

# ТЕРАГЕРЦОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ БЛОХОВСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В ЛАТЕРАЛЬНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СВЕРХРЕШЕТКАХ

*Е. П. Додин\**, *А. А. Жаров*

*Институт физики микроструктур Российской академии наук  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 23 декабря 2002 г.

На основании квазиклассической теории электронного транспорта в самосогласованной волновой постановке рассмотрено воздействие сильного высокочастотного электромагнитного поля на латеральную полупроводниковую сверхрешетку. Теоретически обнаружено, что в сильном поле волны накачки латеральная сверхрешетка может испускать волновые цуги терагерцового излучения, которые ассоциируются с периодическим возбуждением блоховских колебаний в сверхрешетке, возникающих в результате развития в ней переходных процессов в переменном самосогласованном электрическом поле. Найдены условия, необходимые для наблюдения излучения блоховских осцилляторов. Рассчитаны спектральный состав прошедшего через сверхрешетку излучения и энергетическая эффективность умножения частоты, связанная с возбуждением блоховского осциллятора.

PACS: 42.65.Ky, 42.50.Gy, 42.65.Pc, 73.50.Fq, 78.67.Pt

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Согласно Блоху и Зинеру [1, 2], электроны в периодическом потенциале при приложении постоянного электрического поля осциллируют в реальном пространстве с частотой, пропорциональной электрическому полю смещения,  $\omega_B \sim eE_0d/\hbar$ , где  $E_0$  — напряженность приложенного электрического поля,  $e$  — заряд электрона,  $d$  — период потенциала. Природа этих осцилляций, известных в литературе как блоховские, обусловлена ограниченностью энергии электрона в энергетической зоне и связана с брэгговскими отражениями от краев зоны Бриллюэна. Блоховские осцилляции проявляют себя в условиях квазибаллистического пролета электронами зоны Бриллюэна, или, другими словами, когда обратное время свободного пробега между соударениями мало по сравнению с блоховской частотой  $\omega_B$ . В объемных кристаллах это условие не может быть выполнено вследствие малой величины  $d = 0.1\text{--}0.3$  нм,

что не позволяет наблюдать (и возбуждать) в них блоховские осцилляции.

Реальная перспектива наблюдения блоховских осцилляций (и одновременно надежда на создание перестраиваемого генератора терагерцового диапазона) возникла с появлением полупроводниковых сверхрешеток — искусственно выращенных гетероструктур с периодически изменяющимся на нанометровых масштабах химическим составом [3]. При отсутствии дополнительного периодического потенциала, вызванного изменением химического состава образца, приводит к расщеплению энергетического спектра электронов на систему разрешенных и запрещенных минизон с характерной шириной  $\Delta \sim 10\text{--}100$  мэВ [4, 5].

Необходимость достижения высокой подвижности носителей заряда в минизоне проводимости для обеспечения баллистического транспорта в зоне Бриллюэна предъявляет исключительно высокие требования к совершенству полупроводниковых сверхрешеточных структур. Латеральные сверхрешетки на основе AlGaAs/GaAs представляются наиболее пригодными для этой цели. В

\*E-mail: dodin@ipm.sci-nnov.ru

них (являющихся упорядоченными структурами на поверхности диэлектрической подложки, такими, например, как системы связанных квантовых точек или проволок) дополнительный потенциал создается для двумерного электронного газа, локализованного вблизи поверхности полупроводниковой подложки, а спектр минизон образуется при движении электронов вдоль поверхности их локализации. В латеральных сверхрешетках заметное увеличение подвижности носителей тока может быть достигнуто путем создания гетероструктур такой геометрии, которая позволяет существенно подавить рассеяние электронов на оптических фонах между минизонами и внутри них за счет подходящего выбора ширин первых разрешенной и запрещенной минизон [6, 7].

Отмеченные и прогнозируемые достижения технологий фактически вывели латеральные сверхрешетки в основные кандидаты на создание перестраиваемого источника терагерцового излучения. Однако на пути реализации такого источника возникает ряд препятствий фундаментального характера. Во-первых, даже в условиях редких соударений осцилляции макроскопического тока с блоховской частотой релаксируют, в результате чего устанавливается стационарная вольт-амперная характеристика (ВАХ) [8, 9]. Во-вторых, для упомянутой выше ВАХ характерна отрицательная дифференциальная проводимость в области электрических полей, соответствующих блоховским частотам, превышающим частоту столкновений. Наличие убывающего участка на ВАХ приводит к низкочастотной неустойчивости однородного квазинейтрального распределения пространственного заряда, расщепляющей исходно однородное электрическое поле в сильно легированных образцах на отдельные домены, пространственные размеры которых могут быть соизмеримы с периодом сверхрешетки.

Перечисленные преграды на пути достижения блоховской генерации могут быть преодолены с использованием переходных процессов, сопровождающихся возбуждением блоховских колебаний, при переключении латеральной сверхрешетки, находящейся в би- или мультистабильном состоянии, из экранирующего режима в режим самоиндуцированной прозрачности [10] под действием электромагнитной волны накачки. Как показано в [11, 12], мультистабильность латеральной сверхрешетки возникает при взаимодействии сильного электромагнитного поля со сверхрешеткой и фактически означает появление неоднозначной связи между напряженностями внутреннего самосогласованного поля в сверхрешетке и

поля, падающего на структуру извне. Физической причиной мультистабильности латеральной сверхрешетки является динамическая локализация электронов минизоны [13, 14] в самосогласованном электромагнитном поле [11].

Основная идея настоящей работы состоит в использовании явления переключения латеральной сверхрешетки непосредственно волной накачки для возбуждения блоховских колебаний, циклически повторяющегося на каждом периоде падающего поля. Можно ожидать, что частота возбуждаемых в переходном процессе блоховских осцилляций, определяемая величиной самосогласованного поля в латеральной сверхрешетке, будет существенно превосходить частоту падающей волны. По существу речь идет об автомодуляционном режиме взаимодействия излучения со сверхрешеткой, который сопровождается существенным обогащением его спектра в результате коллективного когерентного возбуждения системы блоховских осцилляторов. Цель работы состоит в выяснении условий возникновения автомодуляционного режима и определении спектральных характеристик выходящего из латеральной сверхрешетки излучения и энергетической эффективности блоховского осциллятора.

## 2. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В качестве исходной физической модели рассмотрим латеральную сверхрешетку толщиной  $h$ , расположенную на диэлектрической подложке с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_s$  (в дальнейшем дисперсией и поглощением в подложке пренебрежем, положив  $\varepsilon_s(\omega) = \text{const}$ ,  $\text{Im } \varepsilon_s = 0$ ). Пусть линейно поляризованная плоская электромагнитная волна нормально падает на сверхрешетку, так что вектор электрического поля ориентирован вдоль направления оси ее роста (геометрия задачи схематически показана на рис. 1). Для описания электронного транспорта в сверхрешетке будем использовать хорошо известные уравнения баланса, полученные в одноминизонном квазиклассическом приближении [9, 15],

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{e}{m(W)}E - \nu_V V, \\ \frac{dW}{dt} &= eEV - \nu_W(W - W_T), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $V$ ,  $W$  — средние (гидродинамические) величины скорости и энергии электронов;  $E$  — напряженность самосогласованного электрического поля в сверхре-

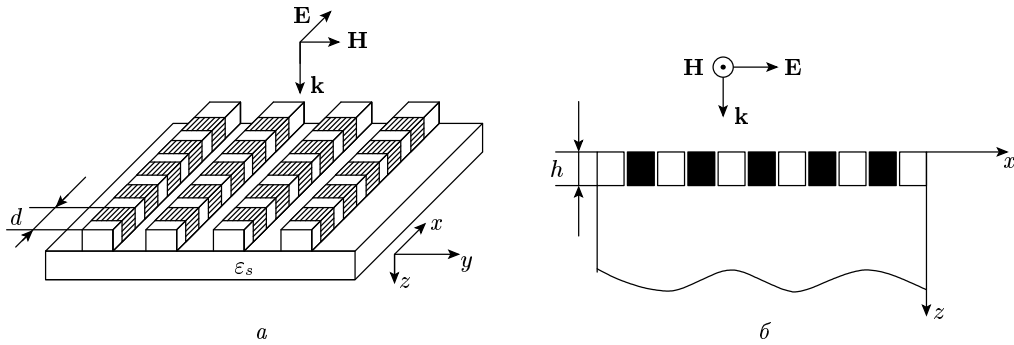


Рис. 1. Геометрия задачи: *a* — пример латеральной сверхрешетки GaAs/AlGaAs (квазиодномерная система связанных квантовых точек); *б* — схема постановки задачи

шетке;  $\nu_W$  — частота неупругих столкновений (частота релаксации энергии),  $\nu_V = \nu_W + \nu_{el}$  — частота релаксации скорости ( $\nu_{el}$  — частота упругих столкновений);  $m(W) = m_0 / (1 - 2W/\Delta)$ ,  $m_0 = 2\hbar^2 / \Delta d^2$  — эффективная масса электрона на дне минизоны;  $W_T = \Delta(1 - \mu_0)/2$  — средняя тепловая энергия электрона в отсутствие электрического поля;  $\mu_0 = I_1(\Delta/2k_B T) / I_0(\Delta/2k_B T)$ ;  $I_{0,1}(x)$  — модифицированные функции Бесселя;  $\Delta$  — ширина минизоны;  $T$  — температура;  $k_B$  — постоянная Больцмана. Первое уравнение в (1) представляет собой уравнение движения электронного газа в мини зоне с синусоидальным законом дисперсии, второе — закон сохранения энергии. Энергетическая зависимость массы электрона определяется законом дисперсии в мини зоне и физически обусловлена брэгговскими отражениями от границ зоны Бриллюэна. В дальнейшем будем считать, что концентрация электронов в мини зоне не слишком мала, так что поляризуемость латеральной сверхрешетки полностью определяется током проводимости, плотность которого пропорциональна гидродинамической скорости  $V$ :

$$j = en_e V, \tag{2}$$

где  $n_e$  — электронная концентрация, пересчитанная на всю поверхность структуры (см. рис. 1*a*). Таким образом, уравнения (1) можно рассматривать как материальные уравнения для электромагнитного поля с поляризацией, совпадающей с осью сверхрешетки.

Электромагнитное поле во всем пространстве будем описывать уравнениями Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \tag{3}$$

(среда предполагается немагнитной,  $\mathbf{H} = \mathbf{B}$ ). Предположим также, что толщина сверхрешетки много

меньше длины волны в среде. Простейшие оценки показывают, что такие условия выполняются с большим запасом для реальных структур в миллиметровом, субмиллиметровом и дальнем инфракрасном диапазонах длин волн. Выберем направление оси  $z$  декартовых координат совпадающим с направлением волнового вектора падающей волны, а оси  $x$  — с осью сверхрешетки, как показано на рис. 1*б*. Точку  $z = 0$  совместим с освещенной поверхностью сверхрешетки. Плотность электрического тока  $\mathbf{j} = \mathbf{e}_x j$ , где  $\mathbf{e}_x$  — единичный вектор вдоль оси  $x$ , принимает следующие значения вдоль оси  $z$ :

$$j = 0, \quad z < 0,$$

— вакуум,

$$j = en_e V, \quad 0 \leq z \leq h,$$

— латеральная сверхрешетка,

$$j = \frac{\epsilon_s - 1}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}, \quad z > h,$$

— ток поляризации в подложке.

Для того чтобы получить соотношения между полями падающей, отраженной и прошедшей волн, а также их связь с полем внутри сверхрешетки с учетом ее малой толщины и в пренебрежении слабыми дифракционными эффектами, вызываемыми дискретностью структуры в  $y$ -направлении, будем рассматривать сверхрешетку как эквивалентный токовый экран бесконечно малой толщины, переходя от объемного тока, текущего по сверхрешетке, к эквивалентному поверхностному току:

$$j(0 \leq z \leq h) = en_e V \rightarrow j_s \delta(z), \tag{4}$$

где  $j_s = jh$ . Электрическое поле  $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E$  удовлетво-

ряет одномерному волновому уравнению, вытекающему непосредственно из (3),

$$\frac{\varepsilon(z)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j}{\partial t}, \quad (5)$$

где плотность тока  $j$  дается выражением (4), а диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} 1, & z < 0, \\ \varepsilon_s, & z > 0. \end{cases}$$

Граничные условия для электрического и магнитного полей на токовом экране приводят к следующим соотношениям для  $E$ :

$$[E]_{z=0} = 0, \quad \left[ \frac{\partial E}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_s}{\partial t}, \quad (6)$$

отвечающим непрерывности электрического поля и скачку магнитного поля на поверхностном токе (квадратные скобки обозначают скачки соответствующих величин). Падающее  $E_i$ , отраженное  $E_r$  и прошедшее  $E_t$  через сверхрешетку электрические поля будем описывать с помощью волновых уравнений первого порядка, ассоциирующихся с хорошо известным решением Д'Аламбера одномерного волнового уравнения в однородной среде без дисперсии:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_i}{\partial t} + \frac{\partial E_i}{\partial z} = 0, \quad (7a)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E_r}{\partial t} - \frac{\partial E_r}{\partial z} = 0, \quad (7б)$$

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_s}}{c} \frac{\partial E_t}{\partial t} + \frac{\partial E_t}{\partial z} = 0. \quad (7в)$$

Волновые поля, содержащиеся в уравнениях (7), связаны при  $z = 0$  граничными условиями (6). Подставляя  $E_{i,r,t}$  в (6) и выражая в них пространственные производные через временные, получаем

$$E_i + E_r = E_t, \quad (8)$$

$$-\frac{\sqrt{\varepsilon_s}}{c} \frac{\partial E_t}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_r}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_i}{\partial t} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_s}{\partial t}. \quad (9)$$

Уравнение (9) может быть проинтегрировано по времени. В результате, принимая во внимание нулевые начальные условия, получим

$$-\sqrt{\varepsilon_s} E_t - E_r + E_i = \frac{4\pi}{c} j_s. \quad (10)$$

Необходимо обратить внимание на то, что напряженность электрического поля, появляющаяся в уравнениях (1), совпадает с напряженностью  $E_t$  поля прошедшей волны. Поэтому индекс « $t$ » будем

в дальнейшем опускать. Падающее поле  $E_i$  определяется внешним источником и является заданной функцией времени. Исключая  $E_r$  из уравнений (8) и (9), приходим к локальной во времени линейной связи между  $j_s$ ,  $E_i$  и самосогласованным полем  $E$  в латеральной сверхрешетке:

$$E = \frac{1}{1 + \sqrt{\varepsilon_s}} \left[ 2E_i(t) - \frac{4\pi}{c} j_s \right]. \quad (11)$$

Полученное уравнение (11) вместе с уравнениями электронного транспорта (1), (2) образуют замкнутую нелинейную систему уравнений относительно  $V$ ,  $W$ ,  $E$ , полностью описывающую взаимодействие нормально падающей волны с тонкой латеральной сверхрешеткой. Пусть амплитуда поля в падающей волне изменяется во времени по гармоническому закону:

$$E_i(t) = E_m \sin \omega t.$$

В этих условиях удобно ввести следующие безразмерные переменные:

$$\tau = \omega t, \quad U = \frac{E}{E_c}, \quad w = \frac{V}{\mu_0 V_0}, \\ E_c = \frac{\hbar \omega}{ed}, \quad V_0 = \frac{d\Delta}{2\hbar}, \quad \zeta = \frac{2(W - W_T)}{\Delta \mu_0}.$$

Соответствующая подстановка в (1) и (11) дает

$$\frac{dw}{d\tau} = U(1 - \zeta) - \nu_1 w, \quad (12a)$$

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = U w - \nu_2 \zeta, \quad (12б)$$

$$U_i(\tau) = U + \theta_0 w, \quad (12в)$$

где

$$\nu_1 = \frac{\nu_V}{\omega}, \quad \nu_2 = \frac{\nu_W}{\omega},$$

$$\theta_0 = \frac{\mu_0}{1 + \sqrt{\varepsilon_s}} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{\omega}{c} h, \quad U_i(\tau) = \frac{2}{1 + \sqrt{\varepsilon_s}} \frac{E_i(\tau)}{E_c},$$

$\omega_{pe}^2 = 4\pi e^2 n_e / m_0$  — электронная плазменная частота на дне минизоны. Безразмерный параметр  $\theta_0$  является одним из ключевых параметров теории, определяющих динамику самосогласованного поля в латеральной сверхрешетке. Оценка его численного значения при  $T = 300$  К,  $\Delta = 100$  мэВ,  $\omega = 10^{12}$  с<sup>-1</sup>,  $h = 10^{-5}$  см,  $n_s = n_e h = 10^{13}$  см<sup>-2</sup>,  $m_0 = 0.1m$  ( $m$  — масса свободного электрона) для подложки из GaAs с  $\varepsilon_s \approx 12.4$  дает величину, близкую к двойке. В рамках уравнений (12) будет показано, что падающее на сверхрешетку электромагнитное излучение с частотой, меньшей, чем характерная частота соударений, может приводить к возбуждению в системе высвечивающихся блоховских колебаний с частотой, лежащей в терагерцовом диапазоне.

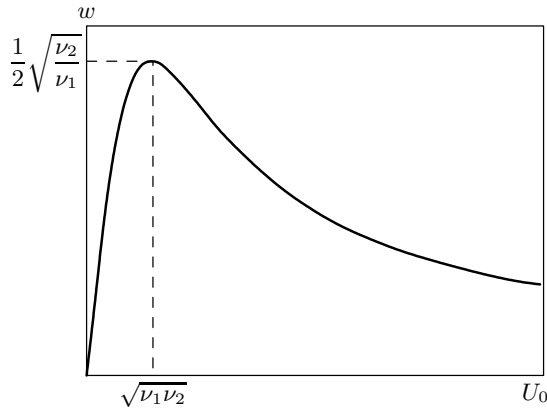


Рис. 2. Вольт-амперная характеристика Эсаки–Тсу как стационарное решение уравнения (14)

### 3. ВИСТАБИЛЬНОСТЬ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛАТЕРАЛЬНЫХ СВЕРХРЕШЕТКАХ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Прежде всего рассмотрим латеральную сверхрешетку в заданном постоянном электрическом поле, подставляя  $U = U_0 = \text{const}$  в уравнения (12а), (12б). Эти уравнения учитывают как квазибаллистическое движение электронов в минизоне, так и диссипацию, которая обусловлена процессами рассеяния [9, 16]. В частности, при  $\nu_{1,2} = 0$  решение уравнений (12а), (12б) может быть записано в виде

$$w(\tau) = \sin(U_0\tau) = \sin\left(\frac{eE_0d}{\hbar}t\right), \quad (13)$$

где  $U_0$  представляет собой безразмерную блоховскую частоту. Выражение (13) описывает пространственно-локализованное осцилляторное движение носителей заряда с частотой  $\omega_B = eE_0d/\hbar$  в постоянном электрическом поле (блоховские осцилляции). В общем случае уравнения (12а), (12б) приводятся к уравнению затухающего гармонического осциллятора для скорости электронов [9],

$$\frac{d^2w}{d\tau^2} + (\nu_1 + \nu_2)\frac{dw}{d\tau} + (U_0^2 + \nu_1\nu_2)w = \nu_2U_0, \quad (14)$$

описывающему переходные процессы в системе. Стационарное решение уравнения (14) есть хорошо известная вольт-амперная характеристика Эсаки–Тсу

$$w_0 = \frac{\nu_2U_0}{U_0^2 + \nu_1\nu_2}, \quad (15)$$

показанная на рис. 2. Процесс релаксации скорости к ВАХ (15) существенно зависит от величины поля

смещения  $U_0$ . Он практически аperiodический при  $U_0 < U_0^{(m)} = \sqrt{\nu_1\nu_2}$  ( $U_0^{(m)}$  соответствует экстремуму тока на ВАХ) и сопровождается осцилляциями величины  $w$  с блоховской частотой при  $U_0 > U_0^{(m)}$ . Время релаксации в данном случае не зависит от  $U_0$  и определяется исключительно частотами столкновений  $\tau_{rel} \approx 2/(\nu_1 + \nu_2)$ . Таким образом, если мы сможем изменить состояние сверхрешетки за время  $\Delta\tau < \tau_{rel}$ , при напряженности постоянного поля  $U_0 \gg U_0^{(m)}$  будут иметь место осцилляции макроскопического тока с блоховской частотой, что приведет к испусканию цуга электромагнитных волн длительности  $\tau_{rel}$ . Однако в действительности осуществление столь быстрого воздействия на сверхрешетку представляет собой чрезвычайно трудную задачу, поскольку соответствующие времена реально не превышают нескольких сотен фемтосекунд. Ниже будет показано, что переходные процессы, сопровождающиеся излучением электромагнитных волн в терагерцовом диапазоне частот, могут быть реализованы при взаимодействии мощного электромагнитного излучения со сверхрешеткой благодаря возникновению в системе бистабильности.

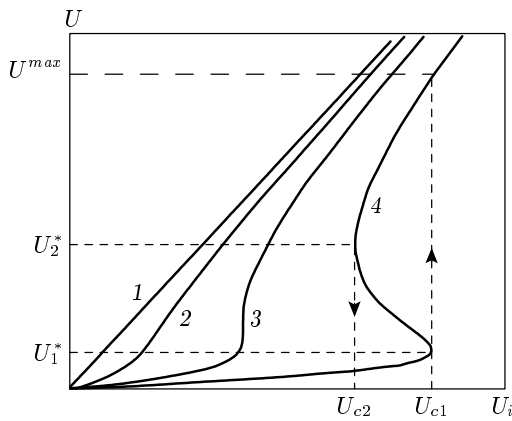
Пусть частота падающей на сверхрешетку электромагнитной волны не слишком велика, так что  $\nu \geq 1$  (для простоты, без ущерба для физического содержания, пренебрежем упругими столкновениями, полагая  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ ). Для типичных латеральных сверхрешеток [12] это означает, что частота волны накачки не должна превосходить нескольких десятых долей терагерца. При этом условии скорость электронов будет описываться в квазистационарном режиме выражением (15), куда вместо  $U_0$  следует подставить самосогласованное поле  $U$  в сверхрешетке. Связь  $U$  с полем падающей волны дается уравнением (12в). В итоге получаем приближенное выражение для самосогласованного поля в латеральной сверхрешетке:

$$U_i(\tau) \approx U(\tau) + \frac{\nu\theta_0 U(\tau)}{U^2(\tau) + \nu^2}. \quad (16)$$

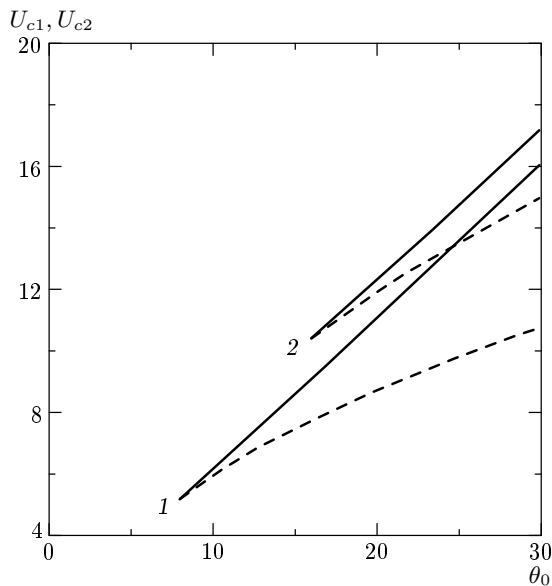
Зависимость  $U$  от текущего значения  $U_i$  показана на рис. 3. При величинах параметра  $\theta_0 > \theta_{0c} = 8\nu$  соответствующие кривые имеют область неоднозначности, что означает появление бистабильности в системе, когда напряженность электрического поля в падающей волне попадает в интервал

$$U_{c2} < U_i < U_{c1},$$

границы которого при  $\theta_0 \gg \theta_{0c}$  приближенно опре-



**Рис. 3.** Зависимости напряженности электрического поля в латеральной сверхрешетке от напряженности поля падающей волны при  $\nu = 1$  и различных значениях  $\theta_0$ : 1 —  $\theta_0 = 0$ ; 2 —  $\theta_0 = 3 < \theta_{0c}$ ; 3 —  $\theta_0 = 8 = \theta_{0c}$ ; 4 —  $\theta_0 = 20 > \theta_{0c}$ . Кривая 4 демонстрирует бистабильность сверхрешетки;  $U_1^* \approx \nu$ ,  $U_2^* \approx \sqrt{\nu\theta_0}$



**Рис. 4.** Зависимости  $U_{c1}$  (сплошные линии) и  $U_{c2}$  (штриховые линии) от параметра  $\theta_0$ : 1 —  $\nu = 1$ ; 2 —  $\nu = 5$

деляются следующим асимптотическим выражением:

$$U_{c1} \approx \theta_0/2, \quad U_{c2} \approx \sqrt{\nu\theta_0}. \quad (17)$$

Зависимости  $U_{c1,c2}(\theta_0)$  показаны на рис. 4.

Таким образом, динамика взаимодействия падающего излучения со сверхрешеткой при  $\theta_0 > \theta_{0c}$  будет существенно зависеть от соотношения ампли-

туды падающей волны  $U_i^{(m)} = E_m/E_c$  и величины критического поля  $U_{c1}$ . Когда  $U_i^{(m)} < U_{c1}$ , поле в сверхрешетке полностью описывается нижней ветвью кривой 4 на рис. 3. При этом самосогласованное поле  $U$  не превосходит величину  $U_1^* = \nu$ , что, в свою очередь, свидетельствует об экранирующем состоянии сверхрешетки ( $U \ll U_i$ ). Если  $U_i^{(m)} > U_{c1}$ , то в моменты времени, когда  $U_i(\tau) > U_{c1}$ , система переключается в новое состояние, описываемое верхней ветвью кривой 4 (рис. 3), в котором  $U \approx U_i$ . Это позволяет трактовать данное состояние как самоиндуцированную прозрачность структуры. Действительно, в слабом поле латеральная сверхрешетка ведет себя подобно обыкновенной плазменной пленке с плазменной частотой, определяемой электронной концентрацией и электронной эффективной массой. В этом случае электрический ток в сверхрешетке описывается квазилинейным нарастающим участком ВАХ (15). Режим прозрачности в сильном поле возникает в результате перехода сверхрешетки в состояние с малыми электрическими токами на убывающем участке ВАХ. В моменты, когда величина  $U_i(\tau)$  становится равной  $U_{c1}$ , квазистационарный процесс взаимодействия нарушается (в том смысле, что пропадает мгновенная локальная связь между падающим полем и самосогласованным полем в сверхрешетке, описываемая формулой (16)). Переходный процесс из экранирующего режима в режим самоиндуцированной прозрачности, показанный на рис. 3 стрелкой вверх, качественно происходит в соответствии с уравнением (14) и сопровождается осцилляциями электрического поля и скорости электронов с частотой, близкой к блоховской. Здесь блоховская частота определяется величиной напряженности самосогласованного поля в сверхрешетке, которая в стационарном состоянии приближенно равна  $\theta_0/2$ . Таким образом, в этом переходном процессе будет испускаться электромагнитный волновой пучок с частотой, пропорциональной электронной концентрации. Длительность такого волнового пучка («вспышки») определяется следующим выражением:

$$T_{wt} \sim \min\{\tau_{rel}, \Delta\tau\}, \quad (18)$$

где  $\Delta\tau$  — время, прошедшее между переходом системы в состояние самоиндуцированной прозрачности и обратно в экранирующий режим (стрелка вниз на рис. 3). Необходимо отметить, что такие вспышки излучения будут иметь место, если не разовьется неустойчивость пространственного заряда из-за отрицательной дифференциальной проводимости сверхрешетки в прозрачном состоянии, при-

водящая к расщеплению однородного электрического поля на отдельные домены сильного поля [17, 18]. Это возможно, когда соответствующий инкремент неустойчивости  $\Gamma$  меньше, чем частота блоховских осцилляций в переходном процессе,  $\Gamma < \omega_B$ .

Полная картина самосогласованной динамики электрического поля в латеральной сверхрешетке может быть получена из рис. 5, где приведены фазовые портреты системы уравнений (12) при заданном  $U_i$ . Рисунок 5а соответствует условию  $U_i < U_{c2}$ . Система обладает единственным состоянием равновесия типа устойчивого узла. При достаточно медленном изменении во времени поля накачки, т. е., когда  $\tau_{rel} < 1$ , сверхрешетка все время находится в этом равновесном состоянии (1 на рис. 5а). Система адиабатически отслеживает движение состояния равновесия на фазовой плоскости при изменении  $U_i(\tau)$ . В те моменты, когда  $U_{c2} < U_i(\tau) < U_{c1}$ , дополнительно появляются еще два состояния равновесия на фазовой плоскости типа седла (2 на рис. 5б) и устойчивого фокуса (3 на рис. 5б). Это означает возникновение бистабильности в системе (два из трех состояний равновесия устойчивы). Тем не менее изменение топологии фазовой плоскости не приводит к качественному изменению динамики самосогласованного поля, поскольку сверхрешетка по-прежнему находится в состоянии равновесия 1. Ситуация резко меняется, когда  $U_i(\tau)$  достигает величины  $U_{c1}$ . Седловая точка и устойчивый узел сливаются и исчезают, а на фазовой плоскости остается только устойчивый фокус (рис. 5в). Соответствующая фазовая траектория скручивается к этому равновесному состоянию, демонстрируя затухающие колебания самосогласованного поля в сверхрешетке. Характерный декремент затухания этих осцилляций, ассоциирующихся с переходом сверхрешетки в прозрачное состояние, остается близким к  $\nu$ . В то же время их частота в безразмерных переменных приближенно равна, как это легко получить из уравнений (12), значению  $\Omega \approx \theta_0/2$ . Можно убедиться, что полученная величина  $\Omega$  в точности соответствует блоховской частоте в электрическом поле, напряженность которого равна напряженности самосогласованного поля в латеральной сверхрешетке в состоянии равновесия 3 (рис. 5в). Можно также видеть, что частота этих осцилляций (разумеется, при  $\theta_0 > \theta_{0c}$ ) в  $\theta_0/2$  раз превышает частоту поля накачки. Для пороговой величины  $\theta_0 = \theta_{0c}$  имеем минимально возможную блоховскую частоту в системе  $\Omega_{min} \approx 4\nu$ , где  $\nu \geq 1$ . Таким образом, на каждом полупериоде поля накачки будет излучаться высокочастотный волновой пучок, связанный с блоховскими колебаниями электронов в

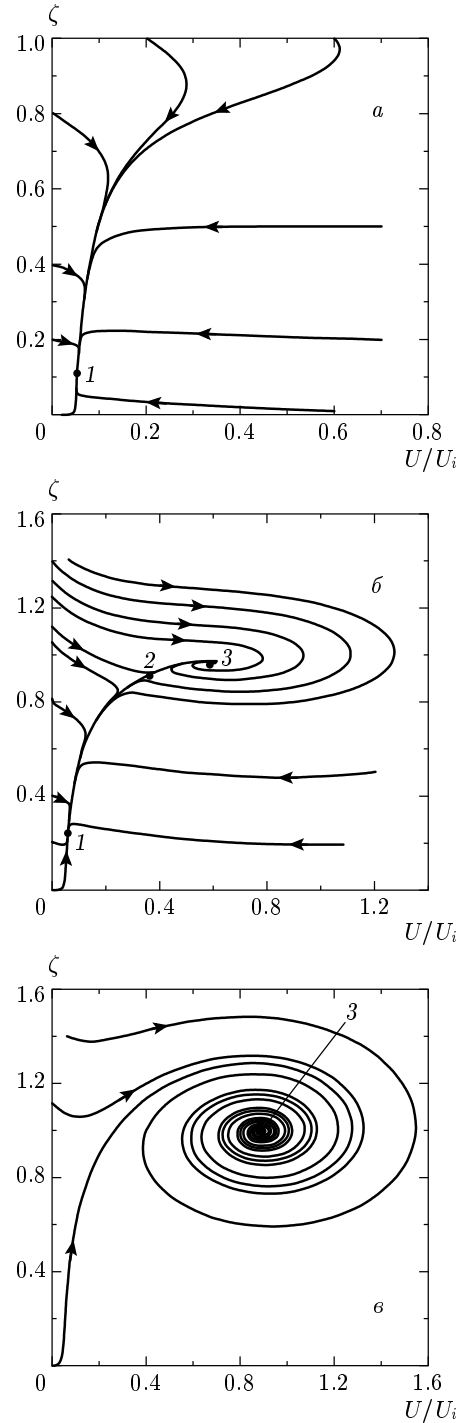
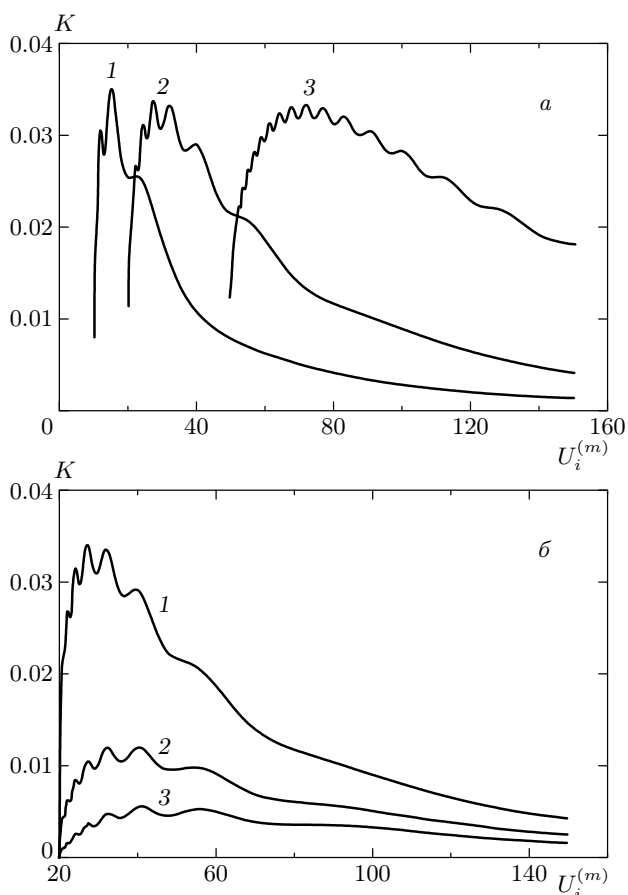


Рис. 5. Фазовые портреты системы уравнений (12), показывающие динамику самосогласованного поля в латеральной сверхрешетке при  $\theta_0 > \theta_{0c}$ : а —  $U_i < U_{c2}$ ; б —  $U_{c2} < U_i < U_{c1}$ ; в —  $U_i > U_{c1}$ . Состояния равновесия: 1 — устойчивый узел; 2 — седло; 3 — устойчивый фокус

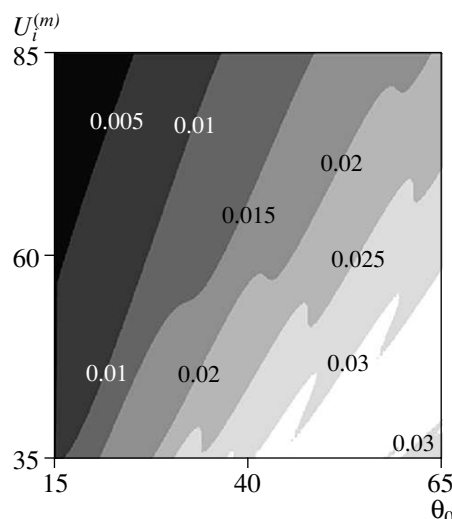


**Рис. 6.** Энергетическая эффективность  $K$  блоховского осциллятора в латеральной сверхрешетке как функция  $U_i^{(m)}$ :  $a - \nu = 1, \theta_0 = 20$  (1), 40 (2), 100 (3);  $b - \theta_0 = 40, \nu = 1$  (1), 1.5 (2), 2 (3)

сверхрешетке. Частота электромагнитного поля в такой «вспышке» блоховских осцилляций определяется электронной концентрацией в сверхрешетке ( $\theta_0$ ). Длительность соответствующего волнового цуга дается выражением (18). Переключение сверхрешетки в экранирующий режим происходит при уменьшении напряженности самосогласованного поля после слияния фокуса (3 на рис. 5б) и седла (2 на рис. 5б) и имеет апериодический характер из-за узлового типа конечного состояния равновесия (1 на рис. 5а, б).

#### 4. ИЗЛУЧЕНИЕ БЛОХОВСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Переходный процесс, возникающий после слияния состояний равновесия 1 и 2 на рис. 5 и сопровождающийся осцилляциями электрического поля с



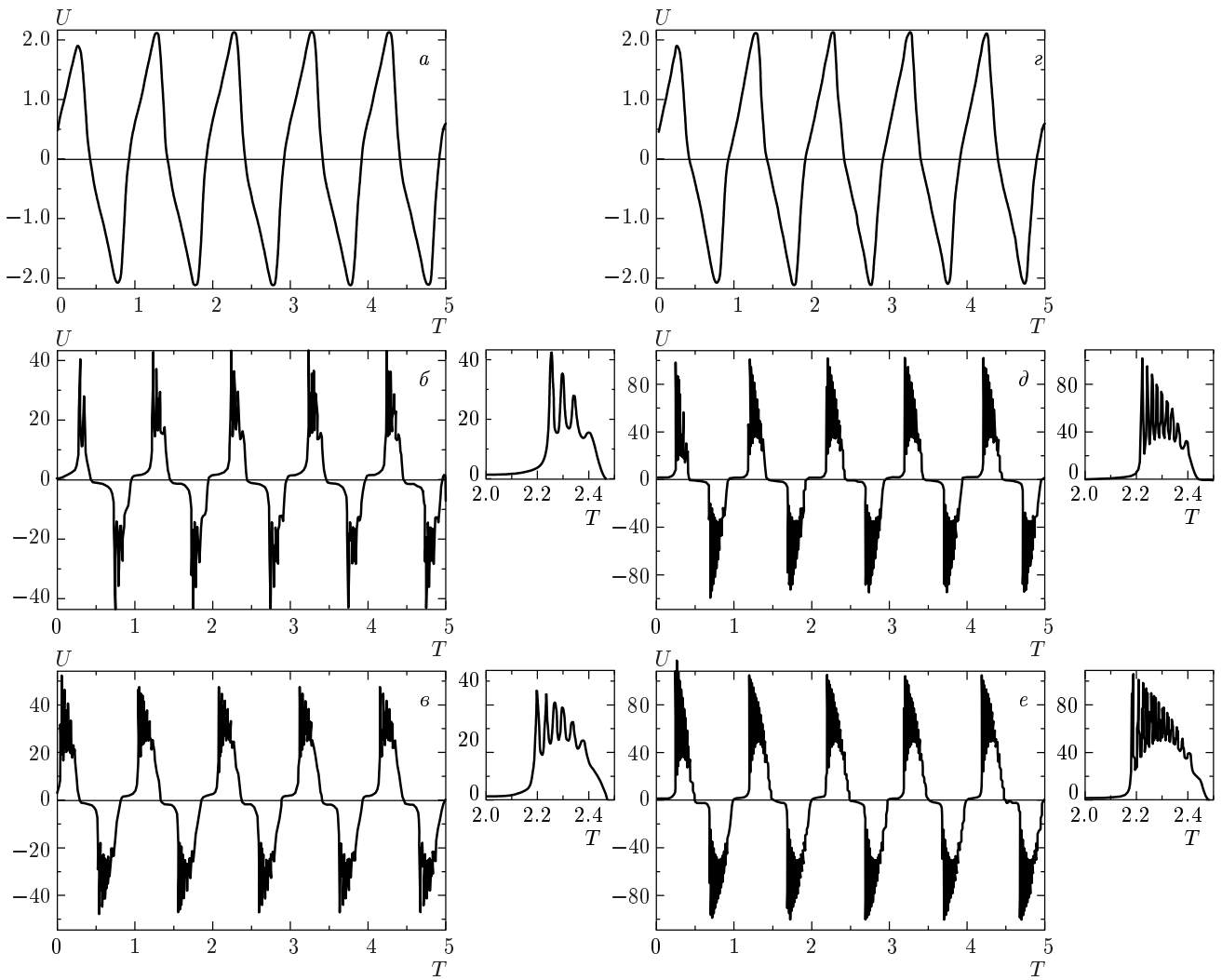
**Рис. 7.** Линии постоянных значений  $K$  на плоскости параметров  $(U_i^{(m)}, \theta_0)$  при  $\nu = 1$

блоховской частотой (рис. 5б), может быть аппроксимирован следующей зависимостью:

$$U(\tau) = U^{max} - (U^{max} - U_1^*)e^{-\nu\tau} \cos\left(\frac{\theta_0}{2}\tau\right), \quad (19)$$

где величины  $U^{max}$  и  $U_1^*$  показаны на рис. 3. Начальная амплитуда осцилляций самосогласованного поля в сверхрешетке,  $U_B = U^{max} - U_1^*$ , зависит от положения изображающей точки на фазовой плоскости после слияния состояний равновесия 1 и 2 на рис. 5б, в при  $\tau = 0$ . Временная зависимость самосогласованного электрического поля в сверхрешетке, описываемая формулой (19), является точной в окрестности устойчивого фокуса. Приближенное выражение (19) не принимает во внимание ангармоничности блоховского осциллятора, что имеет место, когда изображающая точка находится достаточно далеко от данного состояния равновесия. Однако такая ангармоничность не может приводить к заметной ошибке в оценке эффективности блоховского осциллятора, поскольку нелинейное уширение генерируемой спектральной линии много меньше, чем уширение, вызванное затуханием осцилляций вследствие рассеяния электронов. В выражении (19) медленная временная зависимость  $U^{max}(\tau)$ , связанная с зависимостью от времени падающего поля, также может быть проигнорирована из-за относительно малого изменения функции  $U^{max}(\tau)$  в пределах импульса возбуждаемых блоховских осцилляций. После таких предположений мы можем рассчитать энергию, содержащуюся в цуге возбуждаемой высокочастотной





**Рис. 8.** Осциллограммы электрического поля волны, прошедшей через латеральную сверхрешетку, при  $\theta_0 = 40$  ( $a - U_i^{(m)} = 27 \sim U_{c1}$ ,  $б - U_i^{(m)} = 30 > U_{c1}$ ,  $в - U_i^{(m)} = 35 > U_{c1}$ ) и при  $\theta_0 = 90$  ( $z - U_i^{(m)} = 58$ ,  $д - U_i^{(m)} = 63$ ,  $е - U_i^{(m)} = 70$ ). Рядом с рис. 7б, в, д, е показана тонкая структура полупериода волнового цуга, связанного с блоховскими осцилляциями в сверхрешетке

волны. Максимальная длительность  $\Delta\tau$  импульса блоховских осцилляций определяется временем, прошедшим между переключениями структуры:

$$\Delta\tau = \pi - \arcsin \frac{U_{c1}}{U_i^{(m)}} - \arcsin \frac{U_{c2}}{U_i^{(m)}}, \quad (20)$$

где  $\arcsin x$  означает нижнюю положительную ветвь соответствующей функции. Выражение (20) будет иметь место, только если из-за отрицательной дифференциальной проводимости сверхрешетки неустойчивость пространственного заряда в состоянии равновесия типа устойчивого фокуса не имеет достаточно времени для своего развития. Отсутствие такой неустойчивости ганновского типа

предполагает, что соотношение  $\Gamma < \omega_B$ , где  $\Gamma$  — инкремент неустойчивости, выполнено. Грубая оценка инкремента может быть записана в следующей форме [19]:

$$\Gamma \approx 4\pi en_e \left( -\frac{dV}{dE} \right) \frac{1}{\varepsilon_L} < \omega_B. \quad (21)$$

Здесь  $\varepsilon_L$  — решеточная диэлектрическая постоянная сверхрешетки. Отрицательная дифференциальная подвижность сверхрешетки,  $dV/dE$ , должна быть взята вблизи состояния равновесия. После подстановки полученного характерного поля в (21) приходим к условию для электронной концентрации в

сверхрешетке, запрещающему развитие ганновской неустойчивости:

$$\omega_{pe}^4 > 4 \frac{\mu_0 \nu_w \hbar}{\varepsilon_L c} \left( \frac{c}{h} \right)^4. \quad (22)$$

Оно накладывает сравнительно сильное условие на электронную концентрацию и частоту столкновений. Полагая неравенство (22) выполненным, с помощью (19) можно вычислить электромагнитную энергию, излучаемую сверхрешеткой в окружающее пространство в форме импульса затухающих блоховских колебаний в пределах каждого полупериода падающей волны накачки. Тогда, разделив полученную величину на соответствующую входящую энергию волны накачки, получим энергетическую эффективность возбужденного блоховского осциллятора, которая для случая  $\theta_0 \gg \nu$  может быть записана в виде

$$K = \frac{1}{\pi U_i^{(m)2}} \left\{ \frac{1}{2\nu} (e^{-2\nu\tau_1} - e^{-2\nu\tau_2}) - \frac{2\nu}{\theta_0^2} [e^{-2\nu\tau_1} \cos(\theta_0\tau_1) - e^{-2\nu\tau_2} \cos(\theta_0\tau_2)] + \frac{1}{\theta_0} [e^{-2\nu\tau_1} \sin(\theta_0\tau_1) - e^{-2\nu\tau_2} \sin(\theta_0\tau_2)] \right\}, \quad (23)$$

где

$$\tau_1 \approx \arcsin \frac{\theta_0}{2U_i^{(m)}}, \quad \tau_2 \approx \pi - \arcsin \frac{2\sqrt{\nu\theta_0}}{U_i^{(m)}}.$$

Зависимости  $K(U_i^{(m)})$  при различных фиксированных значениях  $\theta_0$ , построенные в соответствии с выражением (23), показаны на рис. 6а. Заметим снова, что параметр  $\theta_0/2$  определяет безразмерную текущую частоту испускаемых всплесков блоховских осцилляций. Можно видеть, что максимум эффективности почти не зависит от  $\theta_0$  и достигает величины нескольких процентов при  $\nu = 1$ . Только ширина линий становится больше с ростом  $\theta_0$ . На рис. 6б показана зависимость  $K(U_i^{(m)})$  для различных значений частот столкновений при заданном значении  $\theta_0 = 40$ . Видно, что максимум эффективности блоховского осциллятора уменьшается с ростом  $\nu$ . На рис. 7 линии уровня  $K = \text{const}$  показаны на плоскости параметров  $(U_i^{(m)}, \theta_0)$ . Таким образом, наиболее подходящими с точки зрения режима умножения частоты являются сверхрешетки с достаточно высокими значениями  $\theta_0$ . В то же время большое значение  $\theta_0$  означает необходимость использования очень сильно легированных сверхрешеток и, как следствие, повышения порога блоховской генерации. В этой связи необходимо отметить следующее.

В пределе  $\theta_0 \gg \theta_{0c}$  частота генерируемых блоховских колебаний не зависит от частоты волны накачки. Действительно,

$$\omega_B \approx \omega \frac{\theta_0}{2} = \frac{\mu_0}{2(1 + \sqrt{\varepsilon_s})} \omega_{pe}^2 \frac{h}{c}. \quad (24)$$

Для того чтобы увеличить параметр  $\theta_0$ , частота падающей волны должна быть понижена. Однако это уменьшает эффективность  $K$  вследствие увеличения относительной частоты  $\nu$  столкновений. Оптимальная энергетическая эффективность блоховских осцилляций достигается при  $\nu \approx 1$ , когда длительность  $\Delta\tau$  прозрачного состояния сверхрешетки в течение одного полупериода падающей волны того же порядка, что и время затухания блоховских осцилляций.

Были выполнены численные расчеты, основанные на решении системы уравнений (12). На рис. 7 показаны осциллограммы напряженности электрического поля в латеральной сверхрешетке при различных значениях  $\theta_0$  и  $U_i^{(m)}$ . Можно видеть, что для допороговых величин  $U_i^{(m)}$  (рис. 7а, з) электрическое поле в сверхрешетке имеет квазигармоническую временную зависимость. Это соответствует экранирующему режиму и слабому полю в сверхрешетке. Если же амплитуда падающей волны превосходит пороговое значение, блоховские осцилляции возбуждаются в переходном процессе при переключении сверхрешетки из экранирующего режима в прозрачный. Спектральный состав этих колебаний довольно слабо зависит от  $U_i^{(m)}$ , как это видно из рис. 7б, в, д, е. Превышение порогового значения определяет главным образом длительность волнового цуга блоховских осцилляций благодаря увеличению временного интервала  $\Delta\tau$  вместе с возрастанием  $U_i^{(m)}$ , до тех пор пока величина  $\Delta\tau$  не станет сравнима с  $1/\nu$ . Частота волнового цуга фактически зависит только от  $\theta_0$ . Спектры прошедшего через сверхрешетку излучения представлены на рис. 9 для двух значений  $\theta_0$ , которые соответствуют рис. 7, и двух значений  $U_i^{(m)}$ , чтобы показать изменение спектрального состава выходящего из сверхрешетки излучения при изменении  $U_i^{(m)}$ .

Численная оценка рассмотренного эффекта излучения возбуждаемых электромагнитным полем блоховских осцилляторов в сверхрешетке дает следующий частный результат: при  $\nu_w = \nu_V = 6 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , частоте волны накачки  $f = 0.1 \text{ ТГц}$  и поверхностной электронной концентрации  $n_s = n_e/h = 10^{13} \text{ см}^{-2}$  критическая величина плотности потока энергии падающего излучения  $S_{in} \approx 5 \cdot 10^5 \text{ Вт/см}^2$ , а частота

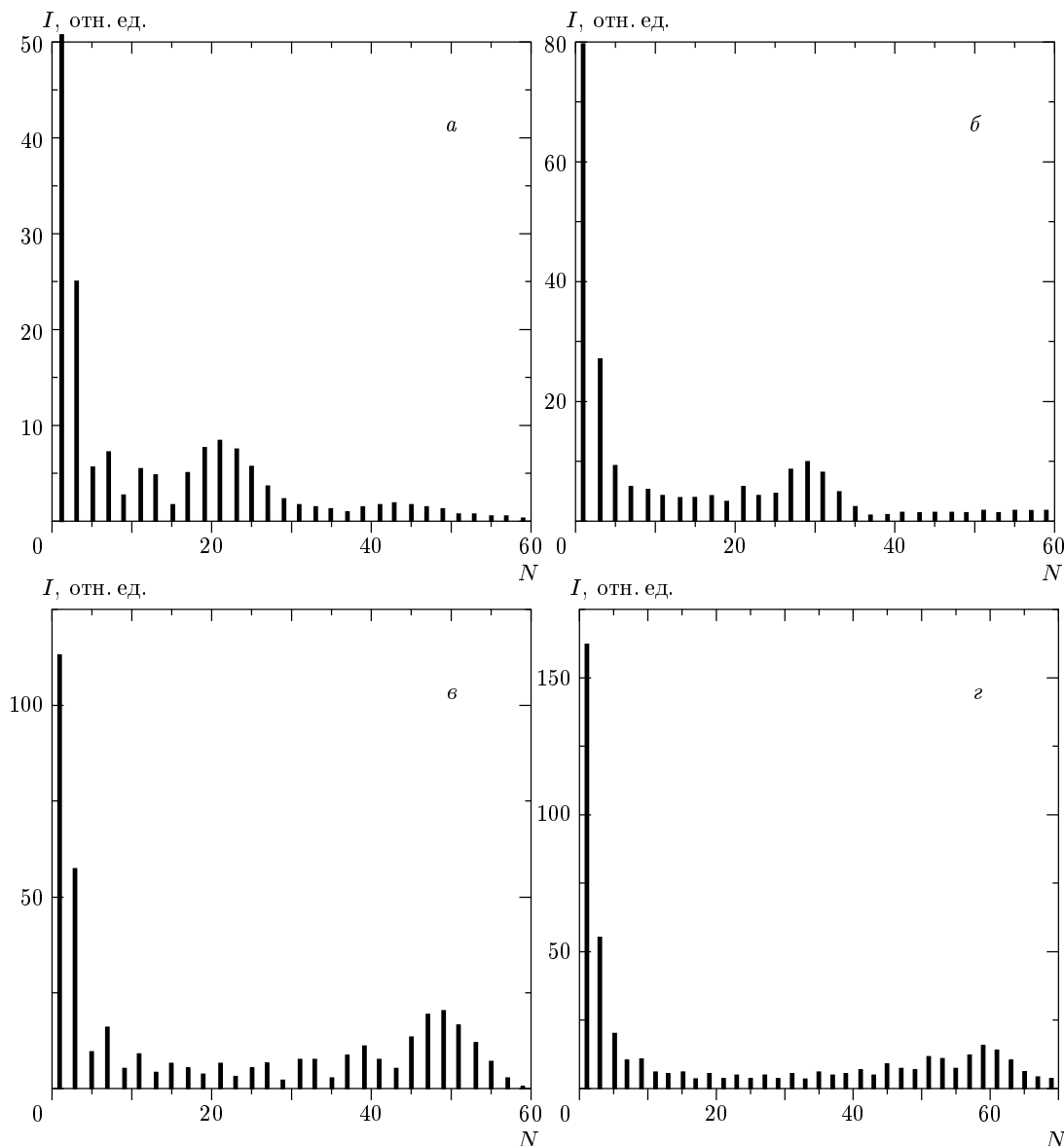


Рис. 9. Спектры прошедшего излучения, соответствующие рис. 7б (а), 7в (б), 7д (в), 7е (г) ( $N$  — номер гармоники)

та изучаемого волнового цуга блоховских колебаний  $f_B \approx 3$  ТГц.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически выявлен эффект эмиссии терагерцового излучения блоховских осцилляторов, возбуждаемых электромагнитным полем в латеральной полупроводниковой сверхрешетке. Излучение представляет собой последовательность волновых цугов, обусловленных испускаемыми сверхрешеткой вспышками блоховских осцилляций. Сами

блоховские осцилляции возникают в результате циклически повторяющихся переходных процессов. При частоте накачки меньшей или сравнимой с эффективной частотой столкновений электронов блоховские колебания возбуждаются в течение каждого полупериода падающей на сверхрешетку электромагнитной волны. Итак, латеральная сверхрешетка может рассматриваться как новый тип источника терагерцового электромагнитного излучения. Параметры сверхрешетки, необходимые для возбуждения в ней переходных процессов во внешнем электромагнитном поле, вполне достижимы

для современных технологий. Кроме того, некоторые типы источников электромагнитных волн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов имеют подходящие характеристики для прямого наблюдения излучения блоховских осцилляторов из полупроводниковых латеральных сверхрешеток. Подчеркнем еще раз, что из-за сравнительно большого времени развития неустойчивость пространственного заряда не в состоянии подавить блоховские колебания.

Авторы признательны И. В. Шадривову за существенную техническую помощь. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 02-02-16385, 01-02-16449).

## ЛИТЕРАТУРА

1. F. Bloch, Z. Phys. **52**, 555 (1928).
2. C. Zener, Proc. Roy. Soc. London A **145**, 523 (1934).
3. А. П. Силин, УФН **147**, 485 (1985).
4. А. Я. Шик, ФТП **8**, 1841 (1974).
5. L. Esaki and L. L. Chang, Thin Solid Films **36**, 285 (1976).
6. H. Sakaki, Jpn. J. Appl. Phys. **28**, 314 (1989).
7. N. Noguchi, J. P. Leburton, and H. Sakaki, Int. Phys. Conf. Ser. № 129, Ch. 5, 299 (1993).
8. L. Esaki and R. Tsu, IBM J. Res. Dev. **14**, 61 (1970).
9. A. A. Ignatov, E. P. Dodin, and V. I. Shashkin, Mod. Phys. Lett. **5**, 1087 (1991).
10. A. A. Ignatov and Yu. A. Romanov, Phys. Stat. Sol. (b) **73**, 327 (1976).
11. Е. П. Додин, А. А. Жаров, А. А. Игнатов, ЖЭТФ **114**, 2246 (1998).
12. А. А. Жаров, Е. П. Додин, А. С. Распопин, Письма в ЖЭТФ **72**, 653 (2000).
13. D. H. Dunlap and V. M. Kenkre, Phys. Rev. B **34**, 3625 (1986).
14. A. A. Ignatov, E. Schomburg, J. Grenzer et al., Z. Phys. B **98**, 187 (1995); A. A. Ignatov, K. Renk, and E. P. Dodin, Phys. Rev. Lett. **70**, 1996 (1993).
15. X. L. Lei, N. J. Horing, and H. L. Cui, Phys. Rev. Lett. **66**, 3277 (1991).
16. A. A. Ignatov, E. P. Dodin, and A. A. Zharov, Phys. Low-Dim. Struct. **7**, 43 (1994).
17. А. А. Гоголин, ЖЭТФ **88**, 2063 (1985).
18. B. W. Knight and G. A. Peterson, Phys. Rev. **155**, 393 (1967).
19. М. Е. Левинштейн, Ю. К. Пожела, М. С. Шур, *Эффект Ганна*, Сов. Радио, Москва (1975).