

# ТУННЕЛЬНОЕ МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЕ ФАЗОВО-РАССЛОЕННЫХ МАНГАНИТОВ

*А. О. Сбойчаков, А. Л. Разманов, К. И. Кугель*

*Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук  
127412, Москва, Россия*

*М. Ю. Каган\*, И. В. Бродский*

*Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук  
117334, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 20 марта 2002 г.

В рамках простой модели фазового расслоения изучено магнитосопротивление манганитов в немагнитном состоянии. Предполагается, что фазовое расслоение отвечает возникновению небольших ферромагнитных металлических капель (ферронов) в непроводящей антиферромагнитной или парамагнитной среде, при этом концентрация металлической фазы далека от порога протекания. Перенос заряда осуществляется путем перескоков электронов между каплями. Магнитосопротивление в такой системе обусловлено как изменением объема металлической фазы, так и зависимостью вероятностей электронных переходов от величины магнитного поля. Показано, что в области малых магнитных полей магнитосопротивление квадратично по полю и убывает с температурой по закону  $T^{-n}$ , где  $n$  принимает значения от 1 до 5 в зависимости от соотношения параметров. В пределе больших полей магнитосопротивление резко возрастает в связи с ростом объема металлической фазы. Переход полевой зависимости от квадратичной к более сильной может сопровождаться «выходом» магнитосопротивления на постоянное, не зависящее от поля значение. Обсуждается связь полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

PACS: 72.10.-d, 75.30.Vn, 72.15.Gd

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о природе колоссального магнитосопротивления является одним из ключевых в физике сильнокоррелированных электронных систем, к которым относятся манганиты. Исследования последних лет показали, что для манганитов характерна тенденция к фазовому расслоению с образованием, например, проводящих ферромагнитных и непроводящих антиферромагнитных или парамагнитных областей [1–3]. По-видимому, тенденция к фазовому расслоению тесно связана с механизмом колоссального магнитосопротивления. Фазовое расслоение может иметь различную природу и характеризоваться различными пространственными масштабами. Одним из наиболее важных типов фазового расслоения для явлений переноса в манганитах является

электронное расслоение, впервые предложенное в работе [4] применительно к магнитным полупроводникам. При этом носители тока концентрируются в малых, размером порядка нескольких постоянных решетки, ферромагнитных металлических каплях (ферронах). Области с пониженным содержанием носителей оказываются непроводящими. В пределе сильного кулоновского взаимодействия в основном состоянии каждый феррон содержит один носитель заряда, находящийся в потенциальной яме ферромагнитно ориентированных локальных спинов.

В работах [5, 6] рассмотрена модель, позволяющая оценить размер феррона. Согласно этой модели, радиус  $R$  феррона (феррон предполагается сферическим) определяется путем минимизации энергии

$$E \sim t \left( \frac{\pi d}{R} \right)^2 + \frac{4\pi}{3} JzS^2 \left( \frac{R}{d} \right)^3,$$

\*E-mail: kagan@kapitza.ras.ru

где первое слагаемое представляет собой энергию основного состояния электрона в сферической потенциальной яме радиуса  $R$ , а второе соответствует гейзенберговской энергии взаимодействия локальных спинов  $S$ . Минимизация энергии по радиусу феррона приводит к оценке  $R \propto d(\pi t / JzS^2)^{1/5}$ , где  $t$  — амплитуда перескока электрона на соседний узел,  $J$  — константа обменного (антиферромагнитного) взаимодействия между атомами,  $z$  — число ближайших соседей,  $d$  — период решетки.

Число носителей заряда пропорционально концентрации  $x$  двухвалентного допирующего элемента. В работе [6] получена оценка для критической концентрации  $x_c(d/R)^3 \sim 0.15$ , когда ферроны начинают соприкасаться друг с другом и в системе возникают большие металлические кластеры. Рассмотрим ситуацию, когда  $x$  значительно меньше  $x_c$ . Перенос заряда в такой системе может возникать как за счет движения ферронов, так и в результате туннелирования электронов с одного феррона на другой. Первый механизм является малоэффективным из-за достаточно большой эффективной массы феррона. Кроме того, ферроны в манганитах часто бывают запинингованы на примесях [1]. Таким образом, естественно предположить, что проводимость в основном обусловлена перескоками электронов между ферронами.

В данной работе в рамках сформулированных выше предположений подробно проанализированы полевая и температурная зависимости магнитосопротивления, связанного с туннелированием носителей заряда с феррона на феррон. Показано, что в малых полях магнитосопротивление увеличивается пропорционально квадрату поля, а в больших растет экспоненциально [3, 7] или даже быстрее в связи с приближением к порогу протекания. Нетривиальна также и температурная зависимость магнитосопротивления. Так, в малых полях она подчиняется закону  $1/T^n$ , где  $n$  пробегает значения от 1 до 5 в зависимости от параметров задачи. Полученные результаты могут быть существенны для интерпретации недавних экспериментов по изучению магнитосопротивления сложных магнитных окислов в неметаллической области температур и концентраций [2, 8, 9].

## 2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим систему, состоящую из  $N$  металлических капель (ферронов), находящихся в антиферромагнитной матрице во внешнем однородном маг-

нитном поле  $\mathbf{H}$ . Как было показано в [7], при не слишком малых концентрациях ферронов их число можно считать постоянным и равным числу носителей тока  $N_e$ , появляющихся при допировании. Предположим, что ферроны имеют сферическую форму. Обозначим спин магнитного атома капли через  $S$ , а число магнитных атомов в капле как  $N_p = (4\pi/3)(R/d)^3$ , где  $R$  — радиус феррона. Тогда магнитный момент феррона равен  $M_0 = \mu_B g S N_p$ , где  $\mu_B$  — магнетон Бора, а  $g$  — гиромагнитное отношение. Поскольку число  $S N_p$  достаточно велико, будем описывать магнитный момент капли классически, т. е. будем считать, что вектор  $\mathbf{M}_0$  имеет определенное направление в пространстве, задаваемое углами  $\theta, \phi$ .

При нулевой температуре каждый феррон содержит один носитель заряда, а его магнитный момент направлен вдоль магнитного поля. Будем предполагать, что при отличной от нуля температуре все спины  $S$  в капле параллельны между собой, однако их направление может отличаться от направления внешнего поля. Пусть магнитное поле направлено вдоль оси  $z$ . В приближении малой плотности пренебрежем взаимодействием ферронов между собой. Тогда энергию капли, содержащей один электрон, можно представить в виде [6]

$$E_{1,\sigma}(\theta) = t \frac{\pi^2 d^2}{R^2} + \frac{4\pi}{3} J z S^2 \frac{R^3}{d^3} - \mu_B g S \frac{4\pi}{3} \frac{R^3}{d^3} H \cos \theta + U_{el,\sigma}(\mathbf{H}). \quad (1)$$

Первое слагаемое в этом выражении представляет собой энергию электрона в потенциальной яме, образованной ферромагнитно ориентированными локальными спинами  $S$ , отсчитываемую от дна зоны проводимости. Второе слагаемое есть энергия обменного взаимодействия магнитных атомов капли. Третье слагаемое — это изменение энергии капли в магнитном поле (энергия Зеемана). Последнее слагаемое  $U_{el,\sigma}(\mathbf{H})$  представляет собой энергию взаимодействия электрона проводимости в ферроне с эффективным магнитным полем.

Отметим, что в области оптимальных для наблюдения колоссального магнитосопротивления концентраций  $x \sim x_{opt} \sim 0.3$ , но при температурах выше температуры Кюри  $T_C$  рассматриваемая нами система вновь, как и при  $x < x_c$ , становится парамагнитным диэлектриком с подавленным ферромагнетизмом, но с сильными ферромагнитными флуктуациями малого радиуса. Как показано в работах [3, 10, 11], эти флуктуации можно рассматривать как ферромагнитные капли и для их обозначения введен спе-

циальный термин «температурные ферроны». При этом в формуле (1) от энергии следует перейти к свободной энергии, а во втором слагаемом заменить энергию антиферромагнитного взаимодействия локальных спинов  $(4\pi/3)JzS^2R^3/d^3$  на соответствующий энтропийный вклад  $(4\pi/3)T \ln(2S+1)R^3/d^3$  [3]. В результате оценка оптимального радиуса температурного феррона дает  $R \sim d(\pi t/T \ln(2S+1))^{1/5}$ . Следовательно, с учетом этой замены все полученные ниже результаты для низкотемпературной области  $T < T_C$  и  $x < x_c$  можно использовать и в высокотемпературной области при  $T > T_C$  и  $x \sim x_{opt}$ .

В выражении для энергии (1) следует учесть, что электрон в капле взаимодействует не только с внешним полем  $\mathbf{H}$ , но и с полем, созданным магнитными атомами феррона. Обозначим эффективное число атомов, с которыми взаимодействует носитель заряда, как  $z'$  ( $z' \leq N_p$ ). Тогда можно ввести эффективное магнитное поле, в котором находится электрон [12]:

$$\mathbf{H}_{eff}(\theta) = \mathbf{B}(\mathbf{H}) + \mathbf{n}(\theta)H_{mol}, \quad (2)$$

где  $H_{mol} = \bar{J}/\mu_B = 2J_{fer}z'S/g\mu_B$  — молекулярное магнитное поле, действующее на электрон со стороны ферромагнитно упорядоченных локальных спинов,  $J_{fer}$  — соответствующий обменный интеграл, определяющий температуру Кюри,  $\mathbf{n}$  — единичный вектор, направленный вдоль магнитного момента феррона. Величина  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$  в формуле (2) есть индукция магнитного поля внутри капли с учетом, в частности, ее размагничивающего фактора.

Стационарными состояниями электрона являются состояния с определенной проекцией спина  $\sigma/2$  на направление эффективного поля. Будем пользоваться как обозначением  $\sigma = \pm 1$ , так и  $\sigma = \uparrow, \downarrow$ . Итак, энергию  $U_{el,\sigma}$  можно представить в виде

$$U_{el,\sigma} = -\mu_B\sigma H_{eff}(\theta) = -\mu_B\sigma \sqrt{(\bar{J}/\mu_B)^2 + \mathbf{B}^2 + 2\bar{J}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B})/\mu_B}, \quad (3)$$

и в основном состоянии  $\sigma = \uparrow$ .

Будем считать, что направление полного магнитного момента капли изменяется со временем достаточно медленно и справедливо обычное термодинамическое рассмотрение проблемы. Тогда радиус феррона в магнитном поле определяется путем минимизации выражения (1), что дает

$$R(H) = R(0)(1 - bH \cos \theta)^{-1/5}, \quad (4)$$

$$R(0) = d \left( \frac{\pi t}{2zJS^2} \right)^{1/5}, \quad b = \frac{\mu_B g}{zJS},$$

где  $R(0)$  — радиус феррона в отсутствие поля. Оценка величин  $b$  и  $\bar{J}$  показывает, что  $1/b, \bar{J}/\mu_B \sim 100$  Тл. В области не слишком больших полей, когда  $bH \ll 1$ , зависимости радиуса и энергии капли от поля можно разложить в ряд и ограничиться линейными членами. Тогда для энергии (1) имеем

$$E_{1,\sigma}(\theta) = E_1^{(0)} \left( 1 - \frac{2}{5}bH \cos \theta \right) - \sigma \bar{J} - \sigma \mu_B(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{H})) + O(H^2). \quad (5)$$

В этом выражении

$$E_1^{(0)} = \frac{5\pi}{3}(\pi t)^{3/5}(2zS^2J)^{2/5} \quad (6)$$

— энергия феррона при  $H = 0$  без учета расщепления энергии электрона в эффективном поле. Заметим, что  $(2/5)E_1^{(0)}b = M_0 = \mu_B g S N_p$  — магнитный момент феррона. Поскольку  $S N_p \gg 1$ , а  $\bar{J}/\mu_B \sim 100$  Тл, в дальнейшем пренебрежем слагаемым  $\sigma \mu_B(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B})$  в формуле (5), т. е. будем считать, что  $U_{el,\sigma} = -\sigma \bar{J}$ , а направление эффективного поля совпадает с направлением магнитного момента феррона.

В результате туннелирования электронов на соседние капли образуются пустые ферроны и ферроны с более чем одним электроном. Кроме того, часть электронов в одноэлектронных каплях может находиться в возбужденных состояниях. Как показано ниже, при характерных значениях параметров энергия основного состояния  $E_1^{(0)} \sim 1.5$  эВ  $\gg kT$ . Легко понять, что в нулевом поле расстояние между основным и вторым электронными уровнями в ферроне того же порядка. С другой стороны, те же оценки показывают, что расщепление первого электронного уровня в молекулярном поле  $\mu_B H_{mol} \sim 0.01-0.03$  эВ. Поэтому ниже мы учитываем только первый возбужденный уровень, который в рассматриваемом интервале параметров модели соответствует основному состоянию электрона, но с противоположно направленным спином  $\sigma = -1$ . Поскольку  $S N_p \gg 1$ , можно считать, что туннельные переходы электронов не влияют на направление больших магнитных моментов капель.

Пустые капли и капли с двумя электронами распадаются за время порядка характерных магнитных времен  $\tau_0$ . Тогда их можно рассматривать как стабильные объекты, если время туннелирования электронов  $\tau$  много меньше чем  $\tau_0$ . Вследствие сохранения числа капель времена туннелирования электрона на пустую каплю и ухода электрона из двухэлектронной капли равны и условие  $\tau \ll \tau_0$  выполняется,

если  $\exp(-V/2kT)/8\pi l^3 n_e \ll 1$ , где  $V$  — энергия кулоновского отталкивания двух электронов на одной капле,  $l$  — характерная длина туннелирования,  $n_e$  — число ферронов в единице объема [7]. При выполнении последнего условия можно считать, что радиусы одноэлектронных, пустых и двухэлектронных капель равны и определяются соотношением (4).

Энергия пустой капли, определяемая вторым и третьим слагаемыми в формуле (1), равна

$$E_0(\theta) = E_0^{(0)} \left( 1 - \frac{2}{5} bH \cos \theta \right) + O(H^2),$$

$$E_0^{(0)} = \frac{2}{5} E_1^{(0)}.$$

В двухэлектронной капле электроны должны иметь противоположные проекции спина на направление магнитного момента. Энергию такого феррона можно представить в виде

$$E_2(\theta) = E_2^{(0)} \left( 1 - \frac{2}{5} bH \cos \theta \right) + V(0) \frac{1}{5} bH \cos \theta + O(H^2), \quad (8)$$

где  $E_2^{(0)} = 2E_1^{(0)} - E_0^{(0)} + V(0)$ , а кулоновская энергия равна  $V(H) = e^2/\epsilon R(H) \approx V(0)(1 - (1/5)bH \cos \theta)$ . Положим для оценок значение диэлектрической проницаемости  $\epsilon = 10$  и  $R(0) = 2d$ . Отсюда находим, что  $V(0) \sim 0.2$  эВ  $\gg \mu_B H_{mol}$ . Будем рассматривать область температур  $kT \ll V(0)$ . Именно в этом случае можно пренебречь вероятностью образования ферронов с тремя и более электронами.

По сути дела наша модель описывает туннелирование электронов между потенциальными ямами с учетом их кулоновского отталкивания внутри ям. В этом смысле она аналогична модели Хаббарда с хаотическим расположением центров. Как указано выше, мы рассматриваем случай одного электрона на центр при сильном кулоновском отталкивании. В этом случае имеются верхняя и нижняя хаббардовские подзоны, разделенные кулоновской щелью. Нижняя подзона заполнена, а верхняя пустая. Тогда проводимость определяется перескоками электронов с нижней в верхнюю подзону. Поскольку значение температуры предполагается много меньшим величины кулоновской щели, число электронов, участвующих в процессе переноса заряда, много меньше полного числа электронов, образовавших ферроны. Поэтому можно полагать, что при перескоках электрон с верхнего состояния заполненной зоны переходит на дно пустой зоны. Энергия активации в таком процессе фиксирована и составляет

величину порядка кулоновской щели, что позволяет заменить переходы между подзонами на переходы между уровнями. Естественно, что если бы число электронов и ферронов значительно различалось, то подобный упрощенный подход нуждался бы в уточнении. В частности, следовало бы учесть конечность ширины зоны и ферми-статистику носителей (по крайней мере, в области достаточно низких температур).

Таким образом, в системе имеется  $N_{1,\sigma}$  капель с электроном, имеющим проекцию спина  $\sigma/2$  на направление эффективного поля,  $N_0$  пустых ферронов и  $N_2 = N_0$  ферронов с двумя электронами. Найдем средние значения  $N_0$ ,  $N_2$  и  $N_{1,\sigma}$ . Число возможных состояний с заданными величинами  $\{N_a\}$  (где индекс « $a$ » пробегает значения  $\{0, (1, \uparrow), (1, \downarrow), 2\}$ ) есть  $N_e!/(N_0!N_{1,\uparrow}!N_{1,\downarrow}!N_2!)$ . Тогда статистическую сумму системы можно представить в виде

$$\mathcal{Z} = N_e! \sum_{\{N_a\}} \delta_{N_0}^{N_2} \delta_{N_{1,\uparrow}+N_{1,\downarrow}}^{N_e-2N_2} \times \prod_a \left[ \frac{1}{N_a!} \left( \int d\Omega \exp\left(-\frac{E_a(\theta)}{kT}\right) \right)^{N_a} \right], \quad (9)$$

где символы Кронеккера учитывают тот факт, что в нашей модели  $N_0 = N_2$  и  $N_{1,\uparrow}+N_{1,\downarrow}+2N_2 = N_e$ . Суммирование по  $N_0, N_2$  осуществляется от 0 до  $N_e/2$ , а по  $N_{1,\sigma}$  от 0 до  $N_e - 2N_2$ . Поскольку  $N_e \gg 1$ , сумму по  $N_2$  можно заменить интегралом, воспользовавшись для факториалов, входящих в (9), формулой Стирлинга. Полученный интеграл легко вычисляется методом перевала. Проводя затем интегрирование по телесному углу, для средних чисел  $\bar{N}_2$  и  $\bar{N}_{1,\sigma}$  получим

$$\bar{N}_2 = N_e \frac{\exp(-V(0)/2kT)}{2 \operatorname{ch}(\bar{J}/kT)} \times \left[ \frac{\alpha_1^2}{\alpha_0 \alpha_2} \frac{\operatorname{sh}(\alpha_0 H) \operatorname{sh}(\alpha_2 H)}{\operatorname{sh}^2(\alpha_1 H)} \right]^{1/2}, \quad (10)$$

$$\bar{N}_{1,\sigma} = (N_e - 2\bar{N}_2) \frac{e^{\sigma \bar{J}/kT}}{2 \operatorname{ch}(\bar{J}/kT)}, \quad (11)$$

где введены следующие обозначения:

$$\alpha_0 = \frac{2E_0^{(0)} b}{5kT}, \quad \alpha_1 = \frac{2E_1^{(0)} b}{5kT},$$

$$\alpha_2 = \frac{2(2E_1^{(0)} - E_0^{(0)} + V(0)/2) b}{5kT}. \quad (12)$$

Из (10) следует, что в слабых полях первая поправка к  $\bar{N}_2(0)$  растет пропорционально квадрату поля, а в

достаточно сильных полях  $\bar{N}_2 \propto \exp(bV(0)H/10kT)$ . Отметим, что выражения (10), (11) совпадают с результатами, полученными в [7] в отсутствие магнитного поля и без учета спина электронов, если положить  $H = 0$  и  $\bar{J} = 0$ .

Для феррона в состоянии  $a$  плотность вероятности для направления магнитного момента, находящегося внутри телесного угла  $d\Omega$ , можно записать в виде

$$\begin{aligned} P_0(\theta) &= \frac{\exp(\alpha_0 H \cos \theta)}{\int d\Omega' \exp(\alpha_0 H \cos \theta')}, \\ P_{1,\sigma}(\theta) &= \frac{\exp(\alpha_1 H \cos \theta)}{\int d\Omega' \exp(\alpha_1 H \cos \theta')}, \\ P_2(\theta) &= \frac{\exp(\alpha_2 H \cos \theta)}{\int d\Omega' \exp(\alpha_2 H \cos \theta')}. \end{aligned} \quad (13)$$

Значения вероятностей для капель, содержащих разное число электронов, различаются, поскольку магнитопольевые зависимости их энергий (5), (7), (8) не одинаковы. Отметим, что вероятности  $P_{1,\sigma}$  не зависят от знака  $\sigma$ , поскольку мы пренебрегли слагаемым  $\mathbf{V}(\mathbf{H})$  в формуле (2) для эффективного поля, действующего на электрон.

### 3. МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЕ

В рамках нашей модели проводимость обусловлена следующими туннельными процессами.

1) Электрон туннелирует из феррона в состоянии  $1, \sigma_1$  на каплю, содержащую электрон с проекцией спина  $\sigma_2/2$ . В результате возникает пустой феррон и феррон с двумя электронами. Этот процесс можно схематично изобразить как  $(1\sigma_1, 1\sigma_2) \rightarrow (0, 2)$ .

2) Процесс, обратный первому, т.е.  $(2, 0) \rightarrow (1\sigma_1, 1\sigma_2)$ .

3) Феррон с двумя электронами и феррон, содержащий электрон с проекцией спина  $\sigma_1/2$ , обмениваются электронами:  $(2, 1\sigma_1) \rightarrow (1\sigma_2, 2)$ .

4) Одноэлектронный феррон отдает свой электрон пустому:  $(0, 1\sigma_1) \rightarrow (1\sigma_2, 0)$ .

Заметим, что в последних двух случаях  $\sigma_1$ , вообще говоря, не равно  $\sigma_2$ . Вклад в плотность тока от каждого туннельного процесса может быть представлен в виде [7, 13]

$$i_{(a',b';a,b)} = \frac{e}{V} \left\langle \sum_{i=0}^{N_a} \sum_{j=0}^{N_b} \frac{r_{ij} \cos \gamma_{ij}}{\tau_{i,j}(a',b';a,b)} \right\rangle, \quad (14)$$

где  $r_{ij}$  и  $\gamma_{ij}$  — расстояние между ферронами  $i$  и  $j$  между вектором  $\mathbf{r}_{ij}$  и направлением электрического поля. Суммирование по  $i$  и  $j$  осуществляется по

ферронам, с которых и на которые может туннелировать электрон, а через  $\langle \dots \rangle$  обозначено как термодинамическое среднее, так и среднее по объему. Величина  $\tau_{ij}(\mathbf{f}, \mathbf{i})$  есть время туннелирования из начального состояния  $\mathbf{i} = (a, b)$  в конечное  $\mathbf{f} = (a', b')$ . Его можно представить в виде

$$\tau_{ij}(\mathbf{f}, \mathbf{i}) = \omega_0^{-1} \exp\left(\frac{r_{ij}}{l} - \frac{e(\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}_{ij})}{kT}\right) W^{-1}(\mathbf{f}, \mathbf{i}), \quad (15)$$

где  $l$  и  $\omega_0^{-1}$  — длина туннелирования и период движения электрона в потенциальной яме. Величины  $W^{\mathbf{f},\mathbf{i}}$  по определению не зависят от расстояния между ферронами. Поскольку в результате туннельных переходов энергия системы, вообще говоря, меняется, вероятность  $W$  зависит от разности энергий до и после туннелирования. Кроме того, вероятность туннелирования, очевидно, должна зависеть от взаимной ориентации магнитных моментов ферронов.

Для нахождения величины  $W(\mathbf{f}, \mathbf{i})$  воспользуемся условиями детального равновесия для каждого туннельного процесса в отсутствие электрического поля. Феррон характеризуется количеством и состоянием имеющихся в нем электронов, а также направлением магнитного момента. Таким образом, его состояние определяется набором величин  $(a, \mathbf{n})$ , где  $a$  нумерует электронные состояния и пробегает значения  $\{0, (1, \uparrow), (1, \downarrow), 2\}$ , а  $\mathbf{n}$  — единичный вектор, направленный по магнитному моменту феррона. Число ферронов в состоянии  $(a, \mathbf{n})$  в единице объема есть  $\bar{N}_a P_a(\mathbf{n}) d\Omega/V$ . Мы предположили, что при туннельных переходах направление магнитных моментов капель сохраняется. Тогда число переходов из состояния  $(a_1, \mathbf{n}_1, a_2, \mathbf{n}_2)$  в состояние  $(a'_1, \mathbf{n}_1, a'_2, \mathbf{n}_2)$  за единицу времени в элементе объема  $dV$  есть

$$\frac{1}{V^2} \frac{\bar{N}_{a_1} P_{a_1}(\theta_1) \bar{N}_{a_2} P_{a_2}(\theta_2) d\Omega_1 d\Omega_2 dV}{\tau(a'_1, a'_2; a_1, a_2)}. \quad (16)$$

В равновесном состоянии это число должно равняться числу обратных переходов. Используя равенство (15) для времени туннелирования, а также выражения для  $\bar{N}_a$  и  $P_a(\theta)$ , можно записать условия равновесия в виде

$$\begin{aligned} \frac{W(a'_1, a'_2; a_1, a_2)}{\exp[(E_{a_1}(\theta_1) + E_{a_2}(\theta_2))/kT]} = \\ = \frac{W(a_1, a_2; a'_1, a'_2)}{\exp[(E_{a'_1}(\theta_1) + E_{a'_2}(\theta_2))/kT]}. \end{aligned} \quad (17)$$

Следуя термодинамике, положим, что вероятность

$W(\mathbf{f}, \mathbf{i})$  зависит экспоненциально от разности энергий начального и конечного состояний. Тогда

$$W(a'_1, a'_2; a_1, a_2) = f^{\mathbf{f}, \mathbf{i}}(\cos \nu) \times \exp \left\{ -\frac{E_{a'_1}(\theta_1) + E_{a'_2}(\theta_2) - E_{a_1}(\theta_1) - E_{a_2}(\theta_2)}{2kT} \right\}, \quad (18)$$

где  $\nu$  — угол между направлениями магнитных моментов ферронов:

$$\cos \nu = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\phi_1 - \phi_2). \quad (19)$$

Функции  $f^{\mathbf{f}, \mathbf{i}}$  определяют зависимость вероятности туннелирования от взаимной ориентации магнитных моментов капель. Эти вероятности должны совпадать для прямого и обратного процессов. Рассмотрим процесс 2). Если электрон с проекцией спина  $\sigma/2$  на направление магнитного момента капли 1 попадает в пустой феррон 2, то его энергия в эффективном поле изменится на величину  $-\sigma \bar{J} \cos \nu + \sigma \bar{J}$ . Тогда для  $f$  имеем

$$f^{1\sigma_1, 1\sigma_2; 0, 2}(\cos \nu) = \sum_{\sigma} q_{\sigma} \exp \left( -\frac{\sigma \bar{J}(1 - \cos \nu)}{kT} \right), \quad (20)$$

где  $q_{\sigma}$  — вероятность вылетающему электрону иметь проекцию спина  $\sigma/2$ . С учетом нормировки она равна  $e^{\sigma \bar{J}/kT} / 2 \operatorname{ch}(\bar{J}/kT)$ . Итак, окончательное выражение для  $f^{1\sigma_1, 1\sigma_2; 0, 2}$  имеет вид

$$f^{1\sigma_1, 1\sigma_2; 0, 2}(\cos \nu) = \frac{\operatorname{ch}(\bar{J} \cos \nu / kT)}{\operatorname{ch}(\bar{J} / kT)}. \quad (21)$$

Этому же выражению должна равняться функция  $f^{0, 2; 1\sigma_1, 1\sigma_2}$  для процесса 1), обратного рассмотренному. Тем же способом можно показать, что формула (21) для функции  $f^{\mathbf{f}, \mathbf{i}}$  справедлива для всех перечисленных выше туннельных процессов.

Проведем теперь усреднение плотности тока (14) по объему с помощью выражений (15) и (18). Тогда в линейном по полю  $E$  приближении получим

$$i_{(a', b'; a, b)} = \frac{32\pi e^2 l^5 \omega_0}{kT} \bar{n}_a \bar{n}_b \langle W(a', b'; a, b) \rangle E,$$

где  $n_a = N_a/V$ , а усреднение проводится по направлениям моментов ферронов, распределенных с плотностью вероятности  $P_a(\theta_1)P_b(\theta_2)$ . Суммируя затем

вклады от всех туннельных процессов, получим для проводимости  $\sigma = i/E$  следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sigma(H) = \sigma_0 \frac{j}{4 \operatorname{sh} j} \int \frac{d\Omega_1}{4\pi} \int \frac{d\Omega_2}{4\pi} \operatorname{ch}(j \cos \nu) \times \\ \times \exp \left( \frac{1}{2} \alpha_1 H \cos \theta_1 \right) \exp \left( \frac{1}{2} \alpha_1 H \cos \theta_2 \right) \times \\ \times \left( \exp \left( \frac{1}{2} \alpha_0 H \cos \theta_1 \right) \exp \left( \frac{1}{2} \alpha_0 H \cos \theta_2 \right) \times \right. \\ \times \sqrt{\frac{\alpha_0 \operatorname{sh}(\alpha_2 H)}{\alpha_2 \operatorname{sh}(\alpha_0 H)}} + \\ \left. + 2 \exp \left( \frac{1}{2} \alpha_0 H \cos \theta_1 \right) \exp \left( \frac{1}{2} \alpha_2 H \cos \theta_2 \right) + \right. \\ \left. + \exp \left( \frac{1}{2} \alpha_2 H \cos \theta_1 \right) \exp \left( \frac{1}{2} \alpha_2 H \cos \theta_2 \right) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{\alpha_2 \operatorname{sh}(\alpha_0 H)}{\alpha_0 \operatorname{sh}(\alpha_2 H)}} \right) \left[ \frac{\operatorname{sh}(\alpha_1 H)}{\alpha_1 H} \right]^{-2}, \quad (22) \end{aligned}$$

где  $j = \bar{J}/kT$ , а  $\sigma_0$  — проводимость в отсутствие поля:

$$\sigma_0 = \frac{128\pi e^2 l^5 \omega_0 n_e^2 \operatorname{ch}^2(j/2) \operatorname{sh} j}{jkT \operatorname{ch}^3 j} \times \exp \left( -\frac{V(0)}{2kT} \right), \quad n_e = N_e/V. \quad (23)$$

Если пренебречь расщеплением энергии электрона за счет взаимодействия его спина с молекулярным полем, т. е. положить  $j = 0$ , придем к выражению для проводимости  $\sigma_0$ , полученному в работе [7].

В дальнейшем нас будет интересовать величина магнитосопротивления  $\operatorname{MR}(H) = \sigma(H)/\sigma_0 - 1$ . Вычислить аналитически интегралы в формуле (22) в общем случае не удастся. Однако можно получить асимптотики для магнитосопротивления при  $H \rightarrow 0$  и  $\alpha_0 H \gg 1$ . В области малых полей разложение проводимости в ряд по  $H$  идет по четным степеням поля. Ограничиваясь квадратичным членом, получим

$$\operatorname{MR}(H) = \frac{H^2}{24} \left( (\alpha_1 + \alpha_2)^2 + (\alpha_1 + \alpha_0)^2 - 8\alpha_1^2 \right) \propto H^2/T^2. \quad (24)$$

Заметим, что коэффициент при  $H^2$  в этом выражении не зависит от  $\bar{J}$ . Таким образом, зависимость магнитосопротивления от взаимной ориентации магнитных моментов ферронов появляется лишь в высших порядках по полю.

В достаточно сильных полях, когда  $\alpha_0 H \gg 1$  (но по-прежнему  $bH \ll 1$ ), магнитосопротивление экспо-

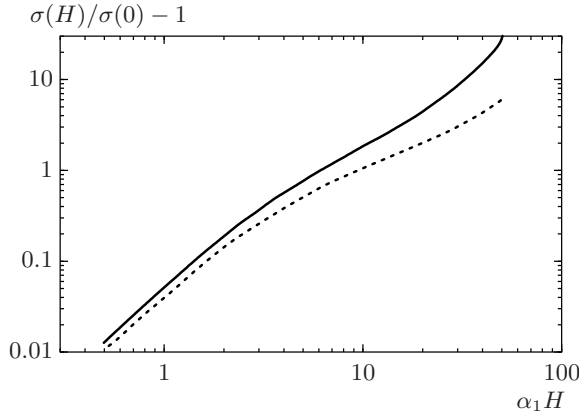


Рис. 1. Зависимость магнитосопротивления от магнитного поля при  $j = 2.25$ ,  $V(0)/E_1^{(0)} = 0.2$  (сплошная линия) и  $j = 1.875$ ,  $V(0)/E_1^{(0)} = 0.1$  (пунктирная линия)

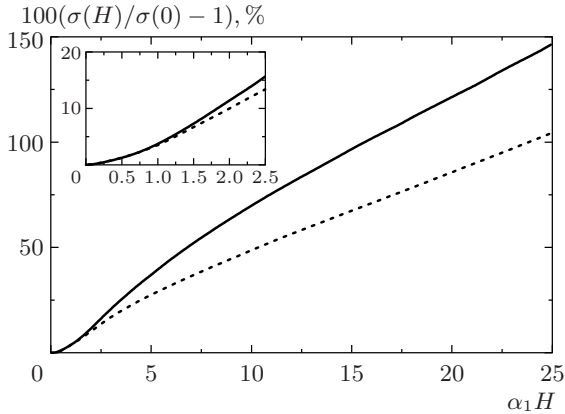


Рис. 2. Зависимость магнитосопротивления от магнитного поля при  $j = 1.5$  (сплошная линия) и  $j = 1.0$  (пунктирная линия). В обоих случаях  $V(0)/E_1^{(0)} = 0.07$

нentially зависит от поля, согласно результатам работ [3, 7]:

$$MR(H) = j \operatorname{ctg} j \left( \frac{(\alpha_0/\alpha_2)^{1/4}}{1 + \alpha_0/\alpha_1} + \frac{(\alpha_2/\alpha_0)^{1/4}}{1 + \alpha_2/\alpha_1} \right)^2 \times \exp\left(\frac{bV(0)}{10kT} H\right) - 1. \quad (25)$$

На рис. 1 и 2 представлены зависимости магнитосопротивления от поля, рассчитанные по формуле (22) при различных значениях параметров  $\alpha_a$  и  $j$ . На рис. 1, в частности, видно, что в области слабых полей магнитосопротивление квадратично по полю, затем зависимость  $MR(H)$  становится линейной, а в сильных полях магнитосопротивление начинает экс-

поненциально расти. На кривых, изображенных на рис. 2, экспоненциальный рост не наблюдается, поскольку они соответствуют случаю более высоких температур и более низкой величине кулоновской энергии.

#### 4. ВЛИЯНИЕ УВЕЛИЧЕНИЯ ОБЪЕМА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ФАЗЫ

В рассмотренной выше модели изменение проводимости в магнитном поле было обусловлено полевой зависимостью вероятностей туннельных переходов и чисел заполнения  $\bar{N}_2, \bar{N}_{1,\sigma}$ . Наряду с этими механизмами магнитосопротивление может быть связано непосредственно с увеличением размера ферронов. Действительно, вдали от порога протекания справедлива следующая формула для проводимости смеси диэлектрик–металл [14]:

$$\sigma = \sigma_d(1 + x), \quad (26)$$

где  $\sigma_d$  — проводимость диэлектрической матрицы, а  $x$  — объемная доля металлической фазы. Мы предположили здесь, что проводимость диэлектрика много меньше проводимости металла.

Величину  $x$  в нашем случае можно представить в виде

$$x = \frac{4\pi}{3V} \sum_a \bar{N}_a \langle R^3 \rangle_a. \quad (27)$$

Через  $\langle \dots \rangle_a$  в этом выражении обозначено усреднение по направлениям магнитного момента с плотностью вероятности  $P_a$ . Поскольку числа  $\bar{N}_2, \bar{N}_0$  экспоненциально малы по сравнению с  $\bar{N}_{1,\uparrow} + \bar{N}_{1,\downarrow} \approx N_e$ , а вероятности  $P_{1,\sigma}$  не зависят от проекции спина электрона, вместо (27) можно написать

$$x = \frac{4\pi}{3} n_e \langle R^3 \rangle_1 = x_0 \left\langle \frac{R^3(\mathbf{H})}{R^3(0)} \right\rangle_1, \quad (28)$$

где  $x_0$  — объемная доля ферронов в отсутствие поля. В рассматриваемом случае эта величина должна быть меньше критической,  $x_c \approx 0.15$ , при которой происходит перколяционный переход.

Используя равенство (4) для радиуса феррона, находим, что вклад в магнитосопротивление за счет рассматриваемого механизма описывается формулой

$$MR(H) = x(H) - x_0 = x_0 \frac{3b}{5} \left( H \operatorname{ctg}(\alpha_1 H) - \frac{1}{\alpha_1} \right). \quad (29)$$

В малых полях магнитосопротивление квадратично по полю:

$$\text{MR}(H) = x_0 \frac{b}{5} \alpha_1 H^2 \propto H^2/T. \quad (30)$$

Заметим, что в отличие от (24), это выражение уменьшается с ростом температуры как  $1/T$ .

В достаточно больших полях, когда  $\alpha_1 H \gg 1$  (но все еще  $bH \ll 1$ ) магнитосопротивление (29) линейно зависит от поля:

$$\text{MR}(H) = x_0 \frac{3b}{5} H. \quad (31)$$

### 5. УЧЕТ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИИ

В предыдущих разделах в выражении для энергии ферронов мы пренебрегли вкладом магнитной анизотропии и эффектом формы капли, полагая ее сферической. Здесь мы рассмотрим влияние этих эффектов на поведение магнитосопротивления. Для простоты расчетов будем полагать, что размер капель не меняется с ростом поля. Это допустимо, конечно, лишь в области слабых полей. Кроме того, будем считать, что магнитная анизотропия является одноосной, а ферроны имеют форму эллипсоида вращения с осью, параллельной оси анизотропии. Заметим, что, по-видимому, эллипсоидальной формой обладают ферроны в слоистых манганитах [15, 16].

Тогда дополнительный вклад в энергию капли, связанный с анизотропией, равен [14]

$$U_a = -M_0 H_a \cos^2 \psi, \quad (32)$$

где  $\psi$  — угол между осью легкого намагничивания (легкой осью) и магнитным моментом, а  $H_a$  — поле анизотропии, которое складывается как собственно из поля кристаллографической анизотропии, так и из анизотропии формы. Последний вклад может быть оценен как  $\pi m(1 - 3\mathcal{N})$ , где  $m$  — магнитный момент единицы объема, а  $\mathcal{N}$  — соответствующий размагничивающий фактор. Заметим, что уже при небольшом отклонении формы феррона от сферической это слагаемое может достигать значений, существенно превышающих характерные для ферромагнетиков поля кристаллической анизотропии. Так, при равном двойке отношении полуосей эллипсоида и характерных для манганитов значениях параметров вклад формы в поле анизотропии оказывается порядка 0.5–0.7 Тл.

Пусть направление легкой оси задается углами  $\beta, \phi_\beta$ , причем без потери общности можно положить азимутальный угол  $\phi_\beta$  равным нулю. Тогда

$$\cos \psi = \cos \theta \cos \beta + \sin \theta \sin \beta \cos \phi. \quad (33)$$

Выполнив расчеты, аналогичные проведенным в разд. 2, 3, получим для проводимости

$$\sigma(H) \propto \frac{\int d\Omega_1 \int d\Omega_2 \exp \{ \alpha_1 (H \cos \theta_1 + H_a \cos^2 \psi_1) \} \text{ch}(j \cos \nu) \exp \{ \alpha_1 (H \cos \theta_2 + H_a \cos^2 \psi_2) \}}{(\int d\Omega \exp \{ \alpha_1 (H \cos \theta + H_a \cos^2 \psi(\theta, \phi)) \})^2}. \quad (34)$$

Получить аналитические результаты здесь удается лишь в области малых полей и достаточно высоких температур, когда  $j, \alpha_1 H_a < 1$ . Раскладывая (34) в ряд по  $j, H_a$  и  $H$  с точностью до квадратичных членов, получим следующее выражение для магнитосопротивления:

$$\text{MR}(H) = \frac{2}{225} \left( \cos^2 \beta - \frac{1}{3} \right) \alpha_1^3 j^2 H^2 H_a \times \left( 1 + \frac{2\alpha_1 H_a}{7} \right) \propto H^2/T^5. \quad (35)$$

Из этого соотношения следует, что в области малых полей магнитосопротивление пропорционально  $T^{-5}$ . Интересно отметить, что в зависимости от ориентации магнитного поля относительно легкой оси магнитосопротивление может менять знак: при малых углах  $\beta$  оно положительно, а при больших — отрицательно.

Можно показать, что если последовательно учитывать эффекты, связанные как с увеличением размера ферронов, так и с наличием анизотропии, то в слабых полях магнитосопротивление определяется суммой выражений (24), (30) и (35).

На рис. 3 представлены результаты численного расчета зависимости магнитосопротивления от величины магнитного поля в области слабых полей при различных углах  $\beta$  между легкой осью и магнитным полем.

### 6. ОБСУЖДЕНИЕ

Итак, во всех рассмотренных выше случаях магнитосопротивление квадратично по полю в обла-



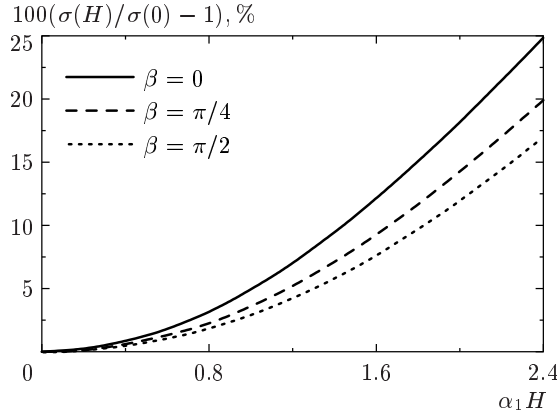


Рис. 3. Зависимость магнитосопротивления от магнитного поля при различных углах  $\beta$  между легкой осью и магнитным полем. Параметры  $j = 1.5$ ,  $\alpha_1 H_a = 0.8$ ,  $V(0)/E_1^{(0)} = 0.1$

ти малых полей, что согласуется с экспериментом [2, 8, 9]. Однако температурные зависимости коэффициента при  $H^2$  в равенствах (24), (30) и (35) различны и определяются соотношением параметров задачи.

Для численных оценок будем пользоваться характерными для манганитов значениями параметров  $t = 0.3$  эВ,  $J \approx J_{fer} = 1.5 \cdot 10^{-3}$  эВ,  $z = 6$ ,  $g = 2$ ,  $S = 2$ ,  $d = 0.4$  нм. Мы предположили, что постоянные ферромагнитного и антиферромагнитного взаимодействий близки по величине, поскольку в манганитах температуры Нееля и Кюри обычно одного порядка. Заметим, что это предположение согласуется с результатами, полученными в работе [17]. Пусть также  $z' = 10$ , а диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 10$ . Тогда из формул (4) и (5) получим, что  $E_1^{(0)} = 1.5$  эВ,  $V(0) = 0.2$  эВ,  $1/b = 100$  Тл, а  $\bar{J} = 200$  К. Из первых двух оценок следует, что можно пренебречь кулоновской энергией в определении  $\alpha_2$  по сравнению с другими слагаемыми. В результате  $\alpha_2 = (8/5)\alpha_1$ ,  $\alpha_0 = (2/5)\alpha_1$ , а поскольку  $\alpha_1 kT = M_0$  — магнитный момент капли, формулы (24), (35) и (30) можно переписать в виде

$$MR_1(H) = \frac{3}{100} \frac{M_0^2 H^2}{(kT)^2}, \quad (24')$$

$$MR_2(H) = \frac{2}{225} \frac{M_0^3 \bar{J}^2 H_a H^2}{(kT)^5} \times \left( \cos^2 \beta - \frac{1}{3} \right) \left( 1 + \frac{2M_0 H_a}{7kT} \right), \quad (35')$$

$$MR_3(H) = x_0 \frac{b}{5} \frac{M_0 H^2}{kT}. \quad (30')$$

Напомним, что магнитный момент феррона определяется как  $M_0 = \mu_B g S N_p$ , где  $N_p = (4\pi/3)(R/d)^3 \approx 30$  — число магнитных атомов в капле. Из полученных значений величин  $b$ ,  $\bar{J}$ ,  $M_0$  и  $x_0 < 0.1$  найдем, что при  $T = 100$  К коэффициент при  $H^2$  в формуле (30') на два порядка меньше соответствующих коэффициентов в выражениях (24') и (35'), которые в свою очередь имеют порядок  $10^{-1}$  Тл $^{-2}$ . Таким образом, эффектом, связанным с увеличением объема металлической фазы, можно пренебречь.

Магнитосопротивление в формуле (35') зависит от угла между магнитным полем и направлением легкой оси. Поэтому данное выражение справедливо, строго говоря, только для монокристаллов. Однако, как было показано, основной вклад в  $H_a$  дает анизотропия формы. Если считать, что направления осей эллипсоидов различных ферронов не совпадают между собой и распределены по какому-то закону  $Q(\beta)$  (зависящему, вообще говоря, от магнитного поля), то вместо (35') можно написать

$$MR_2(H) = \gamma \frac{2}{225} \frac{M_0^3 \bar{J}^2 H_a H^2}{(kT)^5} \left( 1 + \frac{2M_0 H_a}{7kT} \right), \quad (36)$$

где  $\gamma = \int d\beta \sin \beta Q(\beta) (\cos^2 \beta - 1/3)$ , причем  $\gamma$  может быть как положительно, так и отрицательно. Если же  $Q(\beta) = 1$ , то  $\gamma = 0$ . Однако можно ожидать, что  $\gamma > 0$ , поскольку длинным осям эллиптических магнитных капель предпочтительней выстраиваться вдоль поля. Таким образом, в области слабых полей получим окончательно

$$MR(H) = \frac{3}{100} \frac{M_0^2 H^2}{(kT)^2} \left( 1 + \gamma \frac{8}{27} \frac{M_0 \bar{J}^2 H_a}{(kT)^3} \right), \quad (37)$$

где мы пренебрегли вторым слагаемым в круглых скобках в формуле (36).

В зависимости от соотношений параметров и области рассматриваемых температур второе слагаемое в круглых скобках в формуле (37) может быть как больше, так и меньше единицы. Таким образом, магнитосопротивление может уменьшаться с ростом температуры как по закону  $1/T^2$ , так и по закону  $1/T^5$ . Отметим, что поведение магнитосопротивления, подчиняющееся закону  $H^2/T^5$ , наблюдалось в широкой области температур для системы  $(La_{1-x}Pr_x)_{0.7}Ca_{0.3}MnO_3$  [8]. При этом магнитосопротивление по порядку величины согласуется с приведенной выше оценкой.

Рассмотрим теперь область сильных полей. Из оценки кулоновской энергии видно, что множитель при  $bH$  в показателе экспоненты формулы (25) оказывается порядка единицы при  $T \sim 100$  К. Таким

образом, перед экспоненциальным ростом магнитосопротивления выходит на константу. В этой области, складывая выражения (25) и (31), получим

$$\text{MR}(H) = \frac{\bar{J}^2}{3(kT)^2} + bH \left( \frac{V(0)}{10kT} + \frac{3x_0}{5} \right), \quad (38)$$

где мы учли, что из оценок величин  $\alpha_a$  и  $\bar{J}$  предэкспоненциальный множитель в формуле (25) можно приближенно положить равным  $1 + j^2/3$ .

Область рассматриваемых нами полей ограничена значениями порядка 10–20 Тл. Это связано с тем, что мы не учитывали нелинейной зависимости радиуса капли от величины магнитного поля. Кроме того, в области высоких полей возможен перколяционный переход системы в металлическое состояние. Таким образом, экспоненциальный рост магнитосопротивления в высоких полях возникает при низких температурах и/или при достаточно большой величине кулоновской энергии, когда показатель экспоненты в формуле (25) становится порядка единицы. Тогда при  $j > 1$  из формулы (25) получим

$$\text{MR}(H) \approx \frac{\bar{J}}{kT} \exp \left( \frac{V(0)bH}{10kT} \right). \quad (39)$$

Заметим, что величина магнитосопротивления в рассматриваемом случае может составлять несколько сотен процентов уже в неметаллической области.

Авторы выражают благодарность Н. А. Бабушкиной, Я. М. Блантеру, П. Вёльфле, А. Б. Грановскому, П. Фулде и Д. И. Хомскому за полезное обсуждение. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-15-96570, 00-02-16255 и 02-02-16708), CRDF (грант RP2-2355-МО-02), ИНТАС (грант 01-2008), NWO (грант 047-008-017), а также стипендии Президента РФ (грант 00-15-9654).

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. L. Nagaev, Phys. Rep. **346**, 387 (2001).

2. E. Dagotto, T. Hotta, and A. Moreo, Phys. Rep. **344**, 1 (2001).

3. М. Ю. Каган, К. И. Кугель, УФН **171**, 577 (2001).

4. Э. Л. Нагаев, Письма в ЖЭТФ **6**, 484 (1967).

5. М. Yu. Kagan, К. I. Kugel, and D. I. Khomskii, ЖЭТФ **120**, 470 (2001).

6. М. Yu. Kagan, D. I. Khomskii, and M. V. Mostovoy, Eur. Phys. J. B **12**, 217 (1999).

7. A. L. Rakhmanov, К. I. Kugel, Ya. M. Blanter, and M. Yu. Kagan, Phys. Rev. B **63**, 174424 (2001).

8. Н. А. Бабушкина и др., частное сообщение.

9. M. B. Salamon and M. Jaime, Rev. Mod. Phys. **73**, 583 (2001).

10. М. А. Кривоглаз, УФН **111**, 617 (1973).

11. P. Horsch, J. Jaklic, and F. Mack, Phys. Rev. B **59**, R14149 (1999).

12. Дж. Сمارт, *Эффективное поле в теории магнетизма*, Мир, Москва (1968). (*Effective Field Theories of Magnetism*, W. B. Saunders, Philadelphia-London (1966)).

13. Н. Мотт, Э. Давис, *Электронные процессы в некристаллических веществах*, Мир, Москва, (1982). (*Electronic Processes in Non-crystalline Materials*, Clarendon Press, Oxford (1979)).

14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).

15. М. Yu. Kagan, M. V. Mostovoy, and D. I. Khomskii, Physica B **284-288**, 1209 (2000).

16. M. Hennion, F. Moussa, G. Biotteau et al., Phys. Rev. Lett. **81**, 1957 (1998).

17. Ю. А. Изюмов, Ю. И. Скрябин, УФН **171**, 121 (2001).