

# НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ АТОМА С УЛЬТРАКОРОТКИМ ИМПУЛЬСОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

*В. И. Матвеев\*, Е. С. Гусаревич, И. Н. Пашев*

Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
Архангельский государственный технический университет  
163006, Архангельск, Россия

Поступила в редакцию 31 мая 2004 г.

На основе решения уравнения Дирака рассмотрены электронные переходы при взаимодействии тяжелого релятивистского атома с пространственно неоднородным ультракоротким импульсом электромагнитного поля. Соответствующие вероятности переходов выражены через известные неупругие атомные формфакторы, широко используемые в теории релятивистских столкновений заряженных частиц с атомами. В качестве примера рассмотрены неупругие процессы, сопровождающие взаимодействие ультракоротких импульсов с водородоподобными атомами: рассчитаны вероятности ионизации и рождения связанно-свободной электрон-позитронной пары на голом ядре с образованием водородоподобного атома в конечном состоянии и позитрона в континууме. Развитая методика позволяет точно учсть не только пространственную неоднородность ультракороткого импульса электромагнитного поля, но и магнитное взаимодействие.

PACS: 32.80.Rm, 32.80.Fb

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, длительностью меньшей характерных атомных периодов времени, лишь сравнительно недавно стало объектом исследований. Появилось новое направление — физика аттосекундных импульсов ( $1 \text{ аттос} = 10^{-18} \text{ с}$ ). Возможности регистрации, генерации и использования аттосекундных импульсов обсуждаются в значительном количестве работ, посвященных как экспериментальным, так и теоретическим исследованиям. Положение дел на начало 2004 г. и соответствующие литературные ссылки представлены в обзорах [1–3] (см. также несколько более поздних работ [4–20]). Рост интереса к физике ультракоротких импульсов связан не только с современными тенденциями к созданию более мощных лазеров и генерации ультракоротких импульсов [21], но и с прогрессом в технике ускорителей тяжелых ионов, поскольку поля, созда-

ваемые релятивистскими и ультрарелятивистскими заряженными частицами близки по своим свойствам к полю световой волны. Например, в экспериментах [22] (см. также [23–26]) исследовалась двойная и однократная ионизация атома гелия ударом иона урана  $U^{92+}$  с энергией 1 ГэВ/нуклон и моделировался сверхинтенсивный импульс ( $I > 10^{19} \text{ Вт}/\text{см}^2$ ), длительностью порядка  $10^{-18} \text{ с}$ . Получение таких параметров импульса электромагнитного поля другими методами в настоящее время крайне затруднительно. Так, в обзоре [21], представляющем почти тридцатилетнюю (до 2000 г.) эволюцию физики ультракоротких лазерных импульсов и технологических достижений в области генерации таких импульсов, сообщается о наблюдении импульсов длительностью в несколько фемтосекунд. Поэтому до настоящего времени столкновительные эксперименты остаются по сути единственной реальной возможностью моделирования ультракоротких импульсов, длительностью сравнимой или меньшей характерного атомного времени  $\tau_a \sim 10^{-17} \text{ с}$ . Столкновительные эксперименты могут предоставить также следующую возможность для непосредственного на-

\*E-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

блудения взаимодействия атомов с ультракоротким импульсом электромагнитного поля. Сравнительно недавно в эксперименте [27] наблюдалось многофотонное рождение пар ультрарелятивистским электроном, движущимся с релятивистским фактором  $\gamma \sim 10^5$  сквозь сверхинтенсивное лазерное поле, когда в системе покоя электрона частота поля лазера и его напряженность возрастили приблизительно в  $\gamma$  раз. В недавних теоретических работах [28, 29] проведено рассмотрение процессов многофотонного рождения пар при столкновениях голых ультрарелятивистских ядер с интенсивным лазерным лучом, отмечена также реальная возможность постановки соответствующего эксперимента на современных ускорителях. Таким образом, когда происходит столкновение (взаимодействие) движущегося с релятивистской энергией атома-мишени (или частично ободранного — структурного иона, на оболочках которого расположено некоторое количество электронов) с ультракоротким импульсом электромагнитного поля длительностью  $\tau$ , соответствующее время столкновения  $\tau_c$  в системе покоя атома (иона) уменьшается в  $\gamma$  раз, т. е.  $\tau_c \sim \tau/\gamma$ . Обсудим возможность наблюдения в подобных экспериментах неупругих процессов, сопровождающих взаимодействие атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, при достижимых в настоящее время на ускорителях тяжелых частиц значениях релятивистского фактора  $\gamma \sim 10^4$  [24] (соответствующих эффективному уменьшению длительности импульса на четыре порядка). Сначала прощаем оценки для релятивистских задач, когда характерная разность энергий  $\Delta E \sim mc^2$  ( $m$  — масса электрона,  $c$  — скорость света), соответствующая характерная частота  $\omega_a = mc^2/\hbar$ , поэтому характерные времена покоящегося атома-мишени

$$\tau_a = \frac{2\pi}{\omega_a} \approx 8.1 \cdot 10^{-21} \sim 10^{-20} \text{ с},$$

тогда как для достижимых в настоящее время фемтосекундных импульсов  $\tau \sim 10^{-15}$  с, время столкновения в системе покоя атома  $\tau_c \sim \tau/\gamma \sim 10^{-19}$  с. Таким образом, для непосредственного наблюдения рассматриваемых в данной статье релятивистских эффектов необходимо уменьшение длительности импульса на порядок (т. е. примерно до 100 аттос), что находится [1–3, 21] в русле современных исследовательских тенденций.

При теоретическом рассмотрении эффектов взаимодействия атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля естественной основой для решения может служить приближение

внезапных возмущений, тесно связанное [30] с приближением эйконала и ранее применяемое (см., например, [31–35]) лишь для решения нерелятивистских задач, когда возмущение не является достаточно малым для применения теории возмущений, однако время действия возмущения значительно меньше характерных периодов времени невозмущенной системы, что позволяет решать задачу, не ограничивая величину возмущения. К подобным случаям можно отнести и эффекты взаимодействия атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Под ультракороткими импульсами в рамках данной статьи понимаются импульсы длительностью меньшей характерных периодов времени для атома-мишени, который до взаимодействия может находиться как в основном состоянии, так и в возбужденном, в том числе в высоковозбужденном — ридберговском. Такие импульсы могут иметь различное происхождение [1–3, 36–39], но могут быть и полями движущихся с релятивистской или ультрарелятивистской скоростью тяжелых ионов [22–26], причем в последнем случае для полей ионов с достаточно большими зарядами теория возмущений неприменима [40] даже при сколь угодно больших энергиях ионов. В работе [41] была развита нерелятивистская непертурбативная теория, описывающая электронные переходы и излучение атома при его взаимодействии с пространственно неоднородным (на размерах мишени) ультракоротким импульсом электромагнитного поля.

В настоящей работе на основе приближения внезапных возмущений получено решение уравнения Дирака, описывающее поведение водородоподобного атома при взаимодействии с пространственно неоднородным ультракоротким импульсом электромагнитного поля. Соответствующие вероятности переходов выражены через известные неупругие атомные формфакторы, широко используемые в теории релятивистских столкновений заряженных частиц с атомами. В качестве примера рассмотрены неупругие процессы, сопровождающие взаимодействие ультракоротких импульсов с водородоподобными атомами: рассчитаны вероятности ионизации и рождения связанный-свободной электрон-позитронной пары на голом ядре с образованием водородоподобного атома в конечном состоянии и позитрона в континууме. Развитая методика позволяет, как и в нерелятивистской теории [41], точно учесть пространственную неоднородность (на размерах мишени) ультракороткого импульса электромагнитного поля, однако, в отличие от нерелятивистской, точно учитывает

и магнитное взаимодействие.

## 2. АМПЛИТУДА ПЕРЕХОДА В ПРИБЛИЖЕНИИ ВНЕЗАПНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

По терминологии [31] возмущение, соответствующее полю ультракороткого импульса, имеет характер встряски типа рассеяния. Для иллюстрации приближения внезапных возмущений в этом случае, видимо, проще всего рассмотреть формальное решение уравнения Шредингера (здесь и везде ниже используются атомные единицы)

$$i\dot{\Psi} = (H_0 + U(t))\Psi, \quad (1)$$

где внезапное возмущение  $U(t)$  действует в течение времени, значительно меньшего характерных периодов времени невозмущенной системы, описываемой гамильтонианом  $H_0$ . Тогда при решении уравнения (1) можно (в течение времени действия возмущения  $U(t)$ ) пренебречь эволюцией волновой функции под действием собственного гамильтониана  $H_0$  и решать уравнение

$$i\dot{\Psi} = U(t)\Psi.$$

Откуда следует, что

$$\Psi(t) = \exp \left\{ -i \int_{t_0}^t U(t) dt \right\} \Psi(t_0). \quad (2)$$

Поэтому амплитуда перехода нерелятивистского атома из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$  в результате внезапного возмущения  $U(t)$  имеет вид [31]

$$a_{if} = \langle f | \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) dt \right\} | i \rangle. \quad (3)$$

Легко видеть, что тот же самый результат может быть получен, если точно решить уравнение (1) с  $\delta$ -образным потенциалом  $\tilde{U}(t)$ , связанным с потенциалом  $U(t)$  следующим образом:

$$\tilde{U}(t) = U_0 \delta(t), \quad U_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) dt. \quad (4)$$

Именно это обстоятельство мы используем ниже для решения уравнения Дирака в приближении внезапных возмущений.

Поведение электрона водородоподобного атома (с зарядом ядра  $Z_a$ , на значения которого здесь

не будем накладывать ограничений, кроме условий применимости [42] уравнения Дирака), во внешнем поле

$$A^\mu = (\varphi, \mathbf{A})$$

описываем уравнением Дирака (заряд электрона  $e = -1$  ат. ед.)

$$i\dot{\Psi} = \left\{ c\hat{\alpha} \left( \hat{\mathbf{p}} + \frac{1}{c}\mathbf{A} \right) - \frac{Z_a}{r} - \varphi + \hat{\beta}c^2 \right\} \Psi, \quad (5)$$

где члены

$$c\hat{\alpha}\hat{\mathbf{p}} + \hat{\beta}c^2 - Z_a/r$$

представляют собой гамильтониан  $H_0$  изолированного атома, а взаимодействие атомного электрона с внешним полем равно

$$U(t) = U(\mathbf{r}, t) = \hat{\alpha}\mathbf{A} - \varphi,$$

$\hat{\mathbf{p}}$  — оператор импульса,  $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\beta}$  — матрицы Дирака,  $\mathbf{r}$  — координаты атомного электрона. Сначала выберем калибровку потенциалов электромагнитных волн — векторного  $\mathbf{A}$  и скалярного  $\varphi$ , — так что скалярный потенциал равен нулю. Будем считать, что векторный потенциал поля волны следующим образом зависит от координат  $\mathbf{r}$  и времени  $t$ :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\eta),$$

где фаза волны

$$\eta = \omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r},$$

здесь волновой вектор  $\mathbf{k}_0$  такой, что

$$|\mathbf{k}_0| = \omega_0/c,$$

$\omega_0$  — круговая частота. Проведем калибровочное преобразование [41]:

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla f, \quad \varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t},$$

где

$$f = -\mathbf{A} \cdot \mathbf{r}.$$

В результате получим

$$\mathbf{A}' = \mathbf{k}_0 \left( \mathbf{r} \frac{d\mathbf{A}}{d\eta} \right), \quad \varphi' = -(\mathbf{E} \cdot \mathbf{r}),$$

где

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -|\mathbf{k}_0| \frac{d\mathbf{A}}{d\eta}.$$

Поэтому в новой калибровке векторный и скалярный потенциалы связаны следующим образом:

$$\mathbf{A}' = (\mathbf{k}_0 / |\mathbf{k}_0|) \varphi'.$$

Будем считать ось  $z$  направленной по направлению вектора  $\mathbf{k}_0$ . В этом случае в уравнении (5) взаимодействие атомного электрона с внешним полем равно

$$\begin{aligned} U(t) &= \hat{\alpha} \mathbf{A}' - \varphi' = \\ &= -\left(1 - \frac{\hat{\alpha} \mathbf{k}_0}{|\mathbf{k}_0|}\right) \varphi' = -(1 - \hat{\alpha}_z) \varphi'. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее будем работать в новой калибровке и штрихи у потенциалов будем опускать. Для решения уравнения Дирака (5) в приближении внезапных возмущений запишем его в виде

$$i\dot{\Psi} = (H_0 + U(t))\Psi$$

и воспользуемся введенной в начале данного параграфа заменой (4), для этого введем

$$\tilde{\varphi} = \varphi_0 \delta(ct - z), \quad \varphi_0 = c \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi dt, \quad (7)$$

где  $\varphi_0 = \varphi_0(\mathbf{r})$ , т. е. зависит только от координат  $\mathbf{r}$  точки наблюдения. Далее, согласно (4),  $U(t)$  из формулы (6) заменим на

$$\tilde{U}(t) = -(1 - \hat{\alpha}_z)\tilde{\varphi}$$

или на

$$\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z), \quad (8)$$

где

$$U_0 = c \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) dt = -(1 - \hat{\alpha}_z)\varphi_0. \quad (9)$$

В результате уравнение (5) примет вид

$$i\dot{\Psi} = \left\{ c\hat{\alpha}\hat{\mathbf{p}} - \frac{Z_a}{r} + \hat{\beta}c^2 - (1 - \hat{\alpha}_z)\tilde{\varphi} \right\} \Psi. \quad (10)$$

Для получения точного решения уравнения Дирака с таким потенциалом разложим  $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t)$  по собственным функциям  $\phi_k(\mathbf{r})$  (с энергиями  $E_k$ ) невозмущенного атомного гамильтонiana

$$H_0 = c\hat{\alpha}\hat{\mathbf{p}} + \hat{\beta}c^2 - Z_a/r.$$

Получим

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_k a_k(t) \phi_k(\mathbf{r}) \exp(-iE_k t).$$

Подставляя это разложение в левую часть уравнения

$$i\dot{\Psi} = (H_0 + \tilde{U}(t))\Psi$$

и интегрируя, после умножения слева на какое-либо состояние  $\phi_f$ , с учетом ортогональности состояний  $\phi_k$  получаем

$$\frac{da_f(t)}{dt} = -i \exp(iE_f t) \langle \phi_f | \tilde{U}(t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (11)$$

Пусть до столкновения атом находился в состоянии  $\phi_j$ , тогда

$$\Psi(\mathbf{r}, t = -\infty) = \exp(-iE_j t) \phi_j(r), \quad (12)$$

$$a_f(t = -\infty) = \delta_{fj}, \quad (13)$$

где  $\delta_{fj}$  — символ Кронекера. Поскольку

$$\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z),$$

для решения уравнения (11) достаточно знать значения  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  лишь при  $ct = z$ , которые можно найти из уравнения (10) следующим образом. Переходим к переменным светового конуса

$$\begin{aligned} z^- &= (ct - z), \\ z^+ &= (ct + z) \end{aligned} \quad (14)$$

и, сохраняя в малой окрестности  $z^- = 0$  только производные по  $z^-$  и сингулярный потенциал  $-(1 - \hat{\alpha}_z)\tilde{\varphi}$ , получаем уравнение

$$ic(1 - \hat{\alpha}_z) \frac{\partial \Psi}{\partial z^-} = -(1 - \hat{\alpha}_z)\tilde{\varphi}\Psi. \quad (15)$$

Поскольку  $\tilde{\varphi} = \varphi_0 \delta(z^-)$ , учитывая соотношения

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \theta(x) &= \delta(x), \\ \frac{d}{dx} \exp(\theta(x)) &= \delta(x) \exp(\theta(x)), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x > 0, \end{cases}$$

находим решение уравнения (15):

$$\begin{aligned} (1 - \hat{\alpha}_z)\Psi(z^- + 0) &= (1 - \hat{\alpha}_z) \times \\ &\times \exp\left[i\frac{\varphi_0}{c}\theta(z^-)\right] \Psi(z^- - 0). \end{aligned} \quad (17)$$

Отсюда, возвращаясь к времени  $t$  и используя условия (12) и (13), находим решение, справедливое для  $t < z/c$  и вблизи  $t = z/c$  (т. е.  $t = z/c + \varepsilon, \varepsilon > 0$  и мало):

$$\begin{aligned} (1 - \hat{\alpha}_z)\Psi(\mathbf{r}, t) &= (1 - \hat{\alpha}_z) \times \\ &\times \exp\left[i\theta(ct - z)\frac{\varphi_0}{c}\right] \exp[-iE_j t] \phi_j(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (18) в правую часть (11) и интегрируя по  $t$  с учетом начальных условий (13), получаем

$$\begin{aligned} a_{fj} &= \\ &= a_f(t = +\infty) = \delta_{fj} + i \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp(i(E_f - E_j)t) \times \\ &\quad \times \langle \phi_f | \varphi_0 \delta(z - ct)(1 - \hat{\alpha}_z) \exp \left[ i\theta(ct - z) \frac{\varphi_0}{c} \right] | \phi_j \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Используя соотношения (16), находим

$$\begin{aligned} a_{fj} &= \delta_{fj} + \langle \phi_f | (1 - \hat{\alpha}_z) \exp \left( i \frac{(E_f - E_j)z}{c} \right) \times \\ &\quad \times \left[ \exp \left( i \frac{\varphi_0}{c} \right) - 1 \right] | \phi_j \rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

Это и есть искомое точное решение уравнения Дирака с потенциалом

$$\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z),$$

соответствующее учету потенциала (6) в приближении внезапных возмущений. Полученное выражение можно переписать в более удобном виде, если воспользоваться легко проверяемым соотношением

$$\langle \phi_f | (1 - \hat{\alpha}_z) \exp \left( i \frac{(E_f - E_j)z}{c} \right) | \phi_j \rangle = \delta_{fj}. \quad (21)$$

В результате получим

$$\begin{aligned} a_{fj} &= \langle \phi_f | (1 - \hat{\alpha}_z) \exp \left( i \frac{(E_f - E_j)z}{c} \right) \times \\ &\quad \times \exp \left( i \frac{\varphi_0}{c} \right) | \phi_j \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Для описания переходов в случае взаимодействия сложного многоэлектронного атома с ультракоротким импульсом электромагнитного поля сделаем следующее. Будем считать, что состояния атомных электронов описываются в виде произведений одноэлектронных волновых функций, энергию электрона с номером  $a$  (где  $a = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  — число атомных электронов) обозначим  $E^{(a)}$ ,  $\mathbf{r}_a$  — координаты электрона. Тогда естественное обобщение амплитуды (22) для перехода сложного  $N$  электронного атома из начального состояния  $\phi_j = \phi_j(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$  с энергией

$$E_j = \sum_{a=1}^N E_j^{(a)}$$

в конечное состояние  $\phi_f = \phi_f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$  с энергией

$$E_f = \sum_{a=1}^N E_f^{(a)}$$

имеет вид

$$\begin{aligned} a_{fj} &= \langle \phi_f | \prod_{a=1}^N (1 - \hat{\alpha}_z^{(a)}) \exp \left[ i \frac{1}{c} \sum_{a=1}^N (E_f^{(a)} - E_j^{(a)}) z_a \right] \times \\ &\quad \times \exp \left( i \frac{1}{c} \sum_{a=1}^N \varphi_0(\mathbf{r}_a) \right) | \phi_j \rangle, \end{aligned} \quad (23)$$

где матрица  $\hat{\alpha}_z^{(a)}$  действует только на биспинорные индексы, относящиеся к атомному электрону с номером  $a$ .

### 3. ВЕРОЯТНОСТИ ПЕРЕХОДОВ

Рассмотрим взаимодействие атомного электрона с импульсом электромагнитного поля гауссовой формы (эффективной длительностью порядка  $\lambda^{-1}$ )

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_0 \exp \left( -\lambda^2 \left( t - \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}}{\omega_0} \right)^2 \right) \times \\ &\quad \times \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\varphi = -\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad \varphi_0 = c\mathbf{q} \cdot \mathbf{r},$$

где

$$\mathbf{q} = - \int_{-\infty}^{+\infty} dt \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{E}_0 \frac{\sqrt{\pi}}{\lambda} \exp \left( -\frac{\omega_0^2}{4\lambda^2} \right). \quad (25)$$

Вспоминая, что

$$\hat{\alpha}_z = \hat{\alpha}\mathbf{k}_0/k_0$$

и вводя вектор

$$\mathbf{Q} = (Q_x, Q_y, Q_z) = (q, 0, \Omega_{fj}/c),$$

где

$$\Omega_{fj} = E_f - E_j,$$

перепишем  $a_{fj}$  из (22) в виде

$$a_{fj} = \langle \phi_f | \left( 1 - \frac{\hat{\alpha}\mathbf{k}_0}{k_0} \right) \exp(i\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r}) | \phi_j \rangle. \quad (26)$$

Выбирая теперь ось  $z$  направленной по направлению вектора  $\mathbf{Q}$ , перепишем  $a_{fj}$  в виде

$$\begin{aligned} a_{fj} &= \langle \phi_f | (1 - \hat{\alpha}_z \cos \theta) \exp(iQz) | \phi_j \rangle - \\ &\quad - \langle \phi_f | \hat{\alpha}_x \sin \theta \exp(iQz) | \phi_j \rangle, \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$Q = \sqrt{q^2 + \Omega_{fj}^2/c^2}, \quad \cos \theta = \Omega_{fj}/\sqrt{c^2 q^2 + \Omega_{fj}^2},$$

$$\sin \theta = q / \sqrt{q^2 + \Omega_{fj}^2/c^2}.$$

Таким образом, пусть до взаимодействия (т. е. при  $t = -\infty$ ) с полем ультракороткого импульса атом находился в состоянии  $\phi_f$  с энергией  $E_f$ , тогда вероятность обнаружить после взаимодействия (т. е. при  $t = +\infty$ ) атом в состоянии  $\phi_f$  с энергией  $E_f$  равна

$$|a_{fj}|^2 = \frac{q^2}{Q^2} \left( \frac{q^2}{Q^2} |F^{fj}|^2 + |G_x^{fj}|^2 \right). \quad (28)$$

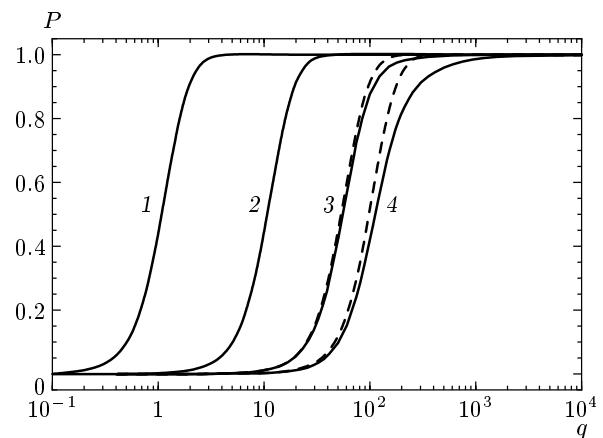
Здесь мы, следуя [43–45], ввели неупругие атомные формфакторы:

$$F^{fj} = \langle \phi_f | \exp(iQz) | \phi_j \rangle = \frac{Qc}{\Omega_{fj}} \langle \phi_f | \hat{\alpha}_z \exp(iQz) | \phi_j \rangle,$$

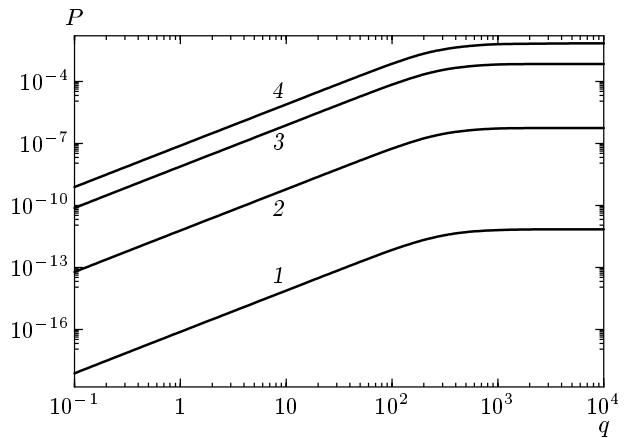
$$G_x^{fj} = \langle \phi_f | \hat{\alpha}_x \exp(iQz) | \phi_j \rangle,$$

широко используемые в теории релятивистских столкновений заряженных частиц с атомами. Поэтому приведенные формулы позволяют [43–45] найти вероятности возбуждения и ионизации водородоподобного атома при взаимодействии с ультракоротким импульсом электромагнитного поля. Эти же формулы могут быть использованы и для вычисления вероятности процесса рождения пары электрон–позитрон при взаимодействии голого иона с ультракоротким импульсом электромагнитного поля, если такой процесс интерпретировать, как переход электрона из состояний отрицательного континуума («моря» Дирака) в состояния с положительной полной энергией водородоподобного атома. Во всех случаях можно использовать либо формфакторы (см., например, [40, 45]), вычисленные с использованием точных так называемых кулон–дираковских водородоподобных волновых функций для электронов и позитронов, что приводит к значительному численному счету, либо воспользоваться аналитическими выражениями [40, 43–47] для формфакторов, найденными с квазирелятивистскими волновыми функциями Дарвина и волновыми функциями Зоммерфельда–Мая [40, 42, 44, 45, 48]. Квазирелятивистские функции, строго говоря, справедливы при выполнении условия  $Z_a \ll c$ , при нарушении же этого неравенства результаты неплохо качественно иллюстрируют [40, 45] поведение формфакторов.

Приведенные формулы позволяют рассчитать как вероятности неупругих процессов, имеющих нерелятивистские аналоги — возбуждение или ионизацию атома ультракоротким импульсом электромагнитного поля, — так и сугубо релятивистские эффекты — рождение электрон–позитронных пар.



**Рис. 1.** Зависимости вероятности  $P$  ионизации (образования  $K$ -вакансии) водородоподобных атомов для нескольких значений заряда ядра  $Z_a$  от величины переданного импульса (25)  $q = |\mathbf{q}|$  (ат. ед.). Результаты расчетов для каждого значения  $Z_a$  представлены двумя кривыми: сплошная линия — релятивистский расчет по формуле (28), штриховая линия — нерелятивистский расчет [41] (формула (28) при  $c \rightarrow \infty$ ): для  $Z_a = 1$  (1), 10 (2), 50 (3), 92 (4)



**Рис. 2.** Зависимости вероятности  $P$  (28) рождения свободно-связанной электрон-позитронной пары (электрон в состоянии  $1s$ , позитрон в состоянии континуума водородоподобного атома с эффективным зарядом ядра  $Z_a$ ) от величины переданного импульса (25)  $q = |\mathbf{q}|$  (атомные единицы) для нескольких значений  $Z_a = 1$  (1), 10 (2), 50 (3), 92 (4)

Причем развитый нами релятивистский подход, как и в нерелятивистской теории [41], точно учитывает пространственную неоднородность (на размерах мишени) ультракороткого импульса электро-

магнитного поля, однако, в отличие от нерелятивистского [41] (см. также [5, 49]), точно учитывает и магнитное взаимодействие. На рис. 1 и 2 приведены вероятности ионизации (вероятности образования  $K$ -вакансий) водородоподобных атомов и вероятности рождения свободно-связанной электрон-позитронной пары для нескольких значений заряда ядра  $Z_a$ . При расчетах в качестве волновых функций начального и конечного состояний, как в работах [40, 45], мы использовали для связанных состояний квазирелятивистские волновые функции Дарвина и функции Зоммерфельда–Мауэ для состояний непрерывного спектра, позволяющие в аналитической форме провести вычисления формфакторов.

Для получения сечения перехода атома из состояния  $\phi_j$  с энергией  $E_j$  в состояние  $\phi_f$  с энергией  $E_f$ , очевидно, согласно [50], необходимо вероятность соответствующего перехода  $|a_{fj}|^2$  из (28) умножить на разность энергий

$$\Omega_{fj} = E_f - E_j$$

и разделить на поток энергии  $I$ , равный интегралу по времени от абсолютной величины вектора Пойнтинга

$$S(t) = c(4\pi)^{-1}\mathbf{E}^2,$$

где  $\mathbf{E}$  выражается формулой (24). В результате получим

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} dt S(t) = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E}_0^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}\lambda} \times \times \left\{ \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2\lambda^2}\right) + 1 \right\}. \quad (29)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-16177) и ИНТАС (грант № INTAS-GSI 03-54-4294).

## ЛИТЕРАТУРА

1. P. Pierre Agostini and L. F. Di Mauro, Rep. Prog. Phys. **67**, 813 (2004).
2. G. A. J. Reider, J. Phys. D: Appl. Phys. **37**, R37 (2004).
3. J. H. Posthumus, Rep. Prog. Phys. **67**, 623 (2004).
4. M. Boca, H. G. Muller, and M. Gavrila, J. Phys. B **37**, 147 (2004).
5. A. V. Lugovskoy and I. Bray, J. Phys. B **37**, 3427 (2004).
6. Th. Mercouris, Y. Komninos, and C. A. Nicolaides, Phys. Rev. A **69**, 032502 (2004).
7. A. Ben Haj Yedder, C. Le Bris, O. Atabek et al., Phys. Rev. A **69**, 041802 (2004).
8. K. T. Kim, C. M. Kim, M.-G. Baik et al., Phys. Rev. A **69**, 051805 (2004).
9. S. Kazamias and Ph. Balcou, Phys. Rev. A **69**, 063416 (2004).
10. N. Milosevic, P. B. Corkum, and T. Brabec, Phys. Rev. Lett. **92**, 013002 (2004).
11. K. J. Schafer, M. B. Gaarde, A. Heinrich et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 023003 (2004).
12. N. M. Naumova, J. A. Nees, I. V. Sokolov et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 063902 (2004).
13. F. Lindner, G. G. Paulus, H. Walther et al., Phys. Rev. Lett. **92**, 113001 (2004).
14. A. A. W. Zholents and M. Fawley, Phys. Rev. Lett. **92**, 224801 (2004).
15. P. Abbamonte, K. D. Finkelstein, M. D. Collins, and S. M. Gruner, Phys. Rev. Lett. **92**, 237401 (2004).
16. X. Song, S. Gong, W. Yang, and Z. Xu, Phys. Rev. A **70**, 013817 (2004).
17. J. Mauritsson, P. Johnsson, R. Lopez-Martens et al., Phys. Rev. A **70**, 021801 (2004).
18. R. A. Bartels, M. M. Murnane, H. C. Kapteyn et al., Phys. Rev. A **70**, 043404 (2004).
19. Z. Chang, Phys. Rev. A **70**, 043802 (2004).
20. Y. Mairesse, A. De Bohan, L. J. Frasinski et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 163901 (2004).
21. T. Brabec and F. Krausz, Rev. Mod. Phys. **72**, 545 (2000).
22. R. Moshammer, W. Schmitt, J. Ullrich et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 3621 (1997).
23. J. Ullrich, R. Moshammer, H. Kollmus et al., GSI Scientific Report 2002, 98 (2002).
24. A. J. Baltz, Phys. Rev. Lett. **78**, 1231 (1997).
25. A. B. Voitkiv, B. Najjari, and J. Ullrich, J. Phys. B **36**, 2325 (2003).
26. A. J. Baltz, Phys. Rev. A **52**, 4970 (1995).
27. C. Bamber et al., Phys. Rev. D **60**, 092004 (1999).

- 28.** C. Muller, A. B. Voitkiv, and N. Grun, Phys. Rev. A **67**, 063407 (2003).
- 29.** C. Muller, A. B. Voitkiv, and N. Grun, Phys. Rev. A **70**, 023412 (2004).
- 30.** J. Eichler, Phys. Rev. A **15**, 1856 (1997).
- 31.** А. М. Дыхне, Г. Л. Юдин, УФН **125**, 377 (1978).
- 32.** А. Б. Мигдал, *Качественные методы в квантовой теории*, Наука, Москва (1975).
- 33.** Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
- 34.** В. И. Матвеев, Э. С. Парилис, УФН **138**, 583 (1982).
- 35.** В. И. Матвеев, ЭЧАЯ **26**, 780 (1995).
- 36.** S. E. Harris and A. V. Sokolov, Phys. Rev. Lett. **81**, 2894 (1999).
- 37.** I. P. Christov, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn, Opt. Commun. **148**, 75 (1998).
- 38.** A. V. Sokolov, D. D. Yavuz, and S. E. Harris, Opt. Lett. **24**, 557 (1999).
- 39.** A. E. Kaplan and P. L. Shkolnikov, Phys. Rev. Lett. **88**, 074801 (2002).
- 40.** J. Eichler, Phys. Rep. **193**, 165 (1990).
- 41.** В. И. Матвеев, ЖЭТФ **124**, 1023 (2003).
- 42.** В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
- 43.** R. Anholt, Phys. Rev. A **19**, 1004 (1979).
- 44.** C. A. Bertulani and G. Baur, Phys. Rep. **163**, 299 (1988).
- 45.** J. Eichler and W. E. Meyrhoft, *Relativistic Atomic Collisions*, Academic Press Inc., New York (1995).
- 46.** D. M. Davidovic, B. L. Moiseivitsch, and P. H. Norrington, J. Phys. B **11**, 847 (1978).
- 47.** D. C. Ionescu and J. Eichler, Phys. Rev. A **48**, 1176 (1993).
- 48.** C. G. Darwin, Proc. Roy. Soc. London. Ser. A **118**, 654 (1928).
- 49.** E. G. Thrapsaniotis, Phys. Rev. A **70**, 033410 (2004).
- 50.** Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988).