

# КОГЕРЕНТНОЕ ОБРАТНОЕ РАССЕЙАНИЕ В УСЛОВИЯХ ПЛЕНЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*В. М. Дацюк, И. М. Соколов\**

*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет  
195251, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 9 ноября 2005 г.

Рассмотрен процесс когерентного обратного рассеяния импульсного излучения оптически плотными атомными ансамблями. Методами диаграммной техники получены аналитические выражения для корреляционных функций рассеянного света, позволяющие учесть все основные факторы, влияющие на динамику процесса — всю сверхтонкую и зеемановскую структуру основного и возбужденного состояний атомов, поляризацию пробного излучения, реальную форму и размеры атомного облака, его пространственную неоднородность, движение атомов, поляризацию атомов по угловому моменту. На основе этих соотношений исследована временная зависимость полной интенсивности и фактора усиления обратного рассеяния от длительности импульса, типа поляризационной схемы наблюдений, от оптической толщины рассеивающей среды и несущей частоты импульса. Конкретные вычисления проведены для ансамблей атомов рубидия-85, охлажденных в магнитооптических ловушках.

PACS: 42.50.Gy, 42.50.Nn, 32.80.Pj, 34.80.Qb

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время известен целый ряд эффектов, наблюдаемых при распространении излучения в случайно неоднородной среде, которые не могут быть объяснены в рамках теории переноса интенсивностей, не учитывающей интерференционные явления [1, 2]. Одним из таких эффектов является когерентное обратное рассеяние, которое состоит в наличии резко анизотропной добавки к сечению рассеяния, отличной от нуля только в узком конусе вблизи направления, противоположного волновому вектору падающей на среду плоской волны. Объясняется когерентное обратное рассеяние как результат интерференции двух волн, одна из которых образуется в результате многократного последовательного рассеяния на некоторой цепочке атомов (неоднородностей), а вторая — на той же цепочке, но при прохождении их в обратном порядке. При наличии в среде симметрии по отношению к обращению времени фазы этих волн совпадают, поэтому конструктивная интерференция не исчезает при усреднении по случайному распределению рассеивателей.

Физические процессы, лежащие в основе когерентного обратного рассеяния, имеют универсальный характер и могут проявляться для различных типов волн. Так, достаточно подробно исследовано рассеяние акустических волн в земной коре и в воде (см. [3] и ссылки там). Детально проанализировано рассеяние электронов в твердых телах, включая такие тонкие эффекты, как влияние спиновой поляризации, магнитного и спин-орбитального взаимодействий (см. [4] и ссылки там). Имеется большое число работ, посвященных когерентному обратному рассеянию электромагнитных волн. Впервые оно было подробно исследовано в [5, 6] при изучении рассеяния света на концентрированных суспензиях латексов. Теория этого процесса для полубесконечной среды в пренебрежении поляризационными эффектами построена в работах [7, 8]. Роль конечного размера рассеивающего образца и поглощения света в нем обсуждалась в работе [9]. Влияние поляризации света на процесс рассеяния проанализировано в целом ряде публикаций (см., например, [10, 11]). В работах [7–11] были объяснены основные закономерности когерентного обратного рассеяния, наблюдаемые в экспериментах — форма углового спектра рассеяния, поляризацион-

\*E-mail: IMS@quark.stu.neva.ru

ная зависимость эффекта, зависимость от толщины рассеивающего слоя и размеров рассеивающих частиц. Большое внимание уделялось анализу процессов, нарушающих Т-инвариантность и ослабляющих интерференционные эффекты, — движению рассеивателей, возможной гиротропии среды, эффектам естественной оптической активности. Главной особенностью всех упомянутых работ является рассмотрение в них бесструктурных, классических рассеивателей типа аэрозолей, суспензий, керамик или случайных неоднородностей показателя преломления непрерывных сред.

Возобновление интереса к когерентному обратному рассеянию, наметившееся в последнее время, связано с успешными экспериментами по наблюдению такого рассеяния атомными облаками, охлажденными до низких температур в магнитооптических ловушках [12, 13]. Внимание к атомным ансамблям, характеризующимся богатой структурой уровней и сравнительно большими сечениями резонансного рассеяния, обусловлено целым рядом причин. Во-первых, когерентное обратное рассеяние в этом случае может служить эффективным диагностическим методом при анализе состояний атомов в ловушках, в частности, бозе-эйнштейновского конденсата. Оно обусловлено многократным рассеянием, поэтому его исследование — это эффективный способ анализа межатомных корреляций и причин, вызывающих эти корреляции. Во-вторых, охлажденные атомные ансамбли являются одним из перспективных объектов для реализации сильной локализации света — эффекта, аналогичного андерсоновской сильной локализации электронов в твердом теле. К настоящему времени имеются два сообщения о наблюдении такого эффекта для электромагнитного излучения в твердых телах [14, 15] и предпринимаются попытки зафиксировать сильную локализацию для атомов. Наконец, атомы являются принципиально квантовыми объектами и используются для наблюдения таких эффектов, как перепутанные состояния, квантование поступательного движения и т. д. Во всех этих эффектах интерференционные явления при рассеянии света могут быть использованы для более глубокого анализа происходящих с атомами процессов.

В экспериментах [12, 13] был обнаружен целый ряд особенностей эффекта когерентного обратного рассеяния для атомарных рассеивателей, которые не могут быть объяснены и количественно описаны на основе подходов, использованных в работах [7–11] для классических неупорядоченных сред. Детальная теория когерентного обратного рассеяния, учи-

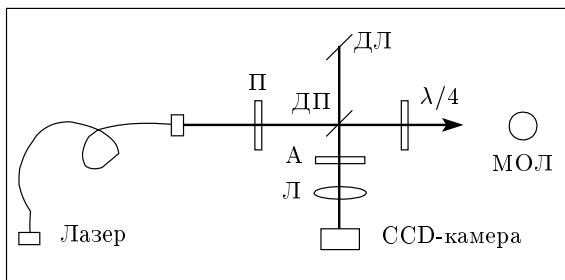
тывающая особенности рассеяния света атомными ансамблями и приводящая к хорошему количественному согласию с экспериментальными данными, разработана несколькими группами авторов [16–20]. В этих работах рассмотрение ограничивалось случаем стационарного режима рассеяния. Нестационарные переходные процессы, а также послесвечение атомов после выключения источника пробного света не исследовались. Такое послесвечение обусловлено пленением излучения при многократном рассеянии и представляет интерес с нескольких разных точек зрения. Во-первых, пленение излучения в магнитооптических ловушках накладывает ограничения на предельно достижимое охлаждение атомов и их концентрацию [21–23]. Во-вторых, диффузия фотонов в оптически плотной среде холодных атомов [24–26] отличается от хорошо изученного переноса излучения в условиях сильного доплеровского уширения [27, 28]. Она также отличается от диффузии света в среде классических рассеивателей. Так, скорость диффузии света в плотной воздушной взвеси частиц  $\text{TiO}_2$  со средним диаметром 220 нм, измеренная в эксперименте [29], оказалась на порядок меньше скорости света в вакууме. Эксперименты [24–26], проведенные с атомами, охлажденными в магнитооптической ловушке, показали, что эта скорость меньше скорости света уже на пять порядков. Наконец, особый интерес динамика распространения света в условиях пленения имеет для режима сильной локализации, когда интерференционные эффекты при многократном рассеянии приводят к существенному дополнительному подавлению диффузии света в плотной атомной среде.

Целью данной работы является обобщение на нестационарный случай теории [17, 19, 20], развитой для стационарного рассеяния, и исследование динамики когерентного обратного рассеяния при импульсном возбуждении. В частности, проанализированы основные факторы, влияющие на динамику процесса — длительность импульса, тип поляризационной схемы наблюдений, оптическая толщина рассеивающей среды, отстройка частоты излучения от резонансной. Статья организована следующим образом. В разд. 2 рассмотрены наблюдаемые в экспериментах по когерентному обратному рассеянию величины и показана их связь с используемыми в квантовой электродинамике корреляционными функциями операторов напряженности электромагнитного поля. Соответствующие функции в нестационарном случае вычислены на основе диаграммной техники Константинова–Переля–Келдыша [30–32] в разд. 3. Раздел 4 содержит описание и результаты

численных расчетов. В Заключении сформулированы основные полученные в работе результаты.

## 2. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ РАССЕЯННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

При исследовании когерентного обратного рассеяния основной интерес представляет угловая зависимость сечения, т. е. форма конуса обратного рассеяния, а также его спектральная и поляризационная зависимости. Типичная схема измерения этих характеристик показана на рис. 1. Исследуемый ансамбль помещается в атомную ловушку (во всех проведенных к настоящему времени экспериментах использовались магнитооптические ловушки). Это позволяет хорошо контролировать основные параметры ансамбля — размер и форму облака, температуру и оптическую плотность. В качестве источника зондирующего, пробного света используется излучение перестраиваемого диодного лазера с внешним резонатором. Для улучшения его поляризационных характеристик оно пропускается через дополнительный поляризатор П. Пластина в четверть длины волны используется в опытах с циркулярно поляризованным светом. Разделение падающего и рассеянного назад излучения проводится на полупрозрачной делительной пластине ДП. Демпфер луча ДЛ предназначен для поглощения той части излучения, которая не попадает в магнитооптическую ловушку. Поляризационный анализ рассеянного света осуществляется с помощью поляризационного анализатора А.



**Рис. 1.** Блок-схема экспериментальной установки для исследования когерентного обратного рассеяния. Лазерное излучение, пройдя поляризатор П и полупрозрачную делительную пластинку ДП, попадает в атомную среду, охлажденную в магнитооптической ловушке МОЛ. Отраженный свет регистрируется фотодетектором, роль которого выполняет CCD-камера; ДЛ — демпфер луча, А — поляризационный анализатор,  $\lambda/4$  — четвертьволновая пластинка, Л — собирающая линза

ра А. Комбинируя различные типы поляризатора П и анализатора А, можно реализовать несколько поляризационных схем эксперимента, среди которых выделяют четыре основные:  $L\|L$ ,  $L \perp L$ ,  $H\|H$  и  $H \perp H$ . Первые две относятся к линейным, последние — к циркулярным поляризациям. Буквой  $H$  мы будем обозначать спиральность света, т. е. проекцию углового момента фотона на направление волнового вектора. Случаи  $L\|L$  и  $H\|H$  соответствуют анализу рассеяния без изменения линейной поляризации или спиральности,  $L \perp L$  и  $H \perp H$  — измерению интенсивности поляризационной компоненты, ортогональной исходной.

Для исследования углового распределения рассеянного света в качестве детекторов используются CCD-камеры (приборы с зарядовой связью), которые состоят из набора точечных фотодетекторов, установленных на плоской поверхности, совпадающей с фокальной плоскостью собирающей линзы. При этом каждый из детекторов регистрирует излучение, рассеянное атомным ансамблем в заданном направлении. Анализ показаний всех детекторов дает пространственную картину рассеянного излучения.

В соответствии с квантовой теорией фотодетектирования ток каждого из фотодетекторов, образующих CCD-камеру, в условиях поляризационного анализа состояния света определяется корреляционной функцией  $D_{\mu_1\mu_2}^{(E)}(\mathbf{r}_1 t_1; \mathbf{r}_2 t_2)$  операторов напряженности электромагнитного поля второго порядка:

$$i^{(k)}(t) = \sum_{\mu_1\mu_2} \frac{\zeta e c}{2\pi\hbar\omega'} \int_{S_k} d^2r f_{\mu_1\mu_2} D_{\mu_1\mu_2}^{(E)}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}, t). \quad (1)$$

Здесь  $\zeta$  — квантовая эффективность фотоприемника,  $e$  — заряд электрона,  $c$  — скорость света,  $\omega'$  — средняя частота детектируемого (рассеянного) излучения. Матрица  $f_{\mu_1\mu_2}$ , зависящая от поляризационных индексов  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , определяется типом используемого поляризационного анализатора. Интегрирование в выражении (1) ведется по поверхности рассматриваемого (в данном случае  $k$ -го) фотодетектора,  $S_k$ .

Корреляционные функции  $D_{\mu_1\mu_2}^{(E)}(\mathbf{r}_1 t_1; \mathbf{r}_2 t_2)$  выражаются через отрицательно-частотные  $E_{\mu_1}^{(-)}(\mathbf{r}, t)$  и положительно-частотные  $E_{\mu_2}^{(+)}(\mathbf{r}, t)$  компоненты гейзенберговских операторов напряженности электрического поля, определенные на поверхности фотокатода в моменты времени соответственно  $t_1$  и  $t_2$ :

$$D_{\mu_1\mu_2}^{(E)}(\mathbf{r}_1 t_1; \mathbf{r}_2 t_2) = \langle E_{\mu_1}^{(-)}(\mathbf{r}_1, t_1) E_{\mu_2}^{(+)}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle. \quad (2)$$

Угловые скобки в этом выражении соответствуют

квантовому статистическому усреднению по оператору плотности всей рассматриваемой системы.

Одной из основных количественных характеристик когерентного обратного рассеяния является фактор усиления, определяющий относительную величину интерференционных эффектов. В эксперименте его измеряют как отношение величины фототока в данном месте плоскости фотоприема к фототоку, регистрируемому вне конуса обратного рассеяния. В теории удобнее вычислять сечение рассеяния света из моды падающего света в моду регистрации и рассчитывать фактор усиления как отношение полного сечения к его неинтерференционной составляющей. Оба определения согласованы в меру малости конуса когерентного обратного рассеяния.

Расчет корреляционной функции  $D_{\mu_1\mu_2}^{(E)}(\mathbf{r}_1t_1; \mathbf{r}_2t_2)$ , а следовательно, и фактора усиления может быть проведен методами диаграммной техники Константинова–Переля–Келдыша [30–32] для неравновесных систем. Подобный подход позволяет эффективно рассматривать элементарный акт рассеяния света атомной квантовой системой, а также строить, когда это возможно, макроскопические уравнения, описывающие процесс взаимодействия света с оптически плотной средой. В частности, он позволяет корректно учесть угловую зависимость индикатрисы однократного рассеяния, избежать проблемы границ рассеивающей среды (см., например, [33, 34] и ссылки там) и рассмотреть, таким образом, образцы, имеющие форму, отличную от плоскопараллельного слоя.

При формальном построении рядов теории возмущений удобно выразить корреляционные функции операторов напряженности поля,  $D_{\mu_1\mu_2}^{(E)}(\mathbf{r}_1t_1; \mathbf{r}_2t_2)$ , через функции Грина электромагнитного поля стандартного вида  $D_{\mu_1\mu_2}^{(\sigma_1\sigma_2)}(\mathbf{r}_1t_1; \mathbf{r}_2t_2)$ , обычно определяемые в квантовой электродинамике для операторов векторного потенциала:

$$D_{\mu_1\mu_2}^{(\sigma_1\sigma_2)}(\mathbf{r}_1t_1; \mathbf{r}_2t_2) = -i\langle T_{\sigma_1\sigma_2}(A_{\mu_1}(\mathbf{r}_1t_1)A_{\mu_2}(\mathbf{r}_2t_2)) \rangle. \quad (3)$$

Здесь операторы  $T_{\sigma_1\sigma_2}$  показывают порядок следования операторов поля и действуют в соответствии со следующим правилом:  $T_{--} = T$  — упорядочивающий во времени оператор,  $T_{++} = \tilde{T}$  — антиупорядочивающий во времени оператор,  $T_{+-}$  — тождественный оператор,  $T_{-+}$  — оператор перестановки операторов поля, определенных в (3) и соответствующих моментам времени  $t_1$  и  $t_2$ . Заметим, что в определениях функций Грина верхние индексы характеризуют тип временного упорядочения и их не следу-

ет путать со знаком частотных компонент поля. В определении (3) предполагается кулоновская калибровка векторного потенциала, так что отличными от нуля являются только его поперечные компоненты. Учитывая связь операторов векторного потенциала и напряженности поля, в квазимонохроматическом приближении имеем

$$D_{\mu_1\mu_2}^{(E)}(\mathbf{r}_1t_1; \mathbf{r}_2t_2) \approx -i \left( \frac{\omega'}{c} \right)^2 D_{\mu_1\mu_2}^{(+-)}(\mathbf{r}_1t_1; \mathbf{r}_2t_2). \quad (4)$$

В следующем разделе для этих величин будут получены диаграммные разложения.

### 3. АНАЛИЗ ГРИНОВСКИХ ФУНКЦИЙ МЕТОДАМИ ДИАГРАММНОЙ ТЕХНИКИ

Для получения диаграммного разложения функций (4), учитывающего взаимодействие атомов со светом, перейдем к представлению взаимодействия, представив гамильтониан системы в виде суммы гамильтониана свободных атомов и поля,  $H_0$ , и оператора их взаимодействия,  $H_{int}$ :

$$H = H_0 + H_{int}.$$

Введем оператор эволюции

$$S = S(\infty, -\infty) = T \exp \left( -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} H_{int}(t) dt \right), \quad (5)$$

где

$$H_{int}(t) = \exp \left( \frac{iH_0t}{\hbar} \right) H_{int} \exp \left( -\frac{iH_0t}{\hbar} \right).$$

При этом гриновская функция векторного потенциала,  $D_{\mu_1\mu_2}^{(+-)}(\mathbf{r}_1t_1; \mathbf{r}_2t_2)$ , может быть представлена в следующем виде:

$$D_{\mu_1\mu_2}^{(+-)}(\mathbf{r}_1t_1; \mathbf{r}_2t_2) = -i\langle \tilde{T}(S^{-1}A_{\mu_1}^{(0)}(\mathbf{r}_1t_1)T(A_{\mu_2}^{(0)}(\mathbf{r}_2t_2)S)) \rangle. \quad (6)$$

Верхний нулевой индекс обозначает операторы в представлении взаимодействия.

Разложение выражения (6) в ряд по оператору  $H_{int}(t)$  может быть представлено в виде диаграмм. В этом разложении формально будет присутствовать вклад факторизованного слагаемого

$$-i\langle \tilde{T}(S^{-1}A_{\mu_1}^{(0)}(\mathbf{r}_1t_1)) \rangle \langle T(A_{\mu_2}^{(0)}(\mathbf{r}_2t_2)S) \rangle,$$

определяемого когерентной составляющей рассеянного излучения. В дальнейшем будем пренебрегать



сона для запаздывающей и опережающей функций Грина электромагнитного излучения — соответствующее уравнение выведено и решено для ряда практически важных случаев в работах [35, 36]. Результаты этого решения приведены в Приложении В.

Второй тип поправок к диаграмме (8), показанный на рис. 2б, связан с учетом некогерентного рассеяния двух, трех и большей кратности. Учитывая в этих поправках изменение свойств света, обусловленное когерентным рассеянием вперед при его распространении между каждой парой рассеивателей, получим для рассматриваемой функции следующее графическое выражение:

$$i\tilde{D}_{\mu_1\mu_2}^{L(+)}(\mathbf{r}_1t_1, \mathbf{r}_2t_2) =$$

$$+ \dots (9)$$

Это выражение имеет достаточно ясную структуру.  $N$ -е слагаемое содержит  $N$  атомных петель и описывает процесс последовательного рассеяния света на цепочке, содержащей  $N$  атомов (межатомные корреляции предполагаются отсутствующими). Петли связаны волнистыми линиями, описывающими распространение света между атомами с учетом эффектов поглощения и дисперсии. Полученное таким образом выражение представляет разложение корреляционной функции по числу актов некогерентного рассеяния фотона в среде.

Отметим появление дополнительного индекса  $L$  у рассматриваемой корреляционной функции. Диаграммы типа (9) в литературе принято называть лестничными. В подавляющем большинстве случаев эти диаграммы полностью описывают процесс рассеяния света в оптически плотной среде. Имеется, однако, ряд эффектов, для описания которых этих диаграмм недостаточно. Одним из таких эффектов является рассматриваемое здесь когерентное обратное рассеяние. Интерференционный вклад в полную интенсивность рассеянного света, связанный с наложением двух волн, одна из которых образуется в

результате многократного последовательного рассеяния падающей волны на некоторой цепочке атомов, а вторая — на той же цепочке, но при прохождении их в обратном порядке, определяется следующими циклическими диаграммами:

$$i\tilde{D}_{\mu_1\mu_2}^{C(+)}(\mathbf{r}_1t_1, \mathbf{r}_2t_2) =$$

$$+ \dots (10)$$

Это выражение, так же как (9), определяется суммой вкладов некогерентного рассеяния различной кратности, но, в отличие от последнего, суммирование начинается с учета двукратного, а не однократного рассеяния. Диаграммы (10) получили название максимально перекрестных. Как будет показано ниже, для разреженных сред, среднее межатомное расстояние для которых много больше длины световой волны, эти диаграммы дают отличный от нуля вклад только для рассеяния в узком конусе вблизи направления, противоположного направлению падающей на среду волны.

При аналитической расшифровке приведенных диаграмм будем считать выполненными следующие приближения. Предполагается отсутствие в атомной среде зеемановских и сверхтонких когерентностей (недиагональных элементов матрицы плотности) и связанных с этим квантовых биений в рассеянном свете. Каждый атом считаем расположенным в волновой зоне по отношению к соседним, зависящее рассеяние на парах близко расположенных атомов не рассматриваем. Поперечный размер луча падающего света предполагаем много большим размеров атомного облака, что позволяет рассматривать внешнее поле как плоскую волну. Временную зависимость внешнего когерентного поля при выводе общих соотношений будем считать произвольной, представляя положительно-частотную часть вектора напряженности  $\mathcal{E}_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t)$  в виде следующего разложения Фурье:

$$\mathcal{E}_\mu^{(+)}(\mathbf{r}, t) = e_\mu \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t) \frac{d\omega}{2\pi}. \quad (11)$$

Здесь  $\mathbf{e}$  — орт поляризации. Соотношение (11) напи-

сано для областей пространства, где рассеивающая среда отсутствует.

Используя сделанные приближения, а также явный вид атомных (Приложение А) и фотонных (Приложение В) функций Грина, для приведенных диаграмм можно получить явные аналитические выражения. Опуская громоздкие преобразования, запишем в качестве примера лестничный вклад в корреляционную функцию  $D_{2;\mu_1\mu_2}^{L(E)}(\mathbf{r}t_1, \mathbf{r}t_2)$ , связанный с двукратным некогерентным рассеянием:

$$D_{2;\nu\bar{\nu}}^{L(E)}(\mathbf{r}t_1, \mathbf{r}t_2) = \sum_{\{n\}} \sum_{i,j,k,l} \sum_{\bar{i},\bar{j},\bar{k},\bar{l}} \iint \frac{d\omega_1}{2\pi} \frac{d\omega_2}{2\pi} \times \\ \times \int \frac{d^3R_1 d^3p_1}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{d^3R_2 d^3p_2}{(2\pi\hbar)^3} \times \\ \times \frac{\rho_{n_1 n_1}(\mathbf{p}_1, \mathbf{R}_1) \rho_{n_2 n_2}(\mathbf{p}_2, \mathbf{R}_2)}{r_{12}^2 r^2} \times \\ \times \frac{\omega_{12}^2 \omega_{21}^2}{c^4} \frac{\omega_1'^2 \omega_2'^2}{c^4} \exp [i(\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}'_2) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{R}_2) + \\ + i(\mathbf{k}_{12} - \mathbf{k}_{21}) \cdot (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1) + i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot (\mathbf{R}_1 - \mathbf{r}_0)] \times \\ \times \exp(i\omega_2' t_2 - i\omega_1' t_1) \times \\ \times X_{\nu i}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_2, \omega_1') \alpha_{ik}^{n_2 n_2}(\omega_{12} - \mathbf{k}_{12} \cdot \mathbf{v}_2) X_{kl}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, \omega_{12}) \times \\ \times \alpha_{lj}^{n_1 n_1}(\omega_1 - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{v}_1) X_{j\mu}(\mathbf{R}_1, \mathbf{r}_0, \omega_1) e_{\mu} \mathcal{E}(\mathbf{r}_0, \omega_1) \times \\ \times \left( X_{\bar{\nu} \bar{i}}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_2, \omega_2') \alpha_{\bar{i} \bar{k}}^{n_2' n_2'}(\omega_{21} - \mathbf{k}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) \times \right. \\ \times X_{\bar{k} \bar{l}}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, \omega_{21}) \alpha_{\bar{l} \bar{j}}^{n_1' n_1'}(\omega_2 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{v}_1) \times \\ \left. \times X_{\bar{j} \bar{\mu}}(\mathbf{R}_1, \mathbf{r}_0, \omega_2) e_{\bar{\mu}} \mathcal{E}(\mathbf{r}_0, \omega_2) \right)^* . \quad (12)$$

Здесь

$$\alpha_{ij}^{(n'n)}(\omega) = - \sum_m \frac{(d_i)_{n'm} (d_j)_{mn}}{\hbar(\omega - \omega_{mn}) + i\hbar\gamma/2} \quad (13)$$

— тензор рассеяния,  $(d_i)_{mn}$  — матричный элемент дипольного момента перехода,  $\gamma$  — естественная ширина возбужденного состояния,  $\mathbf{v}_1$  и  $\mathbf{v}_2$  — скорости соответственно первого и второго атомов,  $\mathbf{k}_i = \omega_i \mathbf{n}/c$  — волновой вектор падающего излучения, соответствующий монохроматической компоненте частоты  $\omega_i$ ,  $\mathbf{n}$  — направление распространения пробного света;  $\mathbf{k}_{12(21)} = \omega_{12(21)}(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)/cr_{12}$  — волновой вектор света, распространяющегося между первым и вторым атомами,  $r_{12} = |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1|$ ,  $\omega_{mn}$  — частота атомного перехода;  $\omega_{12(21)}$  — частота излучения, рассеянного первым атомом и воздействующего на второй,  $\mathbf{k}'_i$  и  $\omega'_i$  — волновой вектор и частота рассеянного излучения в случае, когда частота пробного излучения равна  $\omega_i$ ,

$$\begin{aligned} \omega_{12} &= \omega_1 - \omega_{n_1' n_1} + (\mathbf{k}_{12} - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{v}_1, \\ \omega'_1 &= \omega_{12} - \omega_{n_2' n_2} + (\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}_{12}) \cdot \mathbf{v}_2, \\ \omega_{21} &= \omega_2 - \omega_{n_1' n_1} + (\mathbf{k}_{21} - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{v}_1, \\ \omega'_2 &= \omega_{21} - \omega_{n_2' n_2} + (\mathbf{k}'_2 - \mathbf{k}_{21}) \cdot \mathbf{v}_2. \end{aligned} \quad (14)$$

Функция  $X_{ij}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1, \omega)$  описывает распространение света с частотой  $\omega$  между точками  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ , и ее явный вид для поляризованной атомной среды с учетом движения атомов приведен в Приложении В. Обратим внимание, что эти функции в выражении (12) имеют разные частотные аргументы, что обусловлено как возможным неупругим рамановским рассеянием, так и эффектом Доплера.

Интерференционная составляющая интенсивности рассеянного света (10), так же как и лестничная (9), определяется суммой вкладов некогерентного рассеяния различной кратности. Первый исчезающий вклад дает двукратное рассеяние:

$$D_{2;\nu\bar{\nu}}^{C(E)}(\mathbf{r}t_1, \mathbf{r}t_2) = \\ = \sum_{\{n\}} \sum_{i,j,k,l} \sum_{\bar{i},\bar{j},\bar{k},\bar{l}} \iint \frac{d\omega_1}{2\pi} \frac{d\omega_2}{2\pi} \int \frac{d^3R_1 d^3p_1}{(2\pi\hbar)^3} \times \\ \times \int \frac{d^3R_2 d^3p_2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\rho_{n_1 n_1}(\mathbf{p}_1, \mathbf{R}_1) \rho_{n_2 n_2}(\mathbf{p}_2, \mathbf{R}_2)}{r_{12}^2 r^2} \times \\ \times \frac{\omega_{12}^2 \omega_{21}^2}{c^4} \frac{\omega_1'^2 \omega_2'^2}{c^4} \exp [i(\mathbf{k}_1 + \tilde{\mathbf{k}}'_2) \cdot \mathbf{R}_1 + \\ + i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}_0 + i\tilde{\omega}'_2 t_2 - i\omega'_1 t_1] \times \\ \times \exp [i(\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}'_2) \cdot \mathbf{r} - i(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}'_1) \cdot \mathbf{R}_2 + \\ + i(\mathbf{k}_{12} - \tilde{\mathbf{k}}_{21}) \cdot (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)] \times \\ \times X_{\nu i}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_2, \omega'_1) \alpha_{ik}^{n_2 n_2}(\omega_{12} - \mathbf{k}_{12} \cdot \mathbf{v}_2) \times \\ \times X_{kl}(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1, \omega_{12}) \alpha_{lj}^{n_1 n_1}(\omega_1 - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{v}_1) \times \\ \times X_{j\mu}(\mathbf{R}_1, \mathbf{r}_0, \omega_1) e_{\mu} \mathcal{E}(\mathbf{r}_0, \omega_1) \times \\ \times \left( X_{\bar{\nu} \bar{i}}(\mathbf{r}, \mathbf{R}_1, \tilde{\omega}'_2) \alpha_{\bar{i} \bar{k}}^{n_2' n_2'}(\tilde{\omega}_{21} - \tilde{\mathbf{k}}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) \times \right. \\ \times X_{\bar{k} \bar{l}}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \tilde{\omega}_{21}) \alpha_{\bar{l} \bar{j}}^{n_1' n_1'}(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_2) \times \\ \left. \times X_{\bar{j} \bar{\mu}}(\mathbf{R}_2, \mathbf{r}_0, \omega_2) e_{\bar{\mu}} \mathcal{E}(\mathbf{r}_0, \omega_2) \right)^* . \quad (15)$$

Здесь  $\omega'_1$  и  $\omega_{12}$  определяются формулами (14), а  $\tilde{\omega}_{21}$  и  $\tilde{\omega}'_2$  — частоты света, распространяющегося по обратному пути рассеяния, т. е. света, испытывавшего первое рассеяние на «втором» атоме:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{21} &= \omega_2 - \omega_{n_2' n_2} + (\tilde{\mathbf{k}}_{21} - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{v}_2, \\ \tilde{\omega}'_2 &= \tilde{\omega}_{21} - \omega_{n_1' n_1} + (\tilde{\mathbf{k}}'_2 - \tilde{\mathbf{k}}_{21}) \cdot \mathbf{v}_1. \end{aligned}$$

Из-за интегрирования по случайному положению атомов  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$  полученное выражение (15) для макроскопической неупорядоченной среды дает вклад только при рассеянии в узкий конус вблизи направления назад. Для остальных направлений рассеяния интерференционными эффектами можно пренебречь.

Вклады более высоких порядков в интерференционную и неинтерференционную составляющие имеют структуру, аналогичную (12) и (15). Учет каждого следующего порядка некогерентного рассеяния приводит к дополнительным фазовым слагаемым в показателях экспонент, множителям в виде тензора рассеяния, квадрата межатомного расстояния в знаменателе и функции распространения  $X_{ij}$ , добавляет интегрирование по координатам и импульсам соответствующего атома, а также суммирование по квантовым числам, описывающим его внутреннее состояние.

Помимо чисто лестничных (9) и циклических (10) диаграмм имеется большое число диаграмм смешанного типа, одна из которых представляется в явном виде следующим образом:

$$i\tilde{D}_{\mu_1\mu_2}^{LC(+)}(\mathbf{r}_1t_1, \mathbf{r}_2t_2) =$$

Диаграммы подобного типа учитывают интерференцию на части атомов рассматриваемой цепочки и дают вклад в многократное рассеяние в произвольном направлении. Они будут важны при описании интерференционных эффектов в плотных средах, среднее расстояние между атомами которых меньше длины световой волны. В случае рассматриваемых разреженных ансамблей их вклад пренебрежимо мал, и мы его в дальнейшем рассматривать не будем.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Формулы, полученные в предыдущем разделе, позволяют описать динамику рассеяния света ансамблем атомов для широкого диапазона экспериментальных ситуаций. В данной работе ограничимся случаем атомов, охлажденных до низких температур в магнитооптических ловушках. Расчет будем проводить для атомов рубидия-85, ориентируясь на условия, реализуемые в типичных экспери-

ментах [12, 13]. Эти условия позволяют сделать ряд дополнительных упрощений. Во-первых, при стандартных температурах порядка 50 мкК характерные доплеровские сдвиги частот в десятки раз меньше характерных ширин линий переходов, поэтому движение атомов можно не учитывать. Во-вторых, внутреннее состояние атомов формируется в процессе охлаждения при практически изотропном воздействии нескольких встречных лазерных пучков. При этом в ловушке остаются только атомы, заселяющие верхний сверхтонкий подуровень  $F_0 = 3$  основного состояния, а распределение атомов по зеемановским подуровням является равномерным. В таких условиях одноатомная матрица плотности, описывающая состояние атомов, может быть записана в следующем виде:

$$\rho_{nn}(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \equiv (2\pi\hbar)^3 \delta(\mathbf{p}) \rho_{F F F F}(\mathbf{r}) = (2\pi\hbar)^3 \delta(\mathbf{p}) \frac{n(\mathbf{r}) \delta_{F F_0}}{2F_0 + 1}. \quad (17)$$

Пространственное распределение  $n(\mathbf{r})$  атомов в ловушке с хорошей точностью аппроксимируется гауссовой зависимостью. В данной работе мы ограничимся рассмотрением сферически-симметричного атомного облака, считая дисперсию распределения по трем координатам одинаковой:

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right), \quad (18)$$

где  $n_0$  — концентрация атомов в центре ловушки.

Равномерное распределение атомов по зеемановским подуровням приводит к изотропным оптическим свойствам атомного облака, при этом формулы для запаздывающей функции Грина фотонов в среде существенно упрощаются:

$$X_{ij}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1, \omega) = \exp\left(i\frac{2\pi\omega}{c} \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \chi(\mathbf{r}, \omega) ds\right) \delta_{ij}. \quad (19)$$

Использование соотношений (17)–(19) позволяет рассчитать все интересующие нас характеристики рассеянного света, основной из которых является фактор усиления обратного рассеяния. В процессе расчета нами последовательно рассматриваются вклады в полную интенсивность, связанные с одно-, двух-, трехкратным и т.д. рассеянием. Расчет интерференционной и лестничной составляющих  $N$ -го порядка сводится к вычислению  $3N$ -кратных интегралов по координатам  $N$  атомов (см., например, (12) и (15)). Эти интегралы вычисляются методом Монте-Карло. Все расчеты проводятся для



гауссовой ячейки радиуса  $r_0 = 1$  мм. Анализируется излучение, рассеянное строго назад. Импульс света для простоты предполагается прямоугольным.

На рис. 3 показана временная зависимость интенсивности рассеянного назад излучения для атомных облаков разной оптической толщины, которая для облака гауссовой формы для излучения, проходящего через его центр, определяется следующим образом:  $b = \sqrt{2\pi\sigma n_0 r_0}$ . Здесь  $\sigma$  — сечение поглощения на частоте падающего излучения. На рис. 3 и всех последующих мы смещаем начало отсчета времени, учитывая задержки, связанные со временем распространения излучения от источника до атомного ансамбля и от атомного ансамбля до фотодетектора.

Длительность импульса выбрана равной  $20\gamma^{-1}$ , что обеспечивает выход на стационарный режим для тех процессов многократного рассеяния, которые дают существенный вклад в полную интенсивность. Приведенные результаты вычислены с точностью до десяти порядков. Для сравнения приведены соответствующие зависимости в полулогарифмическом масштабе. Хорошо видно, что, начиная со времен порядка  $2\gamma^{-1}$  после окончания импульса, затухание излучения может быть описано одноэкспоненциальной зависимостью. Значения характерных времен затухания  $\tau$ , вычисленных на интервале от  $2\gamma^{-1}$  до  $10\gamma^{-1}$ , для трех приведенных кривых равны соответственно 0.97, 2.02 и 2.43. Данные на рис. 3 приведены для одной возможной поляризационной схемы наблюдения. Расчеты показывают, что скорости затухания послесвечения на интервале от  $2\gamma^{-1}$  до  $10\gamma^{-1}$  для всех поляризационных компонент одинаковы. Совпадают также скорости затухания интерференционной и неинтерференционной составляющих. Этот результат представляется естественным, поскольку временные задержки, по существу, определяются динамикой населенности возбужденного состояния атомов в ансамбле, а скорости спонтанного распада всех его зеемановских подуровней одинаковы.

Рисунок 4 показывает временную динамику фактора усиления в зависимости от толщины ансамбля и типа поляризационной схемы наблюдения. Отметим возрастание фактора усиления после окончания возбуждающего импульса. Такое поведение связано с различной временной зависимостью парциальных вкладов различных порядков рассеяния и с существенно более быстрым убыванием со временем вклада однократного рассеяния. С течением времени происходит изменение относительной роли разных порядков, что и находит отражение в кривых рис. 4. Имеет место частичное разделение этих

вкладов во времени, что может быть использовано для более детального исследования многократного рассеяния. Для разных оптических толщин и разных поляризационных схем этот эффект проявляется по-разному, что связано с изменением соотношения между порядками рассеяния в этих случаях. Заметим, что одной из основных особенностей динамики когерентного обратного рассеяния является то, что фотоны с большей вероятностью «отражаются» от фронтального слоя облака толщиной порядка длины пробега. Оценки среднего числа рассеяний  $N_a$ , приходящихся на один рассеянный назад фотон, дают для рассматриваемой оптической толщины  $b = 5$  величину  $N_a \approx 1.9$ . Это принципиально отличается, например, от условий эксперимента [24], в котором исследуется рассеяние на малые углы излучения, поперечные размеры которого существенно меньше размеров облака.

Как уже отмечалось выше, исследование динамики рассеяния важно с точки зрения наблюдения эффекта сильной локализации. При больших плотностях атомов свет в ансамбле рассеивается не на независимых атомах, а преимущественно на кластерах из нескольких близко расположенных атомов. Диполь-дипольное межатомное взаимодействие приводит, в частности, к формированию долгоживущих возбужденных состояний. Времена спонтанного распада таких субизлучающих состояний существенно превышают естественное время жизни атомов. В связи с этим уже в случае разреженных сред интересно рассмотреть динамику рассеяния коротких импульсов, длительность которых меньше характерного времени установления стационарного режима рассеяния. Этот случай представляет интерес для теории также потому, что его в настоящее время трудно исследовать экспериментально. На рис. 5 показан характер рассеяния импульсов длительностью  $\tau = \gamma^{-1}$  и  $\tau = 5\gamma^{-1}$ . Для первого импульса стационарный режим не успевает наступить ни для одного парциального вклада, для второго такой режим устанавливается для одно- и двукратного рассеяния. Короткие импульсы имеют относительно большую спектральную ширину, это объясняет сравнительно малую величину отраженного сигнала для импульса  $\tau = \gamma^{-1}$  по сравнению с более длительным импульсом  $\tau = 5\gamma^{-1}$ . Для первого среда значительно более прозрачна, поэтому большая часть излучения проходит, не рассеиваясь.

Помимо изменения времен жизни возбужденных состояний диполь-дипольное взаимодействие атомов в плотных средах приводит к сдвигу уровней. Для разных кластеров характерные сдвиги будут раз-

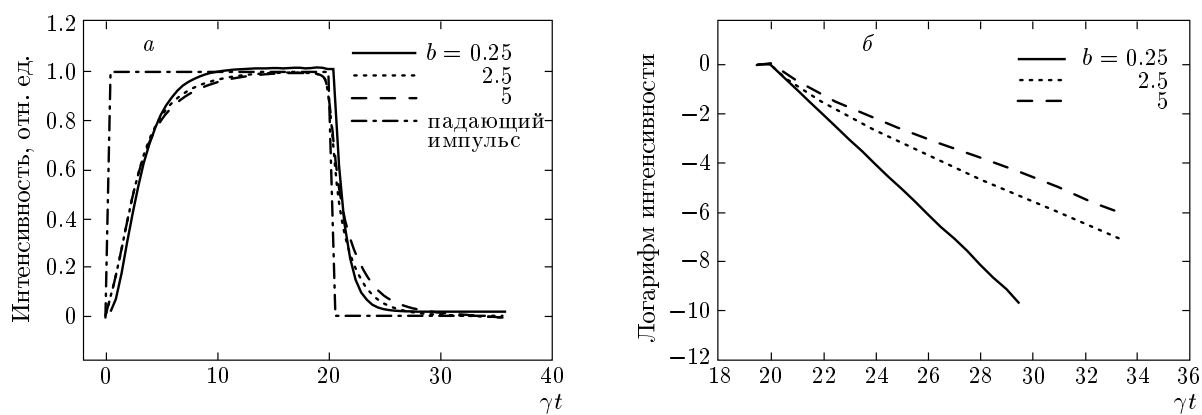


Рис. 3. Временные зависимости полной интенсивности рассеянного назад света при импульсном возбуждении для ансамблей различной оптической толщины  $b$  (а), то же в полулогарифмическом масштабе (б). Поляризационная схема  $L \parallel L$

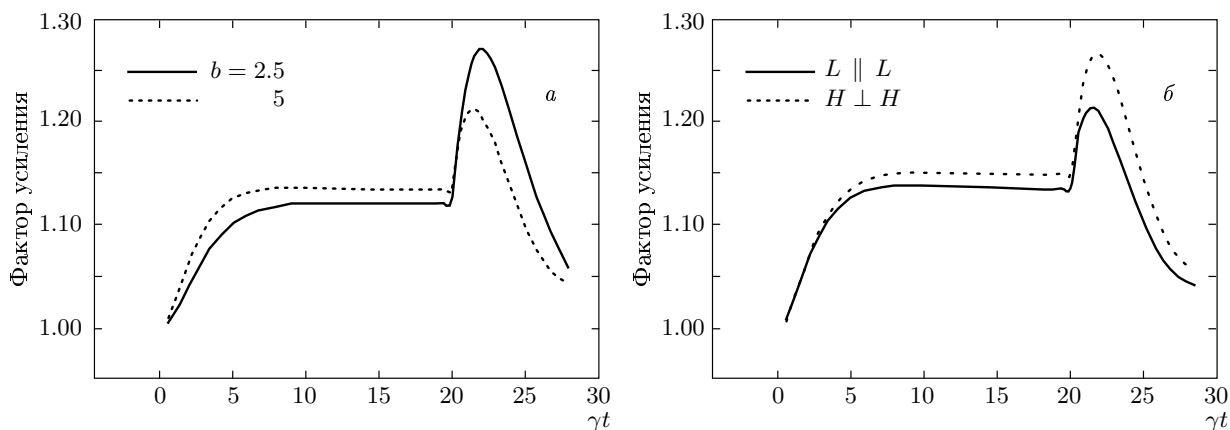


Рис. 4. Временные зависимости фактора усиления а) для разных оптических толщин, поляризационная схема  $L \parallel L$ , б) для двух разных поляризационных схем, оптическая толщина  $b = 5$

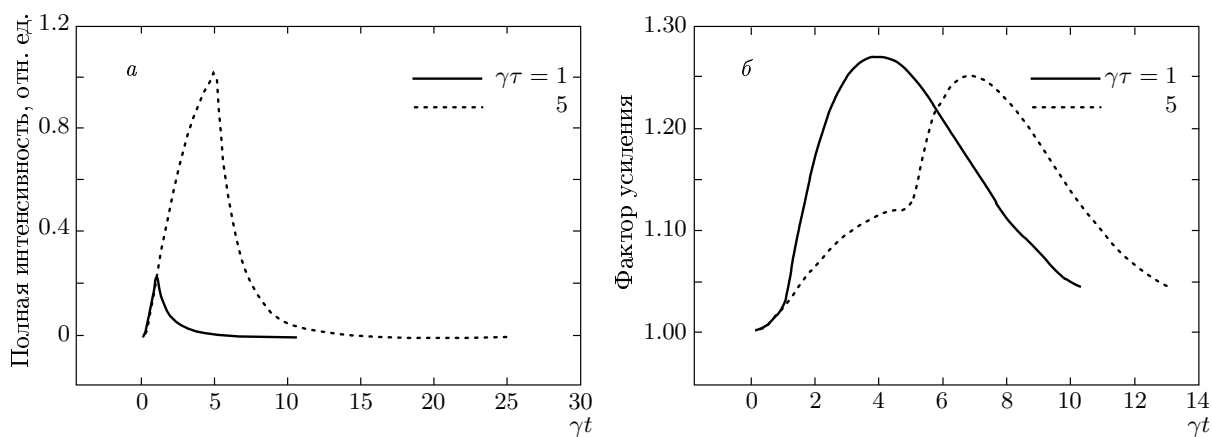
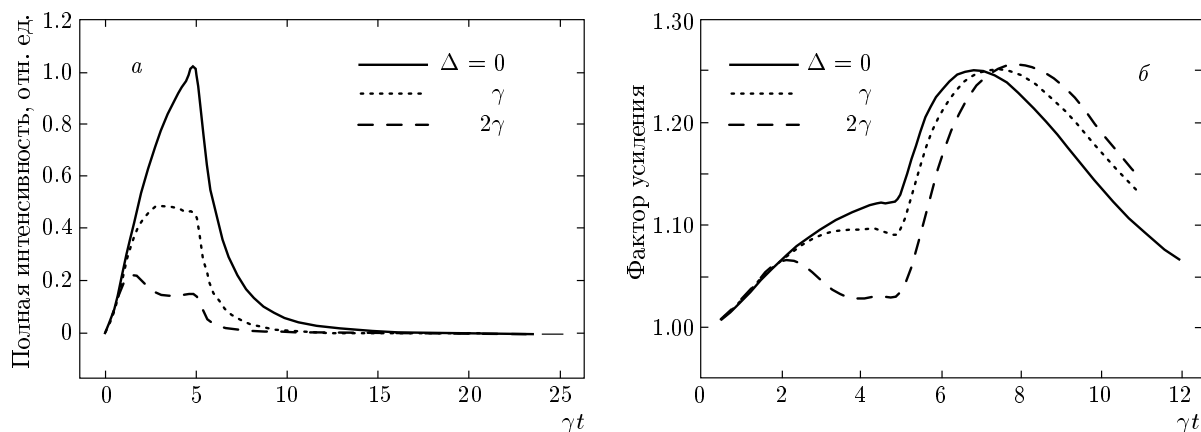


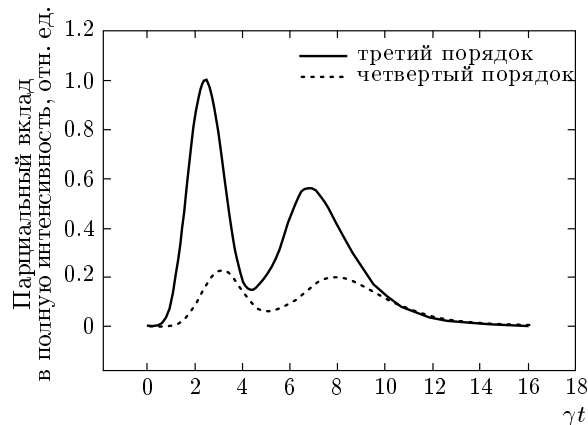
Рис. 5. Временные зависимости полной интенсивности рассеянного назад света (а) и фактора усиления (б) для импульсов различной длительности. Поляризационная схема  $L \parallel L$



**Рис. 6.** Временные зависимости полной интенсивности рассеянного назад света (а) и фактора усиления (б) для различных отстроек  $\Delta$  монохроматического пробного излучения от частоты перехода  $F_0 = 3 \rightarrow F = 4$   $D_2$ -линии  $^{85}\text{Rb}$ . Длительность импульса  $\tau = 5\gamma^{-1}$ , оптическая толщина ячейки для резонансного излучения  $b = 5$ , поляризационная схема  $L \parallel L$

ными. Это обстоятельство заставляет более внимательно рассмотреть рассеяние нерезонансного излучения. На рис. 6 приведены временные зависимости параметров рассеянного света при трех различных несущих частотах падающего импульса. Характерным для этих кривых является наличие сложных переходных процессов на переднем и заднем фронтах импульса при отстройках частоты падающего света  $\Delta$ , больших или порядка  $\gamma$ . На начальном этапе интенсивность рассеянного света может превосходить установившуюся к его окончанию, что наиболее ярко проявляется для кривых, соответствующих  $\Delta = 2\gamma$ . Кроме того, фактор усиления имеет не один, а два максимума, первый из которых связан с началом импульса. Такое поведение обусловлено существенной зависимостью оптической толщины ансамбля от частоты света. Сечение поглощения при  $\Delta = \gamma$  приблизительно в пять раз меньше резонансного сечения. Для такого излучения среда имеет оптическую толщину порядка единицы. С фронтами импульса связаны мгновенные изменения интенсивности излучения, что на спектральном языке соответствует появлению широкого спектра гармоник, среди которых есть резонансные. Именно они и определяют в значительной степени динамику рассеяния.

Наличие особенностей рассеяния нерезонансного излучения хорошо иллюстрирует также рис. 7, на котором показан частичный вклад в полную интенсивность третьего и четвертого порядков рассеяния. Явно видно наличие двух максимумов, второй из которых наблюдается после окончания импульса. По



**Рис. 7.** Временные зависимости частичного вклада в полную интенсивность рассеянного назад света. Поляризационная схема  $L \parallel L$ , оптическая толщина облака для резонансного излучения  $b = 5$ , отстройка частоты  $\Delta = 2\gamma$

мере увеличения порядка рассеяния положение максимумов смещается, изменяется также соотношение их амплитуд. Такое нетривиальное поведение вкладов различных порядков проявляется в том, что выход на одноэкспоненциальный распад послесвечения будет затянута по сравнению с резонансным пробным излучением. Заметим, что подобные особенности будут еще более значимы для опытов с оптически более плотной средой, когда существен вклад большого числа высоких порядков.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследовано нестационарное рассеяние пробного излучения оптически плотными неупорядоченными атомными системами. В отличие от всех предыдущих работ, посвященных исследованию динамики рассеяния, в данной статье основное внимание уделено исследованию интерференционных эффектов при многократном рассеянии, приводящих к эффекту когерентного обратного рассеяния. Основу теоретического анализа составляет диаграммная техника Константина – Переля – Келдыша для неравновесных систем. Корреляционные функции рассеянного света получены в виде рядов по числу актов некогерентного рассеяния. Процессы когерентного рассеяния, обуславливающие изменение свойств света между последовательными некогерентными рассеяниями, учитываются точно. Такой подход позволил получить общие соотношения, учитывающие всю сверхтонкую и зеемановскую структуру атомных уровней, движение атомов, их возможную поляризацию по угловому моменту, пространственную неоднородность рассеивающей среды и ее конечные размеры. Для интенсивности рассеянного света и фактора усиления в каждом порядке рассеяния получено явное аналитическое выражение, позволяющее рассчитать эти величины по известной одноатомной матрице плотности атомов, амплитуде одноатомного рассеяния и запаздывающей функции Грина фотонов. Усреднение по случайному расположению атомов и их скоростям в данной работе проводится методом Монте-Карло. Конкретные вычисления выполнены для ансамблей атомов рубидия-85, охлажденных в магнитооптических ловушках. Проанализирована временная зависимость полной интенсивности и фактора усиления обратного рассеяния от длительности импульса пробного света, типа поляризационной схемы наблюдений, от оптической толщины рассеивающей среды, несущей частоты импульса. Обнаружено частичное разделение во времени вкладов рассеяния разной кратности в послесвечение атомного облака, что может быть использовано для более детального исследования многократного рассеяния. Обнаружено также связанное с этим резкое возрастание относительной величины интерференционных эффектов после окончания импульса пробного излучения, выражающееся в существенном увеличении фактора усиления. Данный эффект может быть использован в экспериментах при исследовании когерентного обратного рассеяния, когда в стацио-

нарных условиях этот эффект по тем или иным причинам проявляется слабо.

Авторы выражают искреннюю признательность М. Хэви (M. Havey) и Д. В. Куприянову за многочисленные и полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-16172-а).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Функции Грина основного состояния свободных атомов могут быть найдены следующим образом:

$$iG_{m_1 m_2}^{(+ -)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) = \delta_{m_1 m_2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \times \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \frac{i}{\hbar} E_{m_1}(p)(t_1 - t_2)\right), \quad (A.1)$$

$$iG_{m_1 m_2}^{(- +)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) = \pm \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \rho_{m_1 m_2}\left(p, \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \times \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \frac{i}{\hbar} \frac{E_{m_1}(p) + E_{m_2}(p)}{2}(t_1 - t_2)\right). \quad (A.2)$$

Верхний знак соответствует бозонам, нижний — фермионам.

Точная функция Грина возбужденного состояния  $G_{m_1 m_2}^{(\sigma\sigma)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2)$  удовлетворяет следующему уравнению Дайсона:

$$\frac{1}{\sigma} \leftarrow \frac{2}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \leftarrow \frac{2}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \leftarrow \left[ \text{loop} \right] \leftarrow \frac{2}{\sigma}, \quad (A.3)$$

решение которого для двух возможных значений  $\sigma$  имеет вид

$$iG_{m_1 m_2}^{(- -)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) = \delta_{m_1 m_2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \theta(t_1 - t_2) \times \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \frac{i}{\hbar} E_{m_1}(p)(t_1 - t_2) - \frac{\gamma}{2}(t_1 - t_2)\right), \quad (A.4)$$

$$iG_{m_1 m_2}^{(+ +)}(\mathbf{r}_1 t_1, \mathbf{r}_2 t_2) = \delta_{m_1 m_2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \theta(t_2 - t_1) \times \\ \times \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathbf{p} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \frac{i}{\hbar} E_{m_1}(p)(t_1 - t_2) - \frac{\gamma}{2}(t_2 - t_1)\right). \quad (\text{A.5})$$

В соотношениях (A.1)–(A.5)

$$E_m(p) = \varepsilon_m + \frac{p^2}{2m_0}$$

— энергия атома в  $m$ -м состоянии, включая кинетическую энергию,  $\gamma$  — однородное уширение линии соответствующего оптического перехода,  $\mathbf{p}$  и  $m_0$  — импульс и масса атома,  $\theta$  — ступенчатая функция. Формулы (A.4) и (A.5) написаны в предположении, что можно ввести «быстрое»  $\tau = t_1 - t_2$  и «медленное»  $T = (t_1 + t_2)/2$  времена, причем на характерных интервалах времен  $t_1 - t_2$  функции Грина как функции «медленного» времени меняются мало. Кроме того, в последних двух формулах мы пренебрегли малым вкладом населенности возбужденного состояния.

### ПРИЛОЖЕНИЕ В

Входящие в выражения для корреляторов рассеянного света (12) и (19) функции  $X_{ji}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$  связаны с запаздывающей функцией Грина в среде соотношением

$$D_{ji}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = -\hbar X_{ji}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \frac{\exp(i\omega |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/c)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}. \quad (\text{B.1})$$

В условиях, когда поляризация среды меняется слабо на расстояниях порядка длины свободного пробега фотона, для этих функций можно получить явные аналитические выражения [35, 36]:

$$\begin{aligned} X_{11}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) &= \exp(i\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) \times \\ &\times (\cos \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - in_x \sin \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)), \\ X_{22}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) &= \exp(i\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) \times \\ &\times (\cos \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + in_x \sin \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)), \\ X_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) &= i \exp(i\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) \times \\ &\times \sin \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) (n_y + in_z), \\ X_{21}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) &= i \exp(i\Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) \times \\ &\times \sin \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) (n_y - in_z). \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \rho_0 \frac{2\pi\omega}{c} \int_{\mathbf{r}_2}^{\mathbf{r}_1} \chi(\mathbf{r}, \omega) ds, \\ \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \rho \frac{2\pi\omega}{c} \int_{\mathbf{r}_2}^{\mathbf{r}_1} \chi(\mathbf{r}, \omega) ds, \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

интегралы вычисляются вдоль луча, а  $\chi(\mathbf{r}, \omega)$  — диэлектрическая восприимчивость атомного ансамбля в данной точке неоднородной среды. Имеем

$$\chi(\mathbf{r}, \omega) = \sum_F \chi_{F_0 F}(\mathbf{r}, \omega), \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} \chi_{F_0 F}(\mathbf{r}, \omega) &= - \sum_{F_e} \frac{|d_{F_0 F}|^2}{3(2F_0 + 1)} \times \\ &\times \int \frac{d^3 p}{(2\pi\hbar)^3} \frac{f(\mathbf{p}, \mathbf{r})}{\hbar(\omega - \omega_{F F_0} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) + i\hbar\gamma/2}. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Здесь  $f(\mathbf{p}, \mathbf{r})$  — функция распределения в фазовом пространстве, соответствующем степеням свободы центров масс атомов,  $d_{F_0 F}$  — приведенный матричный элемент, а  $F_0$  и  $F$  — полные угловые моменты основного и возбужденного состояний. Соотношение (B.2) справедливо в системе координат с осью  $z$ , направленной вдоль вектора  $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ , при этом индексам 1 и 2 соответствуют значения  $x$  и  $y$ . Компоненты вектора  $\mathbf{n}$  выражаются через поляризационные компоненты атомной матрицы плотности  $\rho_{\kappa q}^{F_0}$  с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(\omega) = |\rho(\omega)| \exp(i\psi(\omega)), \\ \mathbf{n} &= \mathbf{n}(\omega) = \boldsymbol{\rho}(\omega)/\rho(\omega), \\ |\rho(\omega)|^2 \exp(2i\psi(\omega)) &= \rho_x^2(\omega) + \rho_y^2(\omega) + \rho_z^2(\omega), \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \rho_0(\omega) = 1 + C_2(\omega) \frac{\rho_{20}^{F_0}}{\sqrt{6}}, \\ \rho_x &= \rho_x(\omega) = C_2(\omega) \frac{\rho_{2-2}^{F_0} + \rho_{22}^{F_0}}{2}, \\ \rho_y &= \rho_y(\omega) = C_2(\omega) \frac{\rho_{2-2}^{F_0} - \rho_{22}^{F_0}}{2}, \\ \rho_z &= \rho_z(\omega) = C_1(\omega) \rho_{10}^{F_0}, \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

где

$$C_1(\omega) = \frac{1}{\chi(\mathbf{r}, \omega)} \times \sum_F (-)^{F+F_0} \frac{3}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ F_0 & F_0 & F \end{array} \right\} \times \chi_{F_0 F}(\mathbf{r}, \omega), \quad (\text{B.8})$$

$$C_2(\omega) = \frac{1}{\chi(\mathbf{r}, \omega)} \times \sum_F (-)^{F+F_0} 3 \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 2 \\ F_0 & F_0 & F \end{array} \right\} \chi_{F_0 F}(\mathbf{r}, \omega).$$

Фигурные скобки обозначают  $6j$ -символ. Поляризационные моменты матрицы плотности определены стандартным образом [37]:

$$\rho_{\kappa q}^{F_0} = \sqrt{\frac{2\kappa+1}{2F_0+1}} \sum_{n, n'} C_{F_0 n', \kappa q}^{F_0 n} \rho_{n' n}. \quad (\text{B.9})$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Кузьмин, В. П. Романов, УФН **166**, 247 (1996).
2. M. C. W. van Rossum and T. M. Nieuwenhuizen, Rev. Mod. Phys. **71**, 313 (1999).
3. POAN Research Group, ed., *New Aspects of Electromagnetic and Acoustic Wave Diffusion*, in *Springer Tracts Mod. Phys.*, Vol. 144, Springer-Verlag, New York (1998).
4. M. Janssen, *Fluctuations and Localization in Mesoscopic Electron Systems*, World Scientific, Singapore (2001).
5. J. Ishimaru and Y. Kuga, J. Opt. Soc. Amer. A **1**, 831 (1984).
6. P. E. Wolf and G. Maret, Phys. Rev. Lett. **55**, 2696 (1985).
7. А. А. Голубенцев, ЖЭТФ **86**, 47 (1984).
8. E. Akkermans, P. E. Wolf, and R. Maynard, Phys. Rev. Lett. **56**, 1471 (1986).
9. S. Etemad, R. Thompson, M. J. Andrejco et al., Phys. Rev. Lett. **59**, 1420 (1987).
10. M. J. Stephen and G. Cwilich, Phys. Rev. B **34**, 7564 (1986).
11. M. I. Mishchenko, J. M. Luck, and T. M. Nieuwenhuizen, J. Opt. Soc. Amer. A **17**, 888 (2000).
12. G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.-C. Bernard et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 5266 (1999).
13. P. Kulatunga, C. I. Sukenik, S. Balik et al., Phys. Rev. A **68**, 033816 (2003).
14. D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk et al., Nature **390**, 671 (1997).
15. A. A. Chabanov, M. Stoytchev, and A. Z. Genack, Nature **404**, 850 (2000).
16. T. Jonckheere, C. A. Müller, R. Kaiser et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 4269 (2000).
17. D. V. Kupriyanov, I. M. Sokolov, P. Kulatunga et al., Phys. Rev. A **67**, 013814 (2003).
18. G. Labeyrie, D. Delange, C. A. Müller et al., Phys. Rev. A **67**, 033814 (2003).
19. Д. В. Куприянов, Н. В. Ларионов, И. М. Соколов, Опт. и спектр. **96**, 812 (2004).
20. D. V. Kupriyanov, I. M. Sokolov, N. V. Larionov et al., Phys. Rev. A **69**, 033801 (2004).
21. C. T. Walker and D. Sesko, Phys. Rev. Lett. **64**, 408 (1990).
22. D. Sesko, T. Walker, and C. Wieman, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 946 (1991).
23. K. Ellinger, J. Cooper, and P. Zoller, Phys. Rev. A **49**, 3909 (1994).
24. G. Labeyrie, E. Vaujour, C. A. Müller et al., Phys. Rev. Lett. **91**, 223904 (2003).
25. N. N. Bezuglov, A. F. Molisch, A. Fioretti et al., Phys. Rev. A **68**, 063415 (2003).
26. G. Labeyrie, D. Delange, C. A. Müller et al., Opt. Comm. **243**, 157 (2004).
27. А. Е. Бульшев, Н. Г. Преображенский, А. Е. Суворов, УФН **156**, 153 (1998).
28. A. F. Molisch and B. P. Oehry, *Radiation Trapping in Atomic Vapours*, Clarendon Press, Oxford (1998).
29. M. P. van Albada, B. A. van Tiggelen, A. Lagendijk et al., Phys. Rev. Lett. **66**, 3132 (1991).
30. О. В. Константинов, В. И. Перель, ЖЭТФ **39**, 197 (1960).
31. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1515 (1964).
32. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
33. Л. А. Апресян, Ю. А. Кравцов, *Теория переноса излучения: Статистические и волновые аспекты*, Наука, Москва (1983).
34. В. Л. Кузьмин, Е. В. Алексеева, ЖЭТФ **123**, 929 (2003).
35. Д. В. Куприянов, И. М. Соколов, С. В. Субботин, ЖЭТФ **93**, 127 (1987).
36. Д. В. Куприянов, И. М. Соколов, С. В. Субботин, Опт. и спектр. **80**, 728 (1996).
37. Д. М. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский, *Квантовая теория углового момента*, Наука, Ленинград (1975).