

# СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В ПСЕВДОЩЕЛЕВОМ СОСТОЯНИИ В МОДЕЛИ ГОРЯЧИХ ТОЧЕК, РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

Э. З. Кучинский\*, М. В. Садовский\*, Н. А. Стригина\*

Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук  
620016, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 15 мая 2003 г.

Рассматриваются особенности сверхпроводящего состояния ( $s$ - и  $d$ -спаривание) в модели псевдощелевого состояния, вызванного флуктуациями ближнего порядка диэлектрического (AFM (SDW) или CDW) типа, основанной на модели поверхности Ферми с «горячими точками». Дан микроскопический вывод разложения Гинзбурга–Ландау с учетом всех фейнмановских диаграмм теории возмущений по взаимодействию электрона с флуктуациями ближнего порядка, вызывающими сильное рассеяние вблизи горячих точек. Найдена критическая температура сверхпроводящего перехода в зависимости от эффективной ширины псевдощели и величины корреляционной длины флуктуаций ближнего порядка. Определены аналогичные зависимости основных характеристик сверхпроводника вблизи температуры сверхпроводящего перехода. Показано, в частности, что скачок теплоемкости в точке перехода существенно подавляется при переходе в псевдощелевую область фазовой диаграммы.

PACS: 74.20.Fg, 74.20.De

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Псевдощелевое состояние, наблюдаемое в широкой области на фазовой диаграмме ВТСП-купратов, приводит к многочисленным аномалиям их свойств как в нормальном, так и в сверхпроводящем состоянии [1, 2]. Представляется, что предпочтительным сценарием формирования псевдощелевого состояния в ВТСП-оксидах является картина [2], основанная на существовании в этой области фазовой диаграммы сильного рассеяния носителей тока на флуктуациях ближнего порядка «диэлектрического» типа — антиферромагнитных (AFM (SDW)) или типа волн зарядовой плотности (CDW). В импульсном пространстве это рассеяние происходит в окрестности характерного вектора  $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$  ( $a$  — постоянная двумерной решетки), соответствующего удвоению периода (вектор антиферромагнетизма), и является предвестником перестройки спектра, возникающей при установлении дальнего AFM (SDW)-порядка. Соответственно возникает су-

щественно нефермижидкостная перестройка электронного спектра в определенных областях импульсного пространства в окрестности так называемых горячих точек на поверхности Ферми [2]. В последнее время появился целый ряд экспериментов, достаточно убедительно свидетельствующих в пользу именно такого сценария формирования псевдощели [3–5]. В рамках описанной картины удастся построить упрощенную модель псевдощелевого состояния, описывающую основные особенности этого состояния [2] и учитывающую вклад всех фейнмановских диаграмм теории возмущений по рассеянию на (гауссовых) флуктуациях ближнего порядка с характерным импульсом рассеяния из окрестности  $\mathbf{Q}$ , определяемой соответствующей корреляционной длиной  $\xi$  [6, 7].

До сих пор большинство теоретических работ посвящено рассмотрению моделей псевдощелевого состояния в нормальной фазе при  $T > T_c$ . В работах [8–11] нами была рассмотрена сверхпроводимость в упрощенной модели псевдощелевого состояния, основанной на предположении о существовании горячих (плоских) участков на поверхности Ферми. В рамках этой модели было построено разложение

\*E-mail: kuchinsk@iep.uran.ru, sadovski@iep.uran.ru, strigina@iep.uran.ru

Гинзбурга–Ландау для различных типов куперовского спаривания [8, 10], а также проведено исследование особенностей сверхпроводящего состояния в области  $T < T_c$  на основе анализа решений уравнений Горькова [9–11]. При этом прежде всего рассматривалась чрезвычайно упрощенная модель гауссовых флуктуаций ближнего порядка с бесконечной корреляционной длиной, для которой удается получить точное решение для псевдощелевого состояния [8, 9], анализ же более реалистического случая конечных корреляционных длин проводился как для модели [10] (в предположении самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка по флуктуациям ближнего порядка), так и для предельно упрощенной точно решаемой модели [11], где удалось проанализировать роль эффектов несамосредняемости [9, 11].

Целью настоящей работы является анализ основных свойств сверхпроводящего состояния (для различных типов спаривания), возникающего на фоне псевдощели «диэлектрической» природы в более реалистической модели горячих точек на поверхности Ферми. При этом мы ограничимся непосредственной окрестностью температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  и проведем анализ на основе микроскопического вывода разложения Гинзбурга–Ландау в предположении самоусредняемости сверхпроводящего параметра порядка, обобщая подход, предложенный для модели горячих участков в работе [10].

## 2. МОДЕЛЬ ГОРЯЧИХ ТОЧЕК И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗА СЧЕТ СПАРИВАНИЯ

В модели «почти антиферромагнитной» ферми-жидкости, активно используемой для объяснения микроскопического механизма ВТСП [12, 13], вводится эффективное взаимодействие электронов со спиновыми флуктуациями, описываемое динамической восприимчивостью, характеризующейся подлежащими определению из эксперимента корреляционной длиной спиновых флуктуаций  $\xi$ , вектором антиферромагнитного упорядочения в диэлектрической фазе  $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$  и характерной частотой спиновых флуктуаций  $\omega_{sf}$ . Эта динамическая восприимчивость, а с ней и эффективное взаимодействие имеют максимум в области  $\mathbf{q} \sim \mathbf{Q}$ , соответственно в системе возникают два типа квазичастиц — горячие, импульсы которых расположены в окрестности горячих точек на поверхности Ферми (рис. 1), и холодные, импульсы которых находятся

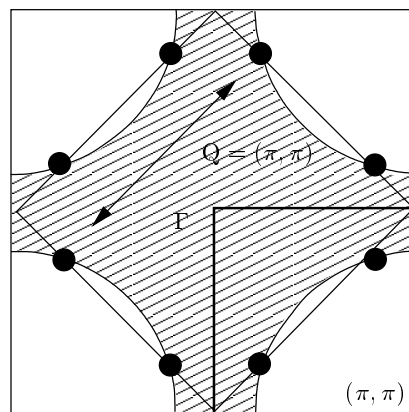


Рис. 1. Поверхность Ферми с горячими точками, связанными импульсом рассеяния порядка  $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$

вблизи участков поверхности Ферми, окружающих диагонали зоны Бриллюэна [6]. Дело в том, что квазичастицы из окрестности горячих точек сильно рассеиваются на вектор порядка  $\mathbf{Q}$  за счет взаимодействия со спиновыми флуктуациями, тогда как для частиц с импульсами вдали от горячих точек это взаимодействие является достаточно слабым.

При рассмотрении области достаточно высоких температур  $2\pi T \gg \omega_{sf}$  можно пренебречь спиновой динамикой [6], ограничившись статическим приближением. Существенное упрощение расчетов, позволяющее проанализировать вклад высших порядков теории возмущений, возникает, если перейти к модельному взаимодействию электронов со спиновыми (или зарядовыми) флуктуациями следующего вида [7]:

$$V_{eff}(\mathbf{q}) = W^2 \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + (q_x - Q_x)^2} \frac{2\xi^{-1}}{\xi^{-2} + (q_y - Q_y)^2}, \quad (1)$$

где  $W$  — эффективный параметр размерности энергии. В дальнейшем, как и в работах [6, 7], параметры  $W$  и  $\xi$  рассматриваются как феноменологические (определяемые из эксперимента). Выражение (1) качественно вполне аналогично статическому пределу взаимодействия, рассматривавшегося в [12, 13], и при соответствующем определении входящих в него параметров мало отличается от него количественно в наиболее интересной области  $|\mathbf{q} - \mathbf{Q}| < \xi^{-1}$ , определяющей рассеяние в окрестности горячих точек. Фактически речь здесь идет о замене реального взаимодействия с динамическими флуктуациями ближнего порядка картиной рас-

сеяния электронов на статическом случайном (гауссовом) поле таких флуктуаций. Наименее оправданным физически является предположение о статическом (и гауссовом) характере флуктуаций, которое может быть применимо только при достаточно высоких температурах [6, 7]. При низких температурах, в том числе в сверхпроводящей фазе, спиновая динамика, а также негауссов характер флуктуаций могут оказаться весьма существенными, в том числе и для самой микроскопии куперовского спаривания в рамках модели почти антиферромагнитной ферми-жидкости [12, 13]. Мы полагаем, однако, что рассматриваемое нами статическое гауссово приближение может оказаться достаточным для изучения качественного влияния образования псевдощели на сверхпроводимость (в частности, вблизи температуры сверхпроводящего перехода), которая будет описываться ниже в рамках простейшего подхода теории БКШ и феноменологии Гинзбурга–Ландау.

Спектр исходных (свободных) квазичастиц берется в виде [6]

$$\xi_{\mathbf{p}} = -2t(\cos p_x a + \cos p_y a) - 4t' \cos p_x a \cos p_y a - \mu, \quad (2)$$

где  $t$  — интеграл переноса между ближайшими соседями, а  $t'$  — между вторыми ближайшими соседями на квадратной решетке,  $a$  — параметр решетки,  $\mu$  — химический потенциал. Это выражение дает достаточно хорошее приближение к результатам зонных расчетов реальных ВТСП-систем. Например, для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+\delta}$  имеем  $t = 0.25$  эВ,  $t' = -0.45t$  [6]. Химический потенциал  $\mu$  фиксируется концентрацией носителей.

В пределе бесконечно большой корреляционной длины,  $\xi \rightarrow \infty$ , модель рассеяния на флуктуациях ближнего порядка рассматриваемого типа имеет точное решение [14]. При конечных  $\xi$  можно построить приближенное решение [7], обобщающее одномерный подход, предложенный в работе [15]. При этом удается (приближенно) просуммировать весь диаграммный ряд для одночастичной функции Грина электронов. В результате для одночастичной функции Грина  $G(\varepsilon_n \mathbf{p})$  возникает следующая рекуррентная процедура (представление в виде цепной дроби) [6, 7, 15]:

$$G_k(\varepsilon_n \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_k(\mathbf{p}) + ikv_k \kappa - W^2 s(k+1)G_{k+1}(\varepsilon_n \mathbf{p})}, \quad (3)$$

где  $\kappa = \xi^{-1}$ ,  $\varepsilon_n = 2\pi T(n + 1/2)$  (для определенности считаем, что  $\varepsilon_n > 0$ ),

$$\xi_k(\mathbf{p}) = \begin{cases} \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{Q}} & \text{при нечетных } k, \\ \xi_{\mathbf{p}} & \text{при четных } k, \end{cases} \quad (4)$$

$$v_k = \begin{cases} |v_x(\mathbf{p}+\mathbf{Q})| + |v_y(\mathbf{p}+\mathbf{Q})| & \text{при нечетных } k, \\ |v_x(\mathbf{p})| + |v_y(\mathbf{p})| & \text{при четных } k, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\mathbf{v}(\mathbf{p}) = \partial \xi_{\mathbf{p}} / \partial \mathbf{p}$  — скорость свободной квазичастицы.

«Физическая» функция Грина определяется из (3) как  $G(\varepsilon_n \mathbf{p}) \equiv G_0(\varepsilon_n \mathbf{p})$ .

Комбинаторный множитель

$$s(k) = k \quad (6)$$

в рассматриваемом нами ниже случае соизмеримых флуктуаций с  $\mathbf{Q} = (\pi/a, \pi/a)$  [15], если не учитывать их спиновой структуры [6] (т.е. ограничиваясь флуктуациями CDW-типа). Если учесть спиновую структуру взаимодействия в рамках модели почти антиферромагнитной ферми-жидкости (спин-фермионная модель [6]), то комбинаторика диаграмм становится более сложной. В частности, в этой модели существенно различаются спиновые и зарядовые двухчастичные вершины. В работе [6] для спинового взаимодействия использовалась изотропная модель Гейзенберга. Если в качестве модели этого взаимодействия принять модель Изинга, то останутся лишь процессы рассеяния с сохранением спина электрона, для которых справедлива соизмеримая комбинаторика диаграмм (6) как для одночастичной функции Грина, так и для спиновых и зарядовых вершин. Поэтому в данной работе мы ограничимся рассмотрением только случая соизмеримых (6) «изинговских» спиновых флуктуаций (AFM, SDW) и соизмеримых зарядовых флуктуаций (CDW). Подробности, относящиеся к случаю несоизмеримых флуктуаций CDW-типа, можно найти в [7, 14, 15].

Условия применимости рассматриваемого приближения подробно обсуждались в [6, 7]. В пределе  $\xi \rightarrow \infty$  формула (3) сводится к точному решению [14], а в пределе  $\xi \rightarrow 0$  при фиксированном значении  $W$  дает физически корректный предел свободных электронов.

Переходя к вопросу о сверхпроводимости в рассматриваемой системе с развитыми флуктуациями ближнего порядка, предположим, что сверхпроводящее спаривание обусловлено потенциалом притяжения, действующим между электронами с противоположными спинами, следующего простейшего (БКШ) вида:

$$V_{sc}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = -Ve(\mathbf{p})e(\mathbf{p}'), \quad (7)$$

где для  $e(\mathbf{p})$  принимаем

$$e(\mathbf{p}) = \begin{cases} 1 & (s\text{-спаривание}) \\ \cos(p_x a) - \cos(p_y a) & (d_{x^2-y^2}\text{-спаривание}), \\ \sin(p_x a) \sin(p_y a) & (d_{xy}\text{-спаривание}), \\ \cos(p_x a) + \cos(p_y a) & (\text{анизотропное } s\text{-спаривание}). \end{cases} \quad (8)$$

Константа притяжения  $V$ , как обычно, считается отличной от нуля в некотором слое шириной  $2\omega_c$  в окрестности уровня Ферми ( $\omega_c$  — характерная частота квантов, обеспечивающая притяжение электронов). В общем случае сверхпроводящая щель анизотропна и имеет вид  $\Delta(\mathbf{p}) = \Delta e(\mathbf{p})$ .

Все последующее рассмотрение проводится в предположении самоусредняемости энергетической щели сверхпроводника по флуктуациям ближнего порядка, что позволяет использовать стандартный подход теории неупорядоченных сверхпроводников [16, 17]. В условиях, когда корреляционная длина ближнего порядка  $\xi \ll \xi_0$ , где  $\xi_0 \sim v_F/\Delta_0$  — длина когерентности теории БКШ (т. е. когда флуктуации коррелируют на расстояниях меньше характерного размера куперовских пар), предположение о самоусредняемости  $\Delta$  должно сохраняться, нарушаясь только в области<sup>1)</sup>  $\xi > \xi_0$  [9–11].

### 3. КУПЕРОВСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ. РЕКУРРЕНТНАЯ ПРОЦЕДУРА ДЛЯ ВЕРШИННОЙ ЧАСТИ

Хорошо известно, что критическая температура может быть определена из уравнения для куперовской неустойчивости нормальной фазы:

$$1 - V\chi(0; T) = 0, \quad (9)$$

где обобщенная куперовская восприимчивость определена на рис. 2 и равна

$$\chi(\mathbf{q}; T) = -T \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} e(\mathbf{p})e(\mathbf{p}') \Phi_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}), \quad (10)$$

<sup>1)</sup> Отсутствие самоусредняемости сверхпроводящей щели даже в области  $\xi < \xi_0$ , полученное в работе [11], связано, по-видимому, со специфическим характером модели ближнего порядка, использованной в этой работе.

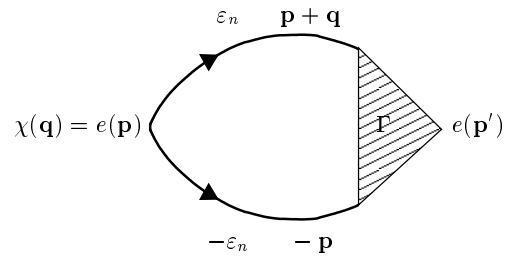


Рис. 2. Диаграммное представление для обобщенной восприимчивости  $\chi(\mathbf{q})$  в куперовском канале

где  $\Phi_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q})$  — двухчастичная функция Грина в куперовском канале, учитывающая процессы рассеяния на флуктуациях ближнего порядка.

Рассмотрим сначала случай зарядовых (CDW) флуктуаций, когда взаимодействие не зависит от спиновых переменных. В случае  $s$ - и  $d_{xy}$ -спаривания сверхпроводящая щель при перебросе на  $\mathbf{Q}$  остается неизменной, т. е.  $e(\mathbf{p} + \mathbf{Q}) = e(\mathbf{p})$ , тогда  $e(\mathbf{p}') \approx e(\mathbf{p})$ . В случае анизотропного  $s$ - и  $d_{x^2-y^2}$ -спаривания сверхпроводящая щель при перебросе на  $\mathbf{Q}$  меняет знак ( $e(\mathbf{p} + \mathbf{Q}) = -e(\mathbf{p})$ ), поэтому  $e(\mathbf{p}') \approx e(\mathbf{p})$  при  $\mathbf{p}' \approx \mathbf{p}$  и  $e(\mathbf{p}') \approx -e(\mathbf{p})$  при  $\mathbf{p}' \approx \mathbf{p} + \mathbf{Q}$ . Таким образом, для диаграмм, содержащих четное число линий взаимодействия, связывающих верхнюю ( $\varepsilon_n$ ) и нижнюю ( $-\varepsilon_n$ ) электронные линии,  $\mathbf{p}' \approx \mathbf{p}$ , и мы имеем точно такое же выражение для вклада в восприимчивость, как для случая  $s$ - и  $d_{xy}$ -спаривания. Для диаграмм же, содержащих нечетное число таких линий взаимодействия, мы имеем выражение для вклада в восприимчивость, отличающееся знаком. Такое изменение знака можно просто приписать изменению знака взаимодействия, связывающего верхнюю и нижнюю электронные линии в петле рис. 2. Тогда для обобщенной восприимчивости получаем

$$\chi(\mathbf{q}; T) = -T \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} G(\varepsilon_n \mathbf{p} + \mathbf{q}) G(-\varepsilon_n, -\mathbf{p}) e^2(\mathbf{p}) \times \Gamma^\pm(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}), \quad (11)$$

где  $\Gamma^\pm(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q})$  — треугольная вершинная часть, учитывающая взаимодействие с флуктуациями ближнего порядка, где индекс « $\pm$ » учитывает отмеченное выше различие знаков взаимодействия, связывающего верхнюю и нижнюю электронные линии.

Перейдем к случаю рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях. В этом случае линии взаимодействия с продольной компонентой спина  $S^z$ , охватывающей вершину, меняющую направление спина, следует приписать дополнительный

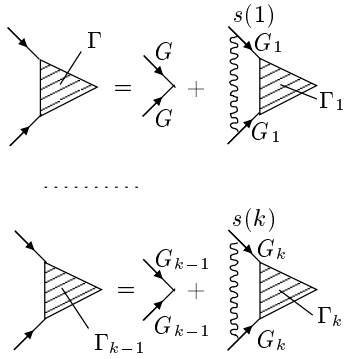


Рис. 3. Рекуррентные уравнения для вершинной части

множитель  $(-1)$  [6]. С этой точки зрения в случае взаимодействия со спиновыми флуктуациями рассмотренные выше типы спаривания «меняются местами»<sup>2)</sup> и обобщенная куперовская восприимчивость для  $s$ - и  $d_{xy}$ -спаривания определяется треугольной вершиной  $\Gamma^-$ , а для анизотропного  $s$ - и  $d_{x^2-y^2}$ -спаривания — треугольной вершиной  $\Gamma^+$ .

Таким образом, возникает проблема вычисления треугольных вершин, учитывающих все диаграммы (в том числе и перекрестные), описывающие взаимодействие с диэлектрическими флуктуациями. Для одномерного аналога нашей задачи (и для действительных частот,  $T = 0$ ) соответствующая рекуррентная процедура была впервые сформулирована в работе [18]. Для рассматриваемой здесь двумерной модели псевдощели с горячими точками на поверхности Ферми обобщение этой рекуррентной процедуры было проведено в работе [19] в связи с расчетами оптической проводимости. В этой же работе можно найти все подробности соответствующего вывода. Обобщение на нужный нам здесь случай мацубаровских частот проводится непосредственно. Ниже, для определенности, снова считаем  $\varepsilon_n > 0$ . В итоге для треугольной вершины получаем рекуррентное соотношение, представленное графиками рис. 3 (на которых волнистая линия обозначает взаимодействие с псевдощелевыми флуктуациями) и имеющее следующий аналитический вид:

<sup>2)</sup> Это связано с тем обстоятельством, что в вершине взаимодействия со сверхпроводящей щелью происходит смена знака проекции спина (рассматривается только синглетное спаривание).

$$\Gamma_{k-1}^{\pm}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}) = 1 \pm W^2 s(k) G_k \bar{G}_k \times \left\{ 1 + \frac{2ikv_k\kappa}{2i\varepsilon_n - \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{q} - W^2 s(k+1)(G_{k+1} - \bar{G}_{k+1})} \right\} \times \Gamma_k^{\pm}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}), \quad (12)$$

где величины  $G_k = G_k(\varepsilon_n \mathbf{p} + \mathbf{q})$  и  $\bar{G}_k = G_k(-\varepsilon_n, -\mathbf{p})$  вычисляются согласно процедуре (3),  $v_k$  определяется формулой (5), а величины  $\mathbf{v}_k$  имеют вид

$$\mathbf{v}_k = \begin{cases} \mathbf{v}(\mathbf{p} + \mathbf{Q}) & \text{при нечетных } k, \\ \mathbf{v}(\mathbf{p}) & \text{при четных } k. \end{cases} \quad (13)$$

«Физическая» вершина определяется как  $\Gamma^{\pm}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q}) \equiv \Gamma_0^{\pm}(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, \mathbf{q})$ .

Для нахождения  $T_c$  нас интересует вершина при  $\mathbf{q} = 0$ . Тогда  $\bar{G}_k = G_k^*$  и вершины  $\Gamma_k^+$  и  $\Gamma_k^-$  становятся вещественными, что существенно упрощает процедуры (12). Для  $\text{Im } G_k$ ,  $\text{Re } G_k$  имеем следующую систему рекуррентных уравнений:

$$\begin{aligned} \text{Im } G_k &= -\frac{\varepsilon_n + kv_k\kappa - W^2 s(k+1) \text{Im } G_{k+1}}{D_k}, \\ \text{Re } G_k &= -\frac{\xi_k(\mathbf{p}) + W^2 s(k+1) \text{Re } G_{k+1}}{D_k}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $D_k = (\xi_k(\mathbf{p}) + W^2 s(k+1) \text{Re } G_{k+1})^2 + (\varepsilon_n + kv_k\kappa - W^2 s(k+1) \text{Im } G_{k+1})^2$ , а вершинная часть при  $\mathbf{q} = 0$  определяется из уравнения

$$\Gamma_{k-1}^{\pm} = 1 \mp W^2 s(k) \frac{\text{Im } G_k}{\varepsilon_n - W^2 s(k+1) \text{Im } G_{k+1}} \Gamma_k^{\pm}. \quad (15)$$

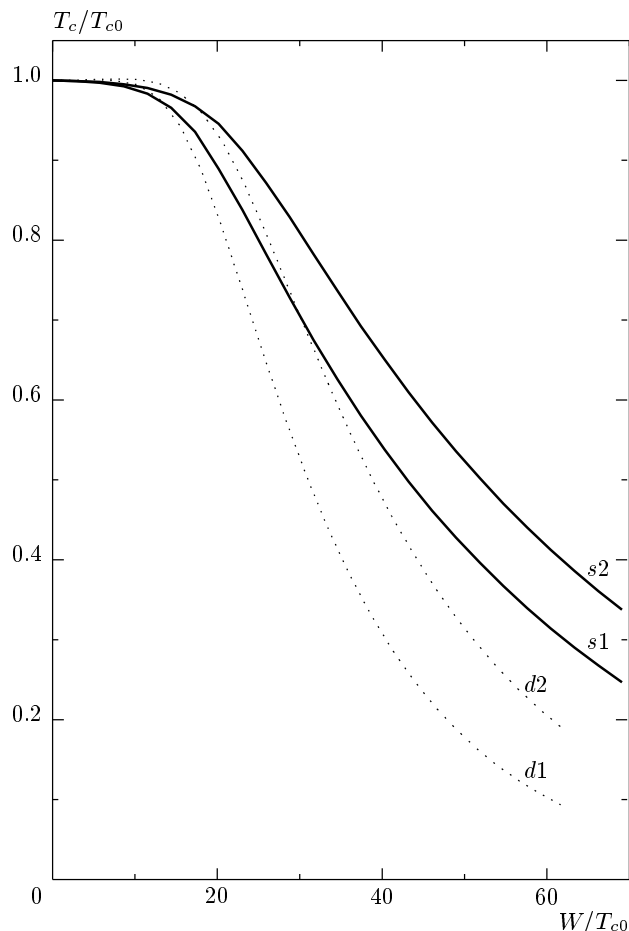
Переходя к численным расчетам, удобно задать характерный масштаб энергий (температур), характеризующий сверхпроводящее состояние в нашей модели в отсутствие псевдощелевых флуктуаций ( $W = 0$ ). В этом случае уравнение для соответствующей температуры сверхпроводящего перехода  $T_{c0}$  имеет стандартный вид теории БКШ (для общего случая анизотропного спаривания) и может быть записано в следующем виде:

$$1 = \frac{2VT}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\bar{m}} \int_0^{\pi} dp_x \int_0^{\pi} dp_y \frac{e^2(\mathbf{p})}{\xi_{\mathbf{p}}^2 + \varepsilon_n^2}, \quad (16)$$

где  $\bar{m} = [\omega_c/2\pi T_{c0}]$  — безразмерный параметр обрезания суммы по мацубаровским частотам. Все расчеты проводились для типичного спектра квазичастиц в ВТСП (2) с  $\mu = -1.3t$  и  $t'/t = -0.4$ . Выбирая, достаточно произвольно,  $\omega_c = 0.4t$  и  $T_{c0} = 0.01t$ , можно легко подобрать значение параметра спаривания  $V$  в (16), дающее такое значение  $T_{c0}$  для различных типов спаривания, перечисленных в (8). В

частности, для обычного изотропного спаривания  $s$ -типа получаем  $V/ta^2 = 1$ , а для  $d_{x^2-y^2}$ -спаривания имеем  $V/ta^2 = 0.55$ . Для остальных типов спаривания из (8) значения константы спаривания при таком выборе параметров оказываются нереалистичски большими, и мы не приводим результаты соответствующих расчетов<sup>3)</sup>.

Типичные результаты численных расчетов температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  для системы с псевдощелью, полученные с использованием описанных выше рекуррентных уравнений непосредственно из (9), представлены на рис. 4, 5. Видим, что во всех случаях псевдощелевые (диэлектрические) флуктуации приводят к существенному понижению температуры сверхпроводящего перехода. При этом  $d_{x^2-y^2}$ -спаривание подавляется заметно быстрее изотропного  $s$ -спаривания. В то же время уменьшение корреляционной длины  $\xi$  (рост параметра  $\kappa$ ) псевдощелевых флуктуаций способствует росту  $T_c$ . Эти результаты вполне аналогичны полученным ранее в модели горячих участков [8, 10]. Однако возникают и существенные качественные различия. На рис. 4 видно, что для случая спаривания  $s$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях, так же как и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях<sup>4)</sup> (т. е. в тех случаях, когда «работает» верхний знак в (12) и (15), приводящий к знакопостоянной рекуррентной процедуре для вершины), в зависимости  $T_c$  от ширины псевдощели  $W$  имеется характерная «полочка» в области  $W < 10T_{c0}$ , а существенное подавление  $T_c$  происходит на масштабе  $W \sim 50T_{c0}$ . Качественные различия возникают в случае спаривания  $s$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (CDW)) флуктуациях, так же как и в случае  $d_{x^2-y^2}$ -спаривания и рассеяния на зарядовых флуктуациях. На рис. 5 видим, что в этом случае (когда «работает» нижний знак в (12), (15), т. е. возникает знакопеременная процедура для вершины) подавление  $T_c$  происходит на порядок быстрее. При этом для случая  $d_{x^2-y^2}$ -спаривания в области значений  $W/T_{c0}$ , соответствующих почти полному подавлению сверхпроводимости, точность наших расчетов существенно снижается, что связано



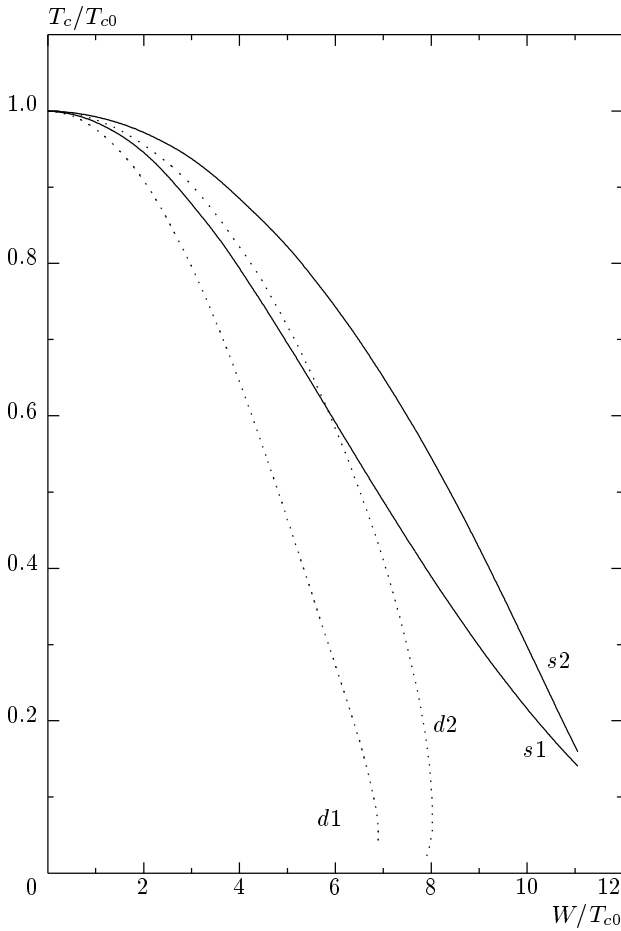
**Рис. 4.** Зависимость температуры сверхпроводящего перехода  $T_c/T_{c0}$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для спаривания  $s$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (кривые  $s1$  и  $s2$ ) и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях (кривые  $d1$  и  $d2$ ). Данные приведены для значений обратной корреляционной длины  $\kappa a = 0.2$  ( $s1$  и  $d1$ ),  $\kappa a = 0.5$  ( $s2$  и  $d2$ )

<sup>3)</sup> Разумеется, такое описание на основе уравнений теории слабой связи БКШ не претендует на реалистичность и в рассматриваемых случаях  $s$ - и  $d_{x^2-y^2}$ -спаривания. Нам просто нужно задать характерный масштаб  $T_{c0}$ , чтобы в дальнейшем все температуры выражать в единицах этой температуры, предполагая, что в рассматриваемой задаче имеется определенная универсальность по отношению к этому масштабу.

<sup>4)</sup> Именно этот последний случай, скорее всего, реализуется в реальных ВТСП на основе оксидов меди.

со знакопеременным характером рекуррентной процедуры для вершинной части. В частности, здесь может возникнуть характерная неоднозначность  $T_c$ , соответствующая возможности существования на фазовой диаграмме узкой области «возвратной» сверхпроводимости<sup>5)</sup>. Такое поведение  $T_c$  несколько напоминает аналогичные особенности, возникающие в сверхпроводниках с кондовскими примесями [20]. Однако наши расчеты показывают, что наиболее ве-

<sup>5)</sup> Проявления такого необычного поведения  $T_c$  усиливаются при рассмотрении рассеяния на несоизмеримых псевдощелевых флуктуациях.



**Рис. 5.** Зависимость температуры сверхпроводящего перехода  $T_c/T_{c0}$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для спаривания  $s$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях (кривые  $s1$  и  $s2$ ) и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (кривые  $d1$  и  $d2$ ). Данные приведены для значений обратной корреляционной длины  $\kappa a = 0.2$  ( $s1$  и  $d1$ ),  $\kappa a = 1.0$  ( $s2$  и  $d2$ )

роятным здесь является возникновение критического значения параметра  $W/T_{c0}$ , при котором сверхпроводимость полностью подавляется. При этом возможно возникновение здесь области, в которой переход в сверхпроводящее состояние становится фазовым переходом первого рода, аналогично известной ситуации в сверхпроводниках с сильным парамагнитным эффектом во внешнем магнитном поле [21]. В любом случае возникающие здесь эффекты заслуживают отдельного исследования, а в дальнейшем все результаты приводятся только для области однозначного поведения  $T_c$ .

#### 4. РАЗЛОЖЕНИЕ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

В работе [8] было построено разложение Гинзбурга–Ландау в точно решаемой модели псевдощели с бесконечной корреляционной длиной флуктуаций ближнего порядка. В работе [10] эти результаты были развиты для случая конечных корреляционных длин. В этих работах, фактически, рассматривался лишь случай зарядовых флуктуаций и использовалась простая модель псевдощелевого состояния, основанная на представлении о существовании горячих (плоских) участков на поверхности Ферми. В этой модели знак сверхпроводящей щели оставался неизменным при перебросе на вектор  $\mathbf{Q}$  как для  $s$ -, так и для  $d$ -спаривания [10]. Здесь мы проведем обобщение на более реалистичный случай рассматриваемой нами модели горячих точек на поверхности Ферми.

Разложение Гинзбурга–Ландау для разности плотностей свободных энергий сверхпроводящего и нормального состояний запишем в стандартном виде:

$$F_s - F_n = A|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + q^2 C|\Delta_{\mathbf{q}}|^2 + \frac{B}{2}|\Delta_{\mathbf{q}}|^4, \quad (17)$$

где  $\Delta_{\mathbf{q}}$  — амплитуда фурье-компоненты параметра порядка, который для различных типов спаривания записывается в виде  $\Delta(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \Delta_{\mathbf{q}} e(\mathbf{p})$ . Разложение (17) определяется графиками петлевого разложения для свободной энергии в поле флуктуаций параметра порядка (обозначенных штриховыми линиями) с малым волновым вектором  $\mathbf{q}$  [8], показанными на рис. 6.

Коэффициенты Гинзбурга–Ландау удобно представить в виде

$$A = A_0 K_A, \quad C = C_0 K_C, \quad B = B_0 K_B, \quad (18)$$

где через  $A_0$ ,  $C_0$  и  $B_0$  обозначены полученные в Приложении выражения для этих коэффициентов в отсутствие псевдощелевых флуктуаций ( $W = 0$ ) для случая произвольного спектра  $\xi_p$  и различных типов спаривания:

$$\begin{aligned} A_0 &= N_0(0) \frac{T - T_c}{T_c} \langle e^2(\mathbf{p}) \rangle, \\ C_0 &= N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{32\pi^2 T_c^2} \langle |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 e^2(\mathbf{p}) \rangle, \\ B_0 &= N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2} \langle e^4(\mathbf{p}) \rangle, \end{aligned} \quad (19)$$

где угловые скобки обозначают обычное усреднение по поверхности Ферми:

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{N_0(0)} \sum_p \delta(\xi_p) \dots,$$

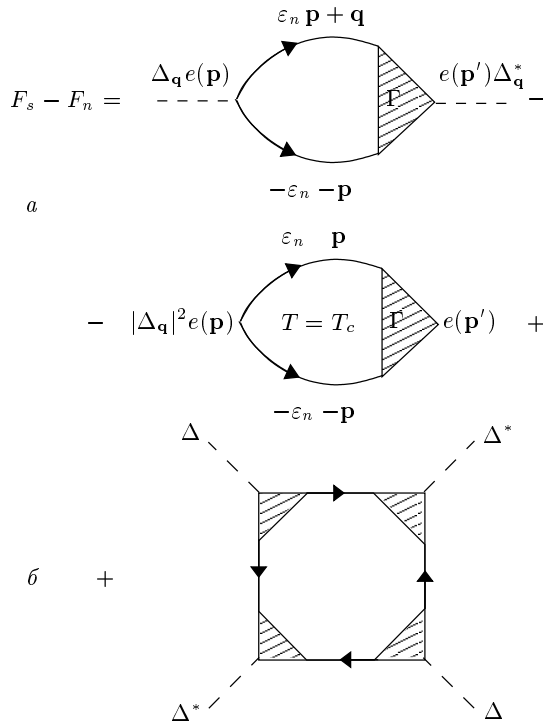


Рис. 6. Графический вид разложения Гинзбурга–Ландау

а  $N_0(0)$  — плотность состояний на поверхности Ферми для свободных электронов.

Тогда все особенности рассматриваемой модели, связанные с появлением псевдощели, содержатся в безразмерных коэффициентах  $K_A$ ,  $K_C$  и  $K_B$ . В отсутствие псевдощелевых флуктуаций все эти коэффициенты равны единице.

Коэффициенты  $K_A$  и  $K_C$ , как ясно из рис. 6а, полностью определяются обобщенной куперовской восприимчивостью [8, 10]  $\chi(\mathbf{q}; T)$ , показанной на рис. 2:

$$K_A = \frac{\chi(0; T) - \chi(0; T_c)}{A_0}, \quad (20)$$

$$K_C = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\chi(\mathbf{q}; T_c) - \chi(0; T_c)}{q^2 C_0}. \quad (21)$$

Обобщенная восприимчивость, как мы видели выше, может быть найдена из (11), где треугольные вершины определяются рекуррентными процедурами (12), что позволяет провести непосредственные численные расчеты коэффициентов  $K_A$ ,  $K_C$ .

Ситуация с коэффициентом  $B$  в общем случае сложнее. Существенные упрощения возникают, если ограничиться в порядке  $|\Delta_q|^4$ , как это обычно и делается, случаем  $q = 0$  и определить коэффициент  $B$

диаграммой, показанной на рис. 6б. Тогда для коэффициента  $K_B$  получаем

$$K_B = \frac{T_c}{B_0} \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} e^4(\mathbf{p}) (G(\varepsilon_n \mathbf{p}) G(-\varepsilon_n, -\mathbf{p}))^2 \times (\Gamma^\pm(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, 0))^4. \quad (22)$$

Следует сразу отметить, что выражение (22) приводит к положительно определенному коэффициенту  $B$ . Это ясно из того, что  $G(-\varepsilon_n, -\mathbf{p}) = G^*(\varepsilon_n \mathbf{p})$ , так что величина  $G(\varepsilon_n \mathbf{p}) G(-\varepsilon_n, -\mathbf{p})$  — вещественная, соответственно величина  $\Gamma^\pm(\varepsilon_n, -\varepsilon_n, 0)$ , определяемая рекуррентной процедурой (15), также вещественна.

### 5. ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХПРОВОДНИКОВ С ПСЕВДОЩЕЛЬЮ

Как известно, уравнения Гинзбурга–Ландау определяют две характерные длины сверхпроводников — длину когерентности и глубину проникновения магнитного поля.

Длина когерентности при данной температуре  $\xi(T)$  дает характерный масштаб неоднородностей параметра порядка  $\Delta$ :

$$\xi^2(T) = -\frac{C}{A}. \quad (23)$$

В отсутствие псевдощели имеем

$$\xi_{BCS}^2(T) = -\frac{C_0}{A_0}. \quad (24)$$

В рассматриваемой модели

$$\frac{\xi^2(T)}{\xi_{BCS}^2(T)} = \frac{K_C}{K_A}. \quad (25)$$

Для глубины проникновения магнитного поля имеем

$$\lambda^2(T) = -\frac{c^2}{32\pi e^2} \frac{B}{AC}. \quad (26)$$

Тогда в рассматриваемой модели, аналогично (25), имеем

$$\frac{\lambda(T)}{\lambda_{BCS}(T)} = \left( \frac{K_B}{K_A K_C} \right)^{1/2}. \quad (27)$$

Вблизи  $T_c$  верхнее критическое поле  $H_{c2}$  определяется через коэффициенты Гинзбурга–Ландау как

$$H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi \xi^2(T)} = -\frac{\phi_0}{2\pi} \frac{A}{C}, \quad (28)$$



где  $\phi_0 = c\pi/|e|$  — квант магнитного потока. Тогда наклон кривой верхнего критического поля вблизи  $T_c$

$$\left. \frac{dH_{c2}}{dT} \right|_{T_c} = \frac{16\pi\phi_0 \langle e^2(\mathbf{p}) \rangle}{7\zeta(3) \langle |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 e^2(\mathbf{p}) \rangle} T_c \frac{K_A}{K_C}. \quad (29)$$

Скачок удельной теплоемкости в точке перехода задается формулой

$$(C_s - C_n)_{T_c} = \frac{T_c}{B} \left( \frac{A}{T - T_c} \right)^2, \quad (30)$$

где  $C_s, C_n$  — соответственно, теплоемкости сверхпроводящего и нормального состояний. При температуре  $T_{c0}$  (в отсутствие псевдощели,  $W = 0$ )

$$(C_s - C_n)_{T_{c0}} = N(0) \frac{8\pi^2 T_{c0} \langle e^2(\mathbf{p}) \rangle^2}{7\zeta(3) \langle e^4(\mathbf{p}) \rangle}. \quad (31)$$

Тогда относительный скачок теплоемкости в рассматриваемой модели можно записать как

$$\Delta C \equiv \frac{(C_s - C_n)_{T_c}}{(C_s - C_n)_{T_{c0}}} = \frac{T_c}{T_{c0}} \frac{K_A^2}{K_B}. \quad (32)$$

Численные расчеты коэффициентов  $K_A, K_B, K_C$  проводились для тех же типичных параметров модели, что и расчеты  $T_c$ , описанные выше. Сами по себе численные значения этих коэффициентов не представляют большого интереса, и мы их не приводим<sup>6)</sup>. На рис. 7–12 сразу приведены соответствующие  $W/T_{c0}$ -зависимости физических величин, определяемых соотношениями (23)–(32). В соответствии с описанной выше ситуацией с  $T_c$  здесь также возникает деление на два качественно различных типа поведения, связанное со знакопостоянным или знакопеременным поведением в рекуррентных уравнениях для вершинной части (верхний и нижний знаки в (12), спиновые или зарядовые флуктуации). Результаты расчетов физических величин для первого случая (спаривание  $s$ -типа и рассеяние на зарядовых (CDW) флуктуациях и спаривание  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяние на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях) приведены на рис. 7–10. Видим, что с ростом ширины псевдощели  $W$  длина когерентности  $\xi(T)$  убывает, а глубина проникновения  $\lambda(T)$  растет по сравнению с соответствующими значениями в теории БКШ. Обе эти характерные длины крайне слабо зависят от параметра  $\kappa$ , поэтому на рис. 7, 8 приведены результаты только для  $\kappa a = 0.2$ . Наклон (производная) верхнего критического поля при  $T = T_c$

<sup>6)</sup> Их типичные зависимости от параметра  $W/T_{c0}$  представляют собой функции, достаточно быстро убывающие от единицы в области существования сверхпроводимости.

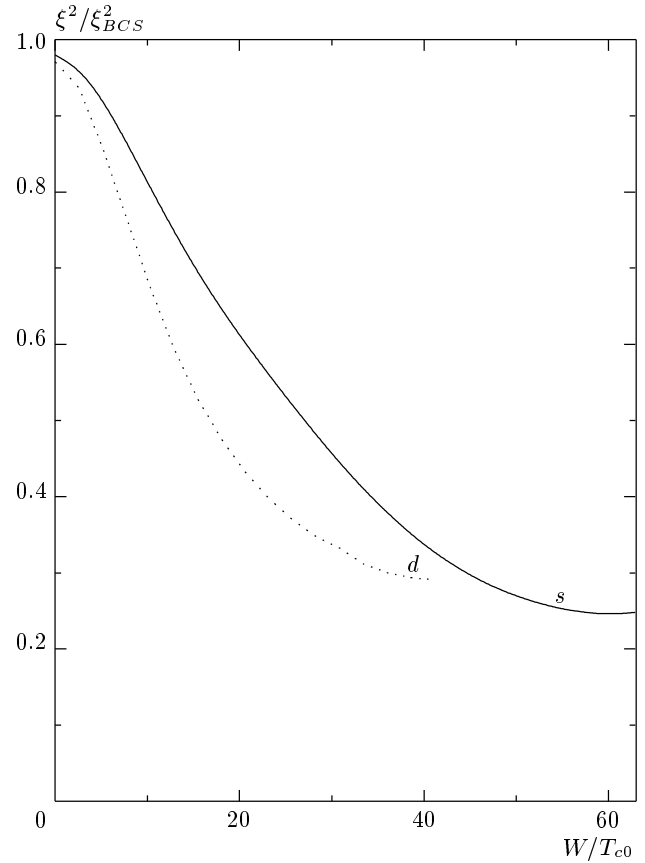
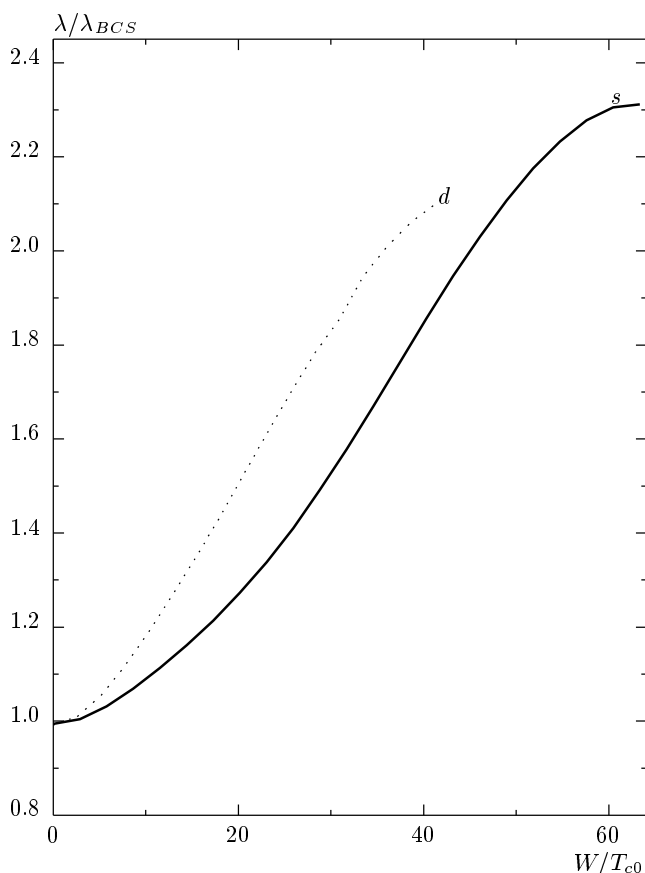


Рис. 7. Зависимость квадрата длины когерентности  $\xi^2/\xi_{BCS}^2$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для спаривания  $s$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (сплошная кривая) и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях (пунктир). Данные приведены для значения обратной корреляционной длины  $\kappa a = 0.2$

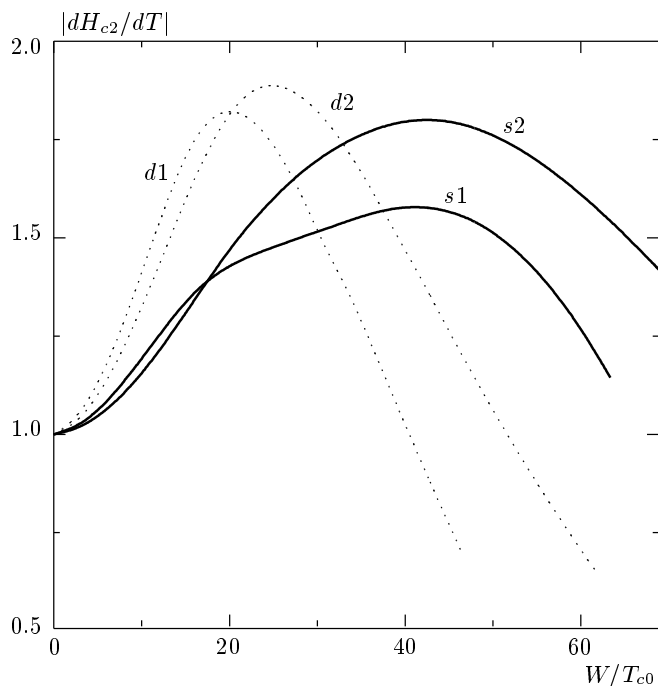
сначала растет, а потом начинает убывать. Наиболее характерным является падение скачка теплоемкости по сравнению с БКШ-значением, показанное на рис. 10, что находится в прямом качественном соответствии с экспериментальными данными [22]. Отметим, что и в величине скачка теплоемкости в нашей модели наблюдается характерная «полочка» в области  $W/T_{c0} < 10$ , аналогичная отмеченной выше в соответствующей зависимости  $T_c$ .

Поведение физических величин для случая спаривания  $s$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях и спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях приведены на рис. 11, 12. Данные по характерным длинам не приводятся, поскольку в этом случае как длина когерентности  $\xi(T)$ , так и глубина проникно-



**Рис. 8.** Зависимость глубины проникновения  $\lambda/\lambda_{BCS}$  от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для спаривания  $s$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (сплошная кривая) и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях (пунктир). Данные приведены для значения обратной корреляционной длины  $\kappa a = 0.2$

вения  $\lambda(T)$  практически не отличаются от соответствующих значений теории БКШ всюду в области существования сверхпроводимости (кроме близкой окрестности области неоднозначности и исчезновения  $T_c$ , где они резко возрастают). Что касается производной верхнего критического поля и величины скачка теплоемкости в точке сверхпроводящего перехода, то они достаточно быстро уменьшаются по величине с ростом параметра  $W/T_{c0}$ , по-видимому, вплоть до его критического значения, при котором происходит полное подавление  $T_c$  (или до значения, при котором возникает узкая область перехода первого рода).

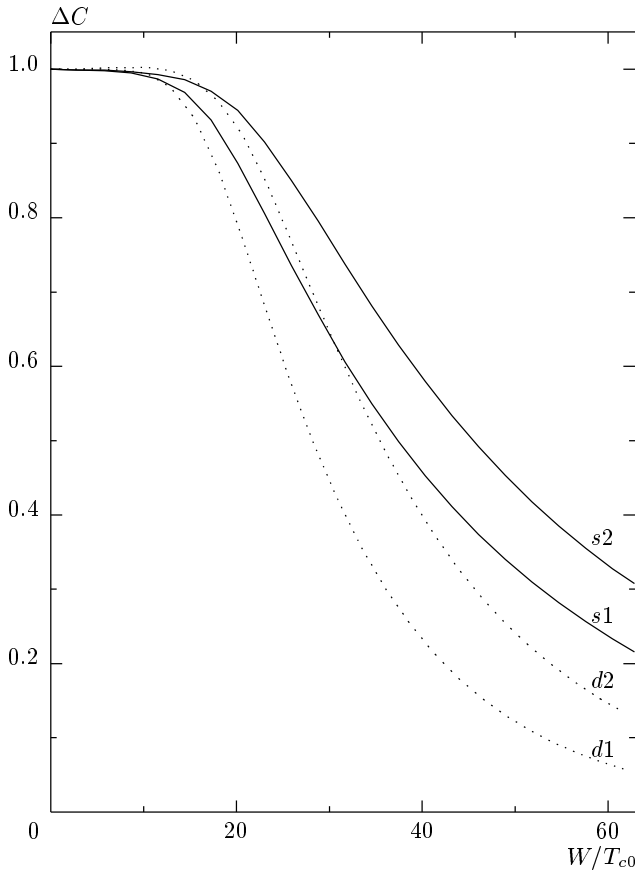


**Рис. 9.** Зависимость производной (наклона) верхнего критического поля от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для спаривания  $s$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (кривые  $s1$  и  $s2$ ) и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях (кривые  $d1$  и  $d2$ ). Данные приведены для значений обратной корреляционной длины  $\kappa a = 0.2$  ( $s1$  и  $d1$ ),  $\kappa a = 0.5$  ( $s2$  и  $d2$ ) и нормированы на значение производной в отсутствие псевдощели

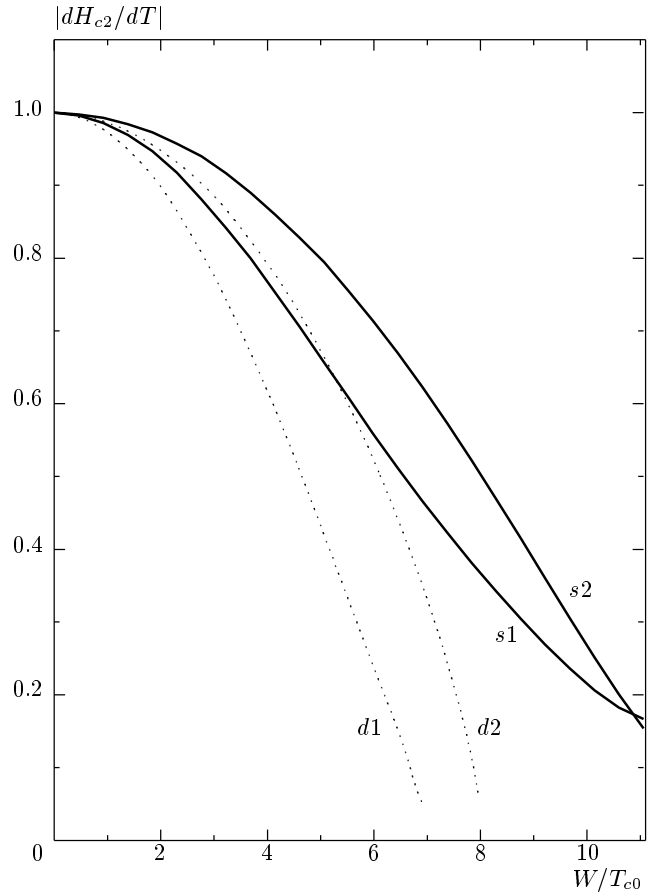
### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы рассмотрели особенности сверхпроводящего состояния, возникающего в псевдощелевом состоянии, обусловленном рассеянием электронов на флуктуациях диэлектрического ближнего порядка в рамках модели горячих точек на поверхности Ферми. Наш анализ был основан на микроскопическом выводе разложения Гинзбурга–Ландау, учитывающем все порядки теории возмущений по рассеянию на псевдощелевых флуктуациях. Описание конденсированной фазы такого сверхпроводника может быть проведено на основе соответствующего анализа уравнений Горькова для сверхпроводника с псевдощелью (см. [10]) и является предметом отдельного рассмотрения.

Основной вывод работы состоит в демонстрации подавления сверхпроводимости псевдощелевыми флуктуациями CDW- или AFM (SDW)-типа и выделении двух классов качественно различных мо-



**Рис. 10.** Зависимость скачка теплоемкости в точке перехода от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для спаривания  $s$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (кривые  $s1$  и  $s2$ ) и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (SDW)) флуктуациях (кривые  $d1$  и  $d2$ ). Данные приведены для значений обратной корреляционной длины  $\kappa a = 0.2$  ( $s1$  и  $d1$ ),  $\kappa a = 0.5$  ( $s2$  и  $d2$ )



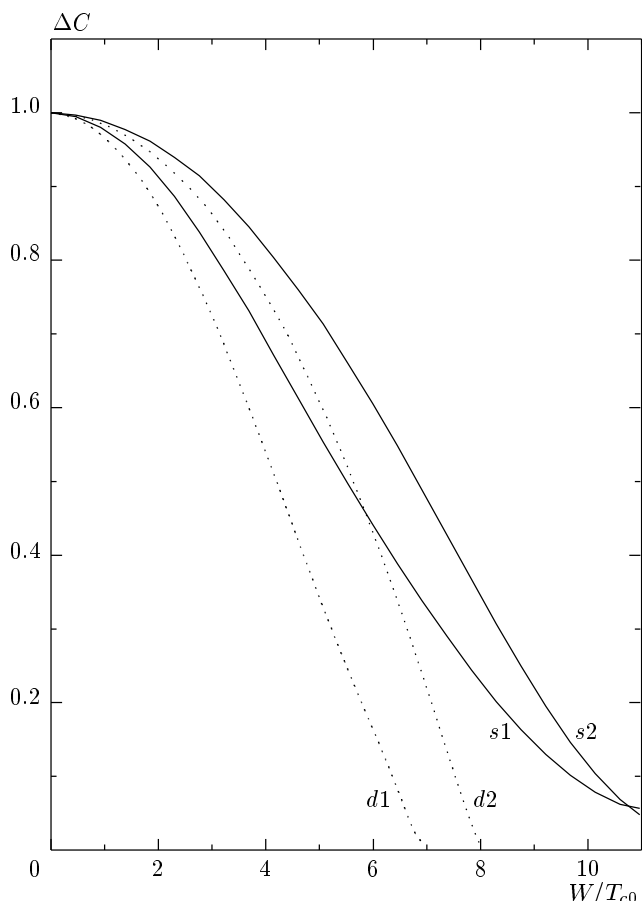
**Рис. 11.** Зависимость производной (наклона) верхнего критического поля от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для спаривания  $s$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (CDW)) флуктуациях (кривые  $s1$  и  $s2$ ) и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (кривые  $d1$  и  $d2$ ). Данные приведены для значений обратной корреляционной длины  $\kappa a = 0.2$  ( $s1$  и  $d1$ ),  $\kappa a = 1.0$  ( $s2$  и  $d2$ ) и нормированы на значение производной в отсутствие псевдощели

делей такого подавления, связанных со знакопостоянным или знакопеременным поведением в рекуррентных уравнениях для вершинной части (верхний и нижний знаки в (12), спиновые или зарядовые флуктуации). В то время как вариант рассеяния на спиновых флуктуациях и спаривания с симметрией  $d_{x^2-y^2}$ -типа реализуется в высокотемпературных сверхпроводниках на основе оксидов меди, нам не известны системы, в которых осуществляется необычное поведение, полученное выше для случая спаривания  $s$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (CDW)) флуктуациях, так же как и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях. Поиск таких систем мог бы предста-

вить существенный интерес.

Важнейшим вопросом при описании псевдощелевого состояния реальных ВТСП-систем является поведение физических характеристик при изменении концентрации носителей. В нашей модели зависимость от концентрации должна выражаться через соответствующую зависимость эффективной ширины псевдощели  $W$  и корреляционной длины  $\xi$ . К сожалению, такие зависимости из эксперимента определяются лишь косвенным образом и известны не очень хорошо [1, 2]<sup>7)</sup>. В очень грубом приближении

<sup>7)</sup> Кроме того, может оказаться существенной и аналогич-



**Рис. 12.** Зависимость скачка теплоемкости в точке перехода от эффективной ширины псевдощели  $W/T_{c0}$  для спаривания  $s$ -типа и рассеяния на спиновых (AFM (CDW)) флуктуациях (кривые  $s1$  и  $s2$ ) и для спаривания  $d_{x^2-y^2}$ -типа и рассеяния на зарядовых (CDW) флуктуациях (кривые  $d1$  и  $d2$ ). Данные приведены для значений обратной корреляционной длины  $ka = 0.2$  ( $s1$  и  $d1$ ),  $ka = 1.0$  ( $s2$  и  $d2$ )

можно утверждать, что корреляционная длина  $\xi$  в довольно широкой области концентраций меняется не очень сильно, тогда как ширина псевдощели  $W$  линейно уменьшается с ростом концентрации носителей от величин порядка  $10^3$  К вблизи области диэлектрической фазы до величин порядка температуры сверхпроводящего перехода при приближении к уровню оптимального допирования, обращаясь в нуль при несколько больших концентрациях носителей (см. рис. 6 в обзоре [2], основанный на рис. 4 в работе [3], где приведена подборка соответствующих данных для системы YBCO). Пользуясь такой зави-

мая зависимость величины  $T_{c0}$ , про которую вообще ничего неизвестно.

симостью, можно без труда пересчитать приведенные выше зависимости от  $W$  на соответствующие зависимости от концентрации носителей. В предельно упрощенном варианте нашей модели с бесконечной корреляционной длиной и поверхностью Ферми с полным «нестингом», в предположении линейной зависимости от концентрации и для величины  $T_{c0}$  такое рассмотрение было проведено в недавней работе [23]. При этом удалось качественно полностью воспроизвести типичный вид фазовой диаграммы ВТСП-купратов. В то же время очевидная грубость модели и отсутствие надежных экспериментальных сведений о концентрационных зависимостях  $W$ ,  $\xi$  и  $T_{c0}$  не позволяют слишком серьезно относиться к попыткам «усовершенствования» этих качественных выводов.

В числе недостатков рассмотренной модели, помимо не раз отмечавшегося пренебрежения динамикой флуктуаций ближнего порядка и ограничения только гауссовыми флуктуациями, отметим еще раз и упрощенный анализ спиновой структуры взаимодействий, предполагавшей их изинговский характер. Было бы весьма интересно провести аналогичное рассмотрение и для общего случая взаимодействия гейзенберговского типа.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 02-02-16031), в рамках программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Квантовая макрофизика» и Отделения физических наук РАН «Сильно коррелированные электроны в полупроводниках, металлах, сверхпроводниках и магнитных материалах», а также проекта Минпромнауки РФ «Исследование коллективных и квантовых эффектов в конденсированных средах».

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Коэффициенты Гинзбурга–Ландау для анизотропного спаривания в отсутствие псевдощели

В отсутствие флуктуаций ( $W = 0$ ) обобщенная куперовская восприимчивость, определяемая диаграммой рис. 2, принимает вид

$$\chi_0(\mathbf{q}; T) = -T \sum_{\epsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} e^{2i\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}} \frac{1}{i\epsilon_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}} \frac{1}{-i\epsilon_n - \xi_{\mathbf{p}}}. \quad (\text{П.1})$$

Тогда для восприимчивости при  $\mathbf{q} = 0$ , определяющей коэффициент  $A_0$ , получаем

$$\begin{aligned} \chi_0(0; T) &= -T \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} e^2(\mathbf{p}) \frac{1}{\varepsilon_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2} = \\ &= -T \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{1}{\varepsilon_n^2 + \xi^2} \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi - \xi_{\mathbf{p}}) e^2(\mathbf{p}) \approx \\ &\approx -N_0(0)T \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{1}{\varepsilon_n^2 + \xi^2} \frac{\sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) e^2(\mathbf{p})}{N_0(0)} = \\ &= \chi_{BCS}(0; T) \langle e^2(\mathbf{p}) \rangle, \quad (\text{II.2}) \end{aligned}$$

где угловые скобки обозначают усреднение по поверхности Ферми и введена стандартная восприимчивость в модели БКШ для изотропного  $s$ -спаривания  $\chi_{BCS}(0; T)$ .

В результате коэффициент  $A_0$  имеет вид

$$A_0 = \chi_0(0; T) - \chi_0(0; T_c) = A_{BCS} \langle e^2(\mathbf{p}) \rangle, \quad (\text{II.3})$$

где

$$\begin{aligned} A_{BCS} &= \chi_{BCS}(0; T) - \chi_{BCS}(0; T_c) = \\ &= N_0(0) \frac{T - T_c}{T_c} \quad (\text{II.4}) \end{aligned}$$

— стандартное выражение для коэффициента  $A$  в случае изотропного  $s$ -спаривания.

Коэффициент  $C_0$  разложения Гинзбурга–Ландау определяется обобщенной восприимчивостью (II.1) при малых  $\mathbf{q}$ :

$$C_0 = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\chi_0(\mathbf{q}; T_c) - \chi_0(0; T_c)}{q^2}. \quad (\text{II.5})$$

Разлагая выражение (II.1) для  $\chi_0(\mathbf{q}; T_c)$  в ряд по малым  $q$ , получаем

$$\begin{aligned} \chi_0(\mathbf{q}; T_c) &= \chi_0(0; T_c) + \\ &+ T_c \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} \frac{3\varepsilon_n^2 - \xi_{\mathbf{p}}^2}{4(\varepsilon_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2)^3} e^2(\mathbf{p}) (\mathbf{v}(\mathbf{p})\mathbf{q})^2, \quad (\text{II.6}) \end{aligned}$$

так что для коэффициента  $C_0$  получаем

$$\begin{aligned} C_0 &= T_c \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{3\varepsilon_n^2 - \xi^2}{4(\varepsilon_n^2 + \xi^2)^3} \times \\ &\times \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi - \xi_{\mathbf{p}}) e^2(\mathbf{p}) |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 \cos^2 \phi \approx \\ &\approx T_c \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{3\varepsilon_n^2 - \xi^2}{4(\varepsilon_n^2 + \xi^2)^3} \times \\ &\times \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) e^2(\mathbf{p}) |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 \cos^2 \phi = \\ &= N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{16\pi^2 T_c^2} \langle e^2(\mathbf{p}) |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 \cos^2 \phi \rangle, \quad (\text{II.7}) \end{aligned}$$

где  $\phi$  — угол между векторами  $\mathbf{v}(\mathbf{p})$  и  $\mathbf{q}$ ,

$$\zeta(3) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \approx 1.202.$$

Для квадратной решетки поверхность Ферми, а значит и  $|\mathbf{v}(\mathbf{p})|$ , обладает симметрией относительно поворота на угол  $\pi/2$ , такой же симметрией обладает и  $e^2(\mathbf{p})$  для рассматриваемых нами типов спаривания. Поэтому легко получить

$$\begin{aligned} \langle e^2(\mathbf{p}) |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 \cos^2 \phi \rangle &= \\ &= \frac{1}{2} \langle e^2(\mathbf{p}) |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 (1 + \cos 2\phi) \rangle = \\ &= \frac{1}{2} \langle e^2(\mathbf{p}) |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 \rangle, \quad (\text{II.8}) \end{aligned}$$

так как величина  $\cos 2\phi$  при повороте  $\mathbf{p}$  на угол  $\pi/2$  изменяет знак. Действительно, направление скорости  $\mathbf{v}(\mathbf{p})$  при таком повороте изменяется на перпендикулярное, соответственно  $\cos 2\phi \rightarrow -\cos 2\phi$ . В результате для коэффициента  $C_0$  получаем изотропное выражение

$$C_0 = N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{32\pi^2 T_c^2} \langle |\mathbf{v}(\mathbf{p})|^2 e^2(\mathbf{p}) \rangle, \quad (\text{II.9})$$

которое в случае изотропного  $s$ -спаривания и сферической поверхности Ферми приобретает стандартный вид:

$$C_{BCS} = N_0(0) \frac{7\zeta(3)v_F^2}{32\pi^2 T_c^2}. \quad (\text{II.10})$$

Коэффициент  $B$ , определяемый диаграммой, представленной на рис. 6б, в отсутствие псевдощелевых флуктуаций ( $W = 0$ ) и при  $\mathbf{q} = 0$  имеет вид

$$\begin{aligned}
B_0 &= T_c \sum_{\varepsilon_n} \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{(\varepsilon_n^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2)^2} e^4(\mathbf{p}) = \\
&= T_c \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{1}{(\varepsilon_n^2 + \xi^2)^2} \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi - \xi_{\mathbf{p}}) e^4(\mathbf{p}) \approx \\
&\approx N_0(0) T_c \sum_{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{1}{(\varepsilon_n^2 + \xi^2)^2} \frac{\sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) e^4(\mathbf{p})}{N_0(0)} = \\
&= B_{BCS} \langle e^4(\mathbf{p}) \rangle, \quad (\text{П.11})
\end{aligned}$$

где

$$B_{BCS} = N_0(0) \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2} \quad (\text{П.12})$$

— стандартное выражение для коэффициента  $B$  в случае изотропного  $s$ -спаривания.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Timusk and В. Statt, Rep. Progr. Phys. **62**, 61 (1999).
2. М. В. Садовский, УФН **171**, 539 (2001).
3. J. L. Tallon and J. W. Loram, Physica C **349**, 53 (2000).
4. V. M. Krasnov, A. Yurgens, D. Winkler, P. Delsing, and T. Claeson, Phys. Rev. Lett. **84**, 5860 (2000).
5. N. P. Armitage, D. H. Lu, C. Kim, A. Damascelli, K. M. Shen, F. Ronning, D. L. Feng, P. Bogdanov, and Z.-X. Shen, Phys. Rev. Lett. **87**, 147003 (2001).
6. J. Schmalian, D. Pines, and B. Stojkovic, Phys. Rev. Lett. **80**, 3839 (1998); Phys. Rev. B **60**, 667 (1999).
7. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, ЖЭТФ **115**, 1765 (1999).
8. А. И. Посаженикова, М. В. Садовский, ЖЭТФ **115**, 632 (1999).
9. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, ЖЭТФ **117**, 613 (2000).
10. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, ЖЭТФ **119**, 553 (2001).
11. Э. З. Кучинский, М. В. Садовский, ЖЭТФ **121**, 758 (2002).
12. P. Monthoux, A. V. Balatsky, and D. Pines, Phys. Rev. B **46**, 14803 (1992).
13. P. Monthoux and D. Pines, Phys. Rev. B **47**, 6069 (1993); B **48**, 4261 (1994).
14. М. В. Садовский, ЖЭТФ **66**, 1720 (1974); ФТТ **16**, 2504 (1974).
15. М. В. Садовский, ЖЭТФ **77**, 2070 (1979).
16. Л. П. Горьков, ЖЭТФ **37**, 1407 (1959).
17. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
18. М. В. Садовский, А. А. Тимофеев, СФХТ **4**, 11 (1991); J. Moscow Phys. Soc. **1**, 391 (1991).
19. М. В. Садовский, Н. А. Стригина, ЖЭТФ **122**, 610 (2002).
20. E. Müller-Hartmann and J. Zittartz, Phys. Rev. Lett. **26**, 428 (1971).
21. Д. Сан-Жам, Г. Сарма, Е. Томас, *Сверхпроводимость второго рода*, Мир, Москва (1970).
22. J. W. Loram, K. A. Mirza, J. R. Cooper, W. Y. Liang, and J. M. Wade, J. Supercond. **7**, 243 (1994).
23. A. Posazhennikova and P. Coleman, Phys. Rev. B **67**, 165109 (2003).