

МЕХАНИЗМ ДИФФУЗИИ ПОЛОЖИТЕЛЬНО ЗАРЯЖЕННЫХ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ФОТОЭМИССИОННОЙ ЯЧЕЙКЕ В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ

А. В. Филиппов^{a}, В. Е. Фортвов^b, А. Ф. Паль^a, А. Н. Старостин^a*

^a Государственный научный центр «Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований»
142190, Троицк, Московская обл., Россия

^b Институт теплофизики экстремальных состояний Российской академии наук
127412, Москва, Россия

Поступила в редакцию 31 октября 2002 г.

На основе метода нелокальных моментов проведено численное исследование процесса распада пылевой плазмы в фотоэмиссионной ячейке в условиях микрогравитации. Обнаружено, что процесс распада плазмы в космических экспериментах протекал в соответствии с механизмом свободной диффузии электронов и последующего дрейфа пылевых частиц. Найдено аналитическое решение для эволюции радиальных распределений концентрации пылевых частиц и электрического поля для условий экспериментов. Рассмотрен эффект аномально высоких температур пылевых частиц. Исследовано влияние направленного вдоль аксиальной оси магнитного поля на процесс распада пылевой плазмы. Показано, что в магнитном поле распад плазмы будет проходить согласно механизму амбиполярной диффузии, причем процесс распада затягивается до 10^3 с в магнитном поле напряженностью порядка 10^3 – 10^4 Гс.

PACS: 52.25.Z, 52.65.y

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в ряде работ [1–11] сообщалось об аномально высоких температурах пылевых частиц в комплексной плазме. Известно [12], что в сильных полях может происходить «отрыв» энергии тяжелых ионов и, соответственно, заряженных пылевых частиц от тепловой вследствие дрейфового движения со скоростями, значительно превышающими тепловые. Это обусловлено тем, что подвижность пылевых частиц оказывается очень большой вследствие двух факторов: малости приведенных масс пылевой частицы и частицы газа и больших значений заряда пылинки. Поэтому даже в слабых электрических полях скорость пылинок может стать больше тепловой. Например, бронзовые частицы радиусом 25 мкм, которые использовались в экспериментах [1] и по оценкам имели заряд $z_d = 4 \cdot 10^4$ зарядов электрона, в Ne при давлении 40 Торр бу-

дут иметь равные дрейфовую и тепловые скорости в поле $E \sim 0.1$ В/см. С ростом поля энергия пылевых частиц возрастает квадратично и легко может достичь десятков эВ. Но это кинетическая энергия направленного движения, а не хаотического, поэтому, например, диффузия пылевых частиц не может определяться этой большой кинетической энергией. Практически во всех отмеченных выше работах [2–9] исследовалось движение пылинок в области сильного нарушения квазинейтральности плазмы, поэтому высокие энергии пылинок, скорее всего, связаны либо с дрейфовым движением, либо с колебательным движением вследствие развития пылеакустических неустойчивостей.

Особенно показательными оказались сообщения об аномально высоких температурах пылевых частиц в экспериментах на станции «Мир» [1, 10, 11]. Под действием солнечного излучения с яркостной температурой 0.52 эВ пылевая компонента «разогрелась» до температур в 20–55 эВ. Причем были

*E-mail: fav@triniti.ru

получены разные температуры в разных направлениях. Настоящая работа посвящена анализу полученных в эксперименте [1] результатов на основе более полной модели распада плазмы с учетом эффектов нелокальности функции распределения электронов по энергии (ФРЭЭ). Мы также провели анализ, имея в виду будущие эксперименты, влияния внешнего магнитного поля, перпендикулярного радиальному электрическому полю поляризации плазмы, на процесс распада пылевой плазмы в такой ячейке.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Кратко опишем условия экспериментов [1], при анализе которых в [10, 11] были получены аномально высокие температуры пылевых частиц. Бронзовые пылевые частицы радиусом 25–50 мкм, покрытые слоем цезия, облучались солнечным светом на станции «Мир» в условиях микрогравитации. Пылевые частицы находились в ячейке цилиндрической формы радиусом $R = 1.5$ см и высотой $h = 6$ см. Наиболее важные результаты были получены в Ne при давлении $p = 40$ Торр. Далее речь будет идти только об этих экспериментах. При анализе разлета пылевой плазмы, состоящей из тяжелых ионов, положительно заряженных пылевых частиц с зарядом около $z_d \approx 4 \cdot 10^4 e$ и электронов, в работах [10, 11] использовалась модель амбиполярной диффузии с температурой электронов 1–2 эВ. Отметим, что диффузия пылевых частиц дает пренебрежимо малый вклад в коэффициент амбиполярной диффузии

$$D_a = \frac{\mu_d}{e} \left(T_e + \frac{T_d}{z_d} \right) \approx \frac{\mu_d T_e}{e} \quad (1)$$

и не может быть определена из нее. Здесь e — абсолютное значение заряда электрона, μ_d , ez_d , T_d — соответственно, подвижность, заряд и температура пылевых частиц, T_e — температура электронов.

В работе [13], посвященной исследованию перехода диффузии заряженных частиц в стационарной плазме из свободного режима в амбиполярный, было показано, что за границу этих режимов можно условно принять равенство электронной дебаевской и диффузионной длин. Отметим, что при выполнении этого условия концентрация электронов в центре оказывается в два раза меньше ионной. В условиях экспериментов [1] электронная дебаевская длина сравнима с диффузионной длиной и справедливость предположения об амбиполярности диффузии электронов в условиях [1], принятого в [10, 11], заранее не очевидна и требует проверки.

Вопрос о виде ФРЭЭ в ячейке весьма сложен и требует проведения отдельных как экспериментальных, так и теоретических исследований. Здесь полагается, что ФРЭЭ является максвелловской. При температуре электронов $T_e = 0.52$ эВ в неоне при $p = 40$ Торр длина свободного пробега электронов $l_e \approx 38$ мкм, а длина установления энергии электронов $l_u \approx 0.92$ см. С уменьшением температуры электронов эти величины монотонно растут, но не более чем в три раза при переходе от солнечной температуры к комнатной. Поэтому возможно гидродинамическое описание процессов переноса в фотоэмиссионной плазме, но необходим учет нелокальности ФРЭЭ. Для этого в настоящей работе использовался нелокальный метод моментов [14], который включает уравнения баланса заряженных частиц, уравнение баланса энергии электронов и уравнение Пуассона для самосогласованного поля. Данная модель является точной для максвелловской ФРЭЭ. В экспериментах высота ячейки была в четыре раза больше радиуса, поэтому в первом приближении решалась одномерная задача в цилиндрической системе координат. Характерное время установления заряда пылевых частиц под действием солнечного излучения с указанными в [1] параметрами составляет величину порядка 0.1–1 мкс. Поэтому при рассмотрении процесса распада плазмы с секундным масштабом времени полагается, что заряд пылевых частиц не меняется, соответственно, процессы рождения и гибели электронов и заряженных пылевых частиц находятся в равновесии. В итоге самосогласованная система уравнений, описывающая распад пылевой плазмы в фотоэмиссионной ячейке, построенная на основе нелокального метода моментов принимает вид (см., например, [15])

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rj_{e,r})}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rj_{d,r})}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial n_e \langle \varepsilon_e \rangle}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rh_{e,r})}{\partial r} + e j_{e,r} E_r &= -n_e W_s + Q, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rE_r)}{\partial r} &= 4\pi e(z_d n_d - n_e), \end{aligned} \quad (2)$$

где n_e , n_d , $j_{e,r}$, $j_{d,r}$ — соответственно, концентрации, плотности радиальных потоков электронов и заряженных пылевых частиц, $\langle \varepsilon_e \rangle$ — средняя энергия электронов, для максвелловской ФРЭЭ равная $(3/2)T_e$, T_e — температура электронов, $h_{e,r}$ — плотность радиального потока энергии электронов, W_s — скорость потерь энергии в упругих и неупругих столкновениях, E_r — напряженность радиального

электрического поля, Q — источник нагрева электронов.

Потоки в диффузионно-дрейфовом приближении определяются выражениями

$$\begin{aligned} j_{e,r} &= -\frac{\partial(D_T n_e)}{\partial r} - k_e n_e E_r, \\ j_{d,r} &= n_d \mu_d E_r - D_d \frac{\partial n_d}{\partial r} \approx n_d \mu_d E_r, \\ h_{e,r} &= -\frac{\partial(G n_e)}{\partial r} - \beta n_e E_r, \end{aligned} \quad (3)$$

где k_e , μ_d и D_T , D_d — соответственно, подвижности и коэффициенты диффузии электронов и пылевых частиц, G — коэффициент диффузии энергии электронов, β — коэффициент, названный в [14] термоэлектрическим коэффициентом (в [16] под термоэлектрическим коэффициентом подразумевается величина $\beta/ek_e T_e$). Для максвелловской ФРЭЭ коэффициенты переноса электронов связаны соотношениями Эйнштейна:

$$\frac{D_T}{k_e} = \frac{G}{\beta} = \frac{T_e}{e}. \quad (4)$$

Подвижность пылевых частиц определялась по формуле Стокса–Эйнштейна с поправкой Каннингема на конечность длины пробега атомов неона [17]:

$$\mu_d = ez_d \frac{1 + (l_g/r_d) (1.257 + 0.4 \exp\{-1.1 r_d/l_g\})}{6\pi\eta r_d}, \quad (5)$$

где l_g — длина свободного пробега атомов неона, r_d — радиус пылевых частиц, η — вязкость неона, которая практически не зависит от давления и при комнатной температуре равна $3.17 \cdot 10^{-5}$ Па · с [18]. В табл. 1 приведены подвижности и коэффициенты диффузии пылевых частиц разного радиуса. Там же приведены расстояния, на которые смещаются пылевые частицы с температурой $T_d = 300$ К за 100 с за счет диффузии. За это время в эксперименте [1] пылевые частицы дрейфуют на расстояние, сравнимое с радиусом ячейки $R = 1.5$ см. Поэтому мы можем заключить, что диффузией пылевых частиц в условиях экспериментов [1] при давлении 40 Торр можно пренебречь. (Даже при $T_d = 55$ эВ диффузионные расстояния оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с дрейфовым.)

В работе [19] было показано, что за счет фотоэмиссии формируется достаточно широкое распределение пылевых частиц по зарядам. К тому же в экспериментах [1, 10] использовались полидисперсные пылевые частицы радиусом 25–50 мкм. Покажем, что распад пылевой плазмы в фотоэмиссионной ячейке с полидисперсными частицами может быть описан моделью для монодисперсных частиц.

Пусть $f_{a,z}$ — функция распределения пылевых частиц по зарядам z и размерам a , нормированная условием

$$\sum_z \int f_{a,z} da = 1. \quad (6)$$

При изменении радиуса пылевых частиц в диапазоне от 25 до 50 мкм поправка Каннингема в неоне при давлении 40 Торр монотонно убывает от 1.2 до 1.1. Поэтому мы пренебрежем слабой зависимостью подвижности пылевых частиц от отношения длины пробега атомов к радиусу. В этом приближении подвижность пылевой частицы радиусом a и зарядом z определяется выражением

$$\mu_{a,z} = \frac{ez}{6\pi\eta a}. \quad (7)$$

Запишем уравнение баланса числа пылевых частиц с радиусом в диапазоне от a до $a + da$ и зарядом z :

$$\frac{\partial(n_d f_{a,z})}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \mu_{a,z} E_r n_d f_{a,z})}{\partial r} = R_{a,z}, \quad (8)$$

где $R_{a,z}$ — сумма источников рождения и гибели пылевых частиц класса (a, z) . Пренебрежем коагуляцией пылевых частиц на стадии распада плазмы. Тогда изменение числа пылевых частиц класса (a, z) будет происходить только за счет изменения заряда пылевых частиц. Просуммировав уравнения (8) по всем возможным зарядам, с учетом того что число частиц данного размера не меняется, получим

$$\frac{\partial(n_d f_a)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \mu_a E_r n_d f_a)}{\partial r} = 0, \quad (9)$$

где $f_a = \sum_z f_{a,z}$, μ_a — подвижность пылевых частиц с радиусом a и зарядом z_a , равным среднему заряду частиц данного размера:

$$z_a = \frac{1}{f_a} \sum_z z f_{a,z}. \quad (10)$$

Проведя интегрирование по размерам частиц, из (9) получим уравнение непрерывности (2) с потоком (3), в котором подвижность определена соотношением

$$\mu_d = \frac{eq_0}{6\pi\eta}. \quad (11)$$

Здесь введено усредненное по ансамблю отношение заряда к радиусу пылевой частицы:

$$q_0 = \int \frac{z_a}{a} f_a da = \int \sum_z \frac{z}{a} f_{a,z} da. \quad (12)$$

Уравнение Пуассона для полидисперсной системы пылевых частиц приводится к такому же виду, как

Таблица 1. Подвижность пылевых частиц с единичным зарядом $\mu_{d,z=1}$, коэффициент диффузии D_d , расстояние $l_{100} = (2D_d t)^{1/2}$, проходимое за счет диффузии за время $t = 100$ с, в зависимости от радиуса r_d при температуре пылевой компоненты $T_d = 300$ К

r_d , мкм	25	37.5	50
$\mu_{d,z} = 1$, см ² /В · с	$1.284 \cdot 10^{-7}$	$8.086 \cdot 10^{-8}$	$5.887 \cdot 10^{-8}$
D_d , см ² /с	$3.322 \cdot 10^{-9}$	$2.092 \cdot 10^{-9}$	$1.523 \cdot 10^{-9}$
l_{100} , мкм	8.0	6.5	5.5
l_{100} ($T_d = 55$ эВ), см	0.038	0.030	0.025

в системе (2), введением усредненного заряда пылевых частиц:

$$z_d = \int \sum_z z f_{a,z} da = \int z_a f_a da. \quad (13)$$

Для удобства введем эффективный радиус пылевых частиц соотношением

$$r_d = z_d / q_0,$$

который, отметим, не совпадает с усредненным радиусом

$$\langle a \rangle = \int \sum_z a f_{a,z} da = \int a f_a da.$$

Система (2) решалась с эффективными граничными условиями для уравнений баланса числа и энергии электронов (подробнее см. [15, 20, 21]):

$$\begin{aligned} \left[n_e + \gamma_e l_e \frac{\partial n_e}{\partial r} \right]_{r=R} &= 0, & \frac{\partial T_e}{\partial r} \Big|_{r=R} &= 0, \\ j_{e,r} \Big|_{r=0} &= 0, & j_{d,r} \Big|_{r=0} &= 0, \\ h_{e,r} \Big|_{r=0} &= 0, & E_r \Big|_{r=0} &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где l_e — длина свободного пробега электронов, γ_e — постоянная Хопфа. Начальные условия задавались в виде

$$n_e|_{t=0} = z_d n_{d,0}, \quad T_e|_{t=0} = T_{e,0}, \quad n_d|_{t=0} = n_{d,0}. \quad (15)$$

В экспериментах частота ухода электронов на стенку

$$\nu_{e,w} \sim D_e / 5.7R^2 = (3-5) \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$$

была значительно меньше частоты ухода на пылевые частицы

$$\nu_{e,d} \sim \pi r_d^2 n_d v_{th,e} = (4-9) \cdot 10^5 \text{ с}^{-1},$$

где $v_{th,e}$ — тепловая скорость электронов. Поэтому электроны уходят на стенки, диффундируя от пылинки к пылинке. После поглощения электрона, потерявшего часть энергии в столкновениях с атомами буферного газа, пылевая частица под действием света тут же испускает другой «горячий» электрон. Следовательно, потеря энергии электронов при выполнении условия $a \ll l_u$ будет прямо пропорциональна квадрату отношения a/l_u (среднего межчастичного расстояния $a = 1/\sqrt[3]{n_d}$ к длине установления энергии электронов). Без магнитного поля в ячейке это условие выполнено, поэтому потерями энергии электронов в столкновениях с атомами неона в расчетах без магнитного поля пренебрегались. Для этого задавался эффективный источник нагрева электронов в уравнении баланса (2)

$$Q = n_e W_s(T_{e,0}),$$

который обеспечивает заданную температуру электронов $T_{e,0}$ в центре фотоячейки.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПАДА ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ БЕЗ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Были проведены расчеты с температурой электронов $T_{e,0} = 1000, 3000$ и 6000 К. Коэффициенты переноса и скорость потери энергии электронов в Ne были рассчитаны с использованием максвелловской ФРЭЭ по сечениям из [22, 23]. Результаты расчетов эволюции концентрации пылевых частиц в центральной области ячейки, усредненной по радиусу в области $r < 0.5$ см, приведены на рис. 1. Там же приведены оцифрованные данные из работ [10, 11]. Как видно из рис. 1, результаты, полученные по нашей модели, находятся в хорошем согласии с экспериментом. В расчетах единственным подгоночным параметром являлся заряд пылевых частиц. Полученные значения заряда, которые находятся в согла-

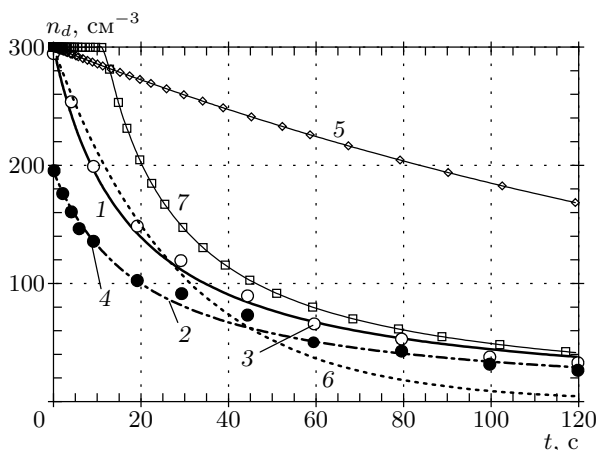


Рис. 1. Экспериментальные и расчетные зависимости концентрации пылевых частиц в центральной области фотоэмиссионной ячейки от времени: 1 — $T_{e,0} = 6000$ К, $r_d = 25$ мкм, $n_{d,0} = 300$ см $^{-3}$, $z_d = 2.9 \cdot 10^4$; 2 — $T_{e,0} = 6000$ К, $r_d = 25$ мкм, $n_{d,0} = 195$ см $^{-3}$, $z_d = 3.2 \cdot 10^4$; 3, 4 — экспериментальные данные [10, 11]: $n_{d,0} = 300$ (3), 195 (4) см $^{-3}$; 5, 6 — расчет по формуле (16) при $\nu_a = 4.84 \cdot 10^{-3}$ с $^{-1}$ (5) и $\nu_a = 0.035$ с $^{-1}$ (6); 7 — $T_{e,0} = 1000$ К, $r_d = 25$ мкм, $n_{d,0} = 300$ см $^{-3}$, $z_d = 2.9 \cdot 10^4$

Таблица 2. Полученные при численном моделировании распада пылевой плазмы значения среднего заряда ансамбля пылевых частиц разного эффективного радиуса в зависимости от концентрации пыли

r_d , мкм	25	37.5	50
$n_{d,0} = 300$ см $^{-3}$	$2.9 \cdot 10^4$	$3.6 \cdot 10^4$	$4.3 \cdot 10^4$
$n_{d,0} = 195$ см $^{-3}$	$3.2 \cdot 10^4$	$4.0 \cdot 10^4$	$4.8 \cdot 10^4$

сии с оценками, проведенными в [10, 11], приведены в табл. 2 для ансамбля частиц с эффективным радиусом 25, 37.5 и 50 мкм. Некоторое увеличение заряда пылинок с уменьшением концентрации пылевых частиц может быть вызвано уменьшением влияния соседей на концентрацию электронов около пылевой частицы. Отметим, что заряд зависит от предполагаемого значения эффективного радиуса пылевых частиц, причем таким образом, чтобы обеспечить экспериментальную скорость распада пылевой плазмы (см. ниже соотношение (19)).

На рис. 1 также приведена кривая распада плаз-

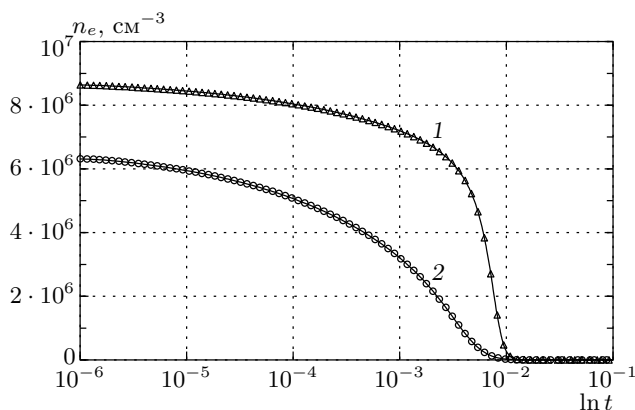


Рис. 2. Расчетные зависимости от времени концентрации электронов на оси фотоэмиссионной ячейки при разных плотностях пылевых частиц: 1 — $T_{e,0} = 6000$ К, $r_d = 25$ мкм, $n_{d,0} = 300$ см $^{-3}$, $z_d = 2.9 \cdot 10^4$; 2 — $T_{e,0} = 6000$ К, $r_d = 25$ мкм, $n_{d,0} = 195$ см $^{-3}$, $z_d = 3.2 \cdot 10^4$

мы по амбиполярому механизму:

$$n_d = n_{d,t=0} \exp(-\nu_a t), \tag{16}$$

где $\nu_a \approx 5.7D_a/R^2 \approx 4.84 \cdot 10^{-3}$ с $^{-1}$ — частота ухода заряженных частиц за счет амбиполярной диффузии с коэффициентом D_a , определенным выражением (1) с $T_{e,0} = 6000$ К. Как отмечалось в [10, 11], можно получить согласие выражения (16) с экспериментом на начальном участке с $\nu_a = 0.035$ с $^{-1}$. Такая частота ухода пылевых частиц приводит к значению произведения $z_d T_e = 1.6 \cdot 10^5$ эВ, откуда следует, что при $z_d = 4 \cdot 10^4$ температура электронов $T_e = 4$ эВ, что не имеет физического обоснования. Также отметим, что решение нестационарного уравнения амбиполярной диффузии в бесконечном цилиндре, удовлетворяющее начальному условию

$$n_d|_{t=0} = \text{const},$$

будет содержать не только основную моду с первым нулем функции Бесселя нулевого порядка на границе, но и моды, соответствующие второму и т.д. нулям. Высокие моды уменьшатся, и, соответственно, поле проникнет в центральную область ячейки только к моменту времени порядка R^2/D_a . Поэтому решение будет описываться простой экспонентой (3) только на больших временах (или при условии, что при $t = 0$ профили заряженных частиц уже имеют вид функции Бесселя нулевого порядка с первым нулем на границе).

Рисунок 1 показывает, что в условиях экспериментов [1] диффузия электронов происходила, ско-

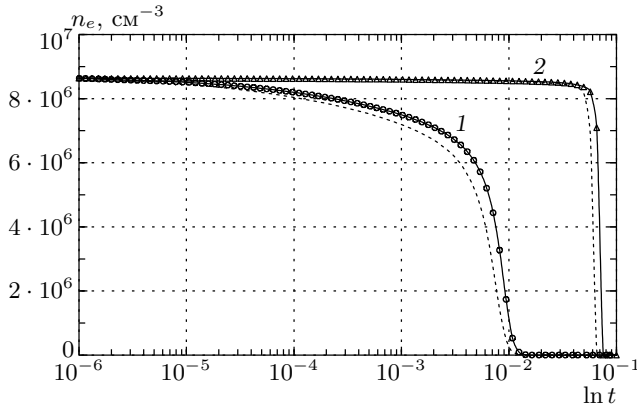


Рис. 3. Расчетные зависимости от времени концентрации электронов на оси фотоэмиссионной ячейки при разных температурах электронов: 1 — $T_{e,0} = 6000$ К, $r_d = 25$ мкм, $n_{d,0} = 300$ см $^{-3}$, $z_d = 2.9 \cdot 10^4$, 2 — $T_{e,0} = 3000$ К; пунктирные кривые — $T_e = \text{const}$

рее всего, по механизму свободной, а не амбиполярной диффузии. Как видно из рис. 2, почти все электроны при $T_e = 6000$ К покидают объем ячейки к моменту времени $t \sim 10^{-2}$ с. Даже уменьшение температуры электронов до 3000 К не изменило картины распада плазмы, только незначительно увеличилось время ухода электронов до $t \sim 10^{-1}$ с (см. рис. 3). Отметим, что в расчетах с постоянной температурой электронов, т. е. без решения уравнения баланса энергии электронов, уход электронов, как видно из рис. 3, происходит чуть-чуть быстрее. За такие времена пылевые частицы практически не успевают сдвинуться с места. Дальнейший разлет пылевых частиц будет определяться системой уравнений, состоящей из уравнения баланса пылевых частиц и уравнения Пуассона:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \mu_d n_d E_r) &= 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r E_r &= 4\pi e z_d n_d. \end{aligned} \quad (17)$$

При начальном, не зависящем от радиуса распределении пылевых частиц решение системы (17) легко находится методом разделения переменных:

$$\begin{aligned} E_r &= 2\pi e z_d n_d r, \\ n_d(r, t) &= \frac{\nu_d}{4\pi e z_d \mu_d} (1 + \nu_d t)^{-1}. \end{aligned} \quad (18)$$

Как видно из (18), уменьшение концентрации пылевых частиц происходит по гиперболическому закону (в [1] отмечалось, что равнобочная гипербола очень

хорошо описывает ход экспериментальной кривой эволюции концентрации пылевых частиц). Используя начальное условие (15), из (18) можно найти, что

$$\nu_d = 4\pi e z_d \mu_d n_{d,0} = 4\pi e z_d^2 \mu_{d,z=1} n_{d,0}. \quad (19)$$

Из (19) видно, что частота ухода пылевых частиц квадратично зависит от заряда пылинок, поэтому усредненный заряд ансамбля пылевых частиц может быть определен с большой точностью по ее экспериментальному значению.

Из решения (18) можно увидеть, что наша задача о разлете пылевых частиц в фотоэмиссионной ячейке оказывается эквивалентной задаче о рекомбинационном распаде плазмы, состоящей из положительных и отрицательных ионов с одинаковыми зарядами z_d . Коэффициент рекомбинации в условиях преобладания дрейфового движения над диффузионным определяется теорией Ланжевена, согласно которой [12]

$$\beta_L = 4\pi e z_d \mu_d.$$

Рекомбинационный распад плазмы происходит по закону

$$n_d(r, t) = n_{d,0} (1 + \beta_L n_{d,0} t)^{-1},$$

аналогично (18).

На рис. 4а показано, как бежит диффузионная волна, уничтожающая электронную компоненту в фотоэмиссионной ячейке. При этом электроны на начальном этапе разлета, когда их поток на стенку велик и направлен вдоль направления поля, сильно охлаждаются, причем охлаждение происходит даже в центральной области (рис. 4б). Однако по мере уменьшения потока температура электронов в центре восстанавливается до заданной и охлаждение имеет место только около стенки, где поле максимально и температура меньше, чем в центре примерно на 2000 К. Это охлаждение электронов незначительно затягивает процесс разлета электронов. Отметим, что эволюция радиальных распределений концентрации пылевых частиц и электрического поля, как видно из рис. 4в, г, находится в полном согласии с решением (18).

В расчетах для $T_{e,0} = 1000$ К (кривая 7 на рис. 1) было получено, что распад пылевой плазмы в центральной области ячейки происходит с некоторой задержкой. Задержка обусловлена тем, что электроны в центральной части ячейки при $T_{e,0} = 1000$ К не могут уйти на стенки, так как для сильного нарушения квазинейтральности электронам не хватает энергии. Поэтому диффузия электронов на первом этапе идет по амбиполярному механизму, причем разделения зарядов в центральной области ячейки

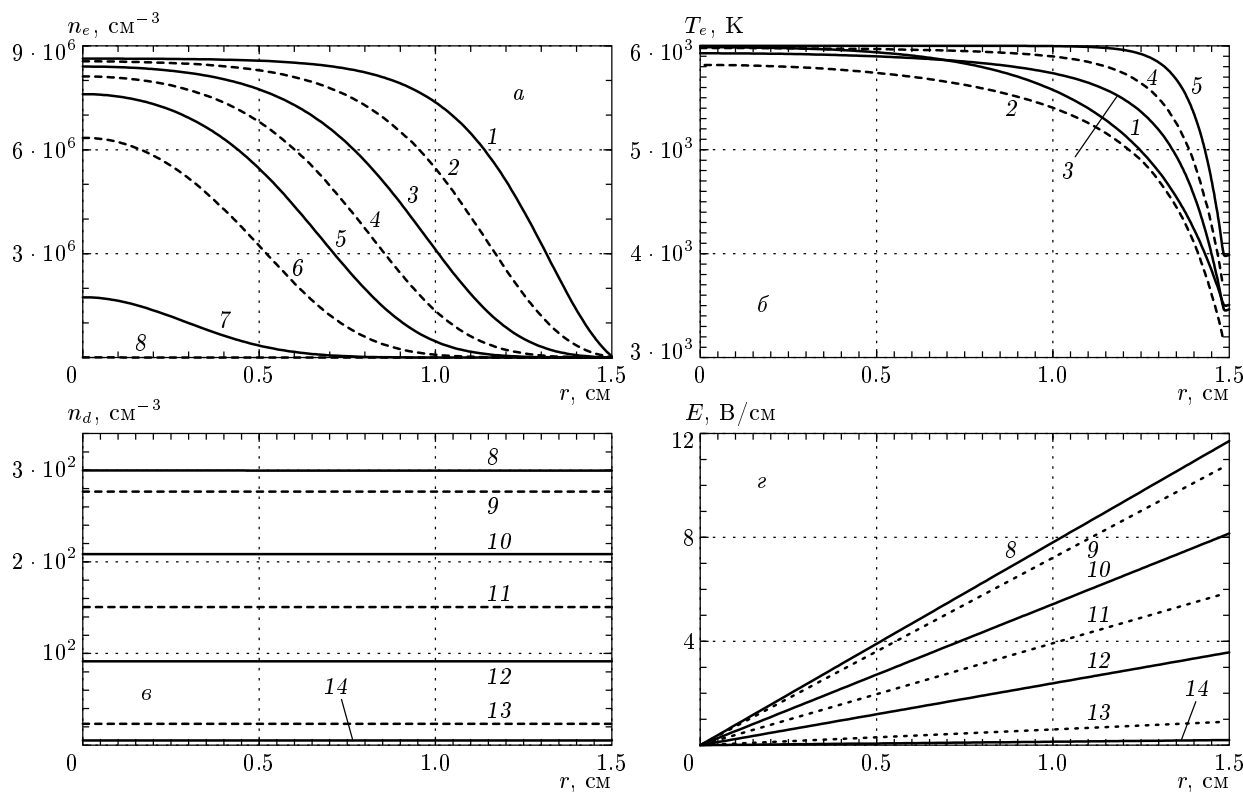


Рис. 4. Эволюция распределений по радиусу фотоэмиссионной ячейки концентрации (а) и температуры электронов (б), концентрации пылевых частиц (с) и электрического поля (д) при $T_{e,0} = 6000$ К, $r_d = 25$ мкм, $n_{d,0} = 300$ см $^{-3}$, $z_d = 2.9 \cdot 10^4$; $t = 1$ (1), 5.3 (2), 28 (3), 150 (4) мкс, 0.8 (5), 4.1 (6), 9.4 (7), 22 (8) мс, 1.5 (9), 7.6 (10), 17.2 (11), 40 (12), 200 (13), 1000 (14) с

еще нет. Но после того как ячейку покинет часть пылевых частиц, находящихся на периферии, поле оставшихся пылинок уже не может удержать электроны и диффузия электронов переходит в свободный режим. После этого электроны быстро покидают объем ячейки и разлет пылевых частиц происходит аналогично случаям с более высокой температурой электронов (если кривую 7 сдвинуть на величину начальной задержки, она практически сольется с кривой 1).

В расчетах для температуры электронов $T_{e,0} = 3000$ и 6000 К при $n_{d,0} = 300$ см $^{-3}$ было получено максимальное значение потенциала стенки, равное -8.4 В. В работе [24] измерено радиальное поведение потенциала в неоне в трубке радиусом 1.7 см при давлении 0.75 Торр. Оказалось, что потенциал стенки $\phi_w \approx -20$ В при температуре электронов на оси трубки около 5 эВ, т. е. потенциал стенки составлял $4T_e/e$. В расчетах нелокальным методом моментов, использованным нами, в [14] для температуры электронов 5.6 эВ получен такой же потенциал стен-

ки, т. е. $|\phi_w| \approx 3.5T_e/e$. В стационарном режиме потенциал стенки определяется равенством токов электронов и ионов, поэтому для более тяжелых ионов потенциал стенки может быть и выше [25]. В тлеющем разряде в неоне при низких давлениях основным ионом является Ne^+ . Поэтому потенциал стенки в фотоэтомке с тяжелыми пылевыми ионами при $p = 40$ Торр может вырасти по сравнению с потенциалом стенки в тлеющем разряде приблизительно до $\ln(k_i/\mu_d) \approx 10$ раз, т. е. до $35T_e/e$ (здесь k_i — подвижность ионов Ne^+). При $T_{e,0} = 3000$ К = 0.26 эВ в стационарном режиме потенциал стенок может достигнуть 8.75 В. Эта величина больше полученного в расчетах максимального значения потенциала, поэтому при такой температуре электроны уходят на стенки еще в режиме свободной диффузии. При $T_{e,0} = 1000$ К на начальном этапе появляется участок, соответствующий режиму амбиполярной диффузии. После того как система сбросит пристеночные пылевые частицы и потенциал упадет ниже примерно 3 В, уход электронов снова переходит

дит в режим свободной диффузии. Согласно проведенным оценкам, при $T_{e,0} = 6000 \text{ К} = 0.52 \text{ эВ}$ диффузия на начальном этапе распада плазмы (при условии неизменности среднего заряда пылевых частиц) будет амбиполярной при выполнении условий $n_{d,0} \geq 650 \text{ см}^{-3}$ и $n_{e,0} \geq 2 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$. При этом в центральной части фотоячейки плотности заряженных частиц будут неизменными до тех пор, пока ее не достигнет диффузионная волна или диффузия, если концентрация пылевых частиц недостаточно высока, не перейдет в свободный режим после сброса части положительного заряда.

Теперь оценим скорость дрейфа и кинетическую энергию пылевых частиц в центральной области фотоэмиссионной ячейки. Используя выражения (7), (18), (19), получим соотношение для определения локальной дрейфовой скорости пылинки с радиусом a и зарядом z :

$$v_{dr}(t, r, a, z) = \frac{\nu_{dr}}{2} \frac{z}{z_d} \frac{r_d}{a} \frac{n_d}{n_{d,0}} = \frac{\nu_{dr}}{2} \frac{n_d}{n_{d,0}} \frac{q}{q_0}, \quad (20)$$

где $q = z/a$, $q_0 = z_d/r_d$. В работе [26] были определены скорости направленного движения и тепловые скорости пылевых частиц в фотоэмиссионной ячейке путем разбиения области видеозображения на горизонтальные и вертикальные слои шириной примерно по 0.1 см. Было показано, что распределение дрейфовых скоростей как в радиальном направлении, так и вдоль оси фотоячейки в выбранных слоях является максвелловским. Из (20) видно, что скорость дрейфа пылевых частиц на заданном расстоянии от оси ячейки определяется отношением $q = z/a$. Поэтому, если рассматриваемая нами картина распада пылевой плазмы в условиях экспериментов на станции «Мир» верна, мы можем заключить, что функция распределения пылевых частиц по значениям q однозначно связана с «функцией распределения по дрейфовым скоростям». А именно, она является гауссовской функцией

$$f_q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(q - q_0)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (21)$$

с математическим ожиданием q_0 и с дисперсией, связанной с определенной в [10, 11, 26] «температурой» пылевых частиц соотношением

$$\sigma = \frac{2q_0}{\nu_{dr}} \sqrt{\frac{T_d}{m_d}}. \quad (22)$$

Используя полученное в [26] значение «температуры» пылевых частиц в радиальном направлении $T_d \approx 51 \text{ эВ}$ для вертикального слоя $x = [0.7; 0.8] \text{ см}$

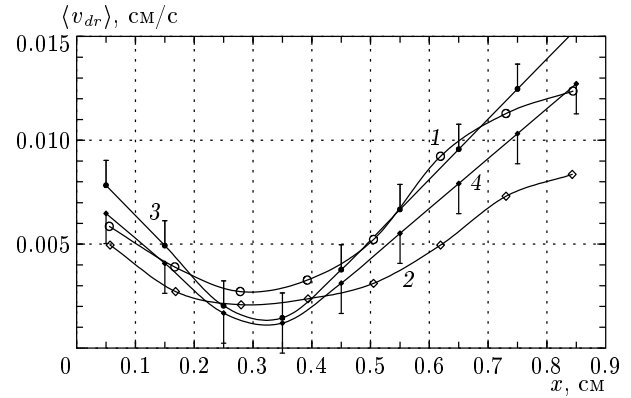


Рис. 5. Радиальная зависимость усредненной по слоям скорости дрейфа пылевых частиц: 1, 2 — экспериментальные данные из работы [26], 3, 4 — расчет по формуле (23); $n_{d,0} = 300$ (1, 3) и 195 (2, 4) см^{-3} . (Для расчетных данных указан разброс, обусловленный конечностью ширины слоев)

(с учетом того, что центр области видеозображения смещен влево и имеет координату $x = 0.32 \text{ см}$), из (22) находим, что $\sigma \approx 0.55q_0$ при $n_d = 300 \text{ см}^{-3}$ и $\sigma \approx 0.65q_0$ при $n_d = 195 \text{ см}^{-3}$. На основании полученных данных проведем несколько оценок.

Средняя по слою дрейфовая скорость пылевых частиц на начальном этапе распада пылевой плазмы в фотоячейке, когда $n_d \approx n_{d,0}$, определяется выражением

$$\langle v_{dr} \rangle_k = \frac{\nu_{dr}}{2q_0} \frac{\int_{r_k}^{r_{k+1}} \int_{r_k}^{r_{k+1}} f_q r q dq dr}{\int_{r_k}^{r_{k+1}} dr} = \frac{\nu_{dr}(r_k + r_{k+1})}{4}, \quad (23)$$

где r_k, r_{k+1} — границы k -го слоя (заметим, что в [10, 11, 26] усреднение проводилось только по тем частицам, которые попадали в плоскость лазерного ножа, поэтому здесь использованы интегралы для случая плоской геометрии). На рис. 5 для сравнения приведены рассчитанные по формуле (23) и определенные в работе [26] скорости пылевых частиц. Видно удовлетворительное согласие данных, полученных по нашей модели и в результате определения скоростей по смещению за известное время.

В [10, 11, 26] также определялась «тепловая» скорость пылевых частиц

$$v_{d,th} = \sqrt{\langle v_{dr}^2 \rangle - \langle v_{dr} \rangle^2}. \quad (24)$$

Из (20) и (21) на начальном этапе распада пылевой плазмы находим

$$\langle v_{dr}^2 \rangle_k = \left(\frac{\nu_d}{2q_0} \right)^2 \frac{\int_{r_k}^{r_{k+1}} \int f_q r^2 q^2 dq dr}{\int_{r_k}^{r_{k+1}} dr} = \frac{\nu_d^2 (r_k^2 + r_k r_{k+1} + r_{k+1}^2)}{12} \left(1 + \frac{\sigma^2}{q_0^2} \right). \quad (25)$$

«Температура» пылевой компоненты в [10, 11, 26] определялась из соотношения

$$T_d = m_d v_{d,th}^2. \quad (26)$$

Для вертикального слоя $x = [0.7; 0.8]$ см из (26) для «температуры» пылевых частиц с радиусом 37.5 мкм находим, что $T_d \approx 54.2$ эВ при $n_d = 300 \text{ см}^{-3}$ и $T_d \approx 51.7$ эВ при $n_d = 195 \text{ см}^{-3}$, что хорошо согласуется со значением $T_d \approx 51 \pm 5$ эВ, полученным для этого слоя в работе [26]. Видно, что «температура» пылевых частиц может достигать больших значений. Но, как ясно из изложенного выше, это — кинетическая энергия направленного движения пылевых частиц. Причина «отрыва» энергии пылевых частиц от тепловой энергии частиц буферного газа в электрическом поле та же, что и «отрыва» энергии электронов — это затрудненный обмен энергией с буферным газом из-за сильного различия масс. В случае электронов при столкновениях с частицами буферного газа происходит хаотизация направления движения электронов с частотой, значительно превышающей частоту потерь энергии, поэтому дрейфовая скорость электрона оказывается заметно меньше тепловой. В случае пылевых частиц затруднен и обмен импульсом с частицами буферного газа, поэтому потеря направленного движения пылинок более или менее эффективно происходит только при тепловых скоростях.

Хаотизация кинетической энергии могла бы происходить при столкновениях пылевых частиц друг с другом, но такие события в экспериментах [1] были крайне редки. Это является следствием того, что пылевые частицы в фотоячейке движутся вдоль «плавных» силовых линий электрического поля, которые не пересекаются. Сегодня ведется интенсивный поиск механизмов нагрева пылевой компоненты, среди которых наиболее известными являются механизмы нагрева за счет флуктуаций заряда пылевых частиц и за счет флуктуаций электрического поля. Но оба

этих механизма не могут привести к наблюдаемым в экспериментах значениям температуры пылевых частиц (см., например, [9]).

В работах [27, 28] в результате теоретических рассмотрений пылевой компоненты на основе цепочки уравнений ББГКИ был сделан вывод о возможности аномально высоких температур пылевых частиц. Данный вывод основывается на ошибочном предположении, что длина Ландау, или кулоновская длина ионов — расстояние наибольшего сближения иона и пылевой частицы, — может быть значительно больше дебаевского радиуса. Это приводит к отрицательным значениям кулоновского логарифма, который по определению положителен. В области законности разработанной в [27, 28] теории, температура пылевых частиц нигде не превышает трех ионных температур.

В [26] было получено, что «тепловые» скорости пылевых частиц в фотоячейке на начальной стадии распада пылевой плазмы практически не зависят от номера слоя. В нашей модели имеется зависимость от номера слоя, что, на наш взгляд, является следствием того, что расчетные дрейфовые скорости отличаются от скоростей, определенных в [26]; особенно это отличие заметно в центре фотоячейки (см. рис. 5). Причиной зависимости «тепловых» скоростей от номера слоя может являться и наличие звуковых колебаний пылевых частиц, которые должны быть особенно заметными на фоне малых направленных скоростей в центре фотоячейки. Также мог сказаться тот факт, что в области видеозображения, по которой получены указанные данные, находилось менее 60 частиц, а в ряде слоев содержалось всего 1–3 частицы. Рассмотрение этого вопроса выходит за рамки целей настоящей работы, поэтому перейдем к обсуждению влияния магнитного поля на процесс распада пылевой плазмы.

4. ДИФФУЗИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ФОТОЭМИССИОННОЙ ЯЧЕЙКЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Проведенный в предыдущем разделе анализ позволяет сделать вывод, что распад пылевой плазмы в фотоэмиссионной плазме в экспериментах [1] происходил по механизму свободной диффузии. Для увеличения времени удержания пылевой плазмы в ячейке необходимо либо сильно увеличить концентрацию электронов, что трудно осуществить, либо значительно уменьшить частоту диффузионного ухода электронов. С этой целью фотоэмиссионную

ячейку нужно поместить в магнитное поле, направленное по оси ячейки, а для замедления или предотвращения ухода электронов вдоль силовых линий магнитного поля фотоэмиссионной ячейке можно придать сильно вытянутую или тороидальную форму.

Наложение магнитного поля, перпендикулярного радиальному полю поляризации пылевой плазмы, приводит к двум эффектам. Первый эффект связан с тем, что подвижность и коэффициент диффузии электронов (а также коэффициенты диффузии энергии электронов и термоэлектричества) в скрещенных магнитном и электрическом полях сильно уменьшаются [22]:

$$k_{e,\perp} = \frac{k_{e,0}}{1 + \omega_0^2/\nu^2}, \quad D_{e,\perp} = \frac{D_{e,0}}{1 + \omega_0^2/\nu^2} \quad (27)$$

(здесь ω_0 — циклотронная частота электронов, ν — частота упругих столкновений, $k_{e,0}$, $D_{e,0}$ — подвижность и коэффициент диффузии электронов без магнитного поля). Например, в неоне при давлении 40 Торр частота упругих столкновений электронов при комнатной температуре $\nu = 1.3 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$, а в магнитном поле $H = 10^4 \text{ Гс}$ циклотронная частота $\omega_0 = 1.8 \cdot 10^{11} \text{ рад/с}$, поэтому в таком поле коэффициенты переноса уменьшаются на шесть порядков. А коэффициенты переноса пылевых частиц в таком магнитном поле практически не изменятся.

Второй эффект связан с тем, что, несмотря на то что скорость потерь энергии электронов в магнитном поле не меняется, длина установления энергии электронов при движении в радиальном направлении сильно уменьшается (в магнитном поле $H = 10^4 \text{ Гс}$ при $T_e = 300 \text{ К}$ энергетическая длина $l_u = 0.6 \text{ мкм}$ против 2.5 см без магнитного поля). Это приводит к сильному увеличению потери энергии электрона на единице длины пути, следовательно, при диффузии электронов от одной пылевой частицы к другой по направлению к стенке электроны будут успевать прийти в термодинамическое равновесие с буферным газом. Поэтому температура электронов в фотоэмиссионной ячейке упадет до комнатной. При таких малых длинах установления энергии электронов применим локальный подход к расчету коэффициентов переноса и уравнение баланса энергии электронов становится излишним. На рис. 6 проводится сравнение результатов расчета эволюции усредненной по центральной части концентрации пылевых частиц без и при включении магнитного поля. Видно, что включение магнитного поля приводит к увеличению времени удержания пылевой плазмы до величины порядка 10^3 с .

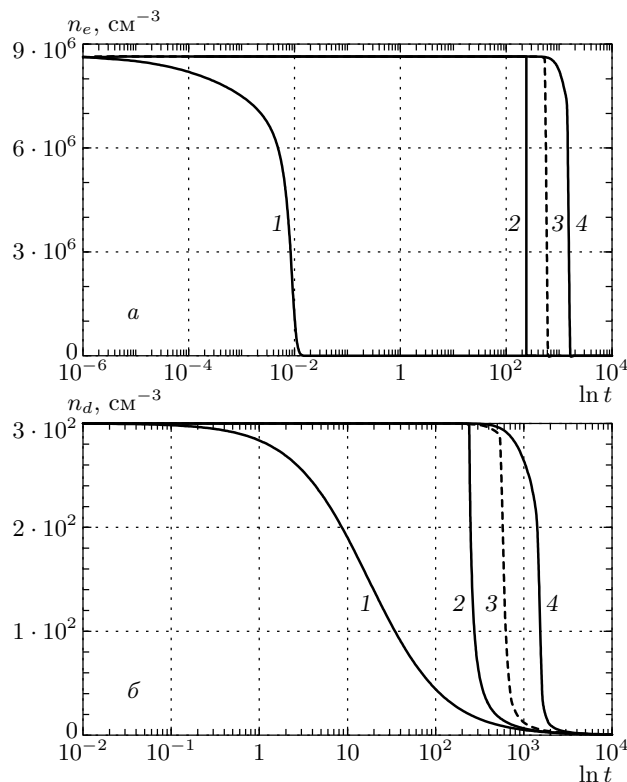


Рис. 6. Расчетные зависимости концентрации электронов (а) и пылевых частиц (б) в центральной области фотоэмиссионной ячейки от времени в отсутствие магнитного поля (1 — $T_{e,0} = 6000 \text{ К}$, 2 — $T_e = 300 \text{ К}$) и в присутствии магнитного поля (3 — $H = 10^3 \text{ Гс}$, 4 — $H = 10^4 \text{ Гс}$); $T_e = 300 \text{ К}$, $r_d = 25 \text{ мкм}$, $n_{d,0} = 300 \text{ см}^{-3}$, $z_d = 2.9 \cdot 10^4$

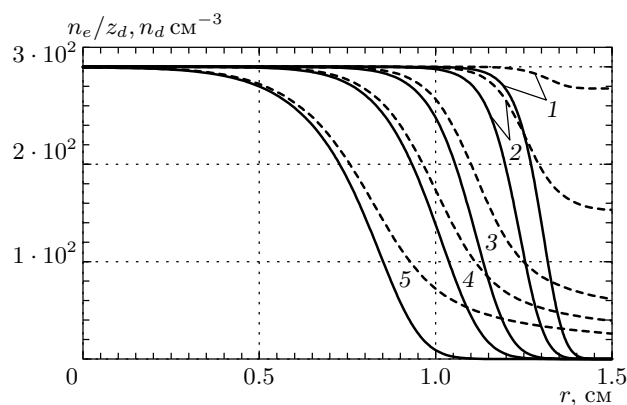


Рис. 7. Эволюция распределений по радиусу фотоэмиссионной ячейки концентрации электронов (сплошные кривые) и пылевых частиц (пунктирные кривые) в магнитном поле $H = 10^3 \text{ Гс}$; $T_e = 300 \text{ К}$, $r_d = 25 \text{ мкм}$, $n_{d,0} = 300 \text{ см}^{-3}$, $z_d = 2.9 \cdot 10^4$; $t = 1.4$ (1), 17 (2), 88 (3), 203 (4), 467 (5) с

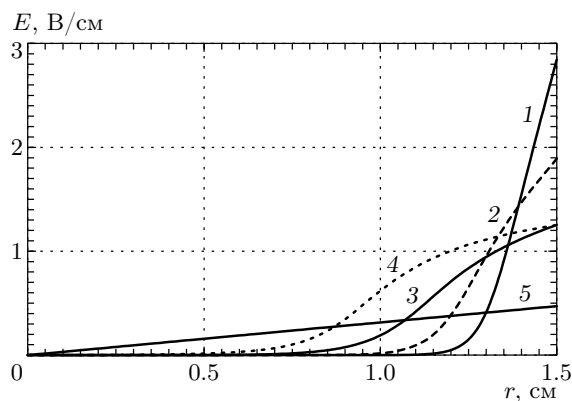


Рис. 8. Эволюция распределения электрического поля по радиусу фотоэмиссионной ячейки в магнитном поле $H = 10^3$ Гс при $T_e = 300$ К, $r_d = 25$ мкм, $n_{d,0} = 300 \text{ см}^{-3}$, $z_d = 2.9 \cdot 10^4$; $t = 1.4$ (1), 40 (2), 203 (3), 467 (4), 1000 (5) с

Как показывают графики эволюции радиальных распределений концентраций электронов и пылевых частиц, представленные на рис. 7, диффузия в магнитном поле происходит по амбиполярному механизму. Это является причиной увеличения времени удержания пылевой плазмы в фотоэмиссионной ячейке. Поэтому для изучения пылевой плазмы с амбиполярным механизмом ухода заряженных частиц нужно планировать космические эксперименты с магнитным полем. На рис. 8 показано, как в ходе эволюции электрическое поле проникает в центр ячейки, одновременно уменьшаясь по величине на краю ячейки. Здесь радиальная зависимость поля отличается от случая отсутствия магнитного поля (см. рис. 4г) и имеет более сложный вид.

Переход к амбиполярному механизму распада плазмы в фотоэмиссионной ячейке в расчетах происходил и в отсутствие магнитного поля при отключении источника нагрева электронов. При этом температура электронов падала с начальной $T_{e,0} = 0.52$ эВ до комнатной к моменту времени $t = 10^{-5}$ с. На рис. 6 приведены кривые эволюции концентрации электронов и пылевых частиц в этих расчетах. Видно, что термализация электронов с буферным газом значительно затягивает процесс распада пылевой плазмы. Эти расчеты, как и расчеты с магнитным полем, показывают, что в режиме амбиполярной диффузии концентрации заряженных частиц на стадии формирования беселевских профилей в центре ячейки заморожены, что отмечалось выше. А после завершения этого этапа примерно за то же время происходит уход

практически всех заряженных частиц из ячейки: сначала электронов, а затем и пылевых частиц.

Результаты расчетов без учета источника нагрева электронов указывают на другой возможный путь увеличения длительности удержания пылевой плазмы в фотоэмульсионной ячейке — замену неона более легким гелием, который к тому же имеет большее транспортное сечение, и увеличение давления до атмосферного. Это приведет к уменьшению длины релаксации энергии электронов до величины 100 мкм (много меньшей среднего расстояния между пылевыми частицами в экспериментах [1]), что должно привести к падению температуры электронов до газовой. Увеличение давления (можно ожидать, что в условиях микрогравитации это произойдет без нежелательных последствий) приведет также к уменьшению подвижности и коэффициента диффузии электронов. Все это позволит увеличить время распада пылевой плазмы в гелии до величины, сравнимой со временем распада плазмы в неоне при наличии магнитного поля.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные в настоящей работе численные исследования пылевой плазмы в фотоэмиссионной ячейке показали, что распад плазмы в условиях экспериментов [1], скорее всего, происходил в соответствии с механизмом свободной диффузии электронов и последующего дрейфа положительно заряженных пылевых частиц. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии как с экспериментальными кривыми эволюции концентрации пылевых частиц, так и с экспериментальными значениями заряда пылевых частиц. Показано, что в магнитном поле, направленном вдоль оси ячейки, радиальный распад пылевой плазмы сильно замедлен, причем распад плазмы будет происходить в соответствии с механизмом амбиполярной диффузии.

В заключение авторы выражают благодарность О. С. Ваулиной и О. Ф. Петрову за плодотворное обсуждение настоящей работы и ценные критические замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 01-02-16628 и № 00-15-96539).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Фортон, А. П. Нефедов, О. С. Ваулина и др., ЖЭТФ 114, 2004 (1998).

2. A. Melzer, A. Homann, and A. Piel, *Phys. Rev. E* **53**, 2757 (1996).
3. J. B. Pieper and J. Goree, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3137 (1996).
4. H. M. Thomas and G. E. Morfill, *Nature* **379**, 806 (1996).
5. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, V. M. Torchinsky et al., *Phys. Lett. A* **229**, 317 (1997).
6. В. В. Жаховский, В. И. Молотков, А. П. Нефедов и др., *Письма в ЖЭТФ* **66**, 392 (1997).
7. G. E. Morfill, H. Thomas, U. Konopka, and M. Zuric, *Phys. Plasmas* **6**, 1769 (1999).
8. R. A. Quinn and J. Goree, *Phys. Plasmas* **7**, 3904 (2000).
9. R. Quinn and J. Goree, *Phys. Rev. E* **61**, 3033 (2000).
10. О. С. Ваулина, А. П. Нефедов, О. Ф. Петров, В. Е. Фортвов, *ЖЭТФ* **119**, 1129 (2001).
11. O. S. Vaulina, A. P. Nefedov, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 035001 (2002).
12. Б. М. Смирнов, *Ионы и возбужденные атомы в плазме*, Атомиздат, Москва (1974).
13. W. P. Allis and D. J. Rose, *Phys. Rev.* **93**, 84 (1954).
14. J. H. Ingold, *Phys. Rev. E* **56**, 5932 (1997).
15. А. В. Филиппов, Н. А. Дятко, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, *Физика плазмы* **29**, 214 (2003).
16. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика. Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979), с. 220.
17. N. A. Fuchs, *The Mechanics of Aerosols*, Pergamon, New York (1964).
18. *Физические величины. Справочник*, под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Москва (1991), с. 582.
19. A. A. Sickafoose, J. E. Colwell, M. Horanyi, and S. Robertson, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6034 (2000).
20. А. Ф. Паль, А. О. Серов, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, В. Е. Фортвов, *ЖЭТФ* **119**, 272 (2001).
21. А. Ф. Паль, Д. В. Сивохин, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, В. Е. Фортвов, *Физ. плазмы* **28**, 32 (2002).
22. Л. Хаксли, Р. Кромптон, *Диффузия и дрейф электронов в газах*, Мир, Москва (1977).
23. A. V. Phelps, ftp://jila.colorado.edu/collision_data/electrans.txt.
24. D. Uhrlandt and R. Winkler, *J. Phys. D* **29**, 115 (1996).
25. А. Энгель, *Ионизованные газы*, Гос. издат. физ.-мат. литературы, Москва (1959), с. 261.
26. А. П. Нефедов, О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортвов, И. Н. Дранжевский, А. М. Липаев, *Физ. плазмы* **29**, 31 (2003).
27. A. G. Zagorodny, P. P. J. M. Schram, and S. A. Trigger, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3594 (2000).
28. P. P. J. M. Schram, A. G. Sitenko, S. A. Trigger, and A. G. Zagorodny, *Phys. Rev. E* **63**, 016403 (2000).