

ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛ КАЗИМИРА МЕТОДАМИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГОЛОГРАФИИ

В. М. Петров^a, М. П. Петров^{a}, В. В. Брыксин^a, Ё. Петтер^{b**}, Т. Чуди^{b**}*

^a *Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

^b *Институт прикладной оптики, Дармштадский технический университет
D-64289, Дармштадт, Германия*

Поступила в редакцию 26 октября 2006 г.

Впервые проведены оптико-голографические измерения силы Казимира, возникающей между макроскопическими объектами за счет нулевых электромагнитных колебаний. Использовался голографический интерферометр, позволяющий регистрировать колебания отражающей поверхности с амплитудой до 1 пм. Объектом исследования были две тонкие металлические пленки, нанесенные на диэлектрические подложки. При возбуждении периодических колебаний положения одной из пленок обнаружены первая и вторая гармоники колебаний силы Казимира, действующей на вторую пленку. Дан теоретический анализ наблюдаемых эффектов. Впервые определено (по порядку величины) абсолютное значение силы Казимира с использованием давления света в качестве естественного эталона давления и силы. Показано, что расхождение между расчетным и экспериментальными значениями силы Казимира может быть связано с малой толщиной металлических пленок и их конечной проводимостью.

PACS: 05.40.-a, 03.70.+k, 77.22.-d, 81.07.-b

1. ВВЕДЕНИЕ

Из квантовой электродинамики хорошо известно, что даже в отсутствие внешнего излучения вакуум при нулевой температуре заполнен так называемыми нулевыми колебаниями электромагнитного поля. Нулевые колебания можно представить как совокупность фотонов, имеющих частоту $\omega_{k,\nu}$, волновой вектор k , поляризацию ν (ν принимает два значения), дисперсионное соотношение $\omega_{k,\nu} = ck$, где c — скорость света в вакууме. Общая энергия совокупности этих фотонов, соответствующая основному состоянию электромагнитного поля, равна

$$H = \frac{1}{2} \sum_{k,\nu} \hbar \omega_{k,\nu}. \quad (1)$$

Формальной причиной существования нулевых колебаний является тот факт, что операторы взаимно перпендикулярных электрического и магнитно-

го полей не коммутируют между собой. Хотя понятие о нулевых колебаниях было введено в квантовой теории электромагнитного поля еще в 30-х годах прошлого века, имеется лишь небольшое число экспериментально наблюдаемых явлений, прямо подтверждающих реальность этих колебаний. К таким экспериментальным фактам относится лэмбовский сдвиг [1, 2] и сила Казимира [3]. Лэмбовский сдвиг отражает тот факт, что происходит перенормировка энергии заряженных частиц, в частности, электронов в атоме, за счет взаимодействия с электромагнитным полем, в том числе и за счет нулевых колебаний. Сила Казимира обусловлена тем, что в присутствии металлических тел плотность нулевых колебаний в пространстве становится неоднородной, в результате чего появляются силы, действующие на эти тела. Так, например, если в свободном пространстве расположены две бесконечные идеально проводящие металлические пластины на расстоянии Z друг от друга, то они образуют волновод, а между пластинами могут распространяться только те электромагнитные колебания, которые представляют со-

*E-mail: mpetr.shuv@pop.ioffe.rssi.ru

**J. Petter, T. Tschudi, Technische Universität Darmstadt, D-64289, Darmstadt, Germany

бой собственные моды этого волновода. При этом значение волнового вектора таких мод не менее чем $k = \pi/Z$. Тогда плотность энергии фотонного газа между пластинами меньше, чем за пластинами, и в результате давление фотонов изнутри на пластины становится меньше давления, действующего снаружи. Возникает сила, притягивающая пластины друг к другу. Это и есть сила Казимира. Для данной конфигурации и при нулевой температуре давление P_C за счет силы Казимира равно [3]:

$$P_C = -\frac{\pi^2 \hbar c}{240 Z^4}. \quad (2)$$

Наличие постоянной Планка в формуле (2) прямо указывает на квантовый характер явления, хотя притягиваются между собой макроскопические объекты. Величина P_C при $Z = 500$ нм равна $2.15 \cdot 10^{-6}$ Н/см². Заметим, что такое же давление на пластины производил бы обычный свет с интенсивностью 320 Вт/см² (при условии, что пластины обладают коэффициентом отражения, равным единице). Современное состояние исследования силы Казимира изложено в хороших обзорах [4, 5].

Конечно, перераспределение плотности нулевых колебаний в пространстве (а следовательно, и появление соответствующих сил) происходит не только в присутствии идеальных проводников, но и в случае любых других тел, в частности диэлектриков. Теории этого вопроса посвящена классическая работа [6] и большое количество других публикаций (см., например, [7]). Интересно, что число цитирований работ Казимира растет экспоненциально с характерным временем экспоненты в 12 лет [5]. Заметим, что количество экспериментальных работ в области исследования нулевых колебаний в десятки раз меньше теоретических. С экспериментальной точки зрения нулевые колебания изучены явно недостаточно, а набор используемых экспериментальных методик весьма ограничен.

К настоящему времени для исследования сил Казимира, как правило, использовались лишь методы на основе крутильного маятника [8] и атомной силовой микроскопии [9, 10]. Поэтому разработка новых экспериментальных методов и детальное экспериментальное исследование силы Казимира как одного из наиболее интересных проявлений нулевых колебаний и вообще как одной из важнейших проблем квантовой электродинамики является весьма актуальной задачей. Кроме того, проблема сил Казимира и взаимодействия нулевых колебаний с веществом представляет в настоящее время и конкретный практический интерес в связи с бурным развитием техни-

ки микро- и наномеханических систем [11]. Эти силы могут как накладывать ограничения на дальнейшую миниатюризацию механических устройств, так и служить основой для разработки принципиально новых систем, например, устройств памяти.

Целью настоящей работы является разработка экспериментальной методики с использованием принципов динамической голографии и изучение сил Казимира (с помощью этой методики) между двумя тонкими проводящими слоями, нанесенными на достаточно массивные диэлектрические подложки. Как показали эксперименты и теоретический анализ, разработанный метод позволяет с высокой надежностью обнаруживать существование сил Казимира. Кроме того, было установлено, что их величина существенным образом зависит и от толщины проводящих слоев, и от диэлектрической проницаемости материалов, использованных в качестве подложки.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Основная идея эксперимента заключается в следующем. Если мы возьмем две металлические пластины, расположенные параллельно на достаточно близком расстоянии Z друг от друга (скажем, 0.5 мкм), и будем периодически перемещать одну из пластин так, что будет изменяться Z , то вторая пластина будет испытывать периодическое воздействие сил Казимира, что может привести к периодическому смещению положения второй пластины. Причем, поскольку зависимость силы Казимира от Z нелинейна, у второй пластины колебания будут содержать не только первую частотную гармонику, но также и высшие гармоники. Колебания второй пластины можно регистрировать различными способами, в частности, с помощью оптического интерферометра. По результатам измерений колебаний второй пластины можно судить о характере и параметрах сил, действующих на эту пластину. На рис. 1 показана схема экспериментальной установки.

В качестве первой пластины, которая перемещается под внешним воздействием, использовалась тонкая (толщиной 200 нм) пленка алюминия, нанесенная на стеклянную сферическую поверхность (а именно, поверхность линзы). При этом радиус линзы R_0 составлял в одном случае 1 м, а в другом случае 0.3 м. Линза помещалась на пьезоподвижке так, что была возможность достаточно точно выставлять ее положение и электрическим управляющим сигналом обеспечивать ее периодическое перемещение

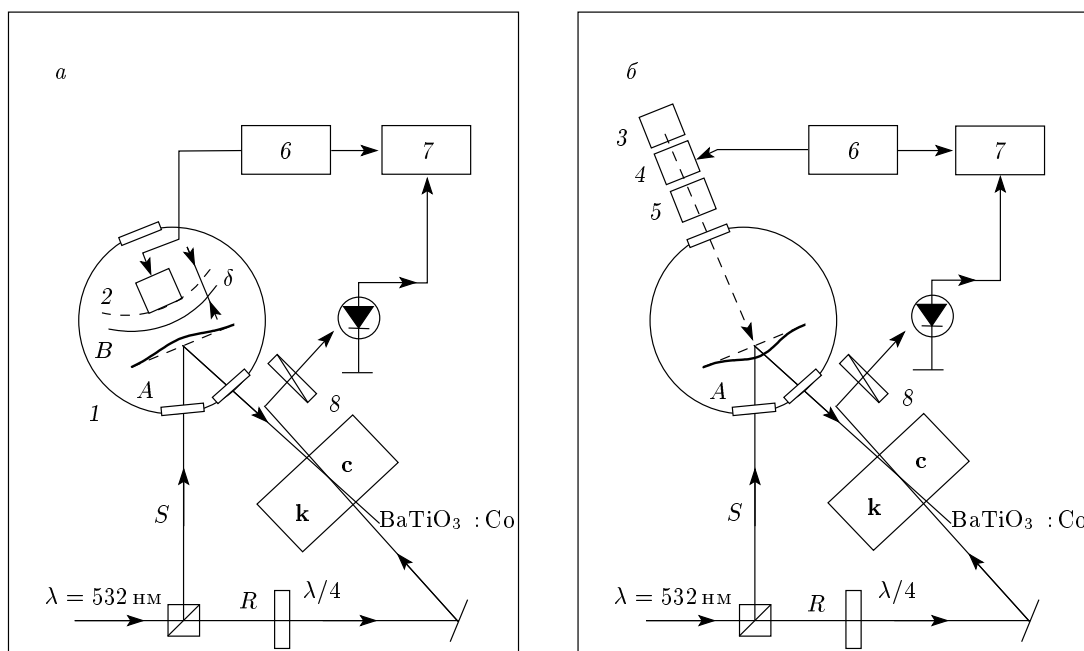


Рис. 1. Схема эксперимента: *a* — измерение силы Казимира, *b* — абсолютная калибровка установки при помощи давления света. Обозначения на рисунках: 1 — вакуумная камера, 2 — пьезоподвижка, 3 — лазер ($\lambda = 458, 476, 488, 532, 1520, 1600$ нм), 4 — амплитудный модулятор, 5 — формирователь пучка света, 6 — синхрогенератор, 7 — синхронный фазовый детектор, 8 — анализатор, *A* — отражательная мембрана («плоскость»), *B* — сферическая поверхность с алюминиевой пленкой («линза»), $\lambda/4$ — четвертьволновая пластинка, *R*, *S* — пучки света, *k* — вектор записываемой решетки, *c* — оптическая ось кристалла, δ — амплитуда колебаний линзы

(колебания) вдоль своей оси. В качестве второй пластины использовалась тонкая (толщиной 5 мкм) лавсановая мембрана диаметром 7.62 см, закрепленная по периметру. На мембрану был нанесен слой алюминия толщиной 150 нм. Расстояние между линзой и мембраной устанавливалось в интервале от 300 до 900 нм в разных экспериментах. Максимальная амплитуда колебаний линзы достигала 300 нм, частота колебаний была выбрана равной 3 Гц. Для исключения электростатических воздействий металлические пленки на линзе и на мембране были электрически закорочены и заземлены. Линза и мембрана были помещены в вакуумную камеру, из которой откачивался воздух до уровня $3 \cdot 10^{-2}$ Торр ($\approx 4 \cdot 10^{-5}$ атм). В камере были сделаны кварцевые окна для освещения мембраны пробным лучом при измерении амплитуды ее колебаний и для освещения «толкающим» лучом при абсолютной калибровке силы Казимира.

Периодические механические колебания мембраны, вызванные периодически изменяющейся силой Казимира, измерялись оптическим методом. Для этого на мембрану направлялся луч лазера. У от-

раженного от мембраны луча появлялась фазовая модуляция $\Theta \cos \Omega t$, где Θ — амплитуда, а Ω — частота фазовой модуляции (равная частоте колебаний мембраны). При этом

$$\Theta = \frac{4\pi h}{\lambda \cos \psi},$$

где ψ — угол падения луча на мембрану, h — амплитуда колебаний мембраны. Фазовая модуляция отраженного луча детектировалась с помощью фазового адаптивного голографического интерферометра, основанного на принципе двухволнового взаимодействия [12]. Идея этого метода заключается в следующем. На фоторефрактивный кристалл падают два когерентных луча (например, *A* и *B*, см. рис. 2), образующие в кристалле интерференционную картину, в результате чего записывается голографическая решетка. Поскольку фоторефрактивный кристалл — это динамическая голографическая среда, одновременно с записью решетки происходит и дифракция падающего света на этой решетке. В итоге на выходе кристалла образуется интерференция каждого из прошедших через кристалл (но не протифрагировавших) лучей и одного из протифраги-

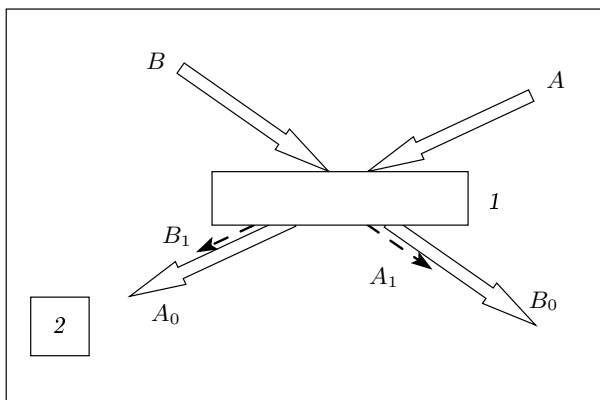


Рис. 2. Диаграмма, поясняющая принцип двухволнового взаимодействия. Штрихами показаны лучи, возникшие в результате дифракции записывающих лучей на динамической решетке: 1 — кристалл, 2 — фотоприемник, $U_{out} \propto I_{\Sigma}$

ровавших лучей. Другими словами, интерференция происходит между нулевым порядком одного из падающих лучей (например, A_0) и первым дифракционным порядком другого падающего луча (например, B_1), поскольку нулевой дифракционный порядок одного и первый дифракционный порядок другого падающего луча распространяются в одном и том же направлении (см. рис. 2). В результате этой интерференции интенсивность суммарного луча I_{Σ} зависит от разности фаз $\Delta\varphi$ интерферирующих лучей:

$$I_{\Sigma} = I_0 + 2\sqrt{A_0 B_1} \cos \Delta\varphi. \quad (3)$$

Здесь I_0 — сумма интенсивностей лучей A_0 и B_1 . Допустим, что один из лучей промодулирован по фазе во времени, т. е.

$$\Delta\varphi = \varphi_0 + \Theta \cos \omega t. \quad (4)$$

В этом случае выходная интенсивность также зависит от времени и сигнал фотоприемника будет содержать информацию об амплитуде фазовой модуляции Θ . Как видно из выражения (4), выходной электрический сигнал (который пропорционален $\sqrt{A_0 A_1} \cos \Delta\varphi$) существенным образом зависит от начальной разности фаз φ_0 . Если фаза $\varphi_0 = \pi/2$ или кратна $\pi/2$, т. е. $\varphi_0 = (2n + 1)\pi/2$, то выходной сигнал на фотоприемнике будет пропорционален $\Theta \sin \omega t$, т. е. сигнал линеен по Θ и имеет частоту ω (подразумевается, что $\Theta \ll 1$). Когда фаза $\varphi_0 = 0$ или кратна π , сигнал пропорционален $\Theta^2 \cos 2\omega t$. Поскольку подобные устройства используются для измерения малых Θ , для достижения высокой чув-

ствительности, очевидно, необходимо обеспечить режим работы интерферометра при $\varphi_0 = \pi/2$. Интерферометры, основанные на принципе двухволнового взаимодействия, обеспечивают высокую стабильность работы и высокую чувствительность [13, 14]. Например, при фазовой модуляции за счет отражения от колеблющейся поверхности удается регистрировать амплитуды колебаний вплоть до 35 пм (0.35 \AA) [13].

В настоящей работе интерферометр был выполнен в отражательной геометрии (рис. 1). В качестве динамической голографической среды использовался кристалл титаната бария, допированного кобальтом ($\text{BaTiO}_3:\text{Co}$). Концентрация кобальта составляла примерно 0.01%. Известно [11], что титанат бария является одной из наиболее светочувствительных голографических сред. Использованный кристалл освещался с противоположных сторон пучками света (R и S) на длине волны 532 нм. Угол между пересекающимися пучками составлял примерно 170° , толщина кристалла вдоль направления вектора \mathbf{k} записываемой решетки составляла 4 мм. Оптическая ось \mathbf{c} кристалла была параллельна вектору записываемой решетки \mathbf{k} . Фазовая модуляция пучка S обеспечивалась за счет механических колебаний мембраны, которая являлась одним из зеркал интерферометра. Пучок S имел линейную поляризацию, а пучок R имел эллиптическую поляризацию за счет внесенной четвертьволновой пластины. Использование эллиптической поляризации обусловлено необходимостью обеспечить, чтобы величина φ_0 была кратной $(2n + 1)\pi/2$. Для выбранного кристалла и механизма записи голографической решетки разность фаз φ_0 складывается из сдвига на $\pi/2$ за счет диффузионного механизма записи [11] и еще на $\pi/2$ за счет того, что дифракция происходит на фазовой решетке. Поэтому требуется обеспечить задержку фазы одного из лучей еще на $\pi/2$. Это можно сделать, если использовать для записи выбранную геометрию с эллиптической поляризацией одного из лучей. Эллиптическая поляризация создавалась четвертьволновой пластинкой. Главная ось эллипсоида поляризации пучка была повернута на 22° относительно вертикальной оси, соотношение между осями эллипсоида составляло примерно 5.6 : 1. Ось анализатора была повернута примерно на 70° относительно вертикальной оси. В этой геометрии запись проводится параллельными компонентами поляризации лучей R и S . В то же время фотоприемник регистрирует интенсивность света, прошедшего через анализатор, т. е. результат интерференции продифрагировавшей части пучка S и поляризованной перпенди-

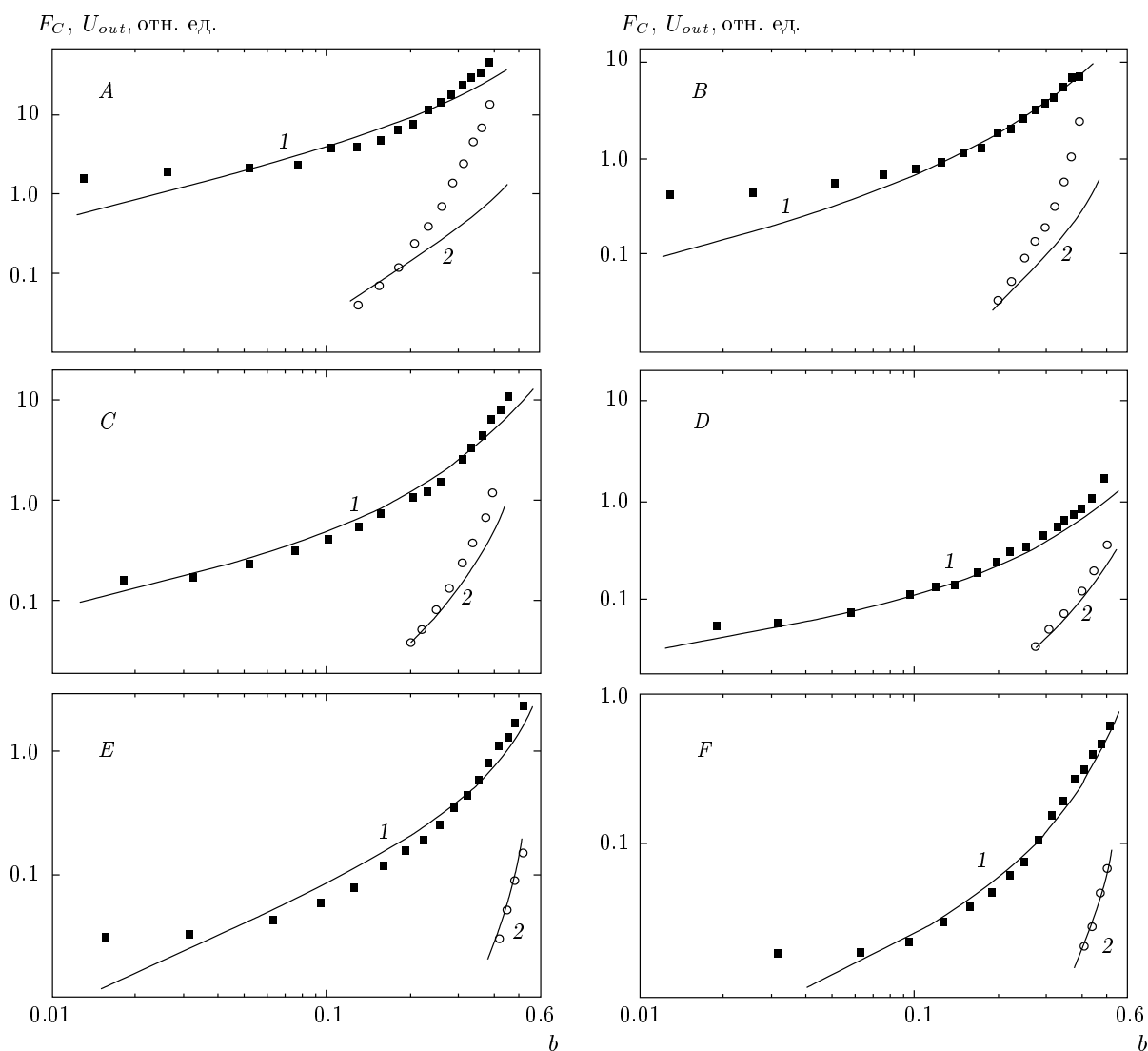


Рис. 3. Экспериментальные и теоретические результаты измерения силы Казимира. Точки — зависимости выходного сигнала на первой U_{Ω} (темные) и второй $U_{2\Omega}$ (светлые) гармониках от величины относительной амплитуды b . Кривые — зависимости силы Казимира от относительной амплитуды b , рассчитанные по формулам (9) (кривые 1) и (10) (кривые 2). Результаты расчетов по формулам (11) и (12) аналогичны и на рисунках не приводятся. Значения параметров: A — $Z_0 = 300$ нм, $R = 1$ м; B — $Z_0 = 300$ нм, $R = 0.3$ м; C — $Z_0 = 450$ нм, $R = 1$ м; D — $Z_0 = 450$ нм, $R = 0.3$ м; E — $Z_0 = 600$ нм, $R = 1$ м; F — $Z_0 = 600$ нм, $R = 0.3$ м

кулярно компоненты нулевого порядка R_0 , поскольку ось анализатора практически совпадает с направлением перпендикулярной части поляризации луча R_0 . Очевидно, что использование указанной ортогональной компоненты обеспечивает еще один, дополнительный фазовый сдвиг $\pi/2$ между пучками, участвующими в двухволновом взаимодействии, что в итоге обеспечивает выходной сигнал только на первой гармонике частоты фазовой модуляции (если эта модуляция содержит только первую гармонику).

Экспериментально ориентация оси анализатора подстраивалась таким образом, чтобы обеспечить максимальное значение сигнала на первой гармонике фазовой модуляции при условии практически полного подавления сигнала на второй гармонике. Таким способом удавалось сформировать полностью линейный тракт регистрации фазовой модуляции. Более детально техника «линеаризации» интерферометра описана в работе [15]. Измерения электрического сигнала после фотодетектора проводились при

помощи синхронного фазового детектора.

В ходе эксперимента было обнаружено, что на выходе можно уверенно зарегистрировать переменный сигнал при следующих условиях: расстояние между линзой и мембраной меньше 1000 нм, амплитуда колебаний линзы больше 5 нм. Если амплитуда колебаний линзы увеличивалась, то кроме сигнала на первой гармонике появлялся сигнал второй гармонике. На рис. 3 точками показаны амплитуды выходных сигналов для первой (U_{Ω}) и второй ($U_{2\Omega}$) гармоник в зависимости от амплитуды колебаний линзы и расстояния между линзой и мембраной. Данные приведены в относительных единицах. Напомним, что измерительный тракт линеен по амплитуде сигнала, поэтому наличие второй гармонике на выходе означает существование второй гармонике в самой фазовой модуляции. На рис. 4 показана зависимость сигнала на первой гармонике при расстоянии между мембраной и линзой (в статическом положении) $Z_0 = 300$ нм, амплитуде колебаний линзы $\delta = 60$ нм и радиусе линзы $R_0 = 1$ м в зависимости от величины давления в камере. Эти измерения были проведены с целью выяснения влияния атмосферы на наблюдаемые сигналы. Как видно из этого рисунка, при уменьшении давления от атмосферного давления (около 1000 Торр) до 10 Торр происходит ослабление выходного сигнала, а затем его рост с тенденцией выхода на постоянный уровень при давлении менее 0.01 Торр.

Влияние газа в камере может быть обусловлено несколькими причинами. Во-первых, газ служит просто средой, которая переносит колебания линзы к мембране. При этом с уменьшением давления амплитуда колебаний мембраны и, следовательно, выходной сигнал должны уменьшаться. Возможно, это имеет место в интервале 1000–10 Торр. Вторая причина заключается в том, что газ служит неким демпфером и затрудняет колебания линзы. В этом случае с уменьшением давления выходной сигнал должен расти. Возможно, это и есть причина роста сигнала в интервале давлений 0.03–10 Торр. Кроме того, возможна и третья причина — влияние диэлектрической проницаемости ϵ газа на силу Казимира: с уменьшением давления диэлектрическая проницаемость газа в промежутке между металлическими слоями должна уменьшаться и, следовательно, должна увеличиваться сила Казимира. Однако, скорее всего, этот эффект не существен вследствие малого значения диэлектрической проницаемости газа. В то же время нужно заметить, что внесение в промежуток между слоями металла пластины диэлектрика с большим ϵ могло бы радикально повлиять

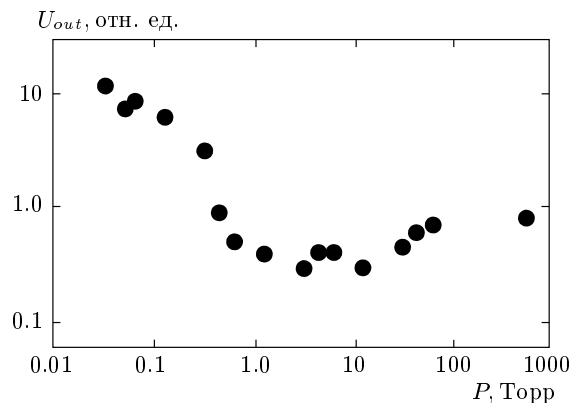


Рис. 4. Зависимость выходного сигнала U_{Ω} от давления P газа в камере

на силу Казимира.

На рис. 3 сплошными линиями показаны теоретические данные, полученные для соответствующих моделей, которые мы обсудим в следующем разделе. Видно, что при определенных условиях можно добиться достаточно хорошего согласия теории с экспериментом, когда анализируются относительные, а не абсолютные значения наблюдаемых величин. В качестве подгоночных параметров здесь использовалось расстояние между линзой и мембраной.

Измерение абсолютных значений силы Казимира — не очень простая задача. Только с развитием современных методов типа атомной силовой микроскопии [9, 10] стало возможным провести достаточно точные измерения. В настоящей работе мы предприняли попытку провести абсолютное измерение силы Казимира, используя давление света как естественный эталон давления. В нашей предыдущей работе [16] мы основывались на методике динамической голографии для измерения давления света и экспериментальной проверки того, что давление света не зависит от длины волны. Для этого использовалась та же установка, что и в настоящей работе (но вместо титаната бария мы брали кристаллы семейства силленитов), при этом были проведены все необходимые калибровки. В настоящей работе для абсолютного измерения силы Казимира из камеры удалялась линза с пьезоподвижкой, а на мембрану направлялся луч света (с той стороны, где была линза), мощность которого модулировалась по синусоидальному закону с частотой 3 Гц. Источником служил лазер мощностью 0.75 Вт с длиной волны излучения 532 нм. Мощность луча, падающего на мембрану, выбиралась такой, чтобы обеспечить выходной электрический сигнал такой же величины, ка-

кая наблюдалась при измерении силы Казимира при $Z_0 = 450$ нм, амплитуде колебаний линзы $\delta = 90$ нм и радиусе линзы $R_0 = 1$ м. Модуляция света проводилась с помощью фазового модулятора, помещенного между скрещенными поляризаторами, глубина модуляции достигала 100 %. Под действием этого луча (назовем его толкающим) возникают колебания мембраны, которые регистрируются точно таким же образом, как регистрировались колебания за счет сил Казимира. Давление света $P_L(t)$ описывается известной формулой [17]:

$$P_L(t) = \frac{I_p(t)}{c} (1 + r). \quad (5)$$

Здесь

$$I_p(t) = I_p \frac{1 + \cos \omega t}{2},$$

I_p — удвоенная амплитуда переменной части интенсивности толкающего света, r — коэффициент отражения по мощности ($r \approx 1$). Амплитуда переменной составляющей силы давления света оценивалась как

$$F_{light} = \frac{I_p S_{light}}{2c} (1 + r) \approx \frac{W}{2c} (1 + r), \quad (6)$$

где W — мощность толкающего луча, а S_{light} — его площадь сечения. Из соотношения (6) можно найти F_{light} , если известна W . Таким образом, мы делаем вывод, что амплитуда переменной составляющей силы Казимира в наших экспериментах при указанных выше условиях должна быть равна F_{light} , если выходной сигнал в обоих случаях имеет одну и ту же величину. Экспериментальные данные дают оценку $F_{light} \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ Н для $S_{light} = 10 - 1$ мм². Этот вывод, однако, справедлив, если профиль распределения давления одинаков для обеих ситуаций, для которых проводится сравнение.

Для оценки предельной чувствительности измерительной установки к давлению света были проведены дополнительные измерения при малых интенсивностях (и мощностях) толкающего луча и сделаны необходимые калибровки, аналогичные выполненным в работе [16]. Калибровки были проведены на шести длинах волн (458, 476, 488, 532, 1520 и 1660 нм), с тем чтобы убедиться, что наблюдаемое давление света не зависит от длины волны. Оказалось, что использованная установка позволяет регистрировать колебания мембраны с амплитудой порядка 1 пм. Заметим, что при измерениях с толкающим лучом как при малых, так и больших мощностях появление вторых гармоник не наблюдалось, что свидетельствует о линейности тракта регистрации колебаний мембраны и линейности отклика мембраны на действие механической силы.

3. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Формула (2) описывает давление Казимира для двух проводящих плоскопараллельных пластин. Однако в нашем случае более адекватной является модель взаимодействия проводящей сферы и плоскости. Известно [5], что при $Z/R_0 \ll 1$ сила Казимира в этом случае равна

$$F_C = -\frac{\pi^2 \hbar c R_0}{360 Z^3}. \quad (7)$$

Для условий, типичных для нашего эксперимента ($R_0 = 1$ м, $Z = 450$ нм), расчетная сила Казимира в соответствии с формулой (7) равна приблизительно $2.8 \cdot 10^{-8}$ Н.

Заметим, что при этом давление на мембрану будет сильно неоднородным. Воздействие на мембрану будет максимальным в области, для которой эффективная площадь много меньше, чем площадь линзы. Сравнивая оценки по формулам (2) и (7), получаем, что эффективная площадь $S_{eff} \approx 0.9$ мм². Величину такого же порядка можно получить и путем непосредственного расчета для области, где сконцентрировано более 50 % силы Казимира в конфигурации сфера-плоскость при $R_0 = 1$ м, $Z = 450$ нм.

Вначале обсудим полученные экспериментальные результаты для относительных значений силы Казимира. При наличии колебаний линзы расстояние между линзой и мембраной можно записать в виде

$$Z = Z_0 + \delta \cos \Omega t. \quad (8)$$

Здесь Z_0 — расстояние между мембраной и линзой в отсутствие колебаний. Используя формулы (7) и (8), можно получить выражения для первой и второй гармоник силы Казимира при наличии колебаний линзы:

$$F_{C,\Omega} = -\frac{3F_C b}{(1 - b^2)^{5/2}}, \quad (9)$$

$$F_{C,2\Omega} = \frac{3F_C b^2}{(1 - b^2)^{5/2}}. \quad (10)$$

Здесь $b = \delta/Z_0$, причем $b < 1$. Соотношения (9) и (10) предполагают, что смещение мембраны во времени адиабатически следует за изменением силы.

На рис. 3 кривыми показаны расчетные значения $F_{C,\Omega}$ и $F_{C,2\Omega}$ в относительных единицах. Сравнивая экспериментальные и теоретические значения, можно сделать вывод о согласии между теорией и экспериментом для условий, когда Z_0 равно 450 и 600 нм. В то же время при значении $Z_0 = 300$ нм

расхождение между теорией и экспериментом становится весьма заметным для второй гармоники. Однако при таких малых расстояниях между сферой и мембраной нужно, по-видимому, учитывать шероховатости взаимодействующих поверхностей. Известные расчеты [18] для такого случая приводят к более сильной зависимости силы Казимира от Z , чем для идеальных поверхностей (см. формулы (2) и (7)), что вполне может объяснить наблюдаемое расхождение. На рис. 3 приведены также расчетные значения для амплитуд первой и второй гармоник для модели двух параллельных плоскостей. Соответствующие выражения для этого случая имеют вид

$$F_{C,\Omega}^p = -\frac{4P_C b(1+b^2/4)S_C}{(1-b^2)^{7/2}}, \quad (11)$$

$$F_{C,2\Omega}^p = \frac{5P_C b^2 S_C}{(1-b^2)^{7/2}}. \quad (12)$$

Здесь S_C — площадь, на которую действует сила Казимира.

Из формулы (9) следует теоретическая оценка: амплитуда первой гармоники силы Казимира при $R_0 = 1$ м, $Z = 450$ нм и $b = 0.2$ равна $F_{C,\Omega} \approx 1.85 \cdot 10^{-8}$ Н. Эта величина приблизительно на два порядка превосходит величину, полученную из эксперимента по измерению силы Казимира с помощью давления света при $S_{light} = 1$ мм².

При оценке абсолютного значения силы Казимира на основе экспериментальных данных, вообще говоря, необходимо учитывать ряд факторов, которые могут быть источниками существенных экспериментальных погрешностей.

Первое — это несоответствие пространственного распределения давления силы Казимира и профиля распределения давления света при измерениях для абсолютной калибровки. Как уже упоминалось выше, для конфигурации сфера–плоскость при $R_0 = 1$ м и $Z = 450$ нм давление Казимира в основном приложено в области (площадью S_{eff}) размером порядка 1 мм². В то же время давление света при измерениях в основном было приложено к области (площадью S_{light}) большего размера (вплоть до 15 мм²) при тех же действующих силах. Однако при оценке влияния этого обстоятельства надо учесть, что пространственный импульсный отклик деформации мембраны на механическое воздействие зависит обратно пропорционально логарифму от радиуса, поэтому влияние неоднородности давления в определенной мере сглажено. Были сделаны измерения зависимости выходного сигнала от площади сечения толкающего луча при постоянной мощности облучения и при изменении площади от 1 до

20 мм². Оказалось, что выходной сигнал действительно уменьшается при увеличении площади, но слабее, чем меняется значение обратной площади освещения.

Другой важный источник экспериментальной погрешности — это ошибка в измерении Z_0 . Относительная погрешность $\Delta Z_0/Z_0$ в определении Z_0 связана, в соответствии с формулой (9), с относительной ошибкой для F_Ω соотношением $\Delta F_\Omega/F_\Omega \approx -4\Delta Z_0/Z_0$. Опыт работы показал, что погрешность в определении Z_0 может достигать 15–20%. Таким образом, ошибка в определении F_Ω за счет указанной причины может достигать двух и более раз.

При измерении давления света, вообще говоря, возможен вклад радиометрического эффекта. В приведенных оценках мы полностью игнорируем этот источник ошибки, так как предполагаем, что при высоком значении коэффициента отражения мембраны ($r \approx 1$), малой толщине пленки и низком давлении остаточного газа в камере влияние радиометрического эффекта не имеет большого значения. Этот вывод подтверждается также дополнительными измерениями давления света в зависимости от давления газа в камере. Оказалось, что при атмосферном давлении, когда радиометрический эффект должен играть существенную роль, наблюдаемый выходной сигнал во много раз превосходил выходной сигнал для давления в камере ниже 1 Торр. При дальнейшем уменьшении давления в камере ослабления сигнала не наблюдалось.

Приведенное обсуждение возможных источников погрешностей показывает, что сравнение абсолютных значений силы Казимира, полученных из эксперимента и рассчитанных теоретически, возможно лишь по порядку величины. Тем не менее, маловероятно, чтобы установленное различие почти на два порядка между расчетными и измеренными значениями силы Казимира было бы связано только с погрешностями эксперимента. На наш взгляд, имеющееся различие в основном связано с тем, что в нашем случае взаимодействие происходит между тонкими пленками, которые не являются идеальными проводниками и частично пропускают свет, что не соответствует тем граничным условиям, для которых получены приведенные выше формулы (2) и (7). Эти соотношения дают максимально возможную величину силы Казимира, если не учитывать температурных поправок, связанных с величиной безразмерного параметра $k_B T Z / \hbar c$, который для комнатных температур и используемых величин зазора Z мал и не превышает значения 0.1. Поэтому увеличе-

ние притяжения между идеально проводящими телами за счет температурных поправок не превышает 15–20 % [5, 19].

В реальных металлах сила Казимира меньше, чем величина, определенная с помощью соотношения (2), соответствующего модели идеальных проводников ($\varepsilon \rightarrow \infty$). Так, проведенный в работах [20, 21] расчет давления за счет силы Казимира для толстых металлических пластин с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, такой что

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (13)$$

где ω_p — плазменная частота, привел к естественному выводу об уменьшении давления Казимира по сравнению с идеальным проводником. Аналитически результат для давления за счет силы Казимира в модели (13), полученный в работе [20], имеет вид

$$\tilde{P}_C = P_C \left[1 - \frac{16}{3} \frac{\lambda_p}{Z} + 120 \left(\frac{\lambda_p}{Z} \right)^2 - \dots \right], \quad (14)$$

где $\lambda_p = c/\omega_p$ — характерная плазменная длина, а P_C — предельное значение давления Казимира (2). Соотношение (14) справедливо при $\lambda_p/Z \ll 1$, но, как показывают численные расчеты [21], его можно применять и в том случае, если поправки за счет этого параметра не очень малы. Оно указывает на уменьшение силы Казимира при $\lambda_p \neq 0$.

Второй причиной уменьшения силы Казимира является конечная толщина пластин. Согласно проведенным нами соответствующим расчетам, для диэлектрической проницаемости пластин толщиной l вида (13), давление за счет силы Казимира имеет вид

$$\tilde{P}_C \approx 0.2 P_C \frac{\sqrt{lZ}}{\lambda_p}. \quad (15)$$

Это соотношение, полученное для достаточно тонких пластин, когда выполнены условия $l \ll Z$, $\lambda_p, \lambda_p^2/Z$, указывает на возможность радикального уменьшения силы Казимира при использовании тонких пленок, т. е. если $\lambda_p^2 \gg lZ$. Однако, если взять стандартную величину λ_p для алюминия (порядка 100 нм), для используемых в наших экспериментах значений $Z \approx 450$ нм, $l \approx 200$ нм сильного уменьшения силы Казимира не происходит. Для окончательного выяснения этого вопроса необходимо экспериментально определить величину плазменной длины λ_p в используемых нами тонких пленках алюминия.

Ослабление эффекта можно получить и в другой

модели металлических пластин, если диэлектрическую проницаемость моделировать соотношением

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{i}{\omega\tau_M}, \quad (16)$$

где τ_M — максвелловское время релаксации. В этой модели для достаточно тонких пластин

$$\tilde{P}_C \approx 0.1 P_C \frac{l}{\lambda_M}, \quad (17)$$

где $\lambda_M = c\tau_M$. Результат (17) справедлив при $l \ll Z, \lambda_M, \lambda_M^2/Z$. Однако, по-видимому, в алюминии $\lambda_M < \lambda_p$, так что этот механизм ослабления силы Казимира менее важен, чем в плазменной модели (13).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, впервые проведены измерения силы Казимира оптическим методом с помощью интерферометра, работающего на принципах динамической голографии. Исследовано взаимодействие (за счет электромагнитных колебаний вакуума) двух проводящих тел в виде тонких металлических пленок, нанесенных на диэлектрические подложки. При возбуждении периодических смещений положения одной из пленок обнаружена первая и вторая гармоники колебаний силы Казимира, действующей на вторую пленку. Получено вполне удовлетворительное согласие между результатами экспериментов и теоретическими расчетами для наблюдаемых зависимостей амплитуды первой и второй гармоник силы Казимира от расстояния между взаимодействующими объектами и амплитуды колебаний в положении одного из объектов, при условии, что сравниваются относительные величины. Предложена и реализована идея использования давления света в качестве естественного эталона давления и силы. На основе этой идеи предпринята попытка определить абсолютное значение силы Казимира. Оказалось, что в использованной экспериментальной установке абсолютное значение силы Казимира определяется по порядку величины. Основная причина расхождения между расчетным и измеренным значениями силы Казимира может быть связана с малой толщиной металлических пленок и их конечной проводимостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. E. Lamb Jr. and R. C. Rutherford, Phys. Rev. **72**, 241 (1947).

2. H. Bethe, Phys. Rev. **72**, 339 (1947).
3. H. B. G. Casimir, Proc. Kon. Ned. Akad. Wetenschap, Ser. B **51**, 793 (1948).
4. A. Bordag, U. Mohideen, and V. M. Mostepanenko, Phys. Rep. **353**, 1 (2001).
5. S. K. Lamoreaux, Rep. Prog. Phys. **68**, 201 (2005).
6. Е. М. Лифшиц, Л. М. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, Наука, Москва (1978).
7. R. Golestanian, Phys. Rev. Lett. **95**, 230601 (2005).
8. S. K. Lamoreaux, Phys. Rev. Lett. **78**, 5 (1997).
9. U. Mohideen and A. Roy, Phys. Rev. Lett. **81**, 4549 (1998).
10. F. Chen, B. W. Harris, A. Roy, and U. Mohideen, Int. J. of Modern. Phys. A **17**, 711 (2002).
11. H. J. De Los Santos, *Principles and Applications of NanoMEMS Physics*, Springer-Verlag (2005).
12. M. P. Petrov, S. I. Stepanov, and A. V. Khomenko, *Photorefractive Crystals in Coherent Optical Systems*, Springer-Verlag (1991).
13. T. J. Hall, M. A. Fiddy, and M. S. Ner, Opt. Lett. **5**, 485 (1980).
14. P. Delaye, A. Blouin, D. Drolet, L. A. de Montmorillon, G. Roosen, and J. P. Monchalain, JOSA B **14**, 1723 (1997).
15. V. M. Petrov, A. V. Khomenko, J. Petter, and T. Tschudi, submitted to Opt. Express.
16. V. M. Petrov, J. Hann, J. Petter, M. P. Petrov, and T. Tschudi, Opt. Lett. **30**, 3138 (2005).
17. P. Lebedev, Ann. Phys. **11**, 432 (1901).
18. B. W. Harris, F. Chen, and U. Mohideen, Phys. Rev. A **62**, 0520109 (2000).
19. L. S. Brown and G. J. Maclay, Phys. Rev. **184**, 1272 (1969).
20. J. Schwinger, L. L. DeRaad Jr., and K. A. Milton, Ann. Phys. (New York) **115**, 1 (1978).
21. S. K. Lamoreaux, Phys. Rev. A **59**, R3149 (1999).