

ПЛАЗМОННЫЙ МЕХАНИЗМ МАГНИТООСЦИЛЛЯЦИЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

*В. А. Волков, Э. Е. Тахтамиров**

*Институт радиотехники и электроники Российской академии наук
125009, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 18 октября 2006 г.

Развивается многоэлектронный подход к объяснению недавно обнаруженных магнитоосцилляций сопротивления в двумерных ($2D$) электронных системах под действием СВЧ-накачки [1] или сильного статического электрического поля [23]. Впервые учтено качественное изменение экранированного примесного потенциала в сильном электрическом поле. После перехода в систему покоя центра циклотронной орбиты примесный потенциал приобретает нестационарный характер и поэтому должен экранироваться динамическим образом. Это существенно изменяет картину примесного рассеяния в «чистой» двумерной системе: за возникновение диссипативного тока отвечают не одноэлектронные переходы между уровнями Ландау, а возбуждение двумерных магнитоплазмонов. В случае СВЧ-накачки каждый период осцилляций сопротивления по обратному магнитному полю формируется возбуждением соответствующей ветви магнитоплазмонов, а тонкая структура осцилляций — особенностями их плотности состояний. В «грязной» двумерной системе роль межэлектронного взаимодействия уменьшается, коллективные возбуждения перестают существовать и результаты переходят в известные, полученные в рамках одноэлектронного подхода.

PACS: 73.20.Mf, 73.43.Lp, 73.43.Qt, 73.50.Mx

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] было обнаружено, что сопротивление высококачественной двумерной системы в структурах GaAs/AlGaAs в магнитном поле под действием СВЧ-волны с частотой Ω осциллирует как функция отношения Ω/ω_c , где ω_c — циклотронная частота, см. также [2]. При увеличении мощности волны наблюдались состояния с нулевым сопротивлением [3, 4]. Эти наблюдения были подтверждены другими исследователями (см. обзор пионерских работ [5]) и вызвали поток статей с возможными объяснениями этого явления. Существуют два разных теоретических сценария эффекта. Оба являются одночастичными и могут приводить к абсолютной отрицательной проводимости. Первый связан с механизмом смещения электрона против электрического поля при примесном рассеянии [6–9]. Второй сценарий основан на индуцированной СВЧ-волной инверсии засе-

ленностей на высоких уровнях Ландау и в настоящее время считается доминирующим [10–12]. Предсказано, что система с абсолютным отрицательным сопротивлением неустойчива и распадается на домены, что должно проявляться в виде интервалов с нулевым сопротивлением при развертке магнитного поля [13]. Оба сценария объясняют большинство основных экспериментальных фактов, но удовлетворительного понимания ряда обнаруженных эффектов до сих пор достичь не удалось, что стимулирует поиск новых механизмов.

Развиваемый ниже подход укладывается в рамки первого сценария, но существенную роль в нем играет электрон-электронное ($e-e$) взаимодействие, самое очевидное следствие которого — экранирование примесного потенциала $2D$ -электронами. На первый взгляд кажется, что его учет не может качественно изменить результаты [6–8], как, например, в теории взаимодействующего двумерного электронного газа в слабых магнитных полях [14], где экранирование количественно уменьшает эффективное взаимодей-

*E-mail: takhlam@mail.cplire.ru

ствие электронов на верхнем частично заполненном уровне Ландау и приводит к качественно важному выводу о возможности рассмотрения состояний на других уровнях Ландау как малого возмущения. Но это не так.

Сначала рассмотрим простой пример, демонстрирующий, что экранирование даже статического примесного потенциала в электронной системе, помещенной в однородные скрещенные статические магнитное и электрическое поля, определяется динамическими характеристиками этой системы. Двумерные электроны в поперечном магнитном поле $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$ и продольном электрическом поле $\mathbf{F} = (F_x, F_y, 0)$ вращаются по циклотронной орбите, центр которой смещается с дрейфовой скоростью $\mathbf{v}_{drift} = c[\mathbf{F} \times \mathbf{B}]/B^2$, где c — скорость света в вакууме. Это приводит к доплеровскому сдвигу частоты ω как аргумента электронной диэлектрической функции, определяющей экранирование внешнего потенциала: $\varepsilon(q, \omega - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_{drift})$, где \mathbf{q} — волновой вектор. Так, экранирование статического внешнего неоднородного электрического поля (например, примесного) определяется функцией $\varepsilon(q, -\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_{drift})$. Эта функция имеет нули при вещественных значениях волнового вектора, а соответствующие фурье-компоненты внешнего поля резко усиливаются, ибо они пропорциональны $\varepsilon^{-1}(q, -\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}_{drift})$. Таким образом, экранирование является сингулярным, нелинейным по электрическому полю \mathbf{F} и динамическим, поскольку оно вызвано временной дисперсией диэлектрической проницаемости. Поэтому для описания процессов рассеяния электронов на примесях, экранированных такой динамической диэлектрической проницаемостью, в квантующем магнитном и постоянном электрическом полях нельзя напрямую использовать известные результаты [15–17], разработанные без учета такой экранировки.

Аналогичный вывод о сингулярном и динамическом характере экранирования примеси можно сделать в случае действия переменного однородного электрического поля волны. Для этого удобно перейти в систему отсчета, которая в любой момент времени t совпадает с мгновенным положением классического центра циклотронной орбиты [18–20]. Гамильтониан гармонического осциллятора в такой системе отсчета не содержит информации об однородной волне, поэтому иногда такую систему называют системой покоя волны. Впервые такое преобразование для гамильтониана Дирака без магнитного поля было введено в работах [21, 22], а для уравнения Шредингера в магнитном поле — в работе [20]. Важно,

что такое преобразование, осуществляемое при помощи унитарного оператора $S = S(t)$, является однородным. В новой системе отсчета положение каждой примеси зависит от времени, т. е. исходно статический неэкранированный примесный потенциал $\phi_0(\mathbf{r})$ становится динамическим: $\tilde{\phi}_0(\mathbf{r}, t) = S^\dagger \phi_0(\mathbf{r}) S$. Здесь и далее преобразованные величины будем помечать знаком тильды. Пространственно-временная фурье-компонента экранированного примесного потенциала определяется обычным образом:

$$\tilde{\phi}(\mathbf{q}, \omega) = \varepsilon^{-1}(q, \omega) \tilde{\phi}_0(\mathbf{q}, \omega).$$

Мы используем один и тот же символ как для функции, так и для ее фурье-образа, явно указывая соответствующий аргумент. При выполнении условия $\varepsilon(q, \omega) = 0$, которое отвечает возбуждению магнитоплазмонов с законом дисперсии $\omega = \omega_P(q)$, соответствующая фурье-компонента экранированного примесного потенциала расходится, что иллюстрирует качественное изменение экранировки под действием СВЧ-волны. Прямое использование формул типа золотого правила квантовой механики для описания рассеяния на таком экранированном потенциале приводит к бессмысленным выражениям, содержащим квадрат δ -функции Дирака. В связи с этим необходим иной аппарат.

В работе строится вариант нелинейной квантовой теории электропроводности двумерной электронно-примесной системы в сильных скрещенных магнитном и электрическом полях при больших факторах заполнения уровней Ландау в приближении хаотических фаз с использованием квантового кинетического уравнения. Считается, что однородное электрическое поле сильно и может зависеть от времени. Диссипативная магнитопроводимость обусловлена рассеянием электронов на примесях, что рассматривается в рамках низшего порядка теории возмущений с учетом переходов лишь между уровнями Ландау. Впервые учитывается, что СВЧ-накачка, возбуждая двумерными магнитоплазмонами, качественно перенормирует рассеивающий примесный потенциал. Это существенно изменяет картину примесного рассеяния в «чистой» двумерной системе: за фототок ответственны не одноэлектронные переходы между уровнями Ландау, как считалось ранее, а возбуждение двумерных магнитоплазмонов. Предсказывается, что в очень «чистой» системе магнитополевая зависимость фотосопротивления будет отражать тонкую структуру плотности состояний магнитоплазмонов. В случае, когда межэлектронным взаимодействием можно пренебречь,

результаты переходят в известные, полученные в рамках одноэлектронного подхода [6–8].

Теория применима и в отсутствие СВЧ-поля, когда накачка осуществляется сильным статическим электрическим полем. Упомянем о результатах эксперимента [23], где в структурах GaAs/AlGaAs, подобных использовавшимся в работе [1], в условиях сильного постоянного холловского тока \mathcal{I} в слабом магнитном поле были обнаружены осцилляции нелинейного сопротивления, см. также [24, 25]. Эти осцилляции были периодичны или почти периодичны по \mathcal{I}/B и слабо зависели от температуры в интервале 0.3–4.2 К. Используя одноэлектронный подход, развитый в работах [15–17], авторам работы [23] удалось объяснить период осцилляций в терминах зинеровского туннелирования электронов между наклонными в электрическом поле уровнями Ландау при рассеянии на короткодействующем примесном потенциале. В рамках этого предположения проводимость имеет m -й максимум, когда длина туннелирования $m\hbar\omega_c/(eF_{DC})$ между M -м и $(M+m)$ -м уровнями Ландау равна диаметру циклотронной орбиты $2R_c = 2v_F/\omega_c$, где v_F — скорость Ферми. Интересное обобщение зинеровского механизма, обнаруженного в работе [23], на случай мощной СВЧ-накачки было получено в работах [26, 27]. Мы покажем, что многочастичный подход в приближении хаотических фаз дает результаты, для условий эксперимента [23] близкие к результатам одноэлектронной теории.

Работа построена следующим образом. Раздел 2 носит справочный характер и посвящен введению упомянутого выше оператора S . В разд. 3 выведена система уравнений, включающая уравнение для матрицы плотности и уравнение Пуассона в системе покоя волны. Проблема действующего на электроны поля с учетом отражения волны от двумерной системы рассмотрена в разд. 4. Выведенные в разд. 3 уравнения с учетом действующего поля из разд. 4 решаются в разд. 5 с помощью преобразования Лапласа и метода итераций. Общее выражение для выпрямленного тока выводится и кратко анализируется в разд. 6. В разд. 7 представлено решение упомянутой выше задачи, отвечающей условиям эксперимента [23], об осцилляциях сопротивления в сильном статическом электрическом поле, но без СВЧ-накачки. Раздел 8 посвящен детальному анализу выражения для фототока в системе в СВЧ-поле. Раздел 9 содержит обсуждение результатов и выводы.

Краткое изложение полученных результатов было опубликовано в работе [28].

2. ПЕРЕХОД В СИСТЕМУ ПОКОЯ ВОЛНЫ

Рассмотрим гамильтониан H_0 двумерного электрона с зарядом $-e < 0$ изотропной зоны проводимости с эффективной массой m^* в квантующем магнитном поле $B = B_z$ и переменном однородном достаточно слабом продольном электрическом поле

$$\mathbf{F}(t) = (F_x(t), F_y(t)).$$

Будем пренебрегать спин-орбитальным взаимодействием и зеемановским расщеплением. В калибровке Ландау

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} Bx \right)^2 + e\mathbf{F}(t)\mathbf{r}, \quad (1)$$

где $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ — оператор двумерного импульса. Гамильтониан (1) является очень простым объектом с точки зрения [19], где рассмотрен случай n -мерного осциллятора с переменной частотой в однородных переменных электрическом и магнитном полях. Для нас важно, что существует унитарное преобразование $\Psi = S\Phi$, такое, что уравнение Шредингера

$$H_0\Psi = i\hbar\partial\Psi/\partial t \quad (2)$$

преобразуется в уравнение

$$\tilde{H}_0\Phi = i\hbar\partial\Phi/\partial t, \quad (3)$$

гамильтониан которого от времени не зависит:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 &= S^+ H_0 S - i\hbar S^+ \frac{\partial S}{\partial t} = \\ &= \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} Bx \right)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Собственные значения (двукратно вырожденные по спину) и нормированные собственные функции, отвечающие гамильтониану (4), имеют теперь обычный вид:

$$E_{M,k} = \hbar|\omega_c| \left(M + \frac{1}{2} \right), \quad (5)$$

$$\langle \mathbf{r} | M, k \rangle = L_y^{-1/2} e^{iky} \psi_M(x\lambda^{-1} + k\lambda \text{sign}\omega_c), \quad (6)$$

где $M = 0, 1, 2, \dots$ — номер уровня Ландау, $\lambda = \sqrt{\hbar c / (e|B|)}$ — магнитная длина, ψ_M — M -я нормированная функция Эрмита, L_x и L_y определяют размеры двумерной системы. В окончательных выражениях мы положим $L_x, L_y, N \rightarrow \infty$, где N — количество электронов в системе, так что двумерная концентрация $N_s = N(L_x L_y)^{-1}$ конечна.

Оператор S можно легко найти, используя лишь результаты рассмотрения одномерного осциллятора под действием переменной силы [18, 20], при помощи последовательного исключения x - и y -компонент внешнего поля. Первое преобразование $\Psi_1 = S_1\Psi$ исключает x -компоненту внешнего поля, $H_{01}\Psi_1 = i\hbar\partial\Psi_1/\partial t$, где

$$H_{01} = \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} Bx \right)^2 + eF_y(t) (y - y_1(t)). \quad (7)$$

Унитарный оператор имеет вид

$$S_1 = \exp \left(i \frac{m^*}{\hbar} \dot{\eta}_1 (x - \eta_1) + i\sigma_1 \right) \exp \left(-i \frac{p_x}{\hbar} \eta_1 \right), \quad (8)$$

где $\dot{\eta}_1 \equiv \partial\eta_1/\partial t$. Функция $\eta_1 = \eta_1(t)$ является решением классического уравнения

$$\ddot{\eta}_1 + \omega_c^2 \eta_1 + \frac{e}{m^*} F_x = 0, \quad (9)$$

а оператор $\sigma_1 = \sigma_1(t)$ определяются выражением

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1 &= \\ &= \hbar^{-1} \left(\frac{1}{2} m^* \dot{\eta}_1^2 - \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \eta_1^2 - p_y \omega_c \eta_1 - e F_x \eta_1 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Функция $y_1(t)$, фигурирующая в формуле (7):

$$y_1(t) = y - S_1^+ y S_1 = -\omega_c \int_{-\infty}^t \eta_1(t') dt'. \quad (11)$$

Фазовое преобразование $\Psi_2 = S_2\Psi_1$, где

$$S_2 = \exp \left(i \frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^t F_y(t') y_1(t') dt' \right), \quad (12)$$

исключает из (7) слагаемое, пропорциональное $y_1(t)$, так что теперь мы имеем $H_{02}\Psi_2 = i\hbar\partial\Psi_2/\partial t$, где

$$H_{02} = \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} Bx \right)^2 + eF_y(t)y. \quad (13)$$

Далее, калибровочное преобразование $\Psi_3 = S_3\Psi_2$,

$$S_3 = \exp \left(-i \frac{m^* \omega_c}{\hbar} xy \right), \quad (14)$$

приводит к уравнению $H_{03}\Psi_3 = i\hbar\partial\Psi_3/\partial t$ с гамильтонианом

$$H_{03} = \frac{p_y^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(p_x - \frac{e}{c} By \right)^2 + eF_y(t)y. \quad (15)$$

Теперь y -компонента внешнего электрического поля исключается при помощи преобразования $\Psi_4 = S_4\Psi_3$, где оператор S_4 получается из S_1 заменами $x \leftrightarrow y$ и $p_x \leftrightarrow p_y$ с изменением знака ω_c :

$$S_4 = \exp \left(i \frac{m^*}{\hbar} \dot{\eta}_2 (y - \eta_2) + i\sigma_2 \right) \exp \left(-i \frac{p_y}{\hbar} \eta_2 \right), \quad (16)$$

$$\ddot{\eta}_2 + \omega_c^2 \eta_2 + \frac{e}{m^*} F_y = 0, \quad (17)$$

$\dot{\sigma}_2 =$

$$= \hbar^{-1} \left(\frac{1}{2} m^* \dot{\eta}_2^2 - \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \eta_2^2 + p_x \omega_c \eta_2 - e F_y \eta_2 \right). \quad (18)$$

В случае периодического внешнего поля на решения (9) и (17) накладывается условие периодичности с периодом, определяемым периодом $\mathbf{F}(t)$. При желании можно провести калибровочное преобразование $\Phi = S_3^+ \Psi_4$, приводящее к уравнению Шредингера (3) с гамильтонианом (4) в исходной калибровке векторного потенциала. Таким образом,

$$S = S_3^+ S_4 S_3 S_2 S_1. \quad (19)$$

Мы рассмотрели уравнение Шредингера и унитарное преобразование, исключающее внешнее электрическое поле лишь для одного электрона. Для того чтобы понять, как подобное преобразование, действующее на многоэлектронный гамильтониан, изменит e - e -взаимодействие, рассмотрим преобразование координаты,

$$\tilde{\mathbf{r}} = S^+ \mathbf{r} S = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t), \quad (20)$$

которое оказывается однородным. В формуле (20) $\mathbf{r}_0(t) = (x_0(t), y_0(t))$ — классические координаты центра двумерного осциллятора в электрическом поле:

$$x_0(t) = -\eta_1(t) + \omega_c \int_{-\infty}^t \eta_2(t') dt', \quad (21)$$

$$y_0(t) = -\eta_2(t) - \omega_c \int_{-\infty}^t \eta_1(t') dt'. \quad (22)$$

Поэтому унитарное преобразование многоэлектронного гамильтониана, исключающее внешнее однородное электрическое поле, произвольным образом зависящее от времени, оставляет в трансляционно инвариантной системе e - e -взаимодействие без изменения. В этой работе мы учтем лишь одно из следствий e - e -взаимодействия — экранирование примесного потенциала, которое рассмотрим в рамках приближения хаотических фаз.

3. ВКЛЮЧЕНИЕ ПРИМЕСЕЙ И КВАНТОВОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

В термодинамическом равновесии систему без примесей можно описать при помощи одночастичной матрицы плотности $\tilde{\rho}^{(0)}$ в базисе (6):

$$\tilde{\rho}_{M,k;M',k'}^{(0)} = 2N^{-1} f_M \delta_{M,M'} \delta_{k,k'}. \quad (23)$$

Мы учли двукратное вырождение по спину, $\text{Tr} \tilde{\rho}^{(0)} = 1$, а $\delta_{a,b}$ — символ Кронекера и f_M — фермиевская функция. При этом в лабораторной системе отсчета матрица плотности имеет вид $\rho^{(0)}(t) = S \tilde{\rho}^{(0)} S^+$. При наличии примесей матрица плотности $\tilde{\rho}$ будет отличаться от (23). Мы предполагаем, что $\tilde{\rho}$ через достаточно большой промежуток времени после включения полей не будет зависеть от способа включения этих полей. Пусть в системе имеются примеси, в неэкранированном поле которых электрон имел бы потенциальную энергию $V_0(\mathbf{r})\Theta(t)$, где функция Хэвисайда $\Theta(t)$ отражает процесс включения примесного поля. Рассматриваемая система будет характеризоваться одночастичным гамильтонианом в лабораторной системе отсчета: $H = H_0 + V(\mathbf{r}, t)$, где $V(\mathbf{r}, t)$ — потенциальная энергия электрона в поле экранированных примесей — пока не определена. Унитарное преобразование, исключавшее из беспримесной системы внешнее электрическое поле, преобразует одночастичный гамильтониан, который будет иметь вид $\tilde{H} = \tilde{H}_0 + \tilde{V}(\mathbf{r}, t)$, где $\tilde{V}(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t), t)$, см. (20).

Как уже указывалось во Введении, используемое унитарное преобразование можно интерпретировать как переход в систему покоя волны — движущуюся систему отсчета, связанную с центром осциллятора. При этом, если в лабораторной системе отсчета примеси покоились, в системе покоя волны их положение определяется зависящим от времени радиус-вектором $\mathbf{r}_0(t)$. Для неэкранированного электроном поля последнее утверждение означает, что

$$\tilde{V}_0(\mathbf{r}, t) = V_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)); \quad (24)$$

выражение же для $\tilde{V}(\mathbf{r}, t)$ будет получено ниже.

В силу унитарности указанного преобразования средняя плотность тока в системе при наличии примесей

$$\mathbf{j} = -eN_s \text{Tr}(\tilde{\rho} \tilde{\mathbf{v}}), \quad (25)$$

где $\tilde{\mathbf{v}}$ — оператор скорости в системе покоя волны,

$$\tilde{\mathbf{v}} = S^+ \mathbf{v} S = \dot{\tilde{\mathbf{r}}} + i\hbar^{-1} [\tilde{H}, \tilde{\mathbf{r}}], \quad (26)$$

а $\mathbf{v} = i\hbar^{-1} [H, \mathbf{r}]$. В явном виде

$$\tilde{v}_x = \frac{p_x}{m^*} + \dot{\eta}_1 - \omega_c \eta_2, \quad (27)$$

$$\tilde{v}_y = \frac{p_y}{m^*} + \omega_c x + \dot{\eta}_2 + \omega_c \eta_1. \quad (28)$$

Матричные элементы оператора скорости имеют вид

$$\langle M, k | \tilde{v}_x | M', k' \rangle = -\dot{x}_0(t) \delta_{M,M'} \delta_{k,k'} + \frac{|\omega_c| \lambda \delta_{k,k'}}{i\sqrt{2}} \left(\sqrt{M+1} \delta_{M+1, M'} - \sqrt{M} \delta_{M-1, M'} \right), \quad (29)$$

$$\langle M, k | \tilde{v}_y | M', k' \rangle = -\dot{y}_0(t) \delta_{M,M'} \delta_{k,k'} + \frac{\omega_c \lambda \delta_{k,k'}}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{M+1} \delta_{M+1, M'} + \sqrt{M} \delta_{M-1, M'} \right). \quad (30)$$

Используя рекуррентные соотношения для функций Эрмита,

$$\begin{aligned} \sqrt{2(M+1)} \psi_{M+1} \left(\frac{x}{\lambda} \right) &= \left(\frac{x}{\lambda} - \lambda \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi_M \left(\frac{x}{\lambda} \right), \\ \sqrt{2M} \psi_{M-1} \left(\frac{x}{\lambda} \right) &= \left(\frac{x}{\lambda} + \lambda \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi_M \left(\frac{x}{\lambda} \right), \end{aligned} \quad (31)$$

найдем $j^-(t) = j_y(t) + ij_x(t)$:

$$\begin{aligned} j^-(t) &= -eN_s \left(\omega_c + i \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\eta_1(t) - i\eta_2(t) \right) - \\ &- eN_s \omega_c \lambda \sum_{M,k} \sqrt{2(M+1)} \tilde{\rho}_{M+1,k;M,k}^{(\text{sign}\omega_c)}(t), \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$\rho^{(+)} = \rho, \quad \rho^{(-)} = \rho^*, \quad (33)$$

а звездочка означает комплексное сопряжение.

Матрица плотности находится из квантового кинетического уравнения,

$$i\hbar \partial \tilde{\rho} / \partial t = [\tilde{H}, \tilde{\rho}], \quad (34)$$

при начальном условии (23). В уравнении (34) фигурируют две неизвестные величины: сама матрица плотности $\tilde{\rho}$, а также потенциальная энергия электрона \tilde{V} в экранированном поле примесей:

$$\tilde{V}(\mathbf{r}, t) = \tilde{V}_0(\mathbf{r}, t) \Theta(t) + \tilde{V}_{ind}(\mathbf{r}, t), \quad (35)$$

где \tilde{V}_{ind} — потенциальная энергия электрона в поле индуцированного заряда. Она связана с изменением матрицы плотности $\delta \tilde{\rho} = \tilde{\rho} - \tilde{\rho}^{(0)}$ уравнением Пуассона (инвариантным относительно однородного

преобразования координат), которое для двумерной системы эквивалентно уравнению

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{ind}(\mathbf{q}, t) &= \\ &= V_{ee}(q) \sum_{\nu, \nu'} N \delta \tilde{\rho}_{\nu, \nu'}(\mathbf{q}, t) \langle \nu' | e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | \nu \rangle, \end{aligned} \quad (36)$$

где $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$ — двумерный волновой вектор; индексы ν определяют наборы (M, k) индексов базисных функций (6); $V_{ee}(q)$ есть преобразование Фурье потенциальной энергии межэлектронного взаимодействия: для двумерного газа в среде с решеточной диэлектрической проницаемостью κ_s имеем $V_{ee}(q) = 2\pi e^2 / (\kappa_s q)$. Итак, задача сводится к решению системы уравнений (34), (35) и (36).

4. ДЕЙСТВУЮЩЕЕ ПОЛЕ

Мы приведем связь эффективного электрического поля волны, действующего на электроны системы, с падающим полем. Такая связь была впервые получена в работе [29]. Рассмотрим лишь следующий простой случай: двумерный электронный газ лежит в плоскости $z = 0$ на границе раздела двух сред, обладающих показателями преломления $n_0 = \sqrt{\kappa(z)}|_{z < 0}$ и $n_s = \sqrt{\kappa(z)}|_{z > 0}$. На систему по нормали падает плоская электромагнитная волна частоты Ω . Волновое уравнение для электрического поля \mathbf{E} имеет вид

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + \frac{\Omega^2}{c^2} \kappa(z) \mathbf{E} = \frac{4\pi i}{c^2} \Omega \delta(z) \hat{\Sigma} \mathbf{E}, \quad (37)$$

где $\delta(z)$ — δ -функция Дирака, а компоненты тензора проводимости $\hat{\Sigma} = \hat{\Sigma}(\Omega)$ двумерного электронного газа в магнитном поле имеют вид

$$\Sigma_{xx} = \Sigma_{yy} = \frac{ie^2 N_s \Omega}{m^* (\omega_c^2 - \Omega^2)}, \quad (38)$$

$$\Sigma_{xy} = -\Sigma_{yx} = -\frac{e^2 N_s \omega_c}{m^* (\omega_c^2 - \Omega^2)}. \quad (39)$$

Электрическое поле при $z < 0$ складывается из полей падающей (i) и отраженной (r) волн:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z, t)|_{z < 0} &= \mathbf{E}^{(i)} \exp(i\Omega t - iq_0 z) + \\ &+ \mathbf{E}^{(r)} \exp(i\Omega t + iq_0 z), \end{aligned} \quad (40)$$

где $q_0 = n_0 \Omega / c$. Электрическое поле при $z > 0$ определяет прошедшую волну:

$$\mathbf{E}(z, t)|_{z > 0} = \mathbf{W} \exp(i\Omega t - iq_s z), \quad (41)$$

где $q_s = n_s \Omega / c$. Из граничных условий на \mathbf{E} и $\partial \mathbf{E} / \partial z$ при $z = \pm 0$, которые выводятся из формулы (37), получается связь комплексных амплитуд $\mathbf{E}^{(i)}$ и \mathbf{W} (последняя равна амплитуде действующего на двумерные электроны поля). Если ввести обозначения $E_{\pm} \equiv E_x \pm iE_y$, с которыми удобно работать в случае круговой поляризации излучения, то

$$W_{\pm} = \frac{E_{\pm}^{(i)}}{\bar{n} - i\Gamma (\Omega \mp \omega_c)^{-1}}, \quad (42)$$

где $\bar{n} = (n_0 + n_s) / (2n_0)$, а $\Gamma = 2\pi e^2 N_s / (n_0 m^* c)$. Оценим Γ для параметров $n_0 = 1$, $N_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $m^* = 0.61 \cdot 10^{-28} \text{ г (GaAs)}$. Тогда $\Gamma = 2.4 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$; такому значению циклотронной частоты ($\omega_c = \Gamma$) отвечает магнитное поле $B \approx 0.1 \text{ Тл}$, которое является типичным в условиях эксперимента [1, 3, 4]. На этой оценке основано утверждение о важности учета запаздывания электромагнитного взаимодействия при вычислении магнитоосцилляций сопротивления [30].

Пусть помимо поля волны на электроны действует однородное тянущее поле F_{DC} :

$$F_x(t) = F_{DC} + [W_x e^{i\Omega t} + \text{c.c.}], \quad (43)$$

$$F_y(t) = W_y e^{i\Omega t} + \text{c.c.} \quad (44)$$

Определяя холловскую скорость $v_H = cF_{DC} / B$, получим из (9) и (17) с учетом условий периодичности решений

$$\eta_1(t) = -\frac{v_H}{\omega_c} + \left[\frac{eW_x e^{i\Omega t}}{m^* (\Omega^2 - \omega_c^2)} + \text{c.c.} \right], \quad (45)$$

$$\eta_2(t) = \frac{eW_y e^{i\Omega t}}{m^* (\Omega^2 - \omega_c^2)} + \text{c.c.} \quad (46)$$

Тогда комплексная плотность тока (в отсутствие примесей) задается выражением

$$\begin{aligned} j_0^-(t) &= -eN_s \left(\omega_c + i \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\eta_1(t) - i\eta_2(t) \right) = \\ &= eN_s \left(v_H + \frac{eW_- e^{i\Omega t}}{m^* (\Omega + \omega_c)} - \frac{eW_+^* e^{-i\Omega t}}{m^* (\Omega - \omega_c)} \right). \end{aligned} \quad (47)$$

Используя соотношение (42), получим из формулы (47)

$$\begin{aligned} j_0^- &= eN_s v_H + \frac{e^2 N_s}{m^*} \times \\ &\times \left[\frac{E_-^{(i)} e^{i\Omega t}}{\bar{n} (\Omega + \omega_c) - i\Gamma} - \frac{E_+^{(i)*} e^{-i\Omega t}}{\bar{n} (\Omega - \omega_c) + i\Gamma} \right]. \end{aligned} \quad (48)$$

Отсюда видно, что даже для беспримесной системы плотность тока конечна при $\omega_c = \pm\Omega$.

Подчеркнем, что мы учитываем запаздывание электромагнитного взаимодействия только при рассмотрении действующего на электроны системы однородного переменного электрического поля волны. Последовательный учет конечности скорости света, при котором приходится отказаться от использования уравнения Пуассона (36), будет сделан в другом месте.

5. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Здесь мы займемся решением системы уравнений (34), (35) и (36). Будем оперировать преобразованиями Лапласа \mathcal{L}_s нужных нам величин:

$$\mathcal{L}_s [f(t)] \equiv \int_0^{+\infty} f(t) \exp(-st) dt, \quad (49)$$

что удобно при нашем способе включения возмущения [31] (см. также [16, 17]). Определим матричные элементы:

$$g_{\nu,\nu'}(s) = s\mathcal{L}_s [\tilde{\rho}(t)]_{\nu,\nu'} - \tilde{\rho}_{\nu,\nu'}^{(0)} \delta_{\nu,\nu'}, \quad (50)$$

для нахождения которых из (34) мы получим точное уравнение:

$$g_{\nu,\nu'}(s) (E_{\nu'} - E_{\nu} + i\hbar s) = s\mathcal{L}_s [\tilde{V}\tilde{\rho} - \tilde{\rho}\tilde{V}]_{\nu,\nu'}. \quad (51)$$

Мы будем искать среднее по времени значение $j^- = j^-(t)$:

$$\langle j^- \rangle_t = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T j^- dt = \lim_{s \rightarrow +0} s\mathcal{L}_s [j^-]. \quad (52)$$

Поэтому

$$\langle j^- \rangle_t = eN_s v_H - eN_s \omega_c \lambda \lim_{s \rightarrow +0} G^{(\text{sign}\omega_c)}(s), \quad (53)$$

где

$$G^{(+)}(s) = G(s), \quad G^{(-)}(s) = G^*(s), \quad (54)$$

$$G(s) = \sum_{M,k} \sqrt{2(M+1)} g_{M+1,k;M,k}(s). \quad (55)$$

Задачу будем решать итерациями, полагая $V_0(\mathbf{r})$ малым возмущением, так что справедливо равенство

$$\tilde{\rho} = \tilde{\rho}^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \delta\tilde{\rho}^{(n)}, \quad (56)$$

где $\delta\tilde{\rho}^{(n)}$ — поправка n -го порядка по возмущению. Итерации будем проводить до нижнего дающего вклад в ток порядка.

Делая первую итерацию, из формулы (51) получим поправку первого порядка:

$$g_{\nu,\nu'}^{(1)}(s) = \frac{s\mathcal{L}_s [\tilde{V}_{\nu,\nu'}] (\tilde{\rho}_{\nu',\nu'}^{(0)} - \tilde{\rho}_{\nu,\nu}^{(0)})}{E_{\nu'} - E_{\nu} + i\hbar s}. \quad (57)$$

Используя в лаплас-преобразованном уравнении (36) приближение $s\mathcal{L}_s [\delta\tilde{\rho}]_{\nu,\nu'} \approx g_{\nu,\nu'}^{(1)}(s)$ и учитывая (35), получим естественный результат теории линейного отклика:

$$\mathcal{L}_s [\tilde{V}(\mathbf{q}, t)] = \mathcal{L}_s [\tilde{V}_0(\mathbf{q}, t)] \varepsilon^{-1}(q, is), \quad (58)$$

где, как следует из формулы (24),

$$\tilde{V}_0(\mathbf{q}, t) = V_0(\mathbf{q}) \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_0(t)). \quad (59)$$

Диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon(q, is) = 1 + \frac{V_{ee}(q)}{\pi\hbar\lambda^2} \sum_{M,M'} \frac{(f_M - f_{M'}) I_{M,M'}(q)}{|\omega_c| (M' - M) + is}, \quad (60)$$

где двойное суммирование проводится по всем уровням Ландау,

$$I_{M,M'}(q) = |\langle M, 0 | e^{iq_x x} | M', q_y \rangle|^2 = \frac{\bar{M}!}{(\bar{M} + m)!} \times \left(\frac{q^2 \lambda^2}{2} \right)^m e^{-q^2 \lambda^2 / 2} \left[L_M^m \left(\frac{q^2 \lambda^2}{2} \right) \right]^2, \quad (61)$$

$\bar{M} = \min(M, M')$, $m = |M - M'|$, а L_M^m — обобщенный полином Лагерра. Из формул (21), (22), (45) и (46) получим

$$x_0(t) = \frac{v_H}{\omega_c} + X e^{i\Omega t} + X^* e^{-i\Omega t}, \quad (62)$$

$$y_0(t) = v_H t + Y e^{i\Omega t} + Y^* e^{-i\Omega t}, \quad (63)$$

где

$$X = \frac{e(\Omega W_x + i\omega_c W_y)}{m^* \Omega (\omega_c^2 - \Omega^2)}, \quad (64)$$

$$Y = \frac{e(\Omega W_y - i\omega_c W_x)}{m^* \Omega (\omega_c^2 - \Omega^2)}. \quad (65)$$

Конечность X и Y при $\omega_c = \pm\Omega$ легко показывается с использованием формулы (42). Далее,

$$\mathcal{L}_s [\tilde{V}_0(\mathbf{q}, t)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{A_n(\mathbf{q}) V_0(\mathbf{q})}{iq_y v_H - in\Omega + s}, \quad (66)$$

где

$$A_n(\mathbf{q}) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-i \frac{q_x v_H}{\omega_c}\right) \times \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left(-i [(q_x X + q_y Y) e^{i\xi} + c.c.] - in\xi\right) d\xi, \quad (67)$$

причем $A_{-n}(-\mathbf{q}) = A_n^*(\mathbf{q})$, и $|A_n(\mathbf{q})| = |J_n(Q)|$; J_n — функция Бесселя,

$$Q = 2|q_x X + q_y Y|. \quad (68)$$

Обратное преобразование Лапласа правой части формулы (58) дает потенциальную энергию электрона в поле экранированных примесей, входящую в гамильтониан \tilde{H} (в системе покоя волны). Ее явный вид нам в дальнейшем не понадобится.

Собираем полученное:

$$g_{\nu,\nu'}^{(1)}(s) = \frac{s(L_x L_y)^{-1}}{E_{\nu'} - E_{\nu} + i\hbar s} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{V_0(\mathbf{q})}{\varepsilon(q, is)} \times \frac{A_n(\mathbf{q}) \langle \nu | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} | \nu' \rangle (\tilde{\rho}_{\nu',\nu'}^{(0)} - \tilde{\rho}_{\nu,\nu}^{(0)})}{iq_y v_H - in\Omega + s}. \quad (69)$$

Поправка первого порядка (69) не дает прямого вклада в ток из-за суммирования в (55) по всем k , условия (23) и ортогональности базисных функций. Этот же результат получается, если усреднять ток по всем конфигурациям случайно расположенных примесей и воспользоваться тем, что такое среднее $\overline{V_0(\mathbf{q})} = 0$, см. [16, 17].

Сделаем следующий шаг. Вторая итерация с использованием (51) дает $g^{(2)}(s)$:

$$g_{\nu,\nu'}^{(2)}(s) = \frac{s\mathcal{L}_s [\tilde{V}\delta\tilde{\rho}^{(1)} - \delta\tilde{\rho}^{(1)}\tilde{V}]_{\nu,\nu'}}{E_{\nu'} - E_{\nu} + i\hbar s}. \quad (70)$$

Лаплас-преобразование произведения двух функций есть свертка лаплас-преобразований этих функций [32]. Например,

$$\mathcal{L}_s [\tilde{V}\delta\tilde{\rho}^{(1)}] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \mathcal{L}_{s-s'} [\tilde{V}] \mathcal{L}_{s'} [\delta\tilde{\rho}^{(1)}] ds' = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \mathcal{L}_{s'} [\tilde{V}] \mathcal{L}_{s-s'} [\delta\tilde{\rho}^{(1)}] ds', \quad (71)$$

где $0 < \alpha < s$ и мы учли, что из физических соображений абсцисса сходимости преобразований Лапласа функций $\tilde{\rho}(t)$ и $\tilde{V}(\mathbf{r}, t)$ должна равняться нулю

(т.е. величины $\tilde{\rho}(t)$ и $\tilde{V}(\mathbf{r}, t)$, по крайней мере, не растут экспоненциально с ростом t), а поэтому от фигурирующего в верхнем и нижнем пределах вещественного параметра α , при условии $0 < \alpha < s$, значение интегралов не зависит.

При помощи (71) мы можем теперь выразить поправку второго порядка $g_{\nu,\nu'}^{(2)}(s)$, дающую в (55) ненулевой вклад, через полученные выше величины (58) и (69). Значит, мы нашли решение системы уравнений (34)–(36) в нижнем дающем ненулевой вклад в ток (53) порядке по примесному потенциалу.

6. НАХОЖДЕНИЕ ВЫПРЯМЛЕННОГО ТОКА

Используем формулы (58), (69) и (71), а также рекуррентные соотношения для функций Эрмита и процедуру симметризации индексов суммирования, подробно описанную в работе [16]. Для величины, определяющей выпрямленный ток (53), мы получим следующее выражение во втором порядке по примесному потенциалу:

$$G(s) = \frac{i(L_x L_y)^{-2}}{2\pi^2 \hbar^2 N_s \lambda (|\omega_c| - is)} \sum_{\mathbf{q}} |V_0(\mathbf{q})|^2 (iq_x + q_y \text{sign}\omega_c) \sum_{n,n'=-\infty}^{+\infty} A_n(\mathbf{q}) A_{n'}(-\mathbf{q}) \times \sum_{M,M'} I_{M,M'}(q) (f_M - f_{M'}) \mathcal{S}_{M,M'}^{(n,n')}(\mathbf{q}, s), \quad (72)$$

где

$$\mathcal{S}_{M,M'}^{(n,n')}(\mathbf{q}, s) = \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{\varepsilon^{-1}(q, is - is') \varepsilon^{-1}(q, is')}{iq_y v_H - in\Omega + s - s'} \times \frac{s ds'}{(iq_y v_H + in'\Omega - s') (|\omega_c|(M' - M) - is')}. \quad (73)$$

Выражение (72) можно сильно упростить, избавившись от суммирования по M и M' с помощью формулы (60):

$$G(s) = \frac{i(L_x L_y)^{-2} \lambda}{2\pi \hbar N_s (|\omega_c| - is)} \sum_{\mathbf{q}} \frac{|V_0(\mathbf{q})|^2}{V_{ee}(q)} (iq_x + q_y \text{sign}\omega_c) \sum_{n,n'=-\infty}^{+\infty} A_n(\mathbf{q}) A_{n'}(-\mathbf{q}) \times \left[\mathcal{C}_1^{(n,n')}(\mathbf{q}, s) - \mathcal{C}_2^{(n,n')}(\mathbf{q}, s) \right], \quad (74)$$

где

$$C_1^{(n,n')}(\mathbf{q}, s) = \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{\varepsilon^{-1}(q, is - is')}{iq_y v_H - in\Omega + s - s'} \times \frac{s ds'}{iq_y v_H + in'\Omega - s'}, \quad (75)$$

$$C_2^{(n,n')}(\mathbf{q}, s) = \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{\varepsilon^{-1}(q, is - is') \varepsilon^{-1}(q, is')}{iq_y v_H - in\Omega + s - s'} \times \frac{s ds'}{iq_y v_H + in'\Omega - s'}. \quad (76)$$

Если в интеграле (76) сделать замену переменной интегрирования: $s - s' \rightarrow s'$, а также замены $\mathbf{q} \rightarrow -\mathbf{q}$ и $n \leftrightarrow n'$, то $C_2^{(n,n')}(\mathbf{q}, s)$ не изменится, а вклад в $G(s)$ от каждого из слагаемых, определяемых $C_2^{(n,n')}$, за счет множителя $(iq_x + q_y \text{sign}\omega_c)$ изменит знак и при суммировании исчезнет.

Вычислим теперь интеграл (75), помня, что $0 < \alpha < s$, см. (71). Контур интегрирования замкнем при $\text{Re } s' \rightarrow -\infty$. Внутри этого контура подынтегральная функция имеет лишь простой полюс при $s' = iq_y v_H + in'\Omega$. Имеем поэтому

$$C_1^{(n,n')}(\mathbf{q}, s) = \frac{2\pi s \varepsilon^{-1}(q, q_y v_H + n'\Omega + is)}{(n + n')\Omega + is}. \quad (77)$$

В пределе $s \rightarrow +0$, см. (53), правая часть равенства (77) отлична от нуля только при $n + n' = 0$. Итак, для величины $G(+0)$, усредненной по всем конфигурациям случайно расположенных примесей (в пределе $L_x, L_y \rightarrow \infty$), имеем

$$\overline{G(+0)} = \frac{N_{imp}\lambda}{(2\pi)^2 \hbar N_s |\omega_c|} \int d^2 q \frac{|V_{imp}(\mathbf{q})|^2}{V_{ee}(q)} (iq_x + q_y \text{sign}\omega_c) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{J_n^2(Q)}{\varepsilon(q, q_y v_H - n\Omega + i0)}, \quad (78)$$

где N_{imp} — двумерная концентрация примесей; для простоты считаем их одного сорта. Мы учли, что

$$|\overline{V_0(\mathbf{q})}|^2 = N_{imp} L_x L_y |V_{imp}(\mathbf{q})|^2, \quad (79)$$

где $V_{imp}(\mathbf{q})$ — фурье-образ потенциальной энергии электрона в поле одной незранированной электронами примеси. Используя свойство четности и нечетности действительной и мнимой частей функции $\varepsilon(q, \omega + i0)$ по переменной ω , получим для среднего от (53) по всем конфигурациям случайно расположенных примесей

$$\overline{\langle j^- \rangle}_t = eN_s v_H + \frac{eN_{imp}}{(2\pi)^2 m^* \omega_c} \times \int d^2 q \frac{|V_{imp}(\mathbf{q})|^2}{V_{ee}(q)} (q_x - iq_y) \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(Q) \text{Im} \varepsilon^{-1}(q, q_y v_H + n\Omega + i0). \quad (80)$$

С помощью формулы (42) выразим Q , см. (68), через падающее на систему поле:

$$Q = \frac{e}{m^* \Omega} \left| \frac{E_+^{(i)}(q_x - iq_y)}{\bar{n}(\Omega - \omega_c) - i\Gamma} + \frac{E_-^{(i)}(q_x + iq_y)}{\bar{n}(\Omega + \omega_c) - i\Gamma} \right|. \quad (81)$$

Предположим, что поле примеси или дефекта таково, что величина $|V_{imp}(\mathbf{q})|$ инвариантна относительно изменения знака одной из компонент двумерного вектора \mathbf{q} , что выполняется, например, для центрально-симметричного потенциала. Такая инвариантность также будет иметь место, если усреднение по положению примесей включает в себя и усреднение по случайной ориентации возможно анизотропного потенциала отдельной примеси или дефекта. В дальнейшем мы этот случай и будем рассматривать, т. е. положим $V_{imp}(\mathbf{q}) = V_{imp}(q)$. Если же и поле СВЧ-волны «симметрично» — имеет, например, круговую поляризацию, — то наличие примесей в системе не влияет на среднюю по времени плотность холловского тока:

$$\overline{\langle j_y \rangle}_t = eN_s v_H. \quad (82)$$

Для плотности диссипативного тока имеем

$$\overline{\langle j_x \rangle}_t = \frac{eN_{imp}}{(2\pi)^2 m^* \omega_c} \int d^2 q \frac{|V_{imp}(q)|^2}{V_{ee}(q)} q_y \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(Q) \text{Im} \left(-\frac{1}{\varepsilon(q, q_y v_H + n\Omega + i0)} \right). \quad (83)$$

В произвольном СВЧ-поле существует поправка к правой части равенства (82), которая, как несложно показать из (80) и (81), меняет знак при изменении знака магнитного поля, $\omega_c \rightarrow -\omega_c$ (при этом, конечно, меняет знак и v_H), и поляризации падающего поля, $E_+^{(i)} \leftrightarrow E_-^{(i)}$. При таком изменении магнитного и СВЧ-полей диссипативный ток (83) не меняется.

Пусть $\omega_P = \omega_P(q)$ являются решениями уравнения $\varepsilon(q, \omega_P) = 0$, определяющего спектр коллективных возбуждений. Индекс $P = \pm 1, \pm 2, \dots$ нумерует эти решения так, что $\omega_P(q) = -\omega_{-P}(q)$ и $\omega_P(q) \rightarrow P\omega_c$ при $q \rightarrow \infty$ или $q \rightarrow 0$, см. (60). Выражение (83) можно тогда переписать в следующем виде:

$$\overline{\langle j_x \rangle}_t = \frac{eN_{imp}}{4\pi m^* \omega_c} \int d^2 q \frac{|V_{imp}(q)|^2}{V_{ee}(q)} q_y \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(Q) \times \sum_P \frac{1}{\varepsilon'_\omega(q, \omega_P)} \delta(q_y v_H + n\Omega - \omega_P), \quad (84)$$

где $\varepsilon'_\omega(q, \omega_P) = \partial\varepsilon(q, \omega) / \partial\omega|_{\omega=\omega_P}$. В формуле (84) δ -функция Дирака является выражением закона сохранения энергии в процессах взаимодействия магнитоплазмонов, имеющих спектр $\omega = \omega_P(q)$, с полем примесей с дисперсией в системе покоя волны $\omega_{imp}^{(n)} = n\Omega + q_y v_H$, где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Заметим, что спектр магнитоплазмонов в системе покоя волны совпадает с обычным спектром двумерных магнитоплазмонов в отсутствие внешнего электрического поля лишь в пренебрежении запаздыванием электромагнитного взаимодействия: уравнение Пуассона инвариантно относительно однородного преобразования координат.

На рис. 1 представлены две магнитоплазменные моды $P = 1$ и $P = 2$ при $q_x = 0$ и $q \ll k_F$, где $k_F = \sqrt{2\pi N_s}$ — фермиевский волновой вектор, и n -я мода примесного спектра в системе покоя волны. Точки пересечения магнитоплазменных и примесных мод, удовлетворяющие уравнению $\omega_P(q) = \omega_{imp}^{(n)}(q_y)$, определяют вклад примесей в плотность тока (84). Знак вклада от каждой из таких точек определяется знаком $q_y / \varepsilon'_\omega$, и для изобра-

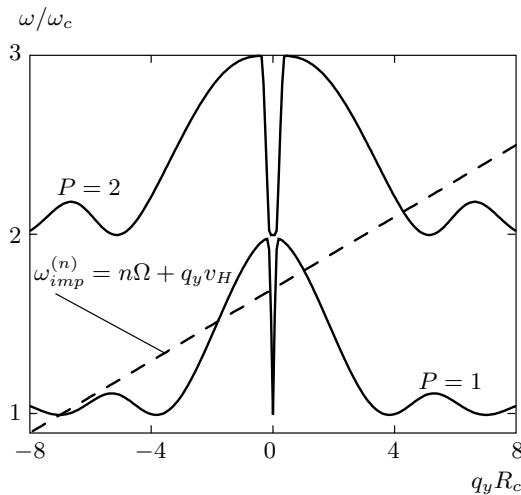


Рис. 1. Спектр магнитоплазменных мод $P = 1$ и $P = 2$ (сплошные линии) и одна из мод примесного спектра в системе покоя волны $\omega_{imp}^{(n)}$ (штриховая прямая); $q_x = 0, k_F R_c \gg 1$. Точки пересечения сплошных линий со штриховой прямой определяют примесный вклад в ток

женных на рис. 1 точек пересечения он положителен при $q_y > 0$ и отрицателен при $q_y < 0$.

Очевидно, выражение (83) обладает большей общностью, чем (84), если под входящей в (83) функцией $1/\varepsilon$ понимать функцию отклика системы в общем случае. Наличие у функции отклика мнимой части отвечает возможности образования в системе как коллективных возбуждений, так и электрон-дырочных пар. Использованное приближение хаотических фаз описывает лишь коллективные возбуждения.

7. СИСТЕМА В СИЛЬНОМ СТАЦИОНАРНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим систему без СВЧ-волны, которая изучалась в работе [23]. Вычисление диссипативного тока в [23] основывается на одноэлектронном приближении [15–17], в рамках которого электроны, упруго рассеиваясь на примесях, совершают переходы между наклоненными сильным статическим электрическим полем уровнями Ландау («зинеровское туннелирование»). Изучим, как изменятся результаты, если учесть экранирование примесного потенциала. Запишем выражение для плотности диссипативного тока $\overline{j_x}$ в отсутствие СВЧ-волны, которое получается из формулы (84), если положить $E^{(i)} = 0$:

$$\overline{j_x} = \frac{eN_{imp}}{4\pi m^* \omega_c} \int d^2 q \frac{|V_{imp}(q)|^2}{V_{ee}(q)} q_y \times \sum_P \frac{1}{\varepsilon'_\omega(q, \omega_P)} \delta(q_y v_H - \omega_P). \quad (85)$$

Диэлектрическую проницаемость (60) можно переписать в удобном для дальнейшего анализа виде:

$$\varepsilon(q, \omega + i0) = 1 + \frac{2m^*}{\pi \hbar^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{ee}(q) n^2 \omega_c^2 \bar{I}_n(q)}{n^2 \omega_c^2 - \omega^2 - i0 \text{sign} \omega}, \quad (86)$$

где

$$\bar{I}_n(q) = n^{-1} \sum_{M=0}^{\infty} (f_M - f_{M+n}) I_{M, M+n}(q). \quad (87)$$

При $q \ll k_F$ существует квазиклассическое выражение для ε , справедливое в условиях вырожденного электронного газа, когда температура T мала по сравнению с энергией Ферми E_F , но $2\pi^2 k_B T \gg \hbar|\omega_c|$, где k_B — константа Больцмана [33, 34] (см. также [35]). Это выражение получается заменой $\bar{I}_n(q)$ на $J_n^2(qR_c)$ в (86). Пусть тянущее поле F_{DC} сколь угодно слабо. При $v_H \rightarrow 0$ аргумент δ -функции в формуле (85) будет обращаться

в нуль только при $q \rightarrow \infty$, где квазиклассическое выражение для ε рано или поздно станет неприменимым. А в условиях эксперимента [23] реализуется, по-видимому, как раз случай больших значений передаваемого импульса: особенностям в сопротивлении отвечает его значение $\hbar q \approx 2\hbar k_F$. Несмотря на то, что при значениях волнового вектора порядка k_F справедливость приближения хаотических фаз не обоснована, мы подробно рассмотрим получающиеся результаты. Ненадолго отложим обсуждение принципиальных отличий $\bar{I}_n(q)$ от $J_n^2(qR_c)$.

Слабость магнитного поля означает, что $k_F R_c \gg 1$. При $qR_c \gg 1$ спектр магнитоплазмонов прижимается к спектру одночастичных возбуждений (конечно, для достаточно слабого межэлектронного взаимодействия, $m^*V_{ee}(q)/\hbar^2 \lesssim 1$), см. [34, 35] и рис. 1, 2. В окрестности $\omega = \omega_P(q) \approx P\omega_c$ можно использовать приближенное выражение для ε вместо (86):

$$\begin{aligned} \varepsilon_P(q, \omega + i0) &= \\ &= 1 + \frac{2m^*V_{ee}(q)}{\pi\hbar^2} \frac{P^2\omega_c^2 \bar{I}_{|P|}(q)}{P^2\omega_c^2 - \omega^2 - i0 \operatorname{sign} \omega}. \end{aligned} \quad (88)$$

Возникающая при этом погрешность будет порядка $|\omega_P - P\omega_c|/|\omega_c|$. Мы считаем, что величина v_H достаточно мала, так что $|\omega_P/v_H|R_c \gg 1$. Из-за наличия δ -функции вклад в интеграл (85) дают лишь большие значения $q \gg 1/R_c$, и мы можем подставить (88) в (85). Тогда выражение для диссипативного тока перестает зависеть от потенциала межэлектронного взаимодействия,

$$\begin{aligned} \bar{j}_x &= \frac{eN_{imp}}{(2\pi\hbar)^2} \int d^2q |V_{imp}(q)|^2 q_y \times \\ &\times \sum_P P \bar{I}_{|P|}(q) \delta(q_y v_H - P\omega_c), \end{aligned} \quad (89)$$

переходя в известное для двумерного случая [17], полученное без учета экранирования примесного потенциала. Как и следовало ожидать, в силу регулярности правой части формулы (72) как функции параметра V_{ee} выражение (89) получается из (85) с учетом (86) в формальном пределе $V_{ee} \rightarrow 0$, т.е. в случае бесконечно слабого межэлектронного взаимодействия. В рамках приближения хаотических фаз можно сделать вывод, что одноэлектронный подход к этой задаче применим, если спектр магнитоплазмонов слабо отличается от спектра одночастичных возбуждений в области значений q , представляющих интерес. Этот случай реализуется в эксперименте [23]. Отдельным вопросом остается, конечно,

применимость приближения хаотических фаз для описания магнитоплазмонов с волновыми векторами $q \approx 2k_F$.

Вернемся теперь к анализу функции (87) и ее отличия от $J_n^2(qR_c)$, которое, возможно, и проявляется в эксперименте [23]. Выводы этого анализа будут нами использованы и при обсуждении проводимости системы в СВЧ-поле. Полином Лагерра $L_M^m(\xi)$ на действительной полуоси $\xi > 0$ имеет M нулей (при $m > -1$). Эти нули лежат в области $0 < \xi < \nu$, где $\nu = 4M + 2m + 2$, см. [36] (более строгое ограничение области нулей полинома Лагерра дано в работе [37]). Внутри этой области существует асимптотика [36]:

$$\begin{aligned} \exp(-\xi/2) L_M^m(\xi) &\sim \frac{(M+m)!}{M!} \left(\frac{4}{\nu\xi}\right)^{m/2} \times \\ &\times J_m(\sqrt{\nu\xi}), \quad M \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (90)$$

При $\xi > \nu$ функция $|L_M^m(\xi)|$ растет степенным образом. Отсюда следует, что функция $I_{M,M'}(q)$, см. (61), при достаточно большом параметре $q^2\lambda^2/2 > 4\bar{M} + 2m + 2$ экспоненциально мала.

Рассмотрим «идеальный» случай: основная магнитоплазменная мода $|P| = 1$, температура $T = 0$ и целое число заполненных уровней Ландау $M_F = \pi\lambda^2 N_s \gg 1$ ($M_F = 100$ в магнитном поле $B \approx 60$ мТл). В этих условиях $\bar{I}_1(q) = I_{M_F, M_F+1}(q)$, см. (87). Таким образом, в приближении (88) спектр этой магнитоплазменной моды определяется поведением лишь одного квадрата модуля матричного элемента перекрытия волновых функций осциллятора. В области $0 < q < 2\sqrt{2M_F+2}/\lambda \approx 2k_F$ частота магнитоплазмонов осциллирует, достигая значения $\omega = P\omega_c$ всякий раз, когда полином Лагерра $L_{M_F}^1(q^2\lambda^2/2)$ обращается в нуль (приблизительно с периодом π/R_c). В окрестности точки $q = 2k_F$ спектр магнитоплазмонов имеет последний максимум и далее экспоненциально быстро (в e раз при изменении q на величину $\delta q \approx 1/R_c$) стремится к значению $\omega = P\omega_c$. Любое отступление от этого идеального случая, а именно, $|P| > 1$ или $k_B T \gtrsim \hbar|\omega_c|$, или нецелочисленное заполнение приведет к тому, что $\bar{I}_{|P|}(q)$ будет определяться несколькими матричными элементами перекрытия волновых функций осциллятора с разными главными квантовыми числами. Это даст не только вызванное расстройкой фаз уменьшение амплитуды осцилляций магнитоплазмонов при достаточно больших q , но и заметное размытие последнего максимума в окрестности $q = 2k_F$, поскольку различие в положении последнего нуля, например,

у функций $L_{M_F}^1(q^2\lambda^2/2)$ и $L_{M_F+1}^1(q^2\lambda^2/2)$ по порядку величины равно ширине последнего пика у $I_{M_F, M_F+1}(q)$.

Рассмотрим теперь наиболее актуальный случай $\hbar|\omega_c| \lesssim k_B T \ll E_F$ и $|P| \ll M_F$. Для количества слагаемых Δ , дающих основной вклад в правую часть формулы (87), можно сделать оценку

$$\Delta \approx 1 + \max\left(\frac{k_B T}{\hbar|\omega_c|}, |P|\right). \quad (91)$$

Тогда использование асимптотики (90) приводит к квазиклассической замене:

$$\bar{I}_{|P|}(q) \approx J_P^2(qR_c), \quad q \ll 2k_F/\Delta, \quad (92)$$

корректность которой строго доказывается в работах [33, 35]. При $2k_F/\Delta < q < 2k_F$ следует учесть сильное подавление осцилляций у функции $\bar{I}_{|P|}(q)$. Падение $\bar{I}_{|P|}(q)$ при $q > 2k_F$ является не столь быстрым по сравнению с «идеальным» случаем, а происходит в интервале $\delta q \sim \Delta/R_c$. Но, учитывая, что $\delta q \ll k_F$, для грубых оценок можно пренебречь конечностью ширины этого интервала, а также наличием последнего максимума при $q \approx 2k_F$. Тогда, используя асимптотику функции Бесселя [36],

$$J_n(\xi) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi\xi}} \cos\left(\xi - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right), \quad \xi \rightarrow \infty, \quad (93)$$

и пренебрегая осциллирующей частью квадрата правой части формулы (93), получим очень простое выражение:

$$\bar{I}_{|P|}(q) \approx \frac{1}{\pi q R_c} \Theta(2k_F - q), \quad q > 2k_F/\Delta. \quad (94)$$

Из эксперимента [23] следует, что даже при низких температурах шубниковские осцилляции исчезают в поле $B \approx 0.1$ Тл. Это, видимо, означает, что в системе присутствуют крупномасштабные флуктуации электронной плотности, которые хотя формально и не могут быть рассмотрены в рамках использованной нами теории возмущений, но качественно могут быть описаны при помощи введения эффективной температуры $T^* \sim k_B^{-1} \hbar\omega_c \approx 2$ К при $B = 0.1$ Тл.

Проведенный анализ функции $\bar{I}_n(q)$ проиллюстрирован на рис. 2 поведением первой магнитоплазменной моды для различных эффективных температур при $q > k_F/2$. Здесь и далее везде, где будут проводиться численные оценки, $V_{ee}(q) = 2\pi e^2/(\kappa_s q)$, и мы положим $\kappa_s = 13$, т.е. будем для простоты считать, что двумерный электронный газ находится в

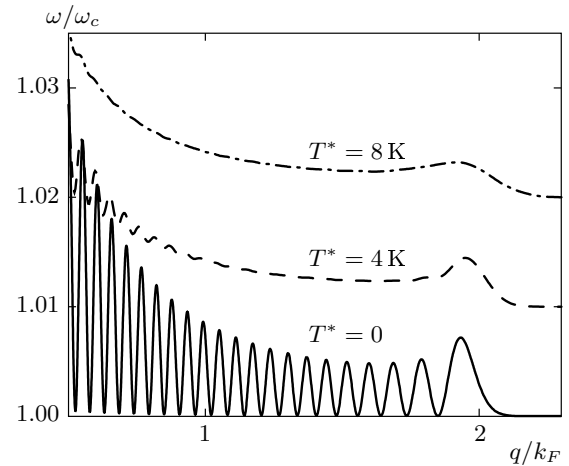


Рис. 2. Спектр основной магнитоплазменной моды, $P = 1$, при $q > k_F/2$ и различных эффективных температурах; $B = 0.2$ Тл, $N_s \approx 3 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$, так что при $T^* = 0$ заполнено целое число уровней Ландау. Штриховая и штрихпунктирная линии смещены вверх соответственно на 0.01 и 0.02

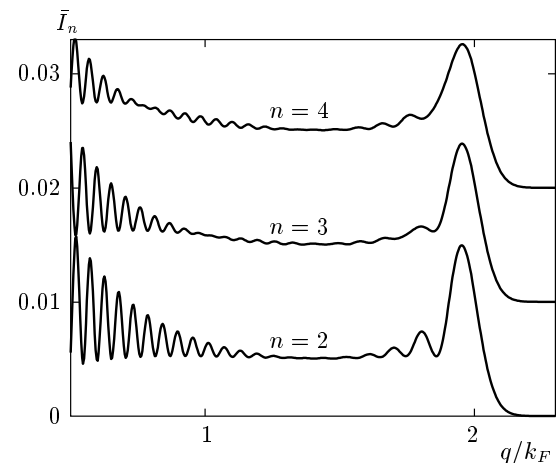


Рис. 3. Функция $\bar{I}_n(q)$ при $q > k_F/2$; $T^* = 2$ К, $B = 0.2$ Тл, $N_s \approx 3 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$ (при $T^* = 0$ заполнено целое число уровней Ландау). Линии $n = 3$ и $n = 4$ смещены вверх соответственно на 0.01 и 0.02

однородной среде (GaAs). Функция $\bar{I}_n(q)$ построена при $q > k_F/2$ для нескольких значений n на рис. 3.

Изучим форму особенностей в диссипативном токе при $|F_{DC}| \approx n\hbar|\omega_c|/(2R_c e)$, $n = 1, 2, \dots$, связанных с резким изменением спектра магнитоплазмонов при $q \approx 2k_F$. Воспользуемся формулой (94) и вычислим (89) для двух моделей примесного потенциала: типа кулоновской примеси с зарядом Ze ,

находящейся в плоскости двумерного электронного газа,

$$V_{imp}(q) = 2\pi Ze^2/(\kappa_s q), \quad (95)$$

и типа δ -рассеивателя, $V_{imp}(q) = \text{const}$. Достаточно рассмотреть случай $n = 1$, т. е. когда $|v_H| < |\omega_c|/k_F$. При этом в сумме (89) останутся лишь два равных слагаемых с $P = \pm 1$. Соответствующие интегралы легко берутся. Для кулоновских примесей получим

$$\begin{aligned} \overline{j_x} = \text{sign} F_{DC} \frac{4Z^2 e^5 N_{imp} m^*}{\pi \hbar^3 \kappa_s^2 k_F} \times \\ \times \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{2k_F v_H}\right)^2} \Theta\left(1 - \left|\frac{\omega_c}{2k_F v_H}\right|\right). \end{aligned} \quad (96)$$

Для случая δ -рассеивателей получим

$$\begin{aligned} \overline{j_x} = \text{sign} F_{DC} \frac{e N_{imp} m^*}{\pi^3 \hbar^3 k_F} \left(\frac{\omega_c}{v_H}\right)^2 |V_{imp}|^2 \times \\ \times \ln\left(\left|\frac{2k_F v_H}{\omega_c}\right| + \sqrt{\left(\frac{2k_F v_H}{\omega_c}\right)^2 - 1}\right) \times \\ \times \Theta\left(1 - \left|\frac{\omega_c}{2k_F v_H}\right|\right). \end{aligned} \quad (97)$$

На рис. 4 и 5 представлена плотность диссипативного тока, рассчитанная с использованием формулы (87), как функция магнитного поля при фиксированном значении v_H для двух моделей примесного потенциала и различных эффективных температур. Для сравнения приведен результат расчета в приближении (94), которое пригодно для качественного анализа и оценок. Пренебрежение последним максимумом у функции $\tilde{I}_{|P|}(q)$ при $q \approx 2k_F$ приводит к заметной недооценке величины тока, а также к некоторому искажению формы ступенек в токе, которое становится менее существенным с ростом температуры.

На рис. 6 и 7 построено сопротивление

$$R_{xx} \approx \frac{\overline{\langle j_x \rangle_t}}{F_{DC}} \Sigma_{xy}^{-2}(0) \quad (98)$$

— величина, наблюдаемая в экспериментах на образцах с холловской геометрией. Из приведенных выше расчетов следует, что осцилляции в сопротивлении, вызванные присутствием в системе примесей с δ -образным потенциалом, ярче выражены по сравнению с таковыми, связанными с кулоновскими примесями. Тем не менее обе модели примесного поля дают качественно одинаковый результат, и отдать

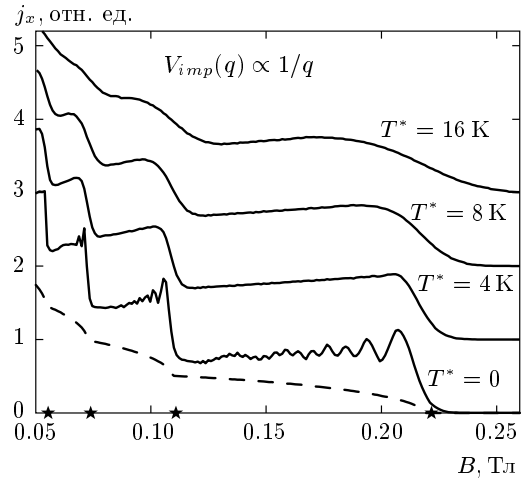


Рис. 4. Зинеровское туннелирование. Плотность диссипативного тока для случая кулоновских примесей. Сплошные кривые построены с использованием (87); линии $T^* > 0$ для наглядности смещены вверх. Штриховая кривая построена с использованием (94); $N_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, v_H фиксировано так, что $\overline{j_y} = 1 \text{ А/м}$. Звездочки отмечают значения магнитного поля, отвечающие «резонансному» условию $2k_F |v_H| = n|\omega_c|$, $n = 1, 2, 3, 4$

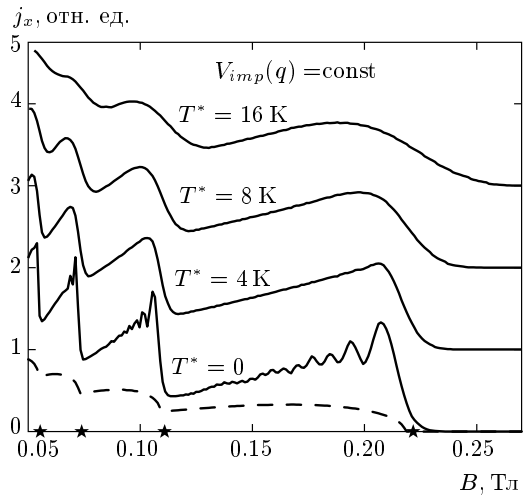


Рис. 5. Зинеровское туннелирование. Плотность диссипативного тока для случая δ -примесей. Остальные параметры как на рис. 4

предпочтение одной из них, используя экспериментальные данные [23], на наш взгляд, не представляется возможным.

Необходимым условием применимости теории возмущений, в рамках которой мы рассмотрели вза-

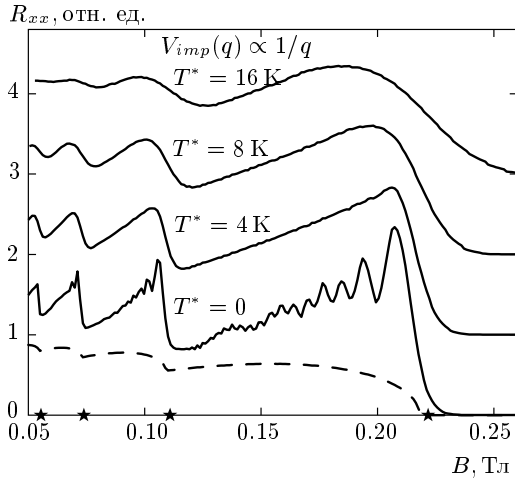


Рис. 6. Зинеровское туннелирование. Сопротивление для случая кулоновских примесей. Остальные параметры как на рис. 4

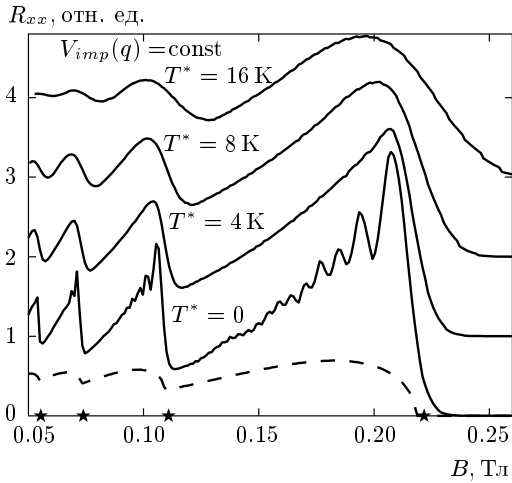


Рис. 7. Зинеровское туннелирование. Сопротивление для случая δ -примесей. Остальные параметры как на рис. 4

имодействие магнитоплазмонов с примесным полем, является малость получающегося диссипативного тока по сравнению с холловским, т. е. условие

$$\left| \bar{j}_x \bar{j}_y^{-1} \right| \approx |R_{xx} \Sigma_{xy}(0)| \ll 1. \quad (99)$$

Рассмотрим, например, модель кулоновских примесей, используя формулу (96). Получим

$$|R_{xx} \Sigma_{xy}(0)| \lesssim \frac{8Z^2 N_{imp}}{\pi N_s} \frac{\lambda^2}{a_B^2}, \quad (100)$$

где $a_B = \hbar^2 \kappa_s / (e^2 m^*)$ — эффективный борковский радиус; $a_B \approx 10$ нм для GaAs. Параметр λ^2 / a_B^2 бу-

дет большим в достаточно слабых магнитных полях. Например, в поле $B = 0.2$ Тл он приблизительно равен 40, и условие (99) может быть выполнено лишь в очень чистой системе — при достаточно малом параметре N_{imp} / N_s . Для заданной концентрации примесей N_{imp} при уменьшении магнитного поля (при $F_{DC} = \text{const}$) условие (99) рано или поздно начнет нарушаться и теория возмущений станет неприменима. Этот же вывод следует и из анализа модели δ -примесей.

8. ПЛОТНОСТЬ ФОТОТОКА В СИСТЕМЕ С СВЧ-ВОЛНОЙ

Вернемся к выражению (84). Подробно рассмотрим лишь случай круговой поляризации падающего излучения, например, когда $E_+^{(i)} = 0$ (при этом $|E_-^{(i)}| = \sqrt{2}E^{(i)}$). Под знаком интеграла (84) введем полярные координаты и проинтегрируем по углу. Получим выражение для нелинейного фототока:

$$\begin{aligned} \overline{\langle j_x \rangle}_t &= \frac{e N_{imp}}{2\pi m^* \omega_c v_H} \int_0^{+\infty} dq \frac{|V_{imp}(q)|^2}{V_{ee}(q)} \sum_P \frac{q}{\varepsilon'_\omega(q, \omega_P)} \times \\ &\times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(qR) \frac{\omega_P - n\Omega}{\sqrt{q^2 v_H^2 - (\omega_P - n\Omega)^2}} \times \\ &\times \left[\Theta(\omega_P - n\Omega + qv_H) - \Theta(\omega_P - n\Omega - qv_H) \right]. \quad (101) \end{aligned}$$

Здесь

$$R = \frac{\sqrt{2}e|E^{(i)}|}{m^* \Omega \sqrt{\bar{n}^2 (\Omega + \omega_c)^2 + \Gamma^2}}. \quad (102)$$

Случаю правой поляризации излучения, $E_-^{(i)} = 0$, отвечает замена знака ω_c в (102).

Выражение (101) допускает простой графический анализ. На рис. 8 показан спектр основной магнитоплазменной моды $P = 1$, две линии $\omega = n\Omega \pm qv_H$, ограничивающие область всех магнитоплазменных состояний, дающих вклад в интеграл (см. последнюю строку (101)), а также прямая $\omega = n\Omega$, делящая эту область на две части, где вклад в плотность тока является либо положительным, либо отрицательным, что определяется множителем $(\omega_P - n\Omega)$ под интегралом (101). Пусть тянущее поле F_{DC} является слабым, $|v_H| < |\omega_c| / (2k_F)$, так что вклад в плотность тока от слагаемого с $n = 0$ экспоненциально мал (см. предыдущий раздел). Например, при $B = 0.1$ Тл, $N_s = 3 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$

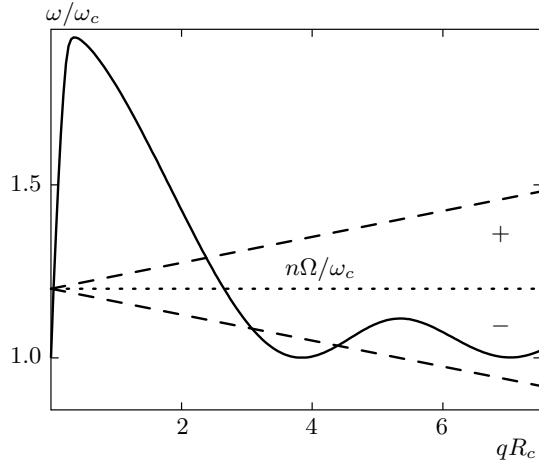


Рис. 8. Спектр основной магнитоплазменной моды, $P = 1$ (сплошная линия), $k_F R_c \gg 1$; штриховые линии — границы $\omega = n\Omega \pm qv_H$ области вклада в интеграл (101); пунктирная линия $\omega = n\Omega$ делит эту область на части, дающие положительный (+), и отрицательный (−) вклады в фотосопротивление

и $m^* = 0.61 \cdot 10^{-28}$ г необходимо, чтобы выполнялось условие $|F_{DC}| < 1$ В/см. Пусть поле $E^{(i)}$ также достаточно слабое, так что

$$2k_F \mathcal{R} \ll 1. \tag{103}$$

Для параметров последней оценки и в «худшем» случае $\omega_c = -\Omega$ условием слабости СВЧ-поля будет $|E^{(i)}| \ll 0.6$ В/см. Условие (103) позволяет ограничиться рассмотрением только «однофотонных» процессов, $n = \pm 1$ в правой части формулы (101). Зафиксируем, например, магнитное поле и будем изменять частоту СВЧ-волны. Если $\Omega < |\omega_c|$, то $\overline{\langle j_x \rangle_t} > 0$ (при $F_{DC} > 0$). В случае $|\omega_c| < \Omega < 2|\omega_c|$ в область отрицательного вклада может попасть большое количество магнитоплазменных состояний, как изображено на рис. 8, так что суммарный ток будет отрицательным. При дальнейшем увеличении Ω вклад в диссипативный ток будет определяться высокими магнитоплазменными модами $|P| > 1$. Из рис. 8 видно, что область значений Ω , при которых плотность тока отлична от нуля, конечна и в сколь угодно слабом поле F_{DC} даже в случае неучета уширения уровней Ландау, что в нашем случае оправдывается последовательным рассмотрением нижнего порядка по рассеивающему потенциалу.

В пределе $F_{DC} \rightarrow 0$ найдем выражение для фотосопротивления:

$$r_{xx} \approx \left. \frac{d\overline{\langle j_x \rangle_t}}{dF_{DC}} \right|_{F_{DC}=0} \Sigma_{xy}^{-2}(0). \tag{104}$$

Будем считать, что $\hbar\Omega \sim \hbar\omega_c \ll E_F$. Ограничимся однофотонными процессами, что позволяет использовать приближение $J_{\pm 1}^2(q\mathcal{R}) \approx (q\mathcal{R}/2)^2$. При этом фотосопротивление будет пропорционально мощности СВЧ-волны. Используя выражение (84), получим

$$r_{xx} = \frac{N_{imp} \mathcal{R}^2}{8e^2 N_s^2} \sum_j D(q_j). \tag{105}$$

Значения q_j удовлетворяют уравнению $\varepsilon(q_j, \Omega) = 0$; на рис. 8 им соответствуют точки пересечения сплошной и штриховой линий. При этом

$$D(q) = \left[\frac{|V_{imp}(q)|^2 q^5}{V_{ee}(q) \varepsilon'_\omega(q, \omega_P) \omega'_P} \right]' \left| \frac{1}{\omega'_P} \right| = - \left[\frac{|V_{imp}(q)|^2 q^5}{V_{ee}(q) \varepsilon'_q(q, \Omega)} \right]' \left| \frac{\varepsilon'_\omega(q, \Omega)}{\varepsilon'_q(q, \Omega)} \right|. \tag{106}$$

Здесь индекс « \tilde{P} » отвечает активной плазменной ветви, т. е.

$$\omega_{\tilde{P}}(q_j) = \Omega, \quad \varepsilon'_q(q, \Omega) = \partial \varepsilon(q, \Omega) / \partial q.$$

Использовалось следующее свойство:

$$\varepsilon'_\omega(q, \omega_P) \omega'_P = -\varepsilon'_q(q, \omega_P),$$

где

$$\omega'_P \equiv d\omega_P(q)/dq.$$

Оно следует из тождества $\varepsilon(q, \omega_P) = 0$.

Существуют значения $\Omega = \Omega_s$, при которых фотосопротивление (105) расходится, что связано с особенностями в плотности состояний плазмонов. Это случай касания сплошной и штриховой линий на рис. 8, $\omega'_{\tilde{P}}(q) = 0$ при $\Omega = \omega_{\tilde{P}}(q)$. В слабых магнитных полях частотный интервал $\delta\Omega_s$ между двумя соседними точками расходимости r_{xx} может быть очень мал. При $\Omega \approx \tilde{P}\omega_c$ его можно оценить как

$$\delta\Omega_s \leq \frac{2\pi}{qR_c} |\omega_{\tilde{P}}(q) - \tilde{P}\omega_c|. \tag{107}$$

Например, при $N_s = 3 \cdot 10^{11}$ см⁻², $B = 0.1$ Тл и $q = k_F$ имеем $\delta\Omega_s \leq 4 \cdot 10^{-3} \tilde{P}\omega_c \approx |\tilde{P}| \cdot 10^9$ с⁻¹. Для того чтобы эти особенности проявились в виде одиночных пиков или провалов в конечном тянущем поле F_{DC} , это поле должно быть достаточно слабым, а именно, таким, чтобы выполнялось условие $qv_H < \delta\Omega_s$. Для параметров последней оценки получим $|F_{DC}| < 7|\tilde{P}|$ мВ/см.

В реальной системе такие особенности в фотосопротивлении могут исчезнуть и в сколь угодно слабом тянущем поле из-за значительных флуктуаций электронной плотности и границ образца, которые не могут быть рассмотрены по теории возмущений. Можно представить модель, в рамках которой в системе помимо тянущего поля F_{DC} существует случайное поле, по которому плотность тока необходимо усреднить. Такое усреднение само по себе является отдельной проблемой, выходящей за рамки данной работы.

Тем не менее, используя соотношение (105), можно сделать ряд важных качественных выводов. Так, анализ выражения (106) показывает, что даже при достаточно медленном убывании $|V_{imp}(q)|$ с увеличением q основной вклад в сумму (105) дает область больших значений q_j . Например, для области значений q , где (106) не имеет особенностей, $2k_F/\Delta < q < 2k_F$, т. е. когда справедливо приближение (94), мы получим

$$D(q) \approx -\frac{\hbar^2 \kappa_s^2 R_c}{16e^4 m^* \Omega} q^3 \left(|V_{imp}(q)|^2 q^7 \right)'. \quad (108)$$

При этом для кулоновских примесей, см. (95), $D(q) \propto q^7$. В другом предельном случае, для восходящих участков магнитоплазменных мод при малых $q \ll R_c^{-1}$ для значений Ω , не слишком близких к $n\omega_c$ ($n = 1, 2, \dots$), уравнение $\varepsilon(q_j, \Omega) = 0$ с решениями $q_j \ll R_c^{-1}$ приближенно эквивалентно уравнению

$$\Omega^2 = \omega_c^2 \left(1 + \frac{R_c^2}{a_B} q_j \right), \quad (109)$$

в котором угадывается спектр классического магнитоплазмона, $\omega_c R_c \equiv v_F$ — фермиевская скорость электрона. Используя уравнение (109) и свойство $\varepsilon'_q(q, \omega_P) \propto -q^{-1}$, справедливое для восходящих участков магнитоплазмона, из (106) получим

$$D(q) \propto \left(|V_{imp}(q)|^2 q^7 \right)'. \quad (110)$$

Это выражение качественно эквивалентно формуле (108) в аспекте того, что малые значения q_j не дают определяющего вклада в сумму (105) для примесных потенциалов, достаточно медленно убывающих с ростом q .

Таким образом, при фиксированном значении ω_c фотосопротивление r_{xx} как функция Ω будет очень резко меняться вблизи значений Ω , кратных ω_c , поскольку только в этом случае среди решений уравнения $\omega_P(q) = \Omega$ найдутся большие значения $q \sim k_F$,

см. рис. 1. Размер областей резкого изменения r_{xx} можно оценить как

$$\Delta\Omega \sim |\omega_P(k_F) - \tilde{P}\omega_c| \approx \frac{m^* V_{ee}(k_F) \Omega}{\pi^2 \hbar^2 k_F R_c}. \quad (111)$$

Рисунок 2 дает представление о малости $\Delta\Omega$: для типичных параметров системы $\Delta\Omega \sim 10^{-2}\Omega$ при $B \sim 0.1$ Тл. Подчеркнем еще раз, что речь идет о формальном рассмотрении нижнего порядка по расщепляющему потенциалу в пределе $F_{DC} \rightarrow 0$.

Используя соотношения (105) и (108) для $q = k_F$ (при $|\omega_c| \approx \Omega/n$, $n = 1, 2, \dots$), мы можем сравнить диссипативную проводимость с холловской. Для кулоновских примесей, находящихся внутри двумерного электронного газа, см. (95),

$$|r_{xx} \Sigma_{xy}(0)| = \left[\frac{5\pi^2 Z^2 \omega_c}{16\Omega} (2k_F \mathcal{R})^2 \right] \frac{N_{imp}}{N_s} M_F^3, \quad (112)$$

где, напомним, $M_F = \pi \lambda^2 N_s$ ($M_F = 100$ в магнитном поле $B \approx 60$ мТл). В не слишком слабых СВЧ-полях, когда уравнение (103) перестает выполняться, произведение в квадратных скобках (112) может быть порядка единицы. Что касается остальных сомножителей правой части (112), то мы снова, как и в (100), встречаемся с произведением двух критических параметров. Один из них — третья степень количества заполненных уровней Ландау — очень большой в слабых магнитных полях. Другой — малое для чистых двумерных систем отношение N_{imp}/N_s . В достаточно слабых магнитных полях условие $|r_{xx} \Sigma_{xy}(0)| \ll 1$ выполняться не будет, т. е. в этом случае взаимодействие примесей и магнитоплазмонов с волновыми числами $q \sim k_F$ нельзя рассматривать по теории возмущений.

Снова вернемся к формуле (84) без ограничения на поляризацию СВЧ-излучения. Допустим, что основной вклад в интеграл (84) дают большие значения q , при которых $|\omega_P(q) - P\omega_c|/|\omega_c| \ll 1$. Пусть поле F_{DC} является достаточно сильным, так что для таких больших значений q справедливо условие $|qv_H| \gg |\omega_P(q) - P\omega_c|$. Тогда, подобно тому как (85) переходит в (89) в отсутствие СВЧ-волны, (84) переходит в выражение

$$\overline{\langle j_x \rangle}_t = \frac{e N_{imp}}{(2\pi\hbar)^2} \int d^2 q |V_{imp}(q)|^2 q_y \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(Q) \times \\ \times \sum_P P \bar{I}_{|P|}(q) \delta(q_y v_H + n\Omega - P\omega_c), \quad (113)$$

в котором угадывается результат [6], полученный в пренебрежении динамическим экранированием при-

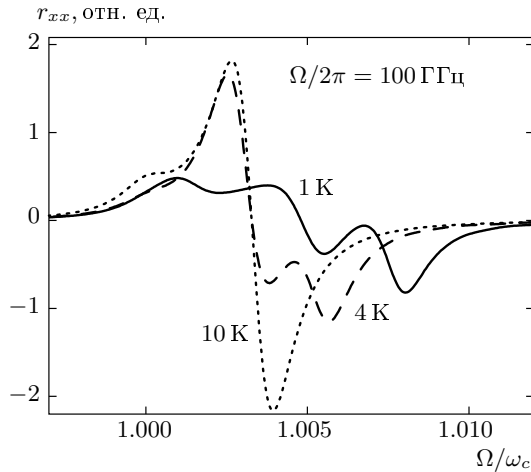


Рис. 9. Фотосопротивление при различных температурах T^* ; $\Omega\tau = 10^3$, $N_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$; кулоновские примеси внутри двумерного электронного газа

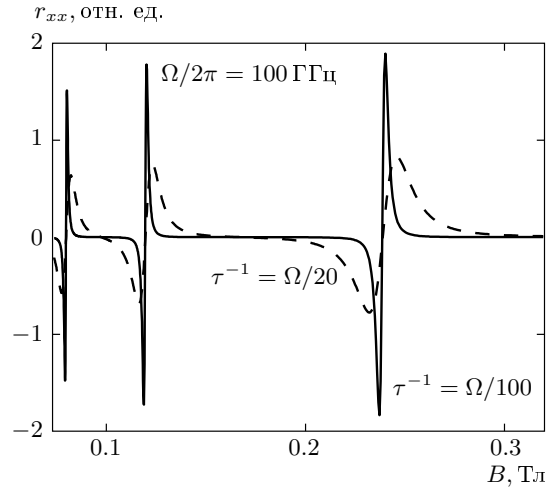


Рис. 10. Фотосопротивление «грязной» системы при разных значениях параметра $\Omega\tau$; $T^* = 2 \text{ К}$, $N_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$; кулоновские примеси внутри двумерного электронного газа

месного потенциала. Выражение (113), будучи использовано в формуле (104), дает особенности в фотосопротивлении (при $|\omega_c| = \Omega/n$, $n = 1, 2, \dots$). Эти особенности обычно устраняются при помощи введения феноменологического уширения уровней Ландау, что привело бы к размытию δ -функции в (113), см. [7, 8].

В нашем случае следы феноменологического подхода обнаружатся при использовании модельного выражения для диэлектрической проницаемости

$$\hat{\epsilon}(q, \omega) = 1 + \frac{2m^*}{\pi\hbar^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{ee}(q)n^2\omega_c^2 \bar{I}_n(q)}{n^2\omega_c^2 - (\omega + i/\tau)^2}. \quad (114)$$

Введение в выражение для диэлектрической проницаемости условного «времени релаксации» $\tau > 0$ можно рассматривать здесь как простейший способ избавиться от расходимостей, связанных с особенностями плотности состояний магнитоплазмонов. Тогда, например, вместо формулы (105) мы получим

$$r_{xx} = \frac{N_{imp}\mathcal{R}^2}{8\pi e^2 N_s^2} \int_0^{+\infty} dq q^5 \frac{|V_{imp}(q)|^2}{V_{ee}(q)} \text{Im} \frac{\hat{\epsilon}'_{\omega}(q, \Omega)}{\hat{\epsilon}^2(q, \Omega)}. \quad (115)$$

Это выражение уже можно использовать для прямых численных расчетов. Рисунок 9 представляет фотосопротивление при фиксированной частоте СВЧ-излучения как функцию магнитного поля в окрестности значения $\omega_c = \Omega$ для нескольких значений температуры. Показан случай достаточно большого параметра $\Omega\tau$, при котором некоторые особен-

ности плотности состояний магнитоплазмонов вблизи $q = 2k_F$ уже проявляются, но не настолько большого, чтобы наблюдался частокол пиков, связанных с особенностями плотности состояний магнитоплазмонов при $q < 2k_F/\Delta$, см. (91) и рис. 2, 3. С ростом температуры спектр магнитоплазмонов вблизи $q = 2k_F$ сглаживается, что сказывается на форме кривой фотосопротивления. Так, амплитуда последнего пика в спектре магнитоплазмонов убывает с ростом температуры, а ширина области, где фотосопротивление отлично от нуля, заметно уменьшается. Если $\tau^{-1} \gg |\omega_P(k_F) - P\omega_c|$ — такой случай можно назвать случаем «грязной» системы, когда отличие энергий магнитоплазмонов от одночастичных возбуждений пренебрежимо мало, — то пики и провалы в фотосопротивлении вблизи значений Ω , кратных ω_c , размоются: их ширина будет порядка τ^{-1} . Получающиеся результаты (см. рис. 10) будут тогда качественно эквивалентны известным [7, 8].

Существенно важным учет динамического экранирования примесей будет, если примесный потенциал достаточно быстро падает в q -пространстве. Такой потенциал создает, например, двумерный слой примесей, лежащих вне плоскости двумерного электронного газа:

$$V_{imp}(q) \propto q^{-1} \exp(-qL_{imp}), \quad (116)$$

где L_{imp} — расстояние от примесей до двумерного электронного газа. Тогда в силу формул (108) и (110) вклад магнитоплазмонов с волновыми чис-

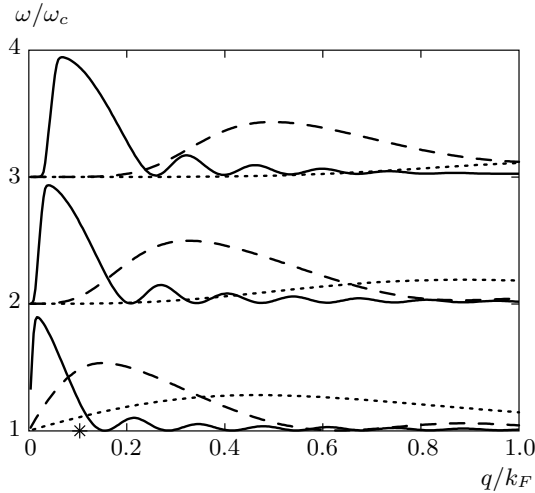


Рис. 11. Спектр магнитоплазмонов (ветви $P = 1, 2, 3$) в магнитных полях $B = 0.5$ Тл (сплошная линия), $B = 2$ Тл (штриховая линия) и $B = 5$ Тл (пунктирная линия); $N_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $T^* = 0$. Звездочка отмечает значение $(L_{imp}k_F)^{-1} \approx 0.1$, соответствующее $L_{imp} = 0.07 \text{ мкм}$

лами $q \sim L_{imp}^{-1}$ будет определяющим, а с волновыми числами $q \gg L_{imp}^{-1}$ — экспоненциально малым. Если $L_{imp} \gtrsim R_c$, то основной вклад будут давать значения $q \lesssim R_c^{-1}$, для которых условие $|\omega_P(q) - P\omega_c| \ll |\omega_c|$ может не выполняться. Таким образом, формы пиков и провалов в фотосопротивлении зависят от вида потенциала рассеяния. В модели (116) — от соотношений между двумя величинами с размерностью длины: L_{imp} и R_c . Для GaAs в поле $B = 0.1$ Тл при $N_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ имеем $R_c \approx 1 \text{ мкм}$, а характерное значение $L_{imp} = 0.07 \text{ мкм}$ [1]. Значит, в условиях эксперимента $L_{imp} \ll R_c$, и в выпрямленный диссипативный ток дают вклад состояния с достаточно большими значениями q , при которых $|\omega_P(q) - P\omega_c| \ll |\omega_c|$.

Для типичных значений L_{imp} форма кривой фотосопротивления начнет существенно меняться лишь по достижении достаточно сильных магнитных полей (при достаточно высокой частоте СВЧ-излучения), когда R_c станет меньше или порядка L_{imp} . Рисунок 11 дает представление о качественном изменении спектра магнитоплазмонов с ростом магнитного поля: амплитуда первого ярко выраженного пика в спектре каждой ветви магнитоплазмона уменьшается, а положение этого пика смещается в сторону больших значений q . При этом на зависимости фотосопротивления от магнитного

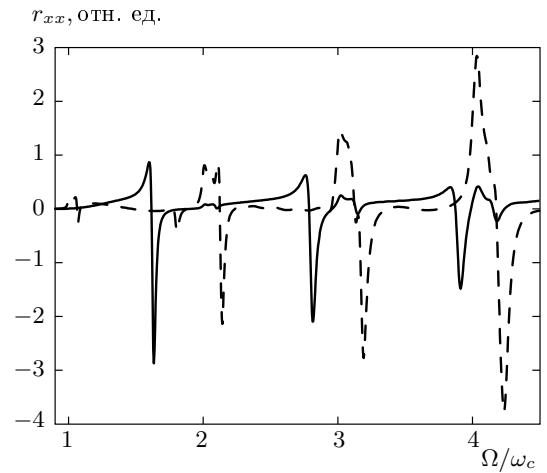


Рис. 12. Фотосопротивление системы с примесями, лежащими вне двумерного электронного газа, см. (116), $L_{imp} = 0.07 \text{ мкм}$, в СВЧ-поле частоты $\Omega = 1$ ТГц (сплошная линия) и $\Omega = 0.6$ ТГц (штриховая линия). В обоих случаях $\Omega\tau = 100$, $T^* = 0$, $N_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$

поля пики и провалы при $\Omega/\omega_c \approx 1, 2, 3, \dots$ начнут исчезать из-за экспоненциального убывания вклада больших значений q , но начнут проявляться особенности в плотности состояний магнитоплазмонов, связанные с первым пиком в спектре магнитоплазменных ветвей. На рис. 12 построено фотосопротивление в случае достаточно сильных магнитных полей для двух значений Ω . Штриховая линия демонстрирует уменьшение с ростом магнитного поля амплитуды пиков и провалов при значениях Ω , кратных ω_c , а также зарождение (при $\Omega/\omega_c \approx 1.8$) структуры, связанной с первым пиком в спектре магнитоплазменной ветви. На сплошной линии наблюдаются сильная деградация пиков и провалов при $\Omega/\omega_c \approx 1, 2, 3, 4$ и развитие новых особенностей, привязанных к первым пикам в спектре магнитоплазменных ветвей. Заметим в заключение, что при наличии в системе эффективных примесей (116) условием слабости СВЧ-поля будет $\mathcal{R} \ll L_{imp}$ вместо соотношения (103).

9. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

В настоящей работе непertурбативным методом рассмотрено влияние внешнего однородного электрического поля, как постоянного, так и периодического во времени, на проводимость и сопротив-

ление двумерной электронной системы в магнитном поле. Показано, что дрейф центра циклотронной орбиты качественно изменяет характер экранирования статических примесей. Это, в свою очередь, сильно влияет на диссипативную проводимость системы, обусловленную рассеянием на примесном потенциале. Результаты, выраженные в терминах возбуждения магнитоплазмонов, качественно согласуются с основными экспериментальными данными по магнитоосцилляциям фотосопротивления при СВЧ-накачке и «зинеровского туннелирования» в отсутствие СВЧ-накачки.

Недавно был открыт другой тип осцилляций сопротивления двумерного электронного газа под действием СВЧ-излучения [38]. Его температурная «живучесть», а также периодичность сопротивления по магнитному полю, а не по обратному магнитному полю, как в [1], указывает на то, что эффект связан с возбуждением краевых магнитоплазмонов [38, 39]. Однако было неясно, почему в осцилляциях [38] магнитоплазмоны проявляются, а эксперимент [1] в целом неплохо можно объяснить в рамках одноэлектронных теорий [6–8, 10, 12]. Как показано выше, по крайней мере один из таких теоретических сценариев [6–8] хорошо вписывается в схему взаимодействия магнитоплазмонов с примесным полем и является в этой схеме неким предельным «грязным» случаем, когда отличием энергий магнитоплазмонов от одночастичных возбуждений можно пренебречь.

Обсудим теперь кратко оставшиеся проблемы. Как было уже упомянуто во Введении, ряд обнаруженных эффектов еще требует объяснения. Один из них — поляризационная нечувствительность магнитоосцилляций сопротивления [40]. Даже с учетом действующего поля (см. (42)) теория дает отношение сопротивлений для двух различных круговых поляризаций, равное в условиях (103)

$$\frac{\bar{n}^2 (\Omega + \omega_c)^2 + \Gamma^2}{\bar{n}^2 (\Omega - \omega_c)^2 + \Gamma^2}, \quad (117)$$

что для типичных условий эксперимента может сильно отличаться от единицы.

Второй по счету, но, пожалуй, первый в ряду по значимости — вопрос о роли примесей. В теории часть диссипативного тока, ответственная за периодические по обратному магнитному полю осцилляции сопротивления, оказывается пропорциональной концентрации рассеивателей. Между тем эксперимент говорит об обратном: в образцах с низкой подвижностью осцилляции выражены очень слабо. Однако недавно было экспериментально показано,

что гигантские осцилляции магнитосопротивления в СВЧ-поле можно обнаружить и на образцах с умеренной подвижностью (до $10^6 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$), но с достаточно высокой концентрацией двумерных электронов ($N_s = 8.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$) [41]. Экспериментальные результаты [42] не выявили корреляции между формой кривой магнитосопротивления и зависимостями от магнитного поля коэффициентов поглощения и отражения СВЧ-волны. Кроме того, существует и некоторое противоречие в экспериментальных данных, полученных разными группами. Так, в рамках существующих теоретических моделей параллельное двумерному электронному газу магнитное поле не должно сильно влиять на осцилляции сопротивления, что подтверждается экспериментом [43], но противоречит работе [44]. Все эти проблемы заслуживают отдельного рассмотрения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-02-17095) и ИНТАС (грант № 05-1000008-8044). Работа Э. Е. Т. поддержана также «Фондом содействия отечественной науке».

ЛИТЕРАТУРА

1. M. A. Zudov, R. R. Du, J. A. Simmons, and J. L. Reno, E-print archives, cond-mat/9711149; Phys. Rev. B **64**, 201311 (2001).
2. P. D. Ye, L. W. Engel, D. C. Tsui, J. A. Simmons, J. R. Wendt, G. A. Vawter, and J. L. Reno, Appl. Phys. Lett. **79**, 2193 (2001).
3. R. G. Mani, J. H. Smet, K. von Klitzing, V. Narayanamurti, W. B. Johnson, and V. Umansky, Nature **420**, 646 (2002).
4. M. A. Zudov, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **90**, 046807 (2003).
5. R. R. Du, M. A. Zudov, C. L. Yang, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Physica E **22**, 7 (2004).
6. В. И. Рыжий, ФТТ **11**, 2577 (1969).
7. В. И. Рыжий, Р. А. Сурис, Б. С. Щамхалова, ФТП **20**, 2078 (1986).
8. A. C. Durst, S. Sachdev, N. Read, and S. M. Girvin, Phys. Rev. Lett. **91**, 086803 (2003).
9. В. И. Рыжий, УФН **175**, 205 (2005).
10. S. I. Dorozhkin, Письма в ЖЭТФ **77**, 681 (2003).
11. С. И. Дорожкин, УФН **175**, 213 (2005).

12. I. A. Dmitriev, M. G. Vavilov, I. L. Aleiner, A. D. Mirlin, and D. G. Polyakov, *Phys. Rev. B* **71**, 115316 (2005).
13. A. V. Andreev, I. L. Aleiner, and A. J. Mills, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 056803 (2003).
14. I. L. Aleiner and L. I. Glazman, *Phys. Rev. B* **52**, 11296 (1995).
15. Ş. Ғиҗеика, *Ann. der Phys.* **22**, 129 (1935).
16. E. Adams and T. Holstein, *J. Phys. Chem. Sol.* **10**, 254 (1959).
17. Б. А. Тавгер, М. Ш. Ерухимов, *ЖЭТФ* **51**, 528 (1966).
18. А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике*, Наука, Москва (1971).
19. И. А. Малкин, В. И. Манько, *Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем*, Наука, Москва (1979).
20. K. Husimi, *Progr. Theor. Phys.* **9**, 381 (1953).
21. D. M. Volkov, *Z. Phys.* **94**, 250 (1935).
22. Д. М. Волков, *ЖЭТФ* **7**, 1286 (1937).
23. C. L. Yang, J. Zhang, R. R. Du, J. A. Simmons, and J. L. Reno, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 076801 (2002).
24. A. A. Bykov, J. Zhang, S. Vitkalov, A. K. Kalagin, and A. K. Bakarov, *Phys. Rev. B* **72**, 245307 (2005).
25. W. Zhang, H.-S. Chiang, M. A. Zudov, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, E-print archives, cond-mat/0608727.
26. А. А. Быков, А. К. Бакаров, А. К. Калагин, А. И. Торопов, *Письма в ЖЭТФ* **81**, 348 (2005).
27. А. А. Быков, А. В. Горан, Д. Р. Исламов, А. К. Бакаров, J. Zhang, and S. Vitkalov, E-print archives, cond-mat/0603398.
28. E. E. Takhtamirov and V. A. Volkov, *Proc. of 13th Int. Symp. Nanostructures: Physics and Technology*, St. Petersburg, Russia, June 20–25, 2005, Ioffe Institute, p. 399; E-print archives, cond-mat/0506727.
29. K. W. Chiu, T. K. Lee, and J. J. Quinn, *Surf. Sci.* **58**, 182 (1976).
30. S. A. Mikhailov, *Phys. Rev. B* **70**, 165311 (2004).
31. W. Kohn and J. M. Luttinger, *Phys. Rev.* **108**, 590 (1957).
32. Г. Корн, Т. Корн, *Справочник по математике для научных работников и инженеров*, Наука, Москва (1968).
33. M. P. Greene, H. J. Lee, J. J. Quinn, and S. Rodrigues, *Phys. Rev.* **177**, 1019 (1969).
34. K. W. Chiu and J. J. Quinn, *Phys. Rev. B* **9**, 4724 (1974).
35. G. R. Aizin and G. Gumbs, *Phys. Rev. B* **52**, 1890 (1995).
36. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, *Высшие трансцендентные функции*, т. 2, Наука, Москва (1974).
37. I. Krasikov, *J. Approx. Theory* **121**, 287 (2003).
38. I. V. Kukushkin, M. Yu. Akimov, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, K. von Klitzing, I. L. Aleiner, and V. I. Falko, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 236803 (2004).
39. В. А. Волков, С. А. Михайлов, *ЖЭТФ* **94**, 217 (1988).
40. J. H. Smet, B. Gorshunov, C. Jiang, L. Pfeiffer, K. West, V. Umansky, M. Dressel, R. Meisels, F. Kuchar, and K. von Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 116804 (2005).
41. А. А. Быков, А. К. Бакаров, Д. Р. Исламов, А. И. Торопов, *Письма в ЖЭТФ* **84**, 466 (2006).
42. S. A. Studenikin, M. Potemski, A. Sachrajda, M. Hilke, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. B* **71**, 245313 (2005).
43. R. G. Mani, *Phys. Rev. B* **72**, 075327 (2005).
44. C. L. Yang, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. B* **74**, 045315 (2006).