

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ВИХРЯ, ДВИЖУЩЕГОСЯ В ПОМЕЩЕННОМ В ДИЭЛЕКТРИК САНДВИЧЕ

А. С. Малишевский, В. П. Силин, С. А. Урюпин, С. Г. Успенский*

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 17 сентября 2007 г.

Описано движение джозефсоновского вихря в помещенном в диэлектрик протяженном сандвиче. Если скорость вихря превышает скорость света в диэлектрике, то возникает черенковская генерация терагерцового излучения, которое высвечивается с боковой поверхности сандвича. Найдена мощность радиационных потерь. Тогда, когда радиационные потери компенсируются добавлением энергии из-за воздействия транспортного тока, установлена связь тока со скоростью вихря.

PACS: 74.50.+r

1. ВВЕДЕНИЕ

Особенности излучения электромагнитных волн джозефсоновскими переходами давно привлекают внимание специалистов (см., например, обзор [1] и цитированную в нем литературу). Согласно [2], большое количество работ посвящено исследованию генерации микроволнового излучения в волноводах и линиях задержки. В связи с проблемой освоения терагерцового диапазона частот, значительное внимание уделяется экспериментальному изучению высвечивания волн слоистыми высокотемпературными сверхпроводниками, которые можно рассматривать как многослойные джозефсоновские структуры [3–9]. Теоретические представления об излучении джозефсоновского перехода базируются на возможности высвечивания волн Свихарта с торцов перехода, имеющего конечную длину в направлении движения вихрей [10–14].

В настоящем сообщении описана иная возможность черенковской генерации излучения движущимся вихрем. Эта возможность реализуется в джозефсоновском сандвиче, помещенном в диэлектрическую среду. Предполагается, что джозефсоновский переход неограничен в направлении движения вихрей. Такая ситуация моделируется при движении

вихря в кольцевом сандвиче, имеющем достаточно большой радиус. Возможность черенковской генерации излучения возникает при скоростях вихря больших скорости света в диэлектрике. Излучение испускается с границ сверхпроводящих электродов сандвича, а его диаграмма направленности определяется скоростью вихря и соотношением между скоростью Свихарта джозефсоновского сандвича и скоростью света в диэлектрике. Излучение, порождаемое быстро движущимся вихрем, имеет сравнительно высокие частоты. Для типичных сандвичей эти частоты попадают в терагерцовый диапазон частот.

В разд. 2 дан вывод уравнения для разности фаз, описывающего движение вихрей в сандвиче, помещенном в диэлектрик. Такое уравнение учитывает возможность черенковского излучения электромагнитных волн с боковой поверхности сандвича. Установлена связь компонент электромагнитного поля в диэлектрике с разностью фаз. В разд. 3 описано движение элементарного вихря, скорость которого v заметно отличается как от скорости света c_m в диэлектрике, так и от скорости Свихарта в сандвиче V_s . Найдены потери энергии вихря на черенковское излучение электромагнитных волн и указаны условия, в которых радиационные потери превышают потери, обусловленные конечной проводимостью туннельного перехода и нормальными электронами сверхпроводящих электродов. Вычислена плотность

*E-mail: malish@lebedev.ru

потока излучения. Показано, что вихри со скоростями близкими к c_m излучают электромагнитные волны вдоль поверхности электродов, а при $v \gg c_m$ поток излучения направлен почти поперек поверхности сэндвича. В разд. 4 дано описание особенностей излучения, генерируемого вихрями со скоростями близкими к c_m и к перенормированной скорости Свихарта U_s . Видоизменение скорости Свихарта возникает вследствие сильного взаимодействия вихря с полем излучения, которое существенно для электродов с толщиной меньшей лондоновской длины. Связь транспортного тока со скоростью вихря установлена в разд. 5. Показано, что чем больше радиационные потери, тем больше плотность тока, обеспечивающего движение вихря с постоянной скоростью. В Заключении рассмотрен спектральный состав черенковского излучения. Установлено, что для типичных параметров сэндвичей характерные частоты излучения приходятся на терагерцовый диапазон частот. Показано, что эффект черенковской генерации возможен тогда, когда диэлектрическая проницаемость окружающей сэндвич среды достаточно велика.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим плоский джозефсоновский сэндвич, занимающий область $-L-d < x < d+L$ и помещенный в непроводящую и немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью ϵ_m (см. рис. 1). Сэндвич образован двумя одинаковыми сверхпроводящими электродами толщиной L , разделенными тонким несверхпроводящим туннельным слоем $-d < x < d$, через который течет джозефсоновский ток. Примем, что электромагнитные поля $\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)$ и $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ не зависят от координаты y . Симметрия системы относительно плоскости yz приводит к четности E_x , H и к нечетности E_z как функций координаты x .

Так как типичные толщины $2d$ туннельного слоя порядка нескольких нанометров, то внутри него полагаем

$$E_x(x, z, t) \approx E_x(d, z, t), \quad E_z(x, z, t) \approx (x/d)E_z(d, z, t), \\ H(x, z, t) \approx H(d, z, t).$$

Разность фаз $\varphi = \varphi(z, t)$ сверхпроводящих параметров порядка электродов по разные стороны туннельного слоя связана с электрическим полем внутри слоя соотношением Джозефсона

$$E_x(d, z, t) = \frac{\phi_0}{4\pi cd} \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

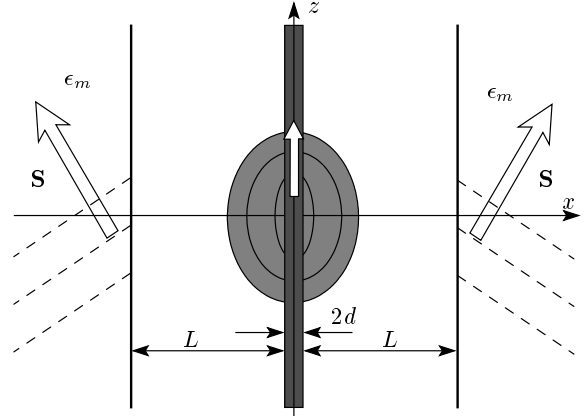


Рис. 1. Разрез джозефсоновского сэндвича в плоскости xz . Эллипсы обозначают линии уровня магнитного поля элементарного вихря, движущегося вдоль оси z . Магнитное поле направлено вдоль оси y . Наклонные штриховые линии обозначают линии фронта черенковского излучения, уходящего с боковой поверхности сэндвича. Нормальные к линиям фронта стрелки указывают направление вектора плотности потока излучения \mathbf{S}

где $\phi_0 \equiv \pi \hbar c / |e|$ — квант магнитного потока, c — скорость света в вакууме, \hbar — постоянная Планка, e — заряд электрона. При этом условие непрерывности x -компоненты обобщенного тока при $x = d$ имеет вид

$$j_c \sin \varphi + \frac{\phi_0 \epsilon}{16\pi^2 cd} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial H(d, z, t)}{\partial z}, \quad (1)$$

где j_c — критическая плотность тока Джозефсона, ϵ — диэлектрическая проницаемость туннельного слоя. В соответствии с уравнением Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

магнитное поле $H(d, z, t)$, стоящее в правой части уравнения (1), связано с z -компонентой электрического поля внутри туннельного слоя:

$$\frac{\phi_0}{4\pi cd} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial z} - \frac{1}{d} E_z(d, z, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial H(d, z, t)}{\partial t}. \quad (2)$$

Магнитное поле в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_m описывается волновым уравнением. Используя преобразование Фурье по z и t , для фурье-образа магнитного поля находим

$$H(x, k, \omega) = H(d+L, k, \omega) \exp[-\kappa(x-d-L)], \quad (3) \\ x > d+L,$$

где

$$\kappa \equiv \left| k^2 - \frac{\omega^2}{c_m^2} \right|^{1/2} \left[\theta(c_m^2 k^2 - \omega^2) - i\theta(\omega^2 - c_m^2 k^2) \operatorname{sign} \omega \right], \quad (4)$$

где $c_m \equiv c/\sqrt{\epsilon_m}$ — скорость света в диэлектрической среде, $\theta(x)$ — функция Хэвисайда. Согласно (3) и (4), знак мнимой части величины κ отвечает распространению электромагнитного излучения от сэндвича в глубь непроводящей среды. В свою очередь, для тангенциальной компоненты электрического поля на поверхности сэндвича имеем

$$E_z(d+L+0, k, \omega) = -i \frac{c\kappa}{\epsilon_m \omega} H(d+L, k, \omega). \quad (5)$$

Фурье-образ магнитного поля внутри электрода, расположенного в области $d < x < d+L$, находится из уравнения Лондонов и имеет вид

$$H(x, k, \omega) = \left\{ -H(d, k, \omega) \operatorname{sh} \left[\frac{x-d-L}{\lambda(k)} \right] + H(d+L, k, \omega) \operatorname{sh} \left[\frac{x-d}{\lambda(k)} \right] \right\} \operatorname{sh}^{-1} \left[\frac{L}{\lambda(k)} \right], \quad (6)$$

где $\lambda(k) \equiv \lambda/\sqrt{1+\lambda^2 k^2}$, λ — лондоновская длина. Отсюда находим фурье-образ тангенциальной компоненты электрического поля на поверхности сэндвича:

$$E_z(d+L-0, k, \omega) = -\frac{i\lambda^2 \omega}{c\lambda(k) \operatorname{sh}[L/\lambda(k)]} \times \left\{ -H(d, k, \omega) + H(d+L, k, \omega) \operatorname{ch} \frac{L}{\lambda(k)} \right\}. \quad (7)$$

Поскольку тангенциальная компонента электрического поля непрерывна при $x = d+L$, приравнявая правые части выражений (5) и (7), находим

$$H(d+L, k, \omega) = \left\{ \operatorname{cth} \frac{L}{\lambda(k)} - \left[\frac{c_m^2 \kappa \lambda(k)}{\omega^2 \lambda^2} \right] \right\}^{-1} \times H(d, k, \omega) \operatorname{sh}^{-1} \frac{L}{\lambda(k)}. \quad (8)$$

Аналогично, для фурье-образа тангенциальной компоненты электрического поля на границе туннельного слоя и электрода из (6) имеем

$$E_z(d, k, \omega) = -\frac{i\lambda^2 \omega}{c\lambda(k) \operatorname{sh}[L/\lambda(k)]} \times \left\{ -H(d, k, \omega) \operatorname{ch} \frac{L}{\lambda(k)} + H(d+L, k, \omega) \right\}. \quad (9)$$

Поскольку величины $H(d+L, k, \omega)$ и $H(d, k, \omega)$ связаны соотношением (8), $E_z(d, k, \omega)$ принимает вид

$$E_z(d, k, \omega) = i \left(\frac{\lambda \omega}{c} \right) Q_1^{-1}(k, \omega) H(d, k, \omega), \quad (10)$$

где

$$Q_1(k, \omega) \equiv \frac{\lambda(k)}{\lambda} \operatorname{th} \frac{L}{\lambda(k)} \frac{c_m^2 \lambda(k) \kappa - \omega^2 \lambda^2 \operatorname{cth}[L/\lambda(k)]}{c_m^2 \lambda(k) \kappa - \omega^2 \lambda^2 \operatorname{th}[L/\lambda(k)]}. \quad (11)$$

Из (2) и (10), находим связь фурье-компонент магнитного поля и разности фаз:

$$H(d, k, \omega) = -\frac{\phi_0}{4\pi} \frac{ikQ_1(k, \omega)}{\lambda + Q_1(k, \omega)d} \varphi(k, \omega). \quad (12)$$

Наконец, подставляя $H(d, k, \omega)$ в формулу (1), получаем искомое уравнение для разности фаз:

$$\omega_j^2 \sin \varphi(z, t) + \frac{\partial^2 \varphi(z, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \iint dz' dt' Q(z-z', t-t') \frac{\partial \varphi(z', t')}{\partial z'}, \quad (13)$$

где $\omega_j \equiv 4\pi \sqrt{c_j d / \phi_0 \epsilon}$ — джозефсоновская плазменная частота, а образ Фурье ядра $Q(z, t)$ имеет следующий вид (ср. [15, 16]):

$$Q(k, \omega) \equiv v_s^2 Q_1(k, \omega) \frac{\lambda + d}{\lambda + Q_1(k, \omega)d}, \quad (14)$$

где $v_s \equiv (c/\sqrt{\epsilon})(1+\lambda/d)^{-1/2}$ — скорость Свихарта в случае неограниченных по толщине электродов.

3. ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ВИХРЯ ПРИ СКОРОСТЯХ НЕ БЛИЗКИХ К c_m И V_s

Рассмотрим излучение из джозефсоновского сэндвича в случае, когда характерные частоты и волновые числа удовлетворяют условию

$$c_m \sqrt{\omega^2 - c_m^2 k^2} \gg \lambda \omega^2 \operatorname{th} \frac{L}{\lambda}. \quad (15)$$

При этом будем предполагать, что характерные пространственные масштабы велики по сравнению с лондоновской длиной:

$$\lambda k \ll 1. \quad (16)$$

Также считаем, что ширина перехода $2d$, составляющая несколько нанометров, мала по сравнению с лондоновской длиной, так как типичные значения

$\lambda \sim 100$ нм. В этих условиях имеем: $Q(k, \omega) \approx \approx V_s^2 + Q_{rad}(k, \omega)$, где $V_s \equiv v_s \operatorname{th}^{1/2}(L/\lambda)$ — скорость Свихарта в сэндвиче с электродами конечной толщины L в квазимагнитостатическом пределе [17, 18],

$$Q_{rad}(k, \omega) \equiv -2i \frac{\lambda V_s^2}{c_m \operatorname{sh}(2L/\lambda)} \frac{\omega |\omega|}{\sqrt{\omega^2 - c_m^2 k^2}}, \quad (17)$$

а уравнение (13) для разности фаз принимает следующий вид:

$$\omega_j^2 \sin \varphi + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = V_s^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \iint dz' dt' Q_{rad}(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi(z', t')}{\partial z'}. \quad (18)$$

Второе слагаемое в правой части уравнения (18) описывает влияние поля излучения в диэлектрике на разность фаз.

В предположении, что радиационные потери малы, отвечающая разности фаз φ энергия вихревой структуры, приходящаяся на единицу длины вдоль оси y , имеет вид

$$W(t) = \frac{\epsilon \phi_0^2}{32\pi^3 c^2 d} \int dz \left[\omega_j^2 (1 - \cos \varphi) + \frac{1}{2} V_s^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \right]. \quad (19)$$

Принимая во внимание уравнение (18), малые потери энергии в единицу времени на излучение можно записать в виде:

$$\left(\dot{W} \right)_{rad} = \frac{\epsilon \phi_0^2}{32\pi^3 c^2 d} \int dz \frac{\partial \varphi(z, t)}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} \times \times \iint dz' dt' Q_{rad}(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi(z', t')}{\partial z'}. \quad (20)$$

Равномерное движение вихря с постоянной скоростью $v > 0$ описывается уравнением

$$\omega_j^2 \sin \psi + \omega_j^2 \frac{j}{j_c} = (V_s^2 - v^2) \psi'' - \frac{2\lambda V_s^2}{c_m \operatorname{sh}(2L/\lambda)} \frac{v^2}{\sqrt{v^2 - c_m^2}} \psi''', \quad (21)$$

где $\psi = \psi(\zeta) \equiv \varphi(z, t)$, $\zeta \equiv z - vt$. Последнее слагаемое в левой части описывает воздействие транспортного тока, однородно распределенного по переходу и имеющего плотность j . В отсутствие радиационных потерь и при $j = 0$ уравнение (21) имеет решение, описывающее элементарный вихрь:

$$\psi_0 = 4 \operatorname{arctg} [\exp(-k_j \zeta)], \quad (22)$$

где $k_j \equiv \omega_j / \sqrt{V_s^2 - v^2}$. Так как характерное волновое число, определяющее фурье-компоненту функции (22) порядка k_j , то в случае равномерно движущегося вихря неравенства (15) и (16) принимают вид

$$\frac{\sqrt{v^2 - c_m^2} \sqrt{V_s^2 - v^2}}{v^2} \gg \frac{\lambda}{\lambda_j} \frac{V_s}{c_m} \operatorname{th}^{1/2} \left(\frac{L}{\lambda} \right), \quad (23)$$

$$\sqrt{V_s^2 - v^2} \gg \frac{\lambda}{\lambda_j} V_s \operatorname{ct} h^{1/2} \left(\frac{L}{\lambda} \right), \quad (24)$$

где $\lambda_j \equiv v_s / \omega_j$ — джозефсоновская длина.

В соответствии с (17) и (20) потери энергии вихря (22) в единицу времени на излучение электромагнитных волн с поверхности сэндвича ($x = \pm d \pm L$) в окружающую среду ($|x| > d + L$) равны

$$\left(\dot{W} \right)_{rad} = - \frac{\phi_0^2}{12\pi^3 \operatorname{ch}^2(L/\lambda)} \frac{v^3 k_j^3}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}}. \quad (25)$$

Решение (22) и выражение (25) для мощности потерь применимы тогда, когда, во-первых, выполнены условия (23) и (24) применимости уравнения (21) и, во-вторых, когда потери энергии вихря на расстоянии порядка размера самого вихря, $1/k_j$, малы по сравнению с энергией вихря

$$W = \phi_0^2 \frac{k_j}{4\pi^3 \lambda} \operatorname{th} \frac{L}{\lambda}$$

(ср. [19]). Так как вихрь проходит расстояние $1/k_j$ за время $1/vk_j$, то условие малости потерь имеет следующий вид:

$$\frac{\sqrt{v^2 - c_m^2} \sqrt{V_s^2 - v^2}}{v^2} \gg \gg \frac{\lambda}{\lambda_j} \frac{V_s}{c_m} \frac{1}{\operatorname{ch}^{1/2}(L/\lambda) \operatorname{sh}^{3/2}(L/\lambda)}. \quad (26)$$

Заметим, что условие (26) означает, что $Q_{rad}(k, \omega) \ll V_s^2$ и отличается от неравенства (23) множителем $\operatorname{sh}^{-2}(L/\lambda)$ в правой части.

Зависимость мощности радиационных потерь $\left(\dot{W} \right)_{rad}$ (25) от скорости вихря v иллюстрируется рис. 2. Мощность потерь приведена к безразмерному виду величиной $\phi_0^2 v_s / 4\pi^3 \lambda \lambda_j^2$. При построении графика принято, что $L = \lambda$, $v_s = 2c_m$, $\lambda/\lambda_j = 0.01$. Зависимость $\left(\dot{W} \right)_{rad}$ от v изображена лишь в той области скоростей, где одновременно выполняются условия (23) и (24) применимости уравнения для разности фаз и условие (26) применимости решения (22). В соответствии с Приложением I, эти три условия можно одновременно выполнить тогда, когда V_s

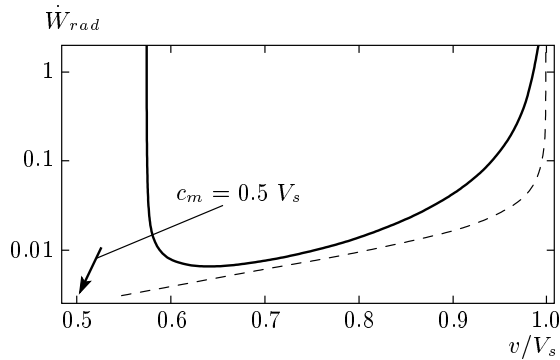


Рис. 2. Сплошная кривая описывает потери вихря на излучение электромагнитных волн. Кривая построена при $L = \lambda$, $v_s = 2c_m$, $\lambda/\lambda_j = 0.01$. Штриховая кривая — омические потери вихря при $\alpha = 0.01$

превышает c_m на величину, не меньшую $\Lambda_1 c_m$, где $\Lambda_1 \equiv (\lambda/\lambda_j) \text{cth}^{3/2}(L/\lambda) \ll 1$. При этом, если отношение V_s/c_m не превышает Λ_1^{-1} , то скорость вихря может лежать во всем интервале (c_m, V_s) за исключением узких зон вблизи границ интервала. При большем превышении V_s над c_m интервал допустимых скоростей простирается почти от c_m до скоростей порядка c_m/Λ_1 , значительно превышающих c_m .

При v близких к c_m на рис. 2 имеется участок, где радиационные потери уменьшаются с увеличением скорости вихря. Такое поведение потерь обусловлено ослаблением связи волны Свихарта и электромагнитной волны в диэлектрической среде, которое возникает при удалении v от c_m .

В рассматриваемой системе помимо радиационных потерь есть потери, связанные с наличием нормальных электронов в сверхпроводящих электродах и с конечной проводимостью туннельного слоя. При достаточно низких температурах число нормальных электронов мало, поэтому потери в электродах малы. Влияние конечной проводимости σ туннельного слоя описывается добавлением слагаемого $\alpha\omega_j \partial\varphi/\partial t$ в левую часть уравнения (18), где $\alpha \equiv 4\pi\sigma/\epsilon\omega_j$. Этому слагаемому отвечают малые потери энергии (19) вихревой структуры в единицу времени:

$$\left(\dot{W}\right)_\alpha = -\frac{\phi_0^2 \alpha \omega_j}{32\pi^3 \lambda v_s^2} \int dz \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2. \quad (27)$$

Для элементарного вихря вида (22) отсюда находим (ср. [20])

$$\left(\dot{W}\right)_\alpha = -\frac{\phi_0^2 \alpha \omega_j v^2 k_j}{4\pi^3 \lambda v_s^2}. \quad (28)$$

При достаточно малых α , когда выполнено неравенство $3\alpha(V_s^2 - v^2)\sqrt{v^2 - c_m^2} \text{ch}^{1/2}(L/\lambda) \text{sh}^{3/2}(L/\lambda) <$

$< (\lambda/\lambda_j) v V_s^3/c_m$, радиационные потери являются основными. В частности, при $c_m \ll V_s$ это неравенство выполнено во всей области допустимых скоростей, если $\alpha < (1/2)(\lambda/\lambda_j)(V_s/c_m) \text{ch}^{-1/2}(L/\lambda) \times \text{sh}^{-3/2}(L/\lambda)$. Степень малости омических потерь по сравнению с радиационными можно видеть из рис. 2, где наряду с функцией $\left(\dot{W}\right)_{rad}$ приведен график функции $\left(\dot{W}\right)_\alpha$. При построении кривой $\left(\dot{W}\right)_\alpha$ принято $\alpha = 0.01$. Мощность омических потерь также приведена к безразмерному виду величиной $\phi_0^2 v_s / 4\pi^3 \lambda \lambda_j^2$.

В соответствии с уравнениями (3), (8), (10) и (12), электромагнитные поля в диэлектрике, созданные вихрем, имеют следующий вид ($|x| > d + L$):

$$H = \frac{\phi_0}{4\pi \text{ch}(L/\lambda)} \frac{v^2}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}} \times \psi_0'' \left[\zeta + \sqrt{\left(\frac{v}{c_m}\right)^2 - 1} (|x| - d - L) \right], \quad (29)$$

$$E_x = \frac{c}{\epsilon_m v} H, \\ E_z = -\frac{c}{\epsilon_m v} \sqrt{\left(\frac{v}{c_m}\right)^2 - 1} H \text{sign } x. \quad (30)$$

Из выражений (22), (29) и (30) видно, что при приближении скорости вихря к скорости Свихарта V_s , компоненты электромагнитного поля H и E_z зависят от скорости как $k_j^2(v)$, при этом характерный масштаб вдоль оси z , с которого происходит излучение, порядка k_j^{-1} . Поэтому мощность радиационных потерь $\propto k_j^3 \propto (V_s - v^2)^{-3/2}$, что и проявляется в резком увеличении потерь при приближении v к V_s (см. рис. 2).

Электромагнитному полю (29), (30) отвечает вектор Пойнтинга $\mathbf{S} \equiv (c/4\pi)\mathbf{E} \times \mathbf{H}$:

$$\mathbf{S} = \frac{\phi_0^2}{64\pi^3 \lambda^2 \text{ch}^2(L/\lambda)} \frac{v^3}{c_m \sqrt{v^2 - c_m^2}} \times \left\{ \psi_0'' \left[\zeta + \sqrt{\left(\frac{v}{c_m}\right)^2 - 1} (|x| - d - L) \right] \right\}^2 \times \left[\sqrt{\left(\frac{v}{c_m}\right)^2 - 1} \text{sign } x \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z \right], \quad |x| > d + L. \quad (31)$$

Легко видеть, что сумма интегралов от S_x по любым поверхностям $|x| - d - L = \text{const} > 0$, лежащим

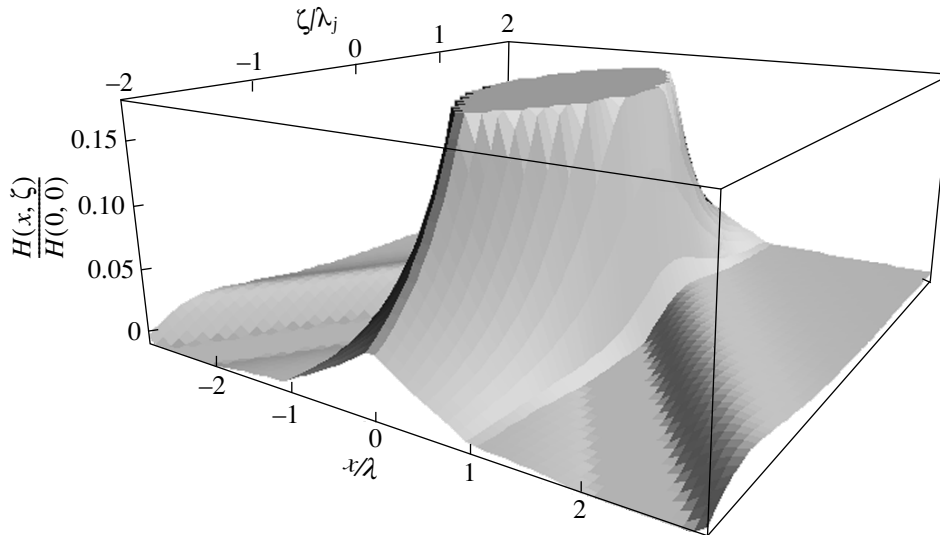


Рис. 3. Магнитное поле элементарного вихря, движущегося в сэндвиче. Зависимость $H(x, \zeta)$ получена при $v = 0.7v_s$, $L = \lambda$, $v_s = 2c_m$. Поле вихря в основном локализовано внутри сэндвича. Вне сэндвича видна уходящая с поверхности электромагнитная волна

по разные стороны сэндвича, дает выражение (25). Распределение магнитного поля как в сэндвиче, так и в диэлектрике показано на рис. 3, вектор Пойнтинга в диэлектрике изображен на рис. 1. Магнитное поле в основном локализовано внутри сэндвича. Вне электродов на рис. 3 видна электромагнитная волна, уходящая с боковой поверхности сэндвича. Фронт волны расположен под углом к поверхности электродов.

Если $\sqrt{v^2 - c_m^2} \ll c_m$, то волны излучаются в основном вдоль поверхности сэндвича. Если же $c_m \ll V_s$, то, как показано в Приложении I, скорость вихря v может значительно превышать c_m . Согласно (31), поток излучения быстрых вихрей, имеющих скорость $v \gg c_m$, направлен почти поперек электродов. При $V_s \gg c_m$ скорость вихря может изменяться в широком интервале, что приводит к широкому диапазону углов, в котором наблюдается черенковское излучение электромагнитных волн.

4. ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ВИХРЯ, ИМЕЮЩЕГО СКОРОСТЬ БЛИЗКУЮ К c_m ИЛИ U_s

Рассмотрим излучение движущегося в джозефсоновском сэндвиче вихря в случае, когда характерные частоты и волновые числа удовлетворяют условию, обратному (15):

$$c_m \sqrt{\omega^2 - c_m^2 k^2} \ll \lambda \omega^2 \operatorname{th} \frac{L}{\lambda}. \quad (32)$$

При этом, как и в разд. 3, будем предполагать, что характерные пространственные масштабы велики по сравнению с лондоновской длиной (16), а ширина перехода $2d$ мала по сравнению с $\lambda \operatorname{th}(L/\lambda)$. В этих условиях имеем

$$Q(k, \omega) \approx U_s^2 + Q_{rad}(k, \omega),$$

где $U_s \equiv v_s \operatorname{cth}^{1/2}(L/\lambda)$,

$$Q_{rad}(k, \omega) \equiv -2i \frac{c_m U_s^2}{\lambda \operatorname{sh}(2L/\lambda)} \frac{\sqrt{\omega^2 - c_m^2 k^2}}{\omega |\omega|}. \quad (33)$$

Скорость Свихарта U_s отличается от скорости Свихарта V_s в сэндвиче с электродами конечной толщины в магнитостатическом пределе. Это отличие связано с сильным взаимодействием между волной Свихарта и электромагнитной волной в диэлектрике, окружающем сэндвич. Сильное взаимодействие возникает в условиях (32), когда фазовая скорость волны Свихарта ω/k близка к скорости света в диэлектрике c_m , при этом скорость Свихарта возрастает от V_s до U_s в $\operatorname{cth}(L/\lambda)$ раз. Такое возрастание особенно существенно в случае тонких электродов, когда $L \ll \lambda$ и $\operatorname{cth}(L/\lambda) \gg 1$.

В соответствии с (33) уравнение (13) для разности фаз принимает следующий вид:

$$\omega_j^2 \sin \varphi + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = U_s^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \times \int \int dz' dt' Q_{rad}(z - z', t - t') \frac{\partial \varphi(z', t')}{\partial z'}. \quad (34)$$

Второе интегральное слагаемое в правой части (34) описывает влияние поля излучения в диэлектрике, окружающем сандвич, на разность фаз.

В рассматриваемых условиях энергия вихревой структуры дается выражением (19), в котором вместо V_s необходимо подставить U_s . Учитывая уравнение движения (34), потери энергии в единицу времени на излучение электромагнитных волн можно записать в виде (20), где в качестве образа Фурье ядра Q_{rad} надо использовать выражение (33).

Равномерное движение вихря описывается уравнением

$$\omega_j^2 \sin \psi + \omega_j^2 \frac{j}{j_c} = (U_s^2 - v^2) \psi'' + \frac{2c_m U_s^2}{\lambda v^2 \operatorname{sh}(2L/\lambda)} \sqrt{v^2 - c_m^2} \psi'. \quad (35)$$

В отсутствие потерь и при $j = 0$ это уравнение имеет решение (22), описывающее элементарный вихрь, при этом $k_j \equiv \omega_j / \sqrt{U_s^2 - v^2}$, а условия (32) и (16) принимают следующий вид:

$$\frac{\sqrt{v^2 - c_m^2} \sqrt{U_s^2 - v^2}}{v^2} \ll \frac{\lambda}{\lambda_j} \frac{U_s}{c_m} \operatorname{th}^{3/2} \frac{L}{\lambda}, \quad (36)$$

$$\sqrt{U_s^2 - v^2} \gg \left(\frac{\lambda}{\lambda_j} \right) U_s \operatorname{th}^{1/2} \frac{L}{\lambda}. \quad (37)$$

В Приложении II показано, что для типичных сандвичей в условиях $\lambda \ll \lambda_j$ неравенства (36) и (37) совместны, если скорость Свихарта U_s превышает c_m на величину большую $\Lambda^2 \operatorname{cth}^2(L/\lambda)$, где $\Lambda \equiv (\lambda/\lambda_j) \operatorname{th}^{3/2}(L/\lambda) \ll 1$. При этом для значений скорости Свихарта $U_s \ll c_m/\Lambda$ области возможных скоростей узки в силу малости параметра Λ^2 (см. (П.П.9) и (П.П.11)). При $U_s \gg c_m/\Lambda$ область допустимых скоростей шире и простирается от $v \gg c_m/\Lambda$ почти до U_s (см. (37) и (П.П.13)). Однако реализовать неравенство $U_s \gg c_m/\Lambda$ непросто, так как обычно $\Lambda \ll 1$.

Энергия элементарного вихря равна $W = \phi_0^2 \operatorname{cth}(L/\lambda) k_j / 4\pi^3 \lambda$ (ср. [19]). В соответствии с выражениями (20) и (33), малые потери энергии вихря в единицу времени на излучение электромагнитных волн с поверхности сандвича ($x = \pm d \pm L$) в окружающую среду ($|x| > d + L$) равны

$$\left(\dot{W} \right)_{rad} = - \frac{\phi_0^2}{4\pi^3 \lambda^2} \frac{k_j}{\operatorname{sh}^2(L/\lambda)} \frac{c_m}{v} \sqrt{v^2 - c_m^2}. \quad (38)$$

Выражение (38) применимо, если потери энергии на расстоянии порядка размера вихря, $1/k_j$, малы по сравнению с его энергией. Расстояние $1/k_j$ вихрь проходит за время $1/vk_j$, что позволяет записать условие малости потерь в виде $\left(\dot{W} \right)_{rad} / (vk_j) \ll W$. Это условие выполнено автоматически, если выполнено условие (36).

Из сравнения выражений (38) и (28), в котором величина k_j определяется скоростью Свихарта U_s , видно, что омические потери малы по сравнению с радиационными потерями, если

$$\sqrt{v^2 - c_m^2} > \alpha \left(\frac{\lambda}{\lambda_j} \right) \left(\frac{v^3}{c_m v_s} \right) \operatorname{sh}^2 \left(\frac{L}{\lambda} \right).$$

В случае достаточно тонких электродов, $L \sim \lambda$, и при $v \sim v_s \sim c_m$ это условие означает, что

$$\sqrt{v^2 - c_m^2} > c_m \alpha \left(\frac{\lambda}{\lambda_j} \right).$$

Полагая $\alpha \sim 10^{-2}$, $\lambda/\lambda_j \sim 10^{-2}$, видим, что радиационные потери доминируют, если скорость вихря немного превышает c_m .

Согласно соотношениям (3), (8) и (12), вне сандвича ($|x| > d + L$) порождаемое вихрем магнитное поле имеет вид

$$H = - \frac{\phi_0}{4\pi \lambda \operatorname{sh}(L/\lambda)} \times \psi'_0 \left[\zeta + \sqrt{\left(\frac{v}{c_m} \right)^2 - 1} (|x| - d - L) \right], \quad (39)$$

а электрическое поле описывается соотношениями (30). Таким полям отвечает вектор Пойнтинга в диэлектрике

$$\mathbf{S} = \frac{\phi_0^2}{64\pi^3 \lambda^2 \operatorname{sh}^2(L/\lambda)} \frac{c_m^2}{v} \times \left\{ \psi'_0 \left[\zeta + \sqrt{\left(\frac{v}{c_m} \right)^2 - 1} (|x| - d - L) \right] \right\}^2 \times \left[\sqrt{(v/c_m)^2 - 1} \operatorname{sign} x \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z \right], \quad |x| > d + L. \quad (40)$$

Сумма интегралов от S_x по любым поверхностям $|x| - d - L = \operatorname{const} > 0$, лежащим по разные стороны от сандвича, приводит к радиационным потерям, описываемым выражением (38). В тех случаях, когда скорости c_m и U_s близки, $\sqrt{v^2 - c_m^2} \ll c_m$, и,

в соответствии с (40), поток энергии излучения в основном прижат к поверхности сэндвича. В случаях существенного превышения U_s над c_m при $v \sim c_m$ высвечивание электромагнитных волн идет в основном вдоль электродов, а при $v \sim U_s$ — перпендикулярно поверхности сэндвича.

5. ВЫНУЖДЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ВИХРЕЙ

При протекании транспортного тока через переход энергия вихря изменяется. Согласно (18) и (19), в единицу времени вихрь приобретает энергию, величина которой, приходящаяся на единицу длины вдоль оси y , равна [19]

$$-\frac{\epsilon\phi_0^2}{32\pi^3 c^2 d} \omega_j^2 \frac{j}{j_c} \int dz \frac{\partial\varphi(z,t)}{\partial t} = \frac{\phi_0^2}{16\pi^2} \frac{v}{\lambda\lambda_j^2} \frac{j}{j_c}. \quad (41)$$

Если потери энергии вихря на излучение электромагнитных волн (20) компенсируются приобретением энергии вследствие воздействия транспортного тока, то вихрь движется равномерно. В случае равномерного движения баланс потери и приобретения энергии позволяет получить связь между плотностью транспортного тока и скоростью вихря.

Для вихрей, изученных в разд. 3, баланс потерь (25) и приобретения энергии (41) дает следующую связь между током и скоростью вихря:

$$\frac{j}{j_c} = \frac{4}{3\pi} \frac{\lambda}{\lambda_j} \frac{V_s^3}{c_m} \frac{1}{\text{ch}^{1/2}(L/\lambda) \text{sh}^{3/2}(L/\lambda)} \times \frac{v^2}{\sqrt{v^2 - c_m^2} (V_s^2 - v^2)^{3/2}}, \quad (42)$$

а для вихрей, описанных в разд. 4, из формул (38) и (41) находим

$$\frac{j}{j_c} = \frac{4}{\pi} \frac{\lambda_j}{\lambda} \frac{1}{\text{ch}^{1/2}(L/\lambda) \text{sh}^{3/2}(L/\lambda)} \times \frac{c_m U_s}{v^2} \sqrt{\frac{v^2 - c_m^2}{U_s^2 - v^2}}. \quad (43)$$

Выражения (42) и (43) получены в предположении, что воздействие тока приводит к малому изменению формы движущегося вихря, поэтому они применимы при $j \ll j_c$. При этом предполагается, что условия применимости уравнений (21) и (35) выполнены, так же как и условия малости потерь.

На рис. 4 изображена зависимость плотности тока (42) от скорости излучающего вихря для тех же параметров системы, что и на рис. 2. График построен в той области скоростей, где выполнены условия (23), (24) и (26).

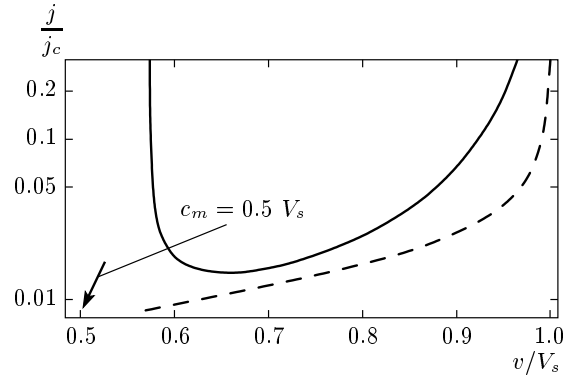


Рис. 4. Зависимость транспортного тока от скорости вихря. Штриховая кривая описывает $j(v)$ в случае омических потерь. Параметры системы те же, что и на рис. 2

Конечная проводимость туннельного слоя приводит к появлению омического вклада в плотность тока. При достаточно малых α этот вклад можно учитывать аддитивно с радиационным. Приравнявая (41) и выражение (28) для мощности омических потерь находим омический ток (ср. [20]):

$$j_\alpha/j_c = 4\alpha v k_j / \pi \omega_j. \quad (44)$$

Условие малости j_α по сравнению с j_{rad} эквивалентно условию малости омических потерь по сравнению с радиационными. Области скоростей, в которых эти условия выполнены, проанализированы в разд. 3 и 4. Штриховая кривая на рис. 4 отвечает омическому вкладу (44) в плотность транспортного тока.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше показано, что джозефсоновские вихри, движущиеся в сэндвиче, окруженном диэлектриком, являются источником электромагнитного излучения. Высвечивание волн обусловлено эффектом Черенкова и возникает тогда, когда скорость вихря превышает скорость света в диэлектрике.

Покажем, что высвечивание электромагнитных волн происходит в терагерцовом диапазоне частот. Для вихрей, изученных в разд. 3, 4, преобразование Фурье полей (29), (30) и (39) показывает, что спектральный состав черенковского излучения сэндвича описывается выражением $\omega = kv$, где $k \sim k_j(v)$. Возможные скорости вихрей, описанных в разд. 3, определяются неравенствами (23), (24) и (26). Как показано в Приложении I, для типич-

ных сандвичей эти неравенства определяют достаточно широкий интервал возможных скоростей, что приводит к сравнительно широкому спектральному диапазону, в котором возможна генерация. Круговые частоты излучения приходятся на диапазон $c_m \omega_j / V_s < \omega \ll V_s / \lambda$. Полагая $L \sim \lambda \sim 100$ нм, $\lambda_j \sim 10^4$ нм, $V_s \sim c_m \sim 3 \cdot 10^9$ см/с, получаем, что частоты излучения $\nu \equiv \omega / 2\pi$ лежат в терагерцовом диапазоне: 0.5 ТГц $< \nu \ll 50$ ТГц. В соответствии с известными положениями теории сверхпроводимости круговая частота излучения ω должна быть меньше $2\Delta / \hbar$, где 2Δ — ширина энергетической щели. Для ниобия $\Delta = 1.5$ мэВ [22], поэтому предельная частота $\nu = \Delta / \pi \hbar$ составляет примерно 0.7 ТГц. В существующих высокотемпературных сверхпроводниках энергетическая щель на порядок больше, а максимально достижимые значения частот лежат в области около 10 ТГц, которые удовлетворяют условию $\omega \ll V_s / \lambda$. Возможные скорости вихрей, описанных в разд. 4, определяются неравенствами (36) и (37). При этом частоты излучения лежат в диапазоне $c_m \omega_j / U_s < \omega \ll U_s / \lambda$. Для параметров системы, принятых выше, характерные частоты излучения вновь приходятся на терагерцовый диапазон 0.5 ТГц $< \nu \ll 50$ ТГц. Однако генерируются не все частоты. Это связано с тем, что для типичных сандвичей неравенства (36) и (37) определяют достаточно узкие интервалы возможных скоростей вблизи $v = c_m$ и $v = U_s$ (см. Приложение II), что и приводит к сравнительно узкому спектральному диапазону излучения.

Из сравнения выражений (25) и (38) для мощности радиационных потерь с выражениями (42) и (43) для плотности тока, видим, что $(\dot{W})_{rad} \propto j$. При этом для плотности тока $j \sim 0.02 j_c$ имеем $(\dot{W})_{rad} \sim 10^{-4}$ Вт (на единицу длины вдоль оси y). Для ниобиевых переходов с туннельным слоем из оксида алюминия типичное значение j_c составляет 1700 А/см² [21] и указанная мощность отвечает плотности транспортного тока 35 А/см². Для джозефсоновского сандвича толщиной порядка 0.01 см мощность радиационных потерь составляет 10^{-6} Вт.

В соответствии с (3), (4) черенковское излучение электромагнитных волн с поверхности сандвича в диэлектрическую среду возможно, если скорость равномерно движущегося вихря превосходит скорость света в диэлектрике $v > c_m$. С другой стороны, предельной скоростью элементарного вихря является скорость Свихарта V_s или $U_s > V_s$. Поэтому обсуждать излучение вихря можно только в системах, для которых $c_m < U_s$ или $\text{cth}(L/\lambda) > \epsilon \lambda / \epsilon_m d$.

При $L > \lambda$ радиационные потери экспоненциально малы. Если же $L \sim \lambda \gg d$, то условие $c_m < U_s$ выполнено, если диэлектрическая проницаемость окружающей среды значительно превышает диэлектрическую проницаемость туннельного слоя: $\epsilon_m > \epsilon \lambda \text{th}(L/\lambda) / d \sim \epsilon \lambda / d \gg \epsilon$. Например, при $\epsilon = 4$, $L = \lambda = 25d$ черенковское излучение возможно, если сандвич находится в среде с достаточно большой диэлектрической проницаемостью, $\epsilon_m > 100$.

Требование к величине ϵ_m можно снизить в $\text{cth}(L/\lambda)$ раз, если уменьшить толщину электродов до значений меньших λ . Уже при $L = 0.3\lambda$ и тех же значениях ϵ и λ/d черенковское излучение с поверхности сандвича возможно при $\epsilon_m > 30$. Столь большие значения диэлектрической проницаемости в терагерцовой области частот имеют некоторые халькогениды (см., например, [23]). В частности, высокочастотная диэлектрическая проницаемость теллурида свинца равна 33 . В соединениях Sb_2Te_3 и Bi_2Te_3 значения высокочастотной диэлектрической проницаемости еще больше. В Sb_2Te_3 вдоль и поперек оси симметрии величина проницаемости равна 51 и 32.5 ; а в Bi_2Te_3 — соответственно 50 и 85 . Естественно, что использование вещества с анизотропной диэлектрической проницаемостью скажется на особенностях вывода излучения, но не приведет к запрету эффекта черенковского высвечивания излучения через боковую поверхность сандвича.

Выше рассмотрено черенковское излучение вихря в среду со сравнительно большой диэлектрической проницаемостью. Установлено, как черенковские потери влияют на движение вихря под действием тока. Найдена мощность потерь на излучение в диэлектрик. При этом не затрагивался важный для технических приложений вопрос о выводе излучения из диэлектрика с $\epsilon_m \gg 1$ в окружающую среду с $\epsilon = 1$. Не ставя задачу вычисления поля излучения в вакууме для конкретной геометрии диэлектрика, приведем некоторые пояснения, которые существенны для понимания полученных результатов. Прежде всего отметим, что наличие границ диэлектрик–вакуум приводит к появлению отраженного излучения. Поэтому ориентация поверхности диэлектрик–вакуум должна обеспечивать отражение генерируемого излучения в те области системы, где нет движущегося вихря на момент прихода отраженного излучения. Учитывая малые размеры вихря и острую направленность излучения, реализовать такие условия весьма просто. В отсутствие обратного влияния отраженного сигнала на вихрь задача о выводе излучения из диэлектрика в вакуум становится самостоятельной. Поскольку в рассмат-

риваемом диапазоне частот дисперсия диэлектрика обычно несущественна, такая задача может быть решена традиционными оптическими методами, изложенными в учебниках (см., например, [24, 25]). Имея в виду такую возможность, отметим лишь ту специфику задачи, которая связана со спектральным составом излучения вихря. Для вихрей, изученных в третьем и четвертом разделах, преобразование Фурье компонент поля (29), (30) и (39) электромагнитной волны показывает, что спектральная плотность интенсивности излучения зависит от частоты пропорционально $\omega^2 \text{ch}^{-2}(\pi\omega/2vk_j)$. Интенсивность излучения максимальна при частоте $\omega_{max} \approx 0.8vk_j$, а ширина линии излучения составляет примерно $1.1vk_j$. Поскольку линия широкая, как известно, вывести все излучение в одном направлении затруднительно. Если же исходить из того, что большая часть энергии излучения сосредоточена около частоты ω_{max} , то можно принять во внимание следующие соображения. В соответствии с выражением (31) заданной скорости вихря отвечает определенный угол, под которым электромагнитное излучение в диэлектрике распространяется относительно поверхности сэндвича. Примем, что внешняя граница диэлектрика находится на расстоянии от сэндвича много большем характерного размера вихря k_j^{-1} и расположена нормально к направлению вектора Пойнтинга, отвечающего рассматриваемой частоте ω_{max} или скорости вихря. Тогда (см., например, [25]), помещая на границе слой, имеющий диэлектрическую проницаемость $\epsilon_m^{1/2}$ и толщину $\pi c/2\omega\epsilon_m^{1/4}$, можно добиться выхода значительной части излучения в вакуум.

Еще раз подчеркнем, что здесь приведены лишь соображения, показывающие принципиальную возможность эффективного вывода терагерцового излучения. Детальный расчет эффективности вывода излучения и его диаграммы направленности — самостоятельная техническая задача оптики слоистых сред, которая может представлять и математический интерес.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Президента РФ в рамках программы поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (МК-868.2007.2) и Фонда «Династия».

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Выпишем в явном виде области скоростей, для которых одновременно выполняются неравенства

(23), (24) и (26). Будем предполагать, что параметр $\Lambda_1 \equiv (\lambda/\lambda_j) \text{th}^{3/2}(L/\lambda)$ мал по сравнению с единицей. Об излучении вихря (22) можно говорить только при $V_s > c_m$, что считается выполненным.

Если относительное различие скорости V_s и скорости света в диэлектрике, окружающем сэндвич, мало по сравнению с Λ_1 , то из-за нарушения условий (23), (24) и (26) рассматриваемых в разд. 3 вихрей не существует.

Если скорость V_s близка к скорости света в диэлектрике настолько, что выполнены условия

$$\Lambda_1 \ll 1 - (c_m/V_s)^2 \ll 1, \quad (\text{П.И.1})$$

то изложенное в разд. 3 применимо в области скоростей (c_m, V_s) за исключением узкой зоны шириной примерно $\Lambda_1^2 c_m / [1 - (c_m/V_s)^2]$ вблизи скорости c_m и узкой зоны шириной $\Lambda_1^2 V_s / [1 - (c_m/V_s)^2]$ вблизи скорости V_s .

Если скорость V_s значительно превышает скорость света в диэлектрике, окружающем сэндвич, а именно

$$1 \ll V_s/c_m \ll \Lambda_1^{-1}, \quad (\text{П.И.2})$$

то наше рассмотрение применимо внутри широкой области скоростей (c_m, V_s) , за исключением узкой зоны шириной около $\Lambda_1^2 c_m$ вблизи $v = c_m$ и узкой зоны шириной около $\Lambda_1^2 V_s^3/c_m^2$ вблизи $v = V_s$.

Наконец, если

$$V_s/c_m \gg \Lambda_1^{-1}, \quad (\text{П.И.3})$$

то анализируемые неравенства выполнены в диапазоне скоростей от $(v/c_m)^2 - 1 \gg \Lambda_1^2$ до $v \ll c_m/\Lambda_1$.

ПРИЛОЖЕНИЕ II

Анализ неравенств (36) и (37) проведем в предположении, что параметр $\Lambda \equiv (\lambda/\lambda_j) \text{th}^{3/2}(L/\lambda)$ мал по сравнению с $\text{th}^2(L/\lambda)$. Это означает, что электроды не очень тонкие. Например, для ниобиевых переходов $\lambda \sim 100$ нм, $\lambda_j \sim 10^2 \lambda$ и условие малости Λ выполнено для обычно используемых толщин электродов. Об излучении вихря можно говорить только при $U_s > c_m$, что учитывается при анализе неравенств.

Если скорости c_m и U_s настолько близки друг к другу, что

$$1 - \left(\frac{c_m}{U_s}\right)^2 \ll \Lambda^2 \text{cth}^2 \frac{L}{\lambda}, \quad (\text{П.И.1})$$

то во всей области скоростей от c_m до U_s нарушается условие (37) и уравнение (35) не применимо.

Если скорость Свихарта джозефсоновского перехода близка к скорости света в диэлектрике, окружающем сэндвич, но условие (П.П.1) нарушено, а именно:

$$\Lambda^2 \operatorname{cth}^2 \frac{L}{\lambda} \ll 1 - \left(\frac{c_m}{U_s} \right)^2 \ll \Lambda, \quad (\text{П.П.2})$$

то изложенное в разд. 4 применимо в узкой области скоростей от c_m до скоростей несколько меньших U_s :

$$1 - \left(\frac{v}{U_s} \right)^2 \gg \Lambda^2 \operatorname{cth}^2 \frac{L}{\lambda}. \quad (\text{П.П.3})$$

Если же скорости c_m и U_s близки в смысле выполнения неравенств

$$\Lambda \ll 1 - \left(\frac{c_m}{U_s} \right)^2 \ll \operatorname{th}^2 \frac{L}{\lambda}, \quad (\text{П.П.4})$$

то рассмотрение разд. 4 применимо в двух узких областях скоростей — вблизи скорости света в диэлектрике, окружающем сэндвич:

$$0 \leq \left(\frac{v}{c_m} \right)^2 - 1 \ll \frac{\Lambda^2}{1 - (c_m/U_s)^2} \quad (\text{П.П.5})$$

и вблизи скорости Свихарта в сэндвиче конечной толщины:

$$\Lambda^2 \operatorname{cth}^2 \frac{L}{\lambda} \ll 1 - \left(\frac{v}{U_s} \right)^2 \ll \frac{\Lambda^2}{1 - (c_m/U_s)^2}. \quad (\text{П.П.6})$$

Если

$$\operatorname{th}^2 \frac{L}{\lambda} \ll 1 - \left(\frac{c_m}{U_s} \right)^2 \ll 1, \quad (\text{П.П.7})$$

то изложенное в разд. 4 применимо лишь для скоростей, удовлетворяющих неравенствам (П.П.5).

Если скорость Свихарта джозефсоновского перехода значительно превышает скорость света в диэлектрике, окружающем сэндвич, а именно

$$1 \ll \frac{U_s}{c_m} \ll \operatorname{cth} \frac{L}{\lambda}, \quad (\text{П.П.8})$$

то имеем одну область скоростей вблизи c_m :

$$\left(\frac{v}{c_m} \right)^2 - 1 \ll \Lambda^2. \quad (\text{П.П.9})$$

Если же

$$\operatorname{cth} \frac{L}{\lambda} \ll \frac{U_s}{c_m} \ll \Lambda^{-1}, \quad (\text{П.П.10})$$

то наряду с областью (П.П.9) вблизи c_m появляется диапазон вблизи U_s :

$$\Lambda^2 \operatorname{cth}^2 \frac{L}{\lambda} \ll 1 - \left(\frac{v}{U_s} \right)^2 \ll \Lambda^2 \left(\frac{U_s}{c_m} \right)^2. \quad (\text{П.П.11})$$

Наконец, если

$$U_s/c_m \gg \Lambda^{-1}, \quad (\text{П.П.12})$$

то имеем две области скоростей, описываемую неравенством (П.П.9) и

$$v \gg \frac{c_m}{\Lambda}, \quad \Lambda^2 \operatorname{cth}^2 \frac{L}{\lambda} \ll 1 - \left(\frac{v}{U_s} \right)^2. \quad (\text{П.П.13})$$

ЛИТЕРАТУРА

1. I. K. Yanson, *Low Temp. Phys.* **30**, 516 (2004).
2. V. P. Koshelets and S. V. Shitov, *Supercond. Sci. Tech.* **13**, R53 (2000).
3. G. Hechtfischer, R. Kleiner, A. V. Ustinov, and P. Müller, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1365 (1997).
4. J. H. Lee, Y. Chong, S. Lee, and Z. G. Khim, *Physica C* **341–348**, 1079 (2000).
5. I. E. Batov, X. Y. Jin, S. V. Shitov et al., *Appl. Phys. Lett.* **88**, 262504 (2006).
6. K. Kadowaki, I. Takeya, T. Yamamoto et al., *Physica C* **437–438**, 111 (2006).
7. M.-H. Bae and H.-J. Lee, *IEICE Trans. Electron.* **E89-C**, 106 (2006).
8. M.-H. Bae and H.-J. Lee, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 142501 (2006).
9. M.-H. Bae, H.-J. Lee, and J.-H. Choi, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 027002 (2007).
10. D. N. Langenberg, D. J. Scalapino, B. N. Taylor, and R. E. Eck, *Phys. Rev. Lett.* **7**, 294 (1965).
11. И. О. Кулик, И. К. Янсон, *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах*, Наука, Москва (1970).
12. M. Tachiki, M. Iizuka, and K. Minami, *Phys. Rev. B* **71**, 134515 (2005).
13. L. N. Bulaevskii and A. E. Koshelev, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 267001 (2006).
14. L. N. Bulaevskii and A. E. Koshelev, *J. Supercond. Nov. Magn.* **19**, 349 (2006).
15. К. Н. Овчинников, В. П. Силин, С. А. Урюпин, *ФММ* **83**, 14 (1997).

16. А. С. Малишевский, В. П. Силин, С. А. Урюпин, ФТТ **41**, 1160 (1999).
17. J. C. Swihart, J. Appl. Phys. **32**, 461 (1961).
18. S. Sakai, P. Bodin, and N. F. Pedersen, J. Appl. Phys. **73**, 2411 (1993).
19. P. Lebowitz and M. J. Stephen, Phys. Rev. **163**, 376 (1967).
20. D. W. McLaughlin and A. C. Scott, Phys. Rev. A **18**, 1652 (1978).
21. N. Martucciello, J. Mygind, V. P. Koshelets et al., Phys. Rev. B **57**, 5444 (1998).
22. J. Carbotte, Rev. Mod. Phys. **62**, 1027 (1990).
23. *Физические величины*. Справочник под ред. И. С. Григорьева, С. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Москва (1991).
24. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).
25. В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин, *Сборник задач по электродинамике*, НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, Москва (2002).