверхности слоя. Вводя угол χ между нормалью к поверхности и поляри-

зацией \mathbf{P} , выражение для поля деполяризации можно представить в виде [19]

$$\mathbf{E}_d(z) = -4\pi\epsilon_0 \cos^2 \chi \left[\mathbf{P}(z) - \frac{l}{d} \int \mathbf{P}(z) dz \right], \quad (5)$$

где ϵ_0 — изотропная составляющая диэлектрической проницаемости, а интегрирование ведется по толщине слоя.

В принципе можно рассмотреть поведение сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в поле, учитывая все обсуждавшиеся выше вклады в свободную энергию слоя. Однако для сравнения с экспериментом необходимо знание многих феноменологических параметров, большая часть которых, к сожалению, неизвестна. Поэтому ниже мы не будем заниматься минимизацией свободной энергии слоя в ее самом общем виде при наличии неизвестных параметров, поскольку теория при этом теряет свою предсказательную силу. Вместо этого ниже будет использован принцип, так сказать, минимальных требований, т. е. рассмотрение будет проводиться в простейшей, но не в тривиальной модели, которая при сравнительно слабых ограничениях общности обеспечивает предсказания, доступные проверке в эксперименте. Это означает, что будет использовано выражение для свободной энергии в форме (4) в предположении, что направление вектора поляризации \mathbf{P} жестко связано с директором \mathbf{n} , а также в пренебрежении дипольным взаимодействием. При этом энергия поверхностного сцепления принимает стандартный вид (2) и оказывается зависящей только от азимутального угла φ_S между направлением директора на поверхности и направлением выстраивания. Уравнение, описывающее пространственные изменения ориентации директора в поле, т. е. $\varphi(z)$, где ось z определяет направление спиральной оси и перпендикулярна поверхности слоя, может быть получено обычным образом [11–13] из условия минимума свободной энергии (1).

Объемная часть свободной энергии, даваемая интегралом в (1), которую обозначим $F_{IV}(\mathbf{E}, N, \varphi_{1S}, \varphi_{2S})$, где N — число полуоборотов директора на слое конечной толщины, φ_{1S} и φ_{2S} — углы, образуемые директором с направлением выстраивания на поверхностях слоя, оказывается зависящей не только от величины приложенного поля \mathbf{E} , но и от взаимной ориентации направлений директора на поверхностях слоя и направления приложенного поля. При этом процедура отыскания минимума свободной энергии (1) сведется к отысканию минимума суммы поверхностной энергии и функционала $F_{IV}(\mathbf{E}, N, \varphi_{1S}, \varphi_{2S})$ как функции

φ_{1S} и φ_{2S} . Отметим, что минимум функционала $F_{IV}(\mathbf{E}, N, \varphi_{1S}, \varphi_{2S})$ при фиксированных φ_{1S} и φ_{2S} реализуется для некоторой функции $\varphi(z)$, описывающей распределение директора по толщине слоя и соответствующей решению исходной задачи при условии бесконечно сильного поверхностного сцепления с заданными направлениями выстраивания φ_{1S} и φ_{2S} на поверхностях. Это означает, что равновесная конфигурация спирали в поле определяется уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi_{1S}} (F_S + F_{IV}(\mathbf{E}, N, \varphi_{1S}, \varphi_{2S})) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \varphi_{2S}} (F_S + F_{IV}(\mathbf{E}, N, \varphi_{1S}, \varphi_{2S})) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Равновесное для фиксированного значения поля \mathbf{E} значение свободной энергии $F(\mathbf{E})$ находится подстановкой в (1) функции $\varphi(z)$ и величин φ_{1S} , φ_{2S} , найденных из системы (6). Сама же система, определяющая равновесные значения φ_{1S} , φ_{2S} для фиксированного значения поля \mathbf{E} , дается уравнениями, содержащими потенциал поверхностного сцепления $W_S(\varphi_i)$, плотность объемной свободной энергии $F_V(\mathbf{E})$ и функцию $\varphi(z)$, задающую равновесное для значения поля \mathbf{E} распределение директора в слое:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dW_S(\varphi)}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi_{1S}} + \left(F_V(\mathbf{E}) \frac{dz}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi_{1S}} &= 0, \\ \left(\frac{dW_S(\varphi)}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi_{2S}} + \left(F_V(\mathbf{E}) \frac{dz}{d\varphi} \right)_{\varphi=\varphi_{2S}} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения (6), (7) в общем виде решают задачу о влиянии приложенного внешнего электрического поля на распределение директора в слое сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла конечной толщины при наличии сил поверхностного сцепления. Ключевым в решении поставленной задачи, как видно из системы (7), является нахождение распределения директора в слое и углов отклонения директора от направлений выстраивания на поверхностях слоя.

3. АБСОЛЮТНО ЖЕСТКОЕ ПОВЕРХНОСТНОЕ СЦЕПЛЕНИЕ

Как следует из предыдущего раздела, этапом решения задачи об искажении полем распределения директора в слое кирального жидкого кристалла конечной толщины при наличии конечных сил поверхностного сцепления является решение соответствующей задачи для бесконечно сильного поверхностного сцепления. В этом случае в выражении (1) для

свободной энергии следует оставить только объемное слагаемое, считая при этом заданными ориентации директора на обеих поверхностях слоя, т.е. считая известными углы, φ_{1S} и φ_{2S} . Теперь условия минимума свободной энергии (1) определяются теми же, что и для неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла, уравнениями Эйлера [13]:

$$K_{22} \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 + EP \sin \varphi + \frac{\varepsilon_a E^2}{8\pi} \sin 2\varphi = 0. \quad (8)$$

Первый интеграл этого уравнения тот же, что и для случая неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла:

$$\left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 - \frac{2EP}{K_{22}} \cos \varphi - \frac{\varepsilon_a E^2}{4\pi K_{22}} \cos^2 2\varphi = C_1, \quad (9)$$

где константа C_1 подлежит определению.

Таким образом, уравнение для функции $\varphi(z)$ принимает вид

$$\frac{d\varphi}{dz} = \pm \left[C_1 + \frac{2EP}{K_{22}} \cos \varphi + \frac{\varepsilon_a E^2}{4\pi K_{22}} \cos^2 2\varphi \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Интегрирование (10) задает функцию $\varphi(z)$ в неявном виде с помощью следующего соотношения:

$$z = \pm \int \left[C_1 + \frac{2EP}{K_{22}} \cos \varphi + \frac{\varepsilon_a E^2}{4\pi K_{22}} \cos^2 2\varphi \right]^{-1/2} d\varphi + C_2. \quad (11)$$

Константы C_1 и C_2 в соотношении (11) определяют равновесным распределением директора в слое жидкого кристалла при нулевом значении поля E :

$$C_1 = \frac{(\varphi_{1S} - \varphi_{2S})^2}{d^2}, \quad C_2 = \frac{d}{2} \frac{\varphi_{1S}^2 - \varphi_{2S}^2}{(\varphi_{1S} - \varphi_{2S})^2}, \quad (12)$$

где середине слоя соответствует $z = 0$, поэтому здесь углы φ_{1S} и φ_{2S} отсчитываются не от направлений выстраивания на поверхностях, а от точки $z = 0$ и, следовательно, имеют противоположные знаки, а также включают в себя набег угла, связанный с вращением директора в объеме слоя при изменении координаты вдоль оси z от его центра до поверхности. Поэтому если, например, в отсутствие поля в слое укладывается по толщине целое число полшагов, а направления выстраивания и поверхностное сцепление на обеих поверхностях слоя тождественны, то $C_1 = (2\pi/p_0)^2$, а $C_2 = 0$ (значение шага в слое в отсутствие поля в данном случае совпадает с шагом p_0 в массивном жидком кристалле в отсутствие поля).

Однозначно определенная таким образом функция $\varphi(z, E)$ описывает искажение структуры директора в слое при вариациях поля в случае не зависящих от поля ориентаций директора на поверхностях слоя, а также определяет, как изменяется в поле деформация спирали и объемная часть свободной энергии при изменениях φ_{1S} и φ_{2S} . Здесь уместно отметить, что для бесконечно сильного поверхностного сцепления число полувитков спирали N на толщине слоя не зависит от величины поля и совпадает с исходным числом полувитков в отсутствие поля. Действие поля в этом случае сводится только к деформации спирали в слое.

Для решения задачи о влиянии поля на структуру директора в слое жидкого кристалла при конечных силах поверхностного сцепления найденные функции поля $\varphi(z, \mathbf{E}, \varphi_{1S}, \varphi_{2S})$, содержащие в качестве параметров φ_{1S} и φ_{2S} , следует подставить в систему (7), которая определяет равновесные для каждого значения поля \mathbf{E} углы отклонения директора на поверхности φ_{1S} и φ_{2S} и соответствующую им деформацию спирали сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в объеме слоя. При конечных силах сцепления число полувитков спирали на толщине слоя может измениться под действием поля (спираль не только деформируется, но и раскручивается). Сделанное выше замечание о независимости числа витков спирали в слое от величины приложенного поля для бесконечно сильного поверхностного сцепления относится к идеализированной модели сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла, которая исключает возможность образования дефектов в поле директора. В реальных экспериментах для этого случая число шагов спирали, укладываемых на слое по толщине, также может изменяться при приложении поля и при изменении его величины, однако это происходит за счет образования в объеме слоя дефектов в поле директора с последующей релаксацией поля директора к равновесной конфигурации.

4. СКАЧКИ ШАГА ПРИ ВАРИАЦИЯХ ПОЛЯ

Общий анализ уравнений (1)–(12) показывает, что так же как при температурных вариациях шага в слое сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла при наличии поверхностного сцепления [10], изменения шага спирали при изменении величины поля наряду с плавными вариациями как функции поля претерпевают скачки при определенных значениях поля (см. также [14]). И в точках, со-

ответствующих определенному значению поля, число витков спирали сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в слое конечной толщины испытывает скачок. При этом точки, отвечающие скачкам, оказываются несовпадающими при противоположных направлениях изменения величины поля. Это означает, что имеет место гистерезис, наблюдавшийся еще достаточно давно в конфокальной текстуре сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла [8].

Приведенные выше формулы описывают скачок шага в механизме проскальзывания директора на поверхности через барьер потенциала поверхностного сцепления. Однако, как наблюдалось в [4, 5] и теоретически показано в [10], механизм скачка, т. е. то, через какие конфигурации спирали в реальном эксперименте происходит переход в поле между состояниями, отличающимися числом витков на толщине слоя, зависит от значения параметра $S_d = K_{22}/dW$. При значениях этого параметра, больших критического значения $S_{dc} = 1/2\pi$, механизмом перехода является проскальзывание директора через барьер потенциала сцепления на поверхности слоя и приведенные выше формулы имеют отношение к реальному процессу скачка. При значениях S_d меньших S_{dc} характер скачка изучен недостаточно и может быть связан с динамикой жидкого кристалла и образованием дефектов в планарной текстуре сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла (уже упоминавшихся для случая неограниченно сильного сцепления, в котором $S_d = 0$) и последующей их релаксацией. Поэтому существует ограничение по параметру S_d на применимость к реальным экспериментам полученных выше формул. Ниже рассмотрение поведения слоя кирального жидкого кристалла во внешнем поле будет ограничено случаем значений параметра S_d , превышающих S_{dc} , в котором «работает» механизм проскальзывания директора через барьер поверхностных сил сцепления.

Поскольку явление скачка (и гистерезиса) есть следствие существования в системе метастабильных состояний, представляет интерес рассмотрение величины барьера между этими состояниями и его зависимости от величины поля. По аналогии со случаем температурного гистерезиса [10] выражение для величины барьера между конфигурациями спирали, отличающимися на один полувиток, может быть представлено в виде

$$B(\mathbf{E}, S_d) = F_c(\mathbf{E}, \varphi_c, S_d) - F(\mathbf{E}, \varphi_S(\mathbf{E}), S_d), \quad (13)$$

где φ_c — некоторый критический угол отклонения директора на поверхности, по достижении ко-

торого происходит скачкообразное изменение конфигурации спирали в слое. (Здесь и ниже для простоты рассматривается симметричная задача в предположении о совпадении направления выстраивания на обеих поверхностях слоя, для которой $\varphi_{1S} = -\varphi_{2S} = \varphi_S$ и ориентация директора на поверхностях слоя задается одним параметром φ_S .) Равновесное значение угла отклонения директора на поверхности $\varphi_S(E)$ определяется решением уравнений (7), а равновесная при заданном поле E свободная энергия $F(\mathbf{E}, \varphi_S(\mathbf{E}), S_d)$ определена формулой (1) при подстановке в нее распределения директора по толщине ячейки, найденного из (6), (7). Свободная энергия $F_c(\mathbf{E}, \varphi_c, S_d)$ также определяется формулой (1) при подстановке в нее распределения директора по толщине ячейки, найденного из (6), (7) для поля \mathbf{E} , при условии, что угол отклонения директора на поверхности совпадает с критическим значением φ_c . Другими словами, свободная энергия $F_c(\mathbf{E}, \varphi_c, S_d)$ в качестве объемной составляющей $F_{1V}(\mathbf{E}, N, \varphi_S)$ содержит слагаемое, соответствующее бесконечно сильному поверхностному сцеплению при ориентации директора на поверхности, отвечающей критическому углу. Как и должно быть, при достижении углом $\varphi_S(\mathbf{E})$ критического значения высота барьера обращается в нуль и в слое происходит переход скачком между конфигурациями, различающимися числом оборотов спирали на один полувиток. В случае температурных вариаций шага критический угол определяется исключительно формой потенциала поверхностного сцепления [10]. Из общих соображений ясно, что в случае скачков шага в поле значение критического угла зависит не только от вида поверхностного потенциала, но также от величины и направления поля (при достаточно большом поле).

Через критический угол φ_c , значение которого теперь определяется формой потенциала сцепления и приложенным полем, выражаются также значения шага в слое непосредственно перед его скачком $p_d(\mathbf{E}_j)$. Разумеется, по полю \mathbf{E}_j , для которого реализуется скачок шага, может быть найдено и значение угла свободного вращения директора на поверхности слоя $\varphi_0(\mathbf{E}_j)$ в отсутствие поверхностного сцепления и значение шага спирали для этого поля \mathbf{E}_j в массивном киральном жидком кристалле $p(\mathbf{E}_j)$ [13].

Если, как уже отмечалось, при температурных вариациях шага критический угол один и тот же для всех значений параметров слоя, за исключением, может быть, параметров, задающих форму потенциала поверхностного сцепления, то при отличном от нуля поле нахождение критического угла пред-

ставляет собой отдельную проблему. Заранее можно только утверждать, что φ_c для рассматриваемой симметричной ситуации не превышает $\pi/2$. Условием достижения системой критического угла, так же как и в случае температурных вариаций шага [10], является обращение в нуль высоты барьера между конфигурациями спирали в слое, отличающимися на один полувиток спирали, что эквивалентно отсутствию сопротивления системы в этой точке по отношению к вращению всей конфигурации спирали в слое как целого. Это означает обращение в нуль приращения равновесной свободной энергии при изменениях φ_{1S} или φ_{2S} при фиксированной разности $\varphi_{1S} - \varphi_{2S}$ для некоторого значения поля \mathbf{E}_j . Поэтому соответствующее поле \mathbf{E}_j и значение φ_c находятся из условия

$$\delta (F_S + F_{IV}(\mathbf{E}, \mathbf{N}, \varphi_{1S}, \varphi_{2S})) = 0 \quad (14)$$

при дополнительном требовании, что вариация берется в точке $\varphi_{1S} = -\varphi_{2S}$ при условии $\varphi_{1S} - \varphi_{2S} = \text{const} = 2\varphi_c$ и того, что φ_S определяется функцией $\varphi_S(\mathbf{E})$.

5. СИЛЬНОЕ ПОВЕРХНОСТНОЕ СЦЕПЛЕНИЕ

Вообще говоря, значение свободной энергии (1) зависит не только от величины приложенного поля, но и от взаимной ориентации направлений выстраивания на поверхностях слоя и направления приложенного поля. Однако для достаточно сильного поверхностного сцепления и большого числа витков спирали на толщине слоя d эта зависимость может быть очень слабой и ею можно пренебречь. Чтобы пояснить это, разобьем интеграл в выражении (1) на две области: внутреннюю, содержащую целое число витков спирали, и приповерхностную, содержащую менее одного витка спирали. Свободная энергия внутренней части слоя достигает минимума для конфигурации спирали, реализующейся в соответствующей задаче для неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла [13], и не зависит от направления поля в плоскости, перпендикулярной спиральной оси. Если объемная свободная энергия второй, приповерхностной, области значительно меньше поверхностной свободной энергии F_S , то ею можно пренебречь. Условием возможности такого пренебрежения служит оценка:

$$\frac{W}{p_0} > EP + \frac{\varepsilon_a E^2}{16\pi}. \quad (15)$$

Естественно, что при достаточно малых полях условие (15) выполняется всегда. Чтобы оценить верхний по полю предел выполнения условия (15), можно положить $E = \alpha E_c$, где E_c — определяемое параметрами сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла критическое поле раскрутки спирали [3, 13, 16], а α — некоторый численный коэффициент, определяемый условием (15). Подчеркнем, что при выполнении условий (15) поведение отклонения директора от направления выстраивания на поверхности становится универсальным и не зависит от деталей структуры поля директора в объеме слоя.

Отметим также, что мы предполагаем однодоменное состояние жидкого кристалла в слое. Поэтому из нашего рассмотрения исключаются доменные стенки в слое жидкого кристалла. В сформулированном приближении расчеты поведения угла отклонения директора на поверхности слоя от направления выстраивания в зависимости от величины поля (в предположении о совпадении направления выстраивания на обеих поверхностях слоя) могут быть выполнены на основе соотношений, аналогичных уравнениям для температурных вариаций ориентации директора [10]:

$$\frac{\partial W_S(\varphi)}{\partial \varphi} + \frac{2K_{22}}{d} (\varphi - \varphi_0(p(E))) = 0, \quad (16)$$

где φ — угла отклонения директора на поверхности опущен индекс S , $p(E)$ — величина шага в поле E в массивном киральном жидком кристалле [13], а $\varphi_0(p(E))$ — величина угла отклонения директора на поверхности от направления выстраивания в отсутствие сцепления для гармонической спирали с шагом $p(E)$.

Через критический угол φ_c , значение которого в рассматриваемых предположениях достаточно точно определяется только формой потенциала сцепления, выражаются также значения шага в слое непосредственно перед его скачком $p_d(E_j)$ (разумеется, по величине поля скачка E_j может быть найдено и значение угла свободного вращения директора $\varphi_0(E_j)$, т. е. шага спирали $p(E_j)$ в массивном сегнетоэлектрическом киральном жидком кристалле для значения поля скачка E_j):

$$p_d(E_j) = \frac{2d}{N+2\varphi_c/\pi}, \quad p(E_j) = \frac{2d}{N+2\varphi_0(E_j)/\pi}, \quad (17)$$

где N — число полувитков спирали в слое толщиной d в исходной равновесной конфигурации спирали в отсутствие поля, E_j — значение поля, соответствующее

щее скачку шага, а угол свободного вращения спирали при этом значении поля скачка дается формулой

$$\varphi_0(E_j) = \varphi_c + \left(\frac{\partial W_S(\varphi)/\partial \varphi}{2WS_d} \right)_{\varphi=\varphi_c}. \quad (18)$$

Таким образом, если известен вид потенциала поверхностного сцепления и поведение шага спирали в массивном сегнетоэлектрическом киральном жидком кристалле в зависимости от приложенного поля, то для достаточно слабых полей, удовлетворяющих неравенству (15), приведенные выше соотношения определяют поведение шага спирали в слое конечной толщины в зависимости от величины приложенного поля. Эти же формулы могут быть использованы для решения обратной задачи, а именно, восстановления потенциала поверхностного сцепления по экспериментально найденному полевому поведению шага спирали в слое конечной толщины.

6. ИНДУЦИРОВАННЫЙ ПОЛЕМ ГИСТЕРЕЗИС ВАРИАЦИЙ ШАГА В СЛОЕ

Для описания полевых вариаций шага в слое необходимо задаться конкретным видом потенциала поверхностного сцепления $W_S(\varphi)$ [20, 21]. Однако, даже не конкретизируя вида этого потенциала, можно выявить качественный характер вариаций шага в слое сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в зависимости от величины приложенного поля. Имея в виду исследование полевой зависимости шага в слое и, в частности, определение значений поля в точках скачков шага, соответствующих изменениям числа полушагов спирали сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в слое на единицу, приведем результаты соответствующего анализа для сильного поверхностного сцепления, когда критический угол φ_c можно считать определенным формой поверхностного потенциала сцепления. Направление директора на поверхности слоя совпадает с направлением выстраивания при значении поля, для которого в слое укладывается по толщине целое число полушагов спирали $p(E)$ массивного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла во внешнем поле E , т.е. $\varphi_0(E) = 0$. При отклонении поля от этого значения $\varphi_0(E)$ и $\varphi(E)$ становятся отличными от нуля. При некотором значении поля достигается равенство свободных энергий двух конфигураций спирали, отличающихся на единицу числом полувитков на слое, однако из-за наличия потенциального барьера между этими конфигурациями, обязанного поверхностному сцеплению, переход

между ними осуществляется не в этой точке по полю, а при дальнейшем изменении поля. Таким образом, в переходе проявляется полевой гистерезис, т.е. точки перехода по полю оказываются различными при различных направлениях изменения поля. Реально же скачок шага из-за гистерезиса происходит при значении поля, определяемом условием $\varphi(E) = \varphi_c$, где φ_c — критический угол, по достижении которого происходит скачкообразное изменение шага спирали.

Так, например, для сильного сцепления, исходя из естественного предположения о четности потенциала $W_S(\varphi)$ относительно φ , угла отклонения директора от направления выстраивания на поверхности слоя, легко прийти к заключению, что решение уравнения (16) для φ представляет собой нечетную функцию $\varphi_0(E)$ и ограничено значениями $\pm\varphi_c$. (Напомним, что здесь $\varphi_0(E)$ и $\varphi(E)$ отсчитываются от направления выстраивания и в зависимости от величины поля E могут иметь различные знаки.) По достижении, например, углом φ одного из этих граничных значений φ_c шаг холестерической спирали в слое претерпевает скачкообразное изменение, а угол φ принимает новое значение также скачком. Если точке скачка соответствовал угол свободного вращения директора $\varphi_0(E_{j+})$, то значение угла свободного вращения директора, определяющее значение φ после скачка, есть $\varphi_0(E_{j+}) - \pi/2$, однако уже в новой конфигурации спирали, отличающейся на единицу числом полувитков по толщине слоя. При изменении поля в противоположном направлении скачок шага происходит при достижении углом φ другого граничного значения, $-\varphi_c$, а соответствующее ему значение свободного угла вращения есть $\varphi_0(E_{j-}) = -\varphi_0(E_{j+})$ (где E_{j-} — значение поля, соответствующее скачку при этом направлении изменения поля). Последнее соотношение приводит к следующей связи значений шагов спирали в поле для неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в точках, отвечающих скачку шага в поле при противоположных направлениях изменения поля [5]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p(E_{j+})} + \frac{1}{p(E_{j-})} &= \frac{N - 1/2}{d}, \\ d \left(\frac{1}{p(E_{j+})} \right) - \frac{1}{p(E_{j-})} &= \\ &= \left(\frac{\partial W_S(\varphi)/\partial \varphi}{\pi WS_d} \right)_{\varphi=\varphi_c} + \frac{4\varphi_c/\pi - 1}{2}, \end{aligned} \quad (19)$$

где N — число полушагов в слое для исходной кон-

фигурации спирали (до скачка при значении поля E_{j+} и после скачка при значении поля E_{j-}).

Первое из соотношений (19) носит весьма универсальный характер и на первый взгляд никак не зависит от сил поверхностного сцепления. На самом деле от поверхностного сцепления, точнее параметра S_d , зависят значения полей скачков E_{j+} и E_{j-} . Само же это соотношение определяет не зависящую от конкретной формы поверхностного потенциала связь между значениями полей скачков шага при противоположных направлениях изменения поля, т. е. полевой гистерезис в вариациях шага, и имеет предсказательную силу, доступную экспериментальной проверке. А именно, если для сильного поверхностного сцепления экспериментально измерено значение шага в точке скачка при некотором направлении изменения поля, то значение шага в точке скачка при противоположном направлении изменения поля может быть вычислено по формуле (19) и подвергнуто экспериментальной проверке. В частности, из (19) следует, что в пределе исчезающе слабого поверхностного сцепления (т. е. $E_{j+} \rightarrow E_{j-}$) значение шага в точке скачка, как и должно быть [4], есть $d/(N - 1/2)$, а гистерезис отсутствует. Из этой же формулы следует, что с ростом толщины слоя гистерезис уменьшается (точнее, что при фиксированном S_d с ростом N гистерезис уменьшается).

В целом результаты настоящего и предыдущего разделов показывают, что в слабых полях (при сильном сцеплении) вариации спирали в слое носят универсальный характер, проявляющийся в том, что так же как в случае температурных вариаций шага, их характер зависит не по отдельности от параметров изучаемого образца, а только от одного безразмерного параметра S_d .

7. ВАРИАЦИИ ШАГА В МОДЕЛЬНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ РАПИНИ

В модели Рапини (см., например, [3, 20, 21]) потенциал поверхностного сцепления следует подставить в выражения (1), (2) в виде $W_S(\varphi) = -(W/2) \cos^2 \varphi$, а значение критического угла есть $\varphi_c = \pi/4$. Теперь для случая сильного сцепления соотношение (16), определяющее равновесное значение угла отклонения директора на поверхности во внешнем поле $\varphi(E)$, принимает вид

$$4S_d [\varphi(E) - \varphi_0(p(E))] + \sin 2\varphi(E) = 0, \quad (20)$$

где параметр S_d определен соотношением

$$S_d = K_{22}/dW. \quad (21)$$

Выражение (13) для барьера принимает вид

$$\frac{B(T)}{W} = 2S_d \left[\frac{\pi}{4} \text{sign } \varphi_0(p(E)) - \varphi_0(p(E)) \right]^2 + \cos^2 \varphi(p(E)) - \frac{p(E) \sin^2 2\varphi}{8S_d} - \frac{1}{2}. \quad (22)$$

Используя (16), (20), выражение (22) можно также представить в форме

$$\frac{B(T)}{W} = 2S_d \left[\frac{\pi}{4} \text{sign } \varphi_0(p(E)) - \varphi_0(p(E)) \right] \times \left[\frac{\pi}{4} \text{sign } \varphi_0(p(E)) + \varphi(p(E)) - 2\varphi_0(p(E)) \right] + \cos^2 \varphi(p(E)) - \frac{1}{2}. \quad (23)$$

Расчеты по формулам (20)–(23) позволяют найти угол вращения директора на поверхности слоя при наличии сцепления $\varphi(E)$ в виде функции угла свободного вращения директора на поверхности слоя $\varphi_0(E)$, т. е. угла вращения в отсутствие поверхностного сцепления. В частности, можно найти значения различных величин в точках скачков. Например, угол свободного вращения директора в точке скачка дается выражением

$$\varphi_0(E_j) = \varphi_c + \frac{1}{4S_d}, \quad (24)$$

а соответствующее скачку значение шага спирали в массивном киральном жидком кристалле — формулой

$$p(E_j) = \frac{2d}{N - 1/2 - 1/(2\pi S_d)}. \quad (25)$$

Из соотношения (24) следует, что интересный для рассматриваемой задачи случай, в котором после скачка $\varphi(E_j) = \varphi_0(E_j) = 0$, т. е. новая конфигурация спирали с изменившимся N соответствует минимуму свободной энергии для нового N , отвечает $S_d = 1/\pi$. В этом случае разность углов, составляемых директором на поверхности с направлением выстраивания до и после скачка, равняется $\pi/4$. Максимальное значение этой разности составляет угол $\pi/2$ и реализуется в пределе исчезающе слабого поверхностного сцепления, т. е. в пределе бесконечно большого значения S_d .

Значения шагов спирали в слое для образца непосредственно перед скачком и после него легко находятся из приведенных формул. Так, при увеличении поля в слое с N полувитками спирали значения шага перед скачком и после скачка даются соответственно выражениями

$$p_c = \frac{2d}{N - 1/2}, \quad p_j = \frac{2d}{N - 1 + 2\varphi_j/\pi}, \quad (26)$$

где φ_j — угол отклонения директора после скачка.

При уменьшении поля соответствующие значения шагов спирали в слое даются выражениями

$$p_c = \frac{2d}{N + 1/2}, \quad p_j = \frac{2d}{N + 1 + 2\varphi_j/\pi}. \quad (27)$$

Второе из соотношений (19) для полевого гистерезиса шага принимает вид

$$d \left(\frac{1}{p(E_{j+})} - \frac{1}{p(E_{j-})} \right) = -\frac{1}{2\pi S_d}. \quad (28)$$

Результаты расчетов поведения шага и угла отклонения директора от направления выстраивания в сформулированном приближении сильного поверхностного сцепления (в предположении о совпадении направления выстраивания на обеих поверхностях слоя для потенциала сцепления Рапини) приведены в следующем разделе.

8. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Чтобы количественно проиллюстрировать выполненный выше общий анализ поведения в электрическом поле спирали в слое сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла при наличии сил поверхностного сцепления, приведем результаты численных расчетов для ситуации, максимально упрощающей общие соотношения. Как уже отмечалось, в общем случае решение задачи зависит от многих параметров, определяющих зависимость свободной энергии (1) не только от величины приложенного поля, но и от взаимной ориентации направлений выстраивания на поверхностях слоя и направления приложенного поля. Поэтому для упрощения представления результатов расчета целесообразно сначала ограничиться случаем с минимальным числом параметров расчета, а затем, выявив общие закономерности, перейти к усложнению задачи, вводя дополнительные параметры. Наиболее простым оказывается случай, в котором направления выстраивания и силы поверхностного сцепления одинаковы на обеих поверхностях слоя, число витков на толщине слоя достаточно велико, а поверхностное сцепление достаточно сильно, так что соотношение (15) выполняется в достаточно большом интервале величин электрического поля. Удобно также считать (хотя это совершенно не принципиальное предположение), что при нулевом значении поля направление директора на обеих поверхностях слоя совпадает с направлением выстраивания, а изменение шага во внешнем поле для неограниченного сегнетоэлектрического ки-

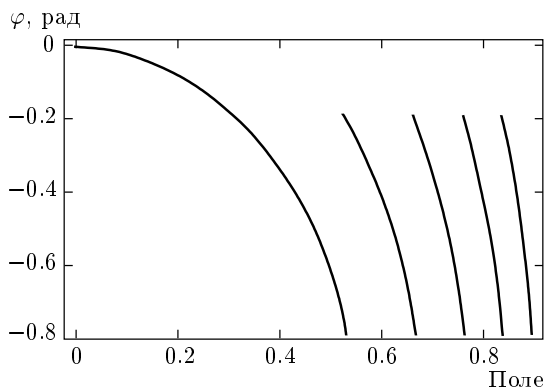


Рис. 1. Зависимость от поля (отнесенного к критическому значению) при его возрастании угла отклонения директора на поверхности от направления выстраивания ($S_d = 1/2\pi$, в отсутствие поля исходное число полувитков в слое $N = 10$)

рального жидкого кристалла описывается аналитической формулой (5) из работы [13]:

$$p(E) = p_0 / [1 - (E/E_0)^2]^{1/2}, \quad (29)$$

где $E_0 = 4\pi P_S/\varepsilon_a$. Следует отметить, что соотношение (29) справедливо для так называемого промежуточного (между диэлектрическим и сегнетоэлектрическим) режима раскрутки спирали в поле, при $(P_S p_0)^2 = \pi \varepsilon_a K_{22}$.

При сформулированных ограничениях расчеты зависимости шага в слое и отклонения директора от направления выстраивания как функции приложенного поля были выполнены в модельном потенциале Рапини с использованием формул предыдущего раздела. Предполагалось, что $N = 10$, т. е. в отсутствие поля в слое по толщине укладывается 5 витков спирали, а $S_d = 1/2\pi$.

На рисунке 1 представлена зависимость от величины поля (при его увеличении от нуля) угла отклонения директора на поверхности от направления выстраивания. Достигнув критического угла, значение угла отклонения претерпевает скачок и при дальнейшем увеличении поля изменение угла носит непрерывный характер опять только до критической величины угла. Поскольку с увеличением поля шаг спирали, как известно из решения задачи для неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла [11–13, 16], растет, угол отклонения директора от направления выстраивания оказывается отрицательным. На рисунке 2 приведена аналогичная зависимость угла отклонения директора, но при уменьшении величины поля. Так же, как и при

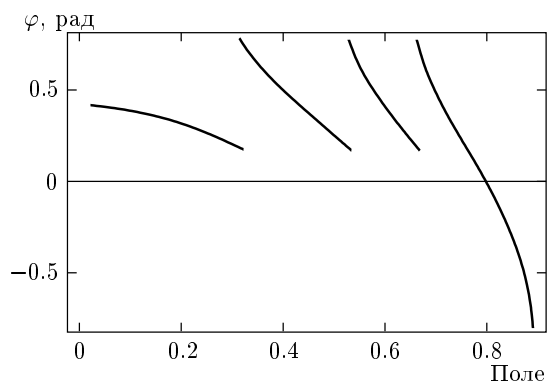


Рис. 2. Зависимость от поля (отнесенного к критическому значению) при его убывании угла отклонения директора на поверхности от направления выстраивания ($S_d = 1/2\pi$, в отсутствие поля исходное число полувитков в слое $N = 10$)

увеличении поля, при его уменьшении угол отклонения претерпевает скачки, достигнув критического значения. Теперь, однако за исключением начальной области уменьшения величины поля, угол отклонения оказывается положительным. Другая характерная особенность рис. 2 — это то, что при нулевом значении поля угол отклонения директора не принимает нулевого исходного значения, от которого начинались его изменения при возрастании поля (рис. 1). Это является следствием того обстоятельства, что теперь структура спирали в нулевом поле отличается на единицу (в меньшую сторону) числом полувитков на толщине слоя. Это демонстрирует бистабильность конфигурации спирали в поле.

На рисунке 3 показана зависимость угла отклонения директора на поверхности при обоих направлениях изменения поля. Этот рисунок демонстрирует гистерезис скачков угла отклонения директора (и шага) в слое при наличии поверхностного сцепления. Скачок от конфигурации с N полувитками в слое к конфигурации с $N - 1$ полувитком происходит при большем значении поля, чем обратный переход при уменьшении поля от конфигурации с $N - 1$ полувитком в слое к конфигурации с N полувитками.

На рисунке 4 представлены результаты расчета зависимости шага спирали от поля при возрастании его значения в слое со сцеплением на поверхностях, а также поведение шага в зависимости от величины поля в неограниченном сегнетоэлектрическом киральном жидком кристалле для значения его параметров, обеспечивающих применимость формулы (29). Этот рисунок демонстрирует скачки шага в слое, а также то, что при возрастании поля шаг в

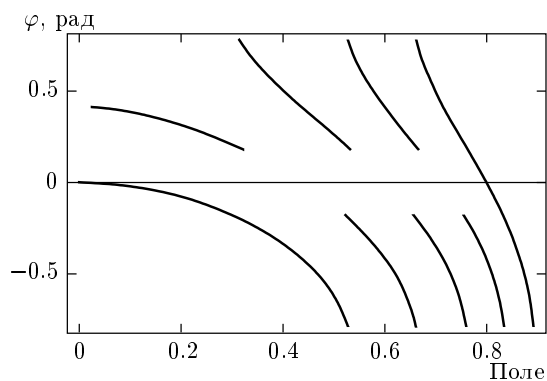


Рис. 3. Зависимость от поля (отнесенного к критическому значению) угла отклонения директора на поверхности от направления выстраивания для обоих направлений изменения поля ($S_d = 1/2\pi$, исходное число полувитков в слое $N = 10$)

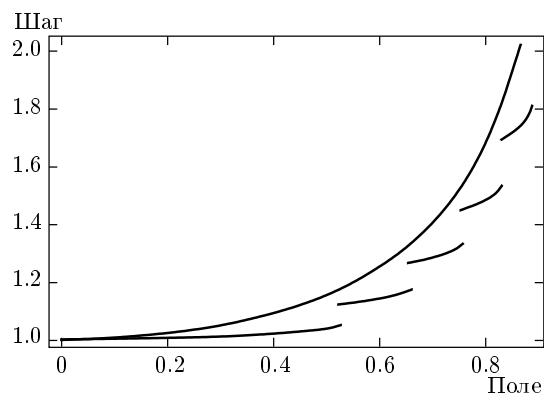


Рис. 4. Зависимость шага (отнесенного к исходному значению) от поля (отнесенного к критическому значению) при его возрастании ($S_d = 1/2\pi$, исходное число полувитков в слое $N = 10$). Сплошная кривая — соответствующая зависимость для неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла, описываемая формулой (29)

слое остается меньше шага спирали в неограниченном сегнетоэлектрическом киральном жидком кристалле при том же значении поля. Рисунок 5 демонстрирует ту же зависимость при уменьшении значения поля. В этом случае, за исключением начальной области изменения поля, при уменьшении поля шаг в слое остается больше шага спирали в неограниченном сегнетоэлектрическом киральном жидком кристалле при том же значении поля.

На рисунке 6 рассчитано изменение шага в поле при обоих направлениях изменения поля для слоя со сцеплением и неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла. Этот рисунок

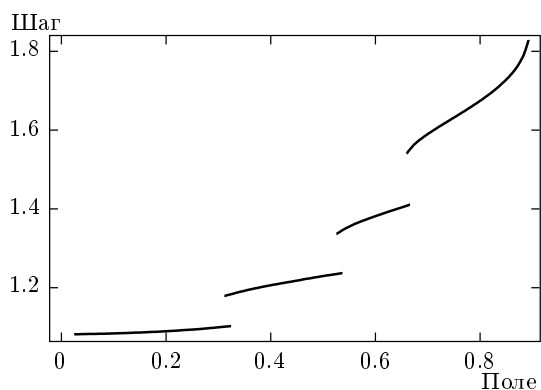


Рис. 5. Зависимость шага (отнесенного к исходному значению) от поля (отнесенного к критическому значению) при его уменьшении ($S_d = 1/2\pi$, исходное число полувитков в слое $N = 10$)

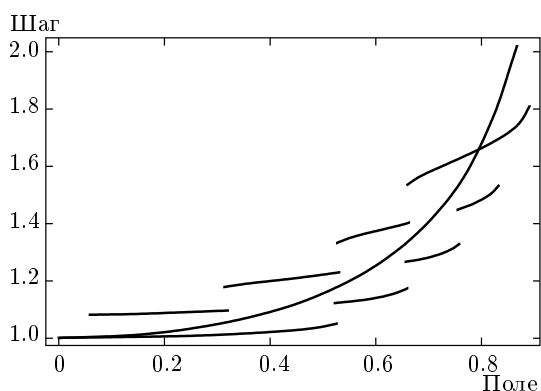


Рис. 6. Зависимость шага (отнесенного к исходному значению) от поля (отнесенного к критическому значению) для обоих направлений его изменения ($S_d = 1/2\pi$, исходное число полувитков в слое $N = 10$). Сплошная кривая — соответствующая зависимость для неограниченного сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла

демонстрирует разрывность изменений шага в поле для слоя (на фоне непрерывных изменений для неограниченного кристалла) и явление гистерезиса скачков шага, а также бистабильность конфигурации спирали в слое, которые уже обсуждались выше.

На рисунке 7 представлены результаты расчета высоты барьера между конфигурациями спирали, отличающимися числом полувитков в слое по толщине на единицу для различных значений параметра S_d при возрастании (правый склон кривых) и при уменьшении (левый склон кривых) величины прикладываемого поля. Рисунок демонстрирует гистерезис в переходе между конфигурациями при проти-

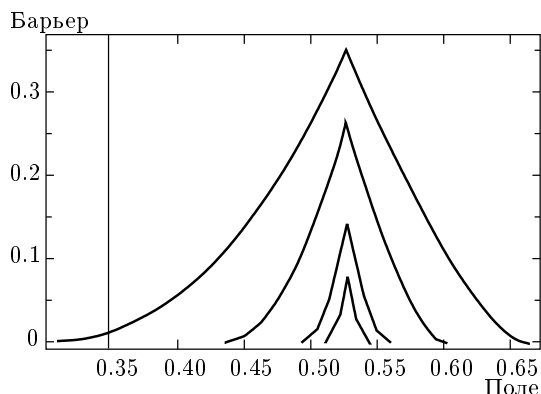


Рис. 7. Зависимость высоты барьера (отнесенной к глубине потенциала сцепления) между конфигурациями с $N = 9$ и 8 от поля (отнесенного к критическому значению) при его возрастании (правые ветви кривых) и барьера между конфигурациями с $N = 8$ и 9 (левые ветви кривых) при уменьшении поля ($S_d = 1/2\pi, 2/2\pi, 5/2\pi, 10/2\pi$ (сверху вниз), исходное число полувитков в слое $N = 10$)

воположных направлениях изменения поля, а также зависимость величины гистерезиса (разности точек обращения барьера в нуль при противоположных направлениях изменения поля) от значения параметра S_d . Чем больше значение этого параметра, тем меньше величина гистерезиса.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненный выше анализ поведения спирали сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в слое конечной толщины под действием электрического поля при наличии сил поверхностного сцепления выявляет характерные черты явления, такие как существование бистабильных состояний конфигурации спирали сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла, скачки значений параметров сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в слое и их гистерезис по отношению к величине поля в точках этих скачков при противоположных направлениях изменения величины поля. Естественно, что многие детали обсуждавшихся зависимостей для конкретных экспериментальных ситуаций не затрагивались в связи с многочисленностью параметров задачи в общем случае, а численные расчеты были выполнены при простейших предположениях о параметрах слоя сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла. Тем не менее представленные результаты позволяют предсказать поведе-

ние слоя сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в электрическом поле и для ситуаций, свободных от использованных ограничений при проведении расчетов.

Так, например, учет зависимости свободной энергии слоя от направления приложенного поля по отношению к направлению выстраивания на поверхности приведет к тому, что углы отклонения директора от направления выстраивания в точках скачков будут зависеть от направления приложенного поля. Это означает, например, что на рис. 1 при учете названной зависимости значения углов отклонения директора в точках скачков будут для направления поля, перпендикулярного направлению выстраивания, меньше, чем для поля, ориентированного вдоль направления выстраивания. Учет зависимости критического угла от величины поля на том же рис. 1 привел бы к тому, что значения углов отклонения директора в точках скачков не оставались бы одинаковыми, как на рисунке, а изменялись бы с изменением величины приложенного поля. Соответствующие, качественно легко прогнозируемые, изменения проявятся также и на других рисунках.

Ясно также, что преобладание диэлектрического или сегнетоэлектрического механизмов раскрутки спирали в поле (или, что тоже самое, деформации простой спирали π - или 2π -солитонами) тоже приведет к некоторым изменениям картины явления, рассчитанной выше. Так, для сегнетоэлектрического механизма деформации спирали в поле строго противоположные направления поля приводят к различным деформациям спирали сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла, в отличие от диэлектрического механизма, в котором замена знака поля не изменяет деформации спирали. Поэтому использованное выше для расчетов приближение сильного поверхностного сцепления, позволяющее не принимать во внимание направление приложенного поля, лучше «работает» в случае преобладания диэлектрического механизма раскрутки.

Как и в случае температурных вариаций шага [10], температурные флуктуации ориентации директора также будут влиять на гистерезис скачков в сторону его уменьшения. Оценить сдвиг точки скачка можно, например, с помощью рис. 7, представляющего зависимость величины барьера между конфигурациями спирали от величины приложенного поля. При наличии флуктуаций скачок происходит не в точке обращения барьера в нуль, а в точке, где его высота сравнивается с температурой. Однако из общих соображений понятно, что вне непосредственной близости к точкам скачков влияние флуктуаций

в рассматриваемом случае полевого гистерезиса будет меньше, чем в случае температурного гистерезиса, так как приложенное внешнее поле подавляет ориентационные флуктуации. Последнее утверждение относится только к области значений параметра S_d , рассмотренных в настоящей работе и превышающих критическое значение S_{dc} , когда реализуется механизм проскальзывания директора на поверхности через барьер потенциала сцепления. При меньших значениях параметра S_d флуктуации директора могут играть определяющую роль в дискретных переходах спирали между конфигурациями с различным числом витков в слое по толщине. Поэтому для обеспечения оптимальных условий экспериментального наблюдения скачков шага сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в поле в соответствии с механизмом проскальзывания директора на поверхности через барьер желательнее использовать слои жидких кристаллов, для которых параметр S_d несколько превосходит критическое значение, но не слишком сильно, тем не менее, отличаясь от этого значения.

Выявленные особенности вариаций спирали сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла в слое представляются полезными как для изучения физики жидкокристаллического состояния, например восстановления вида потенциала поверхностного сцепления из результатов измерений, так и в приложениях, особенно в части, касающейся бистабильных состояний конфигураций спирали сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла, скачков значений параметров жидких кристаллов в слое и их гистерезиса. Наиболее адекватными методами изучения обсуждавшихся явлений, как и в случае температурных вариаций шага в слое [4, 5], представляются оптические методы исследований [22–24].

Рассмотрение проблемы выполнено в работе для статических электрических полей и их ориентации, перпендикулярной спиральной оси сегнетоэлектрического кирального жидкого кристалла. Однако аналогичное поведение спирали в поле должно иметь место как для других ориентаций статического поля, так и для переменных полей, а также магнитного поля. Отметим также, что в работе предполагалось, что единственным следствием приложенного к сегнетоэлектрическому киральному жидкому кристаллу внешнего поля является деформация его спирали. Но, как известно [16], в достаточно сильных полях могут изменяться и другие структурные характеристики жидких кристаллов, например угол наклона молекул в слое

(tilt angle). Однако рассмотрение таких эффектов выходит за рамки настоящей статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке INTAS (грант № 30234), один из авторов (Е. К.) благодарен также Российскому фонду фундаментальных исследований (проект 00-02-17785) за частичную финансовую поддержку работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Proc. of the 7 Int. Conf. on Ferroelectric Liquid Crystals* (29 August–3 September 1999), Darmstadt University of Technology, Germany, Ferroelectrics, **243–246** (2000).
2. I. Musevic, R. Blinc, and B. Zeks, *The Physics of Ferroelectric and Antiferroelectric Liquid Crystals*, World Scientific, Singapore (2000).
3. P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon Press, Oxford (1993).
4. Н. Зинк and В. А. Беляков, MCLC **265**, 445 (1995); Г. Цинк, В. А. Беляков, Письма в ЖЭТФ **63**, 37 (1996).
5. Г. Цинк, В. А. Беляков, ЖЭТФ **112**, 524 (1997); Н. Зинк and В. А. Беляков, MCLC **329**, 457 (1999).
6. Т. Furukawa, Т. Yamada, К. Ishikawa et al., Appl. Phys. B **60**, 485 (1995).
7. Z. Zhuang, Y. J. Kim, and J. S. Patel, Phys. Rev. Lett. **84**, 1168 (2000).
8. W. Greubel, Appl. Phys. Lett. **25**, 5 (1974).
9. Г. С. Чилая, Кристаллография **45**, 944 (2000).
10. В. А. Беляков, Е. И. Кац, ЖЭТФ **118**, 560 (2000).
11. P. G. de Gennes, Sol. St. Comm. **6**, 123 (1968).
12. R. Dreher, Appl. Phys. Lett. **12**, 281 (1968).
13. В. А. Беляков, В. Е. Дмитриенко, ЖЭТФ **78**, 1568 (1980).
14. R. Dreher, Sol. St. Comm. **13**, 1571 (1973).
15. W. J. A. Goossens, J. de Phys. **43**, 1469 (1982).
16. С. А. Пикин, *Структурные превращения в жидких кристаллах*, Наука, Москва (1981).
17. S. Chandrasekhar, *Liquid Crystals*, 2nd ed., CUP, Cambridge (1992).
18. P. O. Andreeva, V. K. Dolganov, R. Fouret et al., Phys. Rev. E **59**, 4143 (1999).
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).
20. Л. М. Блинов, Е. И. Кац, А. А. Сонин, УФН **30**, 604 (1987).
21. L. M. Blinov and V. G. Chigrinov, *Electrooptics Effects in Liquid Crystal Materials*, Springer Verlag, New York (1994), Ch. 3.
22. V. A. Belyakov and V. E. Dmitrienko, Sov. Sci. Rev. A Phys., ed. by I. M. Khalatnikov, **13**, 1 (1989).
23. В. А. Беляков, *Дифракционная оптика периодических сред сложной структуры*, Наука, Москва (1988) [дополненный англ. пер.: V. A. Belyakov, *Diffraction Optics of Complex-Structured Periodic Media*, Springer, New York (1992)].
24. V. A. Belyakov and V. E. Dmitrienko, *Light Scattering in Solids* (Proc. of the second USA-USSR symposium on Light Scattering in Condens. Matter), Plenum Press, New York (1979).