

ТОЖДЕСТВА УОРДА – ТАКАХАШИ В ОПИСАНИИ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ПЕРЕХОДОВ НУКЛОНОВ И ПИОНОВ

Г. Г. Бунатян*

Объединенный институт ядерных исследований
141980, Дубна, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 30 мая 2008 г.

Для нуклонов и пионов соотношения между пропагаторами и вершинными функциями, описывающими векторные электрослабые переходы, получены непосредственно как естественное следствие симметрий сильных и электрослабых взаимодействий адронов. Существенно, что исследуемая система включает различные сильновзаимодействующие адроны. Электромагнитные поправки к вершинным функциям и пропагаторам адронов учитываются с точностью до e^2 . Полученные результаты обсуждаются в связи с вычислением радиационных поправок в описании электрослабых переходов нуклонов и пионов.

PACS: 13.40.Ks, 12.15.Lk, 12.15.Nh, 12.15.-y, 14.20.Dh

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования элементарных частиц обычно ассоциируются в настоящее время с физикой высоких энергий, с экспериментами на современных ускорителях, коль скоро для этих исследований требуются большие передачи импульсов в столкновениях частиц. Но не менее существенно для физики элементарных частиц тщательное изучение низкоэнергетических электромагнитных и слабых (ЭС) взаимодействий адронов с калибровочными полями, в частности β -распада нейтронов и пионов. В особенности, такие исследования могут служить для того, чтобы обнаружить отклонения экспериментальных данных от предсказаний Стандартной Модели (СМ), которую принято полагать сейчас действенной теорией элементарных частиц [1, 2]. Поэтому и не ослабеваает интерес к изучению полупертоновых процессов [3]. Однако никак нельзя ожидать, что эти различия между предсказаниями СМ и экспериментальными измерениями могут составить более 1%. Соответственно, точность экспериментальных измерений и теоретических расчетов должна быть лучше одного процента, для того чтобы можно было изучать эти, в принципе возможные, расхождения, иначе их просто нельзя будет заметить. Такие исследования должны быть также многосторонними и включать

различные характеристики рассматриваемых явлений. К настоящему времени с наивысшей точностью, около 0.1%, измерены скорости β -распада нейтронов и пионов [4, 5]. Как можно полагать, и другие характеристики таких процессов будут получены в надлежащих экспериментах с такой же точностью в ближайшее время [3, 6]. Тогда, со своей стороны, теория должна обеспечить надежное вычисление соответствующих величин с точностью на уровне 10^{-3} , чтобы можно было удостовериться, в каких пределах действительна СМ. В том случае, когда какие-либо неопределенности (связанные, например, с введением таких специальных величин, как параметр обрезания и т.п.) вовлекаются в рассмотрение, любые вызванные этим неточности расчетов должны быть явно определены.

Коль скоро все исследования проводятся с точностью 10^{-2} и выше, последовательный учет радиационных поправок приобретает решающее значение в теории ЭС-процессов с участием адронов. При вычислении радиационных поправок к процессам взаимодействия адронов с электромагнитным полем и к полупертоновым процессам, таким как β -распад нейтронов и пионов, должны быть, как известно, разрешены три различные проблемы. Инфракрасные (ИК) и ультрафиолетовые (УФ) расходимости, приходящие к вычислениям радиационных поправок, устраняются согласно методу, развитому в работе [7], и

*E-mail: bunat@cv.jinr.ru

в соответствии со схемой ренормализации на массовой поверхности в СМ [2, 8, 9] (см. работы [10–12]). Третья проблема состоит в необходимости последовательного учета строения и сильных взаимодействий адронов. Хотя, в принципе, именно СМ должна систематически учитывать сильные взаимодействия в рассматриваемых ЭС-процессах, эта задача остается к настоящему времени не решенной, представляя непреодолимые вычислительные трудности. Привлекательная и обнадеживающая идея состоит в том, чтобы обойти сложности, связанные с непосредственным учетом строения адронов, путем использования определенных общих соотношений между пропагаторами, амплитудами рассеяния и вершинными функциями адронов, взаимодействующих с ЭС-полями. В известной работе [13] можно усмотреть путь, как эту идею осуществить с использованием определенного вида тождеств Уорда – Такахаши, предназначенных для описания чисто векторной части радиационных поправок к вероятности β -распада пиона.

Использование соответствующих тождеств Уорда – Такахаши, впервые представленное в работе [13], стало основой последующих вычислений [14–16] радиационных поправок к различным характеристикам β -распада адронов. Различные позднейшие статьи (см., например, [17]) содержат просто рассуждения о том, что изложено в работе [16]. Таким образом, чтобы полностью доверять результатам, полученным в этом подходе, необходимо прежде всего последовательно вывести тождества Уорда – Такахаши как прямое следствие симметрий рассматриваемой системы адронов. Мы получаем (разд. 4) соответствующие тождества Уорда – Такахаши для описания векторного взаимодействия нуклонов и пионов с калибровочными полями как естественное следствие глобальной калибровочной инвариантности чисто адронного лагранжиана, что обеспечивает сохранение полного адронного тока (разд. 2), и локальной калибровочной инвариантности лагранжиана, описывающего взаимодействие адронов с электромагнитным полем и слабыми полями (разд. 3). Вычисление электромагнитных поправок к пропагаторам и вершинным функциям нуклонов и пионов проводится с точностью порядка e^2 . Полученные результаты обсуждаются в разд. 5, в особенности в связи с вычислением радиационных поправок.

Даже просто в процессе вывода самих тождеств Уорда – Такахаши становится ясно, в какой мере они пригодны для того, чтобы обойти непосредственный учет строения адронов при вычислении радиацион-

ных поправок. Само по себе исследование тождеств Уорда – Такахаши имеет принципиальное значение.

2. СОХРАНЯЮЩИЕСЯ АДРОННЫЕ ТОКИ

Следуя общему лагранжеву методу (см., например, [1, 2, 18–21]), рассматриваем набор адронных полей и их первых производных,

$$\begin{aligned} \{\phi(x)\} &\equiv \{\phi_1(x_1), \phi_2(x_2), \dots\}, \\ \{\partial_\mu \phi(x)\} &\equiv \{\partial_\mu \phi_1(x_1), \partial_\mu \phi_2(x_2), \dots\}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

и лагранжиан

$$\mathcal{L}_h \equiv \mathcal{L}_h[\{\phi(x)\}, \{\partial_\mu \phi(x)\}], \quad (2.2)$$

описывающий систему этих сильновзаимодействующих полей ϕ_i , которые удовлетворяют уравнениям Эйлера – Лагранжа

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_h}{\partial [\partial_\mu \phi_r(x)]} = \frac{\partial \mathcal{L}_h}{\partial \phi_r(x)}. \quad (2.3)$$

Определены канонически сопряженные импульсы

$$\Pi_r(x) = \frac{\partial \mathcal{L}_h}{\partial (\partial_0 \phi_r(x))}, \quad (2.4)$$

и соблюдаются одновременные (анти)коммутационные соотношения

$$\begin{aligned} \phi_s(x)\phi_r(y) \pm \phi_r(y)\phi_s(x) &= \\ = \Pi_s(x)\Pi_r(y) \pm \Pi_r(y)\Pi_s(x) &= 0, \\ \phi_s(x)\Pi_r(y) \pm \Pi_r(y)\phi_s(x) &= \\ = i\delta_{sr}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad x_0 = y_0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Когда лагранжиан (2.2) инвариантен относительно калибровочного преобразования

$$\phi_r^i(x) \implies \phi_r(x) - i\varepsilon^a(x)\ell_{rs}^a \phi_s(x) \quad (2.6)$$

с постоянными инфинитезимальными параметрами ε^a , т.е. относительно глобального преобразования, соответствующие адронные токи

$$J_\mu^a(x) = \frac{\partial \mathcal{L}_h(x)}{\partial [\partial_\mu \varepsilon^a(x)]} = -i \frac{\partial \mathcal{L}_h(x)}{\partial [\partial_\mu \phi_r(x)]} \ell_{rs}^a \phi_s(x) \quad (2.7)$$

сохраняются:

$$\partial^\mu J_\mu^a(x) = 0. \quad (2.8)$$

Временные компоненты токов (2.7) представляются в виде

$$J_0^a(x) = -i\Pi_r(x)\ell_{rs}^a \phi_s(x), \quad (2.9)$$

и справедливы коммутационные соотношения

$$\begin{aligned} [J_0^a(x), \phi_r(y)] &= -\delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}) \ell_{rs}^a \phi_s(x), \\ [J_0^a(x), \Pi_r(y)] &= \delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}) \Pi_s(x) \ell_{sr}^a, \quad x_0 = y_0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Пусть поставлена задача изучить сохраняющие странность электрослабые переходы нестранных адронов. Нуклон и пион есть единственные нестранные адроны, стабильные относительно распадов, обусловленных сильными взаимодействиями. Ввиду этого можно принять, что общий набор $\{\phi_r(x)\}$ адронных полей состоит из изодублета нуклонных полей, $\phi_r(x) \equiv \psi_N(x)$, $N = n, p$, и изотриплета физических пионных полей $\phi_r(x) \equiv \pi^a(x)$, $a = 0, \pm$, определяемых, как обычно, через изовекторное поле $\varphi = \{\varphi_r\}$, $r = 1, 2, 3$,

$$\begin{aligned} \pi^0(x) &= \varphi_3(x), \\ \pi^\pm(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_1(x) \mp i\varphi_2(x)]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Сильные взаимодействия полей $\psi_N(x)$ и $\pi^a(x)$ должны быть учтены надлежащим образом.

Сохраняющиеся адронные векторные токи возникают, коль скоро мы исследуем эту изотопически симметричную адронную систему. Инвариантность нуклон-пионного лагранжиана $\mathcal{L}_h(x)$ (2.2) относительно глобального SU(2)-вращения полей,

$$\psi'_N(x) \implies \psi_N(x) - i\varepsilon_r \frac{\tau_r NN'}{2} \psi_{N'}(x), \quad (2.12)$$

$$\varphi'_s(x) \implies \varphi_s(x) - \varepsilon_{str} \varphi_t(x) \varepsilon_r, \quad (2.13)$$

$$N, N' = n, p, \quad r, s, t = 1, 2, 3,$$

обеспечивает, согласно общим соотношениям (2.6)–(2.8), сохранение адронного изовекторного тока $\mathcal{J}_\mu(x) = \{\mathcal{J}_{r\mu}(x)\}$ ($r = 1, 2, 3$), по одному току $\mathcal{J}_{r\mu}(x)$ триплета для каждого ε_r в уравнениях (2.12), (2.13). Лагранжиан $\mathcal{L}_h(x)$ (2.2) рассматриваемой системы инвариантен также относительно глобального $U_Y(1)$ -преобразования с гиперзарядом $Y = 1$ для изодублета нуклонов и $Y = 0$ для изотриплета пионов. Тогда инвариантность лагранжиана $\mathcal{L}_h(x)$ относительно $U_Y(1)$ -преобразования нуклонного поля,

$$\begin{aligned} \psi'_N(x) &\implies \psi_N(x) - i\varepsilon_0 \mathbf{I}_{NN'} \psi_{N'}(x) \frac{Y}{2}, \\ Y &= 1, \end{aligned} \quad (2.14)$$

обеспечивает сохранение нейтрального изоскалярного тока $\mathcal{J}_0(x)$. Из сохраняющихся токов $\mathcal{J}_r^\mu(x)$ и $\mathcal{J}_0^\mu(x)$ обычным образом строится нейтральный ток

$$J_\mu^0(x) = \mathcal{J}_3\mu(x) + \mathcal{J}_0\mu(x) \quad (2.15)$$

и заряженные токи переходов

$$J_\mu^\pm(x) = \mathcal{J}_1\mu(x) \pm i\mathcal{J}_2\mu(x). \quad (2.16)$$

Эти сохраняющиеся физические токи $J_\mu^0(x)$, $J_\mu^\pm(x)$ проистекают совместно из инвариантности лагранжиана $\mathcal{L}_h(x)$ (2.2) относительно глобального калибровочного преобразования (2.6) дублета нуклонных полей $\psi_N(x)$ и триплета физических пионных полей $\pi^a(x)$,

$$\begin{aligned} \psi'_N(x) &\implies \psi_N(x) - i\varepsilon^a \ell_{NN'}^a \psi_{N'}(x), \\ a &= 0, \pm, \quad N, N' = n, p, \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \pi'^r(x) &\implies \pi^r(x) - i\varepsilon^a \ell_{rs}^a \pi^s(x), \\ a, s, r &= 0, \pm, \end{aligned} \quad (2.18)$$

с постоянными матрицами ℓ_{rs}^a ,

$$\begin{aligned} \ell_{NN'}^a &= \frac{1}{2} \delta_{a0} (\mathbf{I}_{NN'} + \tau_{NN'}^0) + a^2 \tau_{NN'}^a, \\ a &= 0, \pm, \quad N, N' = n, p, \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \ell_{0-}^+ &= -\ell_{+0}^+ = \ell_{-0}^- = -\ell_{0+}^- = \sqrt{2}, \\ \ell_{++}^0 &= -\ell_{--}^0 = 1, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $\tau^0 = \tau_3$, $\tau^\pm = (\tau_1 \pm i\tau_2)/2$ — матрицы Паули; все остальные элементы этих матриц ℓ равны нулю. Обозначения (2.19), (2.20) оказываются удобными в дальнейших вычислениях. Как видно, заряженный ток $J_\mu^+(x)$ увеличивает, а ток $J_\mu^-(x)$ уменьшает электрический заряд системы адронов на единицу. Токи $J_\mu^\pm(x)$ перехода между состояниями с зарядами, различающимися на единицу, появляются в исследовании β -распада адронов. Нейтральный ток $J_\mu^0(x)$ — комбинация третьей компоненты изовекторного тока и изоскалярного тока — представляет собой электромагнитный ток, который описывает взаимодействие системы адронов с электромагнитным полем. Так что далее ток с верхним индексом «0» — это электромагнитный ток, $J_\mu^0(x) \equiv J_\mu^{em}(x)$.

В соответствии с общей концепцией СМ [1, 2, 8, 9, 22], третья компонента $\mathcal{J}_3^\mu(x)$ изотриплетного тока $\mathcal{J}^\mu(x)$ и изоскалярный ток $\mathcal{J}_0^\mu(x)$ могут быть еще скомбинированы так, чтобы помимо $\mathcal{J}_\mu^{em}(x)$ определить сохраняющийся нейтральный слабый ток

$$\begin{aligned} J_\mu^Z(x) &= \mathcal{J}_3\mu(x)(1 - 2s_W^2) - \mathcal{J}_0\mu(x)s_W^2, \\ s_W^2 &= 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

с коэффициентами, выбранными так, чтобы ток (2.21) служил для описания возможных переходов адронов в нейтральном поле Z-бозонов [1, 2, 22].

Этот сохраняющийся ток J_μ^Z соответствует инвариантности лагранжиана $\mathcal{L}_h(x)$ (2.2) относительно глобального калибровочного преобразования (2.17), (2.18) с заменой $a \rightarrow Z$ и

$$\ell_{NN'}^Z = -\frac{1}{2}s_W^2 + \frac{1}{2}\tau_{NN'}^0(1 - 2s_W^2), \quad (2.22)$$

$$\ell_{rs}^Z = \ell_{++}^Z = -\ell_{--}^Z = (1 - 2s_W^2). \quad (2.23)$$

Здесь M_Z и M_W — массы Z - и W -бозонов.

Сразу же следует подчеркнуть, что сохраняются именно полные адронные токи $\mathcal{J}_r^\mu(x)$, $\mathcal{J}_0^\mu(x)$, $J_\mu^0(x) \equiv J_\mu^{em}(x)$, $J_\mu^\pm(x)$, $J_\mu^Z(x)$, но не токи нуклонов и пионов в отдельности, поскольку мы рассматриваем систему взаимодействующих адронов. Лагранжиан $\mathcal{L}_h(x)$ (2.2) должен быть инвариантен относительно совместного калибровочного преобразования нуклонных и пионных полей. Но нельзя требовать, чтобы он был инвариантен относительно преобразований (2.12) и (2.13) нуклонных и пионных полей по отдельности.

Конкретный вид сохраняющегося тока $J_\mu^a(x)$ определяется заданием лагранжиана \mathcal{L}_h (2.2) при условии, что он инвариантен относительно преобразований (2.12)–(2.14), (2.17)–(2.20), (2.22), (2.23). Этот лагранжиан представляется обычным образом:

$$\mathcal{L}_h(x) = \mathcal{L}_N(x) + \mathcal{L}_\pi(x) + \mathcal{L}_{str}^{int}(x), \quad (2.24)$$

где

$$\mathcal{L}_N(x) = i\bar{\psi}_N(x)[\gamma^\mu \partial_\mu - M_N]\psi_N(x), \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\pi(x) = & \frac{1}{2}[\partial_\mu \varphi \cdot \partial^\mu \varphi - m^2 \varphi \cdot \varphi] = \partial_\mu \pi^+ \partial^\mu \pi^- - \\ & - m^2 \pi^+ \pi^- + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi^0 \partial^\mu \pi^0 - \frac{1}{2} m^2 \pi^{02}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

и мы выбираем, для определенности, обычно принятое пион-нуклонное взаимодействие

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{str}^{int} = & g_{NN'\pi} \bar{\psi}_{N'}(x) \gamma^5 \left(\tau^0 \pi^0(x) + \sqrt{2} \pi^+(x) \tau^+ + \right. \\ & \left. + \sqrt{2} \pi^-(x) \tau^- \right) \psi_N(x) - \frac{\lambda}{4} (\pi^a \pi^{-a})^2, \end{aligned} \quad (2.27)$$

так что полный адронный лагранжиан инвариантен относительно глобальных калибровочных преобразований (2.12)–(2.14), (2.17)–(2.20), (2.22), (2.23) и полные адронные токи сохраняются. Адронный ток записывается в виде суммы,

$$J_\mu^a(x) = j_{N\mu}^a(x) + j_{\pi\mu}^a(x), \quad a = 0, \pm, Z, \quad (2.28)$$

нуклонного

$$j_{N\mu}^a(x) = \bar{\psi}_N(x) \gamma_\mu \ell_{NN'}^a \psi_{N'}(x), \quad (2.29)$$

$$N, N' = n, p$$

и пионного

$$j_{\pi\mu}^a(x) = -i \ell_{rs}^a \partial_\mu \pi^{(-r)}(x) \pi^s(x), \quad r, s = 0, \pm \quad (2.30)$$

токов. В формулах (2.25)–(2.30) и далее в аналогичных выражениях подразумевается \mathcal{N} -произведение операторов полей.

Поскольку лагранжиан (2.24) включает только сильные взаимодействия, массы различных членов одного изомультиплета совпадают в выражениях (2.25)–(2.27). Различия между членами определенного изомультиплета появляются за счет электромагнитного взаимодействия адронов, вводимого далее должным образом.

Как было сказано выше, верхний индекс $a = 0$ у операторов токов и полей означает, что это операторы электромагнитного тока и поля. Когда множитель a встречается в какой-либо формуле, то предполагается, что он принимает значение $a = 0$ или $a = \pm$ соответственно электромагнитному току J_μ^0 или току перехода J_μ^\pm .

В действительности, поскольку общие соотношения (2.3)–(2.10) справедливы для любого лагранжиана \mathcal{L}_h (2.2), любые сильные взаимодействия адронов приемлемы вместо \mathcal{L}_{str}^{int} (2.27), в частности, взаимодействия, принятые в киральной теории возмущений [23], при условии, что лагранжиан \mathcal{L}_h (2.24) остается инвариантным относительно глобальных калибровочных преобразований (2.12)–(2.14), (2.17)–(2.20), (2.22), (2.23). Конкретный вид лагранжиана \mathcal{L}_{str}^{int} не влияет по существу на заключения, к которым приводит дальнейшее исследование. Хотя выражения (2.24)–(2.27) включают явно лишь нуклонные и пионные поля, можно принять, что лагранжиан \mathcal{L}_h (2.24) описывает в общем виде также и различные нестабильные адроны и адронные резонансы с последовательным учетом соответствующих сильных взаимодействий \mathcal{L}_{str}^{int} . Фундаментальными адронами являются нуклон и пион, а все остальные имеют динамическое происхождение [24]. Так что наше исследование не утрачивает общности, когда мы используем выражения (2.24)–(2.27).

Мы рассматриваем операторы полей в представлении Гейзенберга [18–21]:

$$\phi_r(x) = \mathcal{S}_{str}^\dagger(x_0) \phi_{0r}(t, \mathbf{x}) \mathcal{S}_{str}(x_0), \quad (2.31)$$

где $\phi_{0r}(x)$ означают операторы полей в представлении взаимодействия, а матрица S_{str} определяется взаимодействием $\mathcal{L}_{str}^{int}(x)$,

$$S_{str}(x_0) = \mathcal{T} \exp \left[i \int_{-\infty}^{x_0} dt \int d\mathbf{x} \mathcal{L}_{str}^{int}(t, \mathbf{x}) \right], \quad (2.32)$$

с хронологическим оператором \mathcal{T} . Взаимодействие \mathcal{L}_{str}^{int} включает все адроны, которые вовлечены в рассмотрение. В нашем случае, определенном соотношениями (2.24)–(2.27), это нуклоны и пионы. Разумеется, операторы нуклонного поля $\psi_N(x)$ содержатся в пионном токе $j_{\pi\mu}^a(x)$ (2.30), и, свою очередь, операторы пионного поля $\pi^r(x)$ входят в нуклонный ток $j_{N\mu}^a(x)$ (2.29). Так что матричные элементы от $j_{\pi\mu}^a(x)$ между чисто нуклонными состояниями, $\langle N_f | j_{\pi\mu}^a(x) | N_i \rangle$, так же как и матричные элементы от $j_{N\mu}^a(x)$ между чисто пионными состояниями, $\langle \pi_f | j_{N\mu}^a(x) | \pi_i \rangle$, в общем случае не обращаются в нуль.

Очень важно еще раз подчеркнуть, что сохраняется именно полный адронный ток $J_\mu^a(x)$ (2.28), когда исследуемая система включает сильновзаимодействующие адроны различных сортов, нуклоны и пионы в случае, который мы рассматриваем. Нуклонный и пионный токи, $j_{N\mu}^a$ (2.29) и $j_{\pi\mu}^a$ (2.30), по отдельности не сохраняются, поскольку сильные взаимодействия $\mathcal{L}_{str}^{int}(x)$ включены в $\mathcal{L}_h(x)$.

3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АДРОНОВ С КАЛИБРОВОЧНЫМИ ПОЛЯМИ

Теперь нам надлежит построить электрослабый лагранжиан $\mathcal{L}_{int}^{EW}(x)$, чтобы описать взаимодействие адронных полей ϕ_r , входящих в \mathcal{L}_h (2.2), с электромагнитным полем $A_\mu^{em}(x)$ и с заряженными $A_\mu^\pm(x)$ и нейтральными $A_\mu^Z(x)$ полями, которые соответствуют полям W^\pm - и Z -бозонов. Лагранжиан $\mathcal{L}_{int}^{EW}(x)$ получается из требования, чтобы лагранжиан \mathcal{L}_h (2.2) был инвариантен относительно локального, т. е. с зависящими от координат параметрами $\varepsilon(x)$, калибровочного преобразования (2.6).

Чтобы лагранжиан $\mathcal{L}_h(x)$ (2.2), (2.24) был инвариантен относительно локального калибровочного преобразования (2.6), которое в рассматриваемом случае представлено соотношениями (2.12), (2.13), (2.17)–(2.20), (2.22), (2.23) с зависящими от координат параметрами $\varepsilon(x)$, производные полей $\partial_\mu \phi_i(x)$ в выражении для $\mathcal{L}_h(x)$ заменяются (см., например, [1, 2, 18–20]) соответствующими ковариантными производными:

$$\partial_\mu \phi_s(x) \implies \mathcal{D}_\mu \phi_s(x) = \partial_\mu \phi_s(x) + ie A_\mu^a(x) \ell_{sr}^a \phi_r(x), \quad (3.1)$$

где коэффициенты ℓ_{sr}^a даются выражениями (2.19), (2.20), (2.22), (2.23), а $A_\mu^a(x)$ — соответствующие калибровочные поля ($a = 0, \pm, Z$). В результате электрослабый лагранжиан \mathcal{L}_{int}^{EW} выражается через адронные токи $J_\mu^a(x)$ (2.28) и поля $A_\mu^a(x)$. Как известно, они связаны с физическими полями $A_\mu^{em}(x)$, $W_\mu^\pm(x)$, $Z_\mu(x)$ соотношениями

$$\begin{aligned} A^0(x) &\equiv A_\mu^{em}(x), & e A_\mu^\pm(x) &= \frac{\sqrt{G} M_W}{2^{1/4}} W_\mu^\pm, \\ e A_\mu^Z(x) &= \frac{\sqrt{G} M_Z}{2^{1/4}} Z_\mu \end{aligned} \quad (3.2)$$

с постоянной взаимодействия Ферми G , так чтобы обеспечить правильное эффективное описание взаимодействия нуклонов и пионов с электромагнитным полем и слабыми полями [1, 2, 18, 22]. Соответственно нашим целям, мы рассматриваем линейные взаимодействия адронов с внешними полями $A_\mu^\pm(x)$, $A_\mu^Z(x)$, которые определены в (3.2), и с внешним электромагнитным полем $A_\mu^{(e)}(x)$, выделяя его явно из $A_\mu^{em}(x)$,

$$A_\mu^{em}(x) = A_\mu^{(e)}(x) + A_\mu^{em}(x), \quad (3.3)$$

так что $A_\mu^{em}(x)$ остается для описания квантового электромагнитного поля.

Окончательно получаем эффективный лагранжиан для исследования электромагнитных поправок в описании β -распада нуклонов и пионов, а также их переходов во внешнем электромагнитном поле и в нейтральном поле Z -бозонов:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}_{int}^{EW}(x) &= \tilde{\mathcal{L}}^{em}(x) + \tilde{\mathcal{L}}^{1W}(x) + \\ &+ \tilde{\mathcal{L}}^{Wem}(x) + \tilde{\mathcal{L}}^{1Z}(x) + \tilde{\mathcal{L}}^{Zem}(x), \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\tilde{\mathcal{L}}^{em}(x) = \tilde{\mathcal{L}}^{1em}(x) + \tilde{\mathcal{L}}^{2em}(x), \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}^{1em}(x) &= -e A_\mu^0(x) \tilde{J}^{0\mu}(x) = -e A_\mu^{em}(x) \tilde{J}^{em\mu}(x) = \\ &= -e \tilde{J}^{0\mu}(x) \left(A_\mu^{(e)}(x) + A_\mu^{em}(x) \right), \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}^{2em}(x) &= e^2 A_\mu^{em} A^{em\mu} \tilde{\pi}^-(x) \tilde{\pi}^+(x) \approx \\ &\approx e^2 A_\mu^{em} A^{em\mu} \tilde{\pi}^+(x) \tilde{\pi}^-(x) - e^2 A^{(e)\mu}(x) \tilde{j}_\mu^0(x), \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \tilde{j}_\mu^a(x) &= A_\mu^{em}(x) \tilde{\pi}^s(x) \tilde{\pi}^r(x) \ell_{dr}^a \ell_{(-d)s}^0, \\ d, s, r &= 0, \pm, \quad a = 0, \pm, Z, \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned}\tilde{L}^{1W}(x) &= -eA^{a\mu}(x)\tilde{J}_\mu^a(x) = \\ &= -\frac{\sqrt{G}M_W}{2^{1/4}}\tilde{J}_\mu^a(x)W^{a\mu}(x), \quad a = \pm, \quad (3.9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{L}^{Wem}(x) &= -e^2A_\mu^0(x)A^{a\mu}(x)\tilde{\pi}^s(x)\tilde{\pi}^r(x) \times \\ &\times [\ell_{dr}^a\ell_{(-d)s}^0] \approx -e^2\tilde{J}_\mu^a(x)A^{a\mu}(x) \approx \\ &\approx -e\tilde{J}_\mu^a(x)\frac{\sqrt{G}M_W}{2^{1/4}}W^{a\mu}(x), \quad a = \pm, \quad (3.10)\end{aligned}$$

$$\tilde{L}^{1Z}(x) = -\frac{\sqrt{G}M_Z}{2^{1/4}}\tilde{J}_\mu^Z(x)Z^\mu(x), \quad (3.11)$$

$$\tilde{L}^{Zem}(x) \approx -e\tilde{J}_\mu^Z(x)\frac{\sqrt{G}M_Z}{2^{1/4}}Z^\mu(x). \quad (3.12)$$

В выражении (3.4) для $\mathcal{L}^{EW}(x)$ опущены все взаимодействия, квадратичные по внешним полям $A^{(e)}(x)$, $A_\mu^\pm(x)$, $A_\mu^Z(x)$. Поскольку взаимодействия $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10) и $\tilde{L}^{Zem}(x)$ (3.12) явно зависят от внешних полей $A_\mu^\pm(x)$, $A_\mu^Z(x)$, поле $A_\mu^{em}(x)$ в этих взаимодействиях заменено чисто квантовым полем $A_\mu^{em}(x)$, а внешнее поле $A_\mu^{(e)}(x)$ в них опущено. Последнее преобразование в выражении (3.7) справедливо в приближении, линейном по внешнему полю $A_\mu^{(e)}(x)$. Для получения тождеств Уорда – Такахаши не требуется знать вклад $\mathcal{L}_{gauge}(A^a, \partial_\mu A^a)$ самих калибровочных полей $A_\mu^a(x)$ в лагранжиан рассматриваемой системы, так что мы не занимаемся здесь его построением и не добавляем далее $\mathcal{L}_{gauge}(A^a, \partial_\mu A^a)$ к полному лагранжиану \mathcal{L}_{tot} , приведенному ниже (3.13). Чтобы выражения (3.6)–(3.12) имели законченный вид, мы переписали их через $A_\mu^{em}(x)$, $W_\mu^\pm(x)$, $Z_\mu(x)$ и соответствующие константы связи, хотя частный вид коэффициентов в этих выражениях не имеет значения для дальнейшего получения тождеств Уорда – Такахаши.

Как видно, взаимодействия $\tilde{L}^{1Z}(x)$ (3.11) и $\tilde{L}^{Zem}(x)$ (3.12) имеют тот же смысл, что и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10), отличаясь от них лишь простой заменой $W^\pm(x)$, $J_\mu^\pm(x)$, $j_\mu^\pm(x)$ на $Z^\mu(x)$, $J_\mu^Z(x)$, $j_\mu^Z(x)$. Поэтому, чтобы не выписывать лишних формул, мы далее будем рассматривать β -распад адронов и их переходы во внешнем электромагнитном поле, но не будем касаться переходов адронов, обусловленных возможными их взаимодействиями с внешним нейтральным слабым полем Z -бозонов. Эти переходы были бы существенны, если бы при этом передавались большие, $k^2 \sim M_Z^2$, импульсы. Однако нас это здесь фактически и не интересует.

Поскольку полный лагранжиан, описывающий рассматриваемую систему, представляет собой сумму лагранжианов,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{tot}(x) &= \tilde{\mathcal{L}}_h[\{\tilde{\phi}\}, \{\partial_\mu \tilde{\phi}\}] + \\ &+ \tilde{\mathcal{L}}_{int}^{EW}[\{\tilde{\phi}\}, \{\partial_\mu \tilde{\phi}\}, \{A^a\}], \quad (3.13)\end{aligned}$$

зависимость от времени, т. е. от x_0 , всех операторов полей в представлении Гейзенберга, $\tilde{\phi}_i(x)$, определяется именно этим полным лагранжианом (3.13). Значок « \sim » над операторами адронных полей и токов в выражениях (3.4)–(3.12), как и везде ниже, указывает на дополнительную зависимость от времени, обусловленную $\tilde{\mathcal{L}}^{EW}(x)$. Напомним, что, как было указано после (2.30), в выражениях (3.4)–(3.12), как и везде ниже в аналогичных формулах, подразумевается \mathcal{N} -произведение операторов полей.

Наша цель — вычислить электромагнитные поправки к адронным токам, пропагаторам и вершинным функциям, описывающим взаимодействие адронов с внешними калибровочными полями $A_\mu^{(e)}(x)$, $W_\mu^\pm(x)$. Обычное выражение [19–21] для гейзенберговских операторов

$$\tilde{\phi}_i(x) = S_{em}^\dagger(x_0)\phi_i(x)S_{em}(x_0), \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned}S_{em}(x_0) &= \\ &= \mathcal{T} \exp \left(i \int_{-\infty}^{x_0} d\tau \int d\mathbf{x} L^{qem}(\tau, \mathbf{x}) \right), \quad (3.15) \\ S_{em}(\infty) &\equiv S_{em},\end{aligned}$$

которое используется в дальнейших расчетах, определяется взаимодействием адронов с квантовым электромагнитным полем $A_\mu^{em}(x)$,

$$\begin{aligned}L^{qem}(x) &= -eJ^{0\mu}(x)A_\mu^{em}(x) + \\ &+ e^2A_\mu^{em}(x)A^{em\mu}(x)\pi^+(x)\pi^-(x), \quad (3.16)\end{aligned}$$

как следует из выражений (3.5)–(3.7).

В соответствии с общими уравнениями для S -матрицы имеем

$$\begin{aligned}\partial_\mu \tilde{\phi}_i(x) &= S_{em}^\dagger(x_0)\partial_\mu \phi_i(x)S_{em}(x_0) + ig_{\mu 0}S_{em}^\dagger(x_0) \times \\ &\times \left[\phi_i(x), \int d\mathbf{y} L^{qem}(x_0, \mathbf{y}) \right] S_{em}(x_0). \quad (3.17)\end{aligned}$$

Тогда, учитывая соотношения (2.4)–(2.10) для тока $\tilde{J}_\mu^a(x)$ (2.28), который входит в (3.6), (3.9), получаем

$$\tilde{J}_\mu^a(x) = S_{em}^\dagger(x_0)J_\mu^a(x)S_{em}(x_0) - eg_{\mu 0}\tilde{j}_\mu^a(x), \quad (3.18)$$

где явно выделена зависимость второго члена от e в первом порядке.

Чтобы установить тождества Уорда–Такахаша, требуется вычислить дивергенцию тока

$$\begin{aligned} \partial^\mu \tilde{J}_\mu^a(x) &= S_{em}^\dagger(x_0) \partial^\mu J_\mu^a(x) S_{em}(x_0) + i S_{em}^\dagger(x_0) \times \\ &\times \left[J_0^a(x), \int d\mathbf{y} L^{qem}(x_0, \mathbf{y}) \right] S_{em}(x_0) - \\ &- e \partial^0 \tilde{j}_0^a(x). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Поскольку ток $J_\mu^a(x)$ (2.28) сохраняется, см. (2.8), первый член здесь исчезает. Тогда, применяя соответствующим образом [19–21] общие соотношения (2.5), (2.9), (2.10) для операторов полей, их производных и кононически сопряженных импульсов, для дивергенции тока (3.19) вместо (2.8) получаем

$$\begin{aligned} \partial^\mu \tilde{J}_\mu^a(x) &= i e a A_\nu^{em}(x) S_{em}^\dagger(x_0) J^{\nu a}(x) S_{em}(x_0) - \\ &- e \partial^\nu \tilde{j}_\nu^a(x) + a i e^2 A^{em\nu}(x) \tilde{j}_\nu^a(x), \quad a = 0, \pm. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Можно отметить, что выражение (3.20) в известном смысле соответствует теореме, сформулированной в работе [25]. Последний член в дивергенции (3.20) появляется благодаря взаимодействию \tilde{L}^{2em} (3.7). Второй член в (3.20) мог бы быть сопоставлен так называемым швингеровским членам, которые, как известно, встречаются в расчетах согласно алгебре токов, что обсуждается, например, в работах [19, 20]. Как видим, оказалось, что этот член определяется дивергенцией $\partial^\mu \tilde{j}_\mu^a(x)$ того же самого, условно говоря, «тока» $\tilde{j}_\mu^a(x)$, который определяет взаимодействия $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10) и $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) подобно тому, как ток $\tilde{J}_\mu^a(x)$ определяет взаимодействия $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9).

Чтобы получить тождества Уорда–Такахаша, мы рассматриваем среднее по вакууму хронологического произведения

$$\tilde{\mathcal{K}}_\mu^{afi}(\{\phi\}x, y, z) = \langle 0 | \mathcal{T} [\tilde{J}_\mu^a(x) \tilde{\phi}_f(y) \tilde{\phi}_i(z)] | 0 \rangle \quad (3.21)$$

гейзенберговских операторов полей $\tilde{\phi}_i(x)$ и тех токов $\tilde{J}_\mu^a(x)$ (2.28), которые определяют взаимодействия $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9). Дивергенции этих токов даются соотношением (3.20). В выражении (3.21), как и далее во всех выражениях такого вида, произведение $\tilde{\phi}_f(y) \tilde{\phi}_i(z)$ операторов полей означает $\tilde{\psi}_N(y) \tilde{\psi}_{N'}(z)$, $N, N' = n, p$ или $\tilde{\pi}^b(y) \tilde{\pi}^c(z)$, $b, c = 0, \pm$ при рассмотрении соответственно нуклонного изодублета или пионного изотриплета. Фурье-образ (FT) величины (3.21),

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{\mathcal{K}}_\mu^{afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) &\equiv \int dx dy dz \times \\ &\times \exp[ikx + ip_f y + ip_i z] \tilde{\mathcal{K}}_\mu^{afi}(\{\phi\}x, y, z), \end{aligned} \quad (3.22)$$

выражается, как известно (см., например, [18, 26]), следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{\mathcal{K}}_\mu^{aNN'}(\{\psi\}x, y, z) \right) &= \\ &= (2\pi)^4 \delta(k + p_N + p_{N'}) \tilde{\Gamma}_\mu^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k) \times \\ &\times \left[-\tilde{G}_N(p_N) \tilde{G}_{N'}(-p_{N'}) \right], \\ N, N' &= n, p, \quad a = 0, \pm, \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{\mathcal{K}}_\mu^{abc}(\{\pi\}x, y, z) \right) &= \\ &= (2\pi)^4 \delta(k + p_b + p_c) \tilde{\Gamma}_\mu^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k) \times \\ &\times \left[-\tilde{G}_b(p_b) \tilde{G}_{-c}(-p_c) \right], \quad a, b, c = 0, \pm, \end{aligned} \quad (3.24)$$

через нуклонные и пионные пропагаторы

$$i\tilde{G}_N(p) = \text{FT}(\langle 0 | \mathcal{T} \{ \tilde{\psi}_N(x) \tilde{\psi}_{N'}(x') \} | 0 \rangle) \delta_{NN'}, \quad (3.25)$$

$$i\tilde{G}_a(p) = \text{FT}(\langle 0 | \mathcal{T} \{ \tilde{\pi}^d(x) \tilde{\pi}^{-d}(x') \} | 0 \rangle), \quad (3.26)$$

и неприводимые вершинные функции $\tilde{\Gamma}_\mu^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k)$ для описания перехода адронов из состояния i с импульсом p_i в состояние f импульсом p_f , импульс k передается при этом адронам. Понятно, что эти переходы обусловлены током $\tilde{J}_\mu^a(x)$, который определяет взаимодействия $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9), но не взаимодействия $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10). Как обычно,

$$\tilde{G}_j^{-1}(p) = G_j^{-1}(p) - \tilde{\Sigma}_j(p). \quad (3.27)$$

Здесь $G_j(P)$ — пропагатор свободного адрона, соответствующий лагранжианам $\mathcal{L}_N(x)$ (2.25) и $\mathcal{L}_\pi(x)$ (2.26), а собственная энергия представляется в виде

$$\tilde{\Sigma}_j(p) = \Sigma_j^h(p) + \tilde{\Sigma}_j^{he}(p), \quad (3.28)$$

где слагаемое $\Sigma_j^h(p)$ обусловлено только сильными взаимодействиями $\mathcal{L}_{str}^{int}(x)$ (2.27) в $\mathcal{L}_h(x)$ (2.24), а $\tilde{\Sigma}_j^{he}(p)$ получается с учетом как электромагнитных взаимодействий $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) в $\tilde{\mathcal{L}}^{EW}(x)$ (3.4), так и сильных взаимодействий $\mathcal{L}_{str}^{int}(x)$ (2.27). Собственные энергии $\Sigma_j^h(p)$ равны для всех членов одного изомультиплета, тогда как $\tilde{\Sigma}_j^{he}(p)$ различны для заряженных и нейтральных

частиц. Включающая электромагнитные взаимодействия величина $\tilde{\Sigma}_j^h(p)$, будучи по крайней мере порядка e^2 , очевидно, может считаться малой по сравнению с $\Sigma_j^h(p)$.

Когда выключены сильные взаимодействия, т. е. для невзаимодействующих бесструктурных частиц, с точностью e^2 получаем

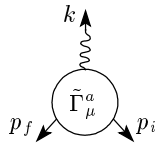
$$\Sigma_N^{(2)}(p) = e^2 \delta_{Np} \int \frac{dq}{(2\pi)^4 i} D_{\lambda\nu}(q) \gamma^\lambda \times \\ \times G_N(p+q) \gamma^\nu, \quad N = n, p, \quad (3.29)$$

$$\Sigma_d^{(2)}(p) = e^2 d^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4 i} D_{\lambda\nu}(q) \times \\ \times G_d(p+q) (2p^\lambda + q^\lambda) (2p^\nu + q^\nu), \quad d = 0, \pm, \quad (3.30)$$

соответственно для нуклонов и пионов, где

$$D_{\lambda\nu}(q) = i \text{FT} \langle 0 | T [A_\lambda^{em}(x) A_\nu^{em}(x')] | 0 \rangle \quad (3.31)$$

— пропагатор фотонов. Вершинная функция $\tilde{\Gamma}_\mu^a(\{\phi\} f, p_f; i, -p_i; k)$ представляется обычной диаграммой



$$(3.32)$$

Следует подчеркнуть, что мы имеем здесь именно неприводимую усеченную вершинную функцию, т. е. без внешних адронных линий.

Для взаимодействий $L^{1em}(x)$ (3.6) и $L^{1W}(x)$ (3.9) матричный элемент, который описывает переходы между состояниями i и f реальных свободных адронов во внешнем поле, выражается в соответствии с (3.23), (3.24) через вершинную функцию $\tilde{\Gamma}_\mu^a$ (см., например, [18]):

$$\mathcal{M}_{if}^a(\{\phi\} p_f, p_i, k) = \langle \phi_f, p_f | \times \\ \times \int dx \left(-ie A_\mu^a(x) \tilde{J}^{\mu a}(x) \right) | \phi_i, p_i \rangle = \\ = -ie \int \frac{dq}{(2\pi)^4} A_\mu^a(q) \int dx \times \\ \times \exp(iqx) \langle \phi_f, p_f | \tilde{J}_\mu^a(x) | \phi_i, p_i \rangle = \\ = -ie A^{\mu a}(k) U^\dagger(\phi_f, p_f) \times \\ \times \tilde{\Gamma}_\mu^a(\{\phi\} f, p_f; i, p_i; k) U(\phi_i, p_i). \quad (3.33)$$

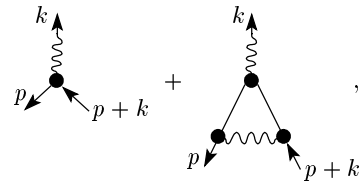
Здесь $\mathcal{A}_\mu^a(k)$ — компонента фурье-разложения внешнего поля $A_\mu^a(x)$, $k = p_i - p_f$ — передаваемый импульс и $U^\dagger(\phi_f, p_f)$, $U(\phi_i, p_i)$ — волновые амплитуды свободных частиц; биспиноры Дирака $\tilde{u}_N(p_N)$, $u_{N'}(p_{N'})$, $N, N' = n, p$ для нуклонов и скалярные амплитуды $u_a^*(p_a)$, $u_b(p_b)$, $a, b = 0, \pm$ для пионов.

Для невзаимодействующих точечных частиц, т. е. при $S_{str} = 1$ в (2.31), с точностью e^2 непосредственно получаем вершинные функции

$$\Gamma_{0\mu}^a(\{\psi\} N, p; N', p+k; k) = \\ = \gamma^\mu \ell_{NN'}^a + \ell_{NN'}^0 e^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4 i} D_{\lambda\nu}(q) \times \\ \times \gamma^\lambda G_N(p+q) \gamma^\mu G_{N'}(p+k-q) \gamma^\nu, \\ N, N' = n, p, \quad (3.34)$$

$$\Gamma_{0\mu}^a(\{\pi\} b, p; -c, p+k; k) = \ell_{b(-c)}^a [2p^\mu + k^\mu] - \\ - (cb) e^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4 i} D_{\lambda\nu}(q) G_{-c}(p+k-q) G_b(p-q) \times \\ \times (2p^\lambda - q^\lambda) (2(p+k)^\nu - q^\nu) \ell_{b(-c)}^a [2(p-q)_\mu + k_\mu], \\ a, b, c, = 0, \pm, \quad (3.35)$$

которые в общем случае определяются выражениями (3.23), (3.24). Обычные диаграммы с вершинами, соответствующими взаимодействиям $L^{1em}(x)$ (3.6) и $L^{1W}(x)$ (3.9),



$$(3.36)$$

служат для иллюстрации вершинных функций (3.34), (3.35). Очевидно, вторые члены в (3.34)–(3.36) отличны от нуля лишь для взаимодействия заряженных частиц с электромагнитным полем, т. е. при $a = 0$.

Следует иметь в виду, что вершинные функции, рассматриваемые в (3.22)–(3.36), описывают электрослабые переходы адронов, обусловленные лишь взаимодействиями $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9), которые включают ток $\tilde{J}_\mu^a(x)$, а не полным взаимодействием $\tilde{\mathcal{L}}^{EW}(x)$ (3.4). Однако в действительности электрослабые переходы адронов обусловлены, разумеется, именно полным взаимодействием $\tilde{\mathcal{L}}^{EW}(x)$ (3.4). Поэтому нельзя непосредственно установить связь вершинных функций (3.22)–(3.36) с соответствующими экспериментальными данными,

что послужило бы для параметризации этих функций. Таким образом, вершинная функция $\tilde{\Gamma}_\mu^a$ должна быть дополнена так, чтобы получить определенную полную вершинную функцию $\tilde{\Gamma}_{tot\mu}^a$ для описания наблюдаемых электрослабых переходов. Переходы, обусловленные оставшимися взаимодействиями $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10), войдут в дальнейшее рассмотрение естественным образом.

4. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ВЕРШИНЫМИ ФУНКЦИЯМИ И ПРОПАГАТОРАМИ АДРОНОВ

Найдя дивергенцию адронного тока (3.20) и имея выражения (3.23)–(3.35) для электрослабых вершинных функций, мы рассматриваем теперь основное соотношение [26]

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\partial_x^\mu \tilde{\mathcal{K}}_\mu^{afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) &\equiv \\ &\equiv (-ik^\mu) \text{FT} \left(\tilde{\mathcal{K}}_\mu^{afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) \equiv \\ &\equiv \text{FT} \left(\tilde{K}^{0afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) + \\ &+ \text{FT} \left(\tilde{K}^{afi}(\{\phi\}x, y, z) \right), \end{aligned} \quad (4.1)$$

из которого получаются тождества Уорда–Такахаша. Здесь величина $\text{FT} \left(\tilde{\mathcal{K}}_\mu^{afi}(\{\phi\}x, y, z) \right)$ определена соотношениями (3.21), (3.22),

$$\begin{aligned} \tilde{K}^{0afi}(\{\phi\}x, y, z) &= \delta(x_0 - y_0) \langle 0 | \times \\ &\times \mathcal{T} \{ [\tilde{J}_0^a(x), \tilde{\phi}_f(y)] \tilde{\phi}_i(z) \} | 0 \rangle + \delta(x_0 - z_0) \langle 0 | \times \\ &\times \mathcal{T} \{ \tilde{\phi}_f(y) [\tilde{J}_0^a(x), \tilde{\phi}_i(z)] \} | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \tilde{K}^{afi}(\{\phi\}x, y, z) &= \\ &= \langle 0 | \mathcal{T} \{ \partial_x^\mu \tilde{J}_\mu^a(x) \tilde{\phi}_f(y) \tilde{\phi}_i(z) \} | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где дивергенция тока $\partial_x^\mu \tilde{J}_\mu^a(x)$ дается выражением (3.20). Теперь надо получить выражение для правой части формулы (4.1), чтобы установить соотношения между электрослабыми вершинными функциями и пропагаторами адронов, т. е. тождества Уорда–Такахаша.

С учетом соотношений (2.4), (2.5), (2.9), (2.10) для операторов $\tilde{\phi}(x)$ первый член в правой части формулы (4.1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{0aNN'}(\{\psi\}x, y, z) \right) &= i(2\pi)^4 \delta(p_N + p_{N'} + k) \times \\ &\times \ell_{NN'}^a [\tilde{G}_N(p_N) - \tilde{G}_{N'}(-p_{N'})], \quad N, N' = n, p, \end{aligned} \quad (4.4)$$

для нуклонов и к виду

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{0abc}(\{\pi\}x, y, z) \right) &= i(2\pi)^4 \delta(p_b + p_c + k) \times \\ &\times \ell_{b(-c)}^a [\tilde{G}_b(p_b) - \tilde{G}_{-c}(-p_c)], \quad a, b, c = 0, \pm \end{aligned} \quad (4.5)$$

для пионов.

Выражение (4.3) включает члены различной природы.

Предполагается, что все вычисления проводятся с точностью порядка e^2 . Тогда мы можем положить $S_{em} = 1$ во вкладе в (4.3) от последнего (третьего) члена в дивергенции (3.20),

$$\begin{aligned} ie^2 a \sqrt{2} \langle 0 | \mathcal{N} [A_\nu^{em}(x) A^{em\nu}(x)] | 0 \rangle \times \\ \times \langle 0 | \mathcal{T} \{ \mathcal{N} [\pi^0(x) \pi^{-a}(x)] \phi_f(y) \phi_i(z) \} | 0 \rangle = 0, \end{aligned} \quad (4.6)$$

что равно нулю явно, поскольку включает вакуумное среднее от \mathcal{N} -произведения операторов свободного электромагнитного поля. (Напомним замечание после (2.28)–(2.30).) Тогда в выражении (4.3) остаются вклады от первого и второго членов из (3.20):

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) &= \text{FT} \left(\tilde{K}^{1afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) + \\ &+ \text{FT} \left(\tilde{K}^{2afi}(\{\phi\}x, y, z) \right), \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{1afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) &= ie a \text{FT} \left(\langle 0 | \mathcal{T} \{ A_\nu^{em}(x) \times \right. \\ &\times J^{a\nu}(x) \phi_f(y) \phi_i(z) S_{em} \} | 0 \rangle \Big), \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{2afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) &= \\ &= -e \text{FT} \left(\langle 0 | \mathcal{T} \{ \partial_x^\mu \tilde{J}_\mu^a(x) \tilde{\phi}_f(y) \tilde{\phi}_i(z) \} | 0 \rangle \right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Сначала рассмотрим величину (4.8). Сохраняя члены порядка e^2 , перепишем ее в виде

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{1afi}(\{\phi\}x, y, z) \right) &\approx \\ &\approx ae^2 \text{FT} \left(\langle 0 | \mathcal{T} \{ A_\nu^{em}(x) J^{a\nu}(x) \phi_f(y) \phi_i(z) \times \right. \\ &\times \int dx' A_\lambda^{em}(x') J^{0\lambda}(x') \} | 0 \rangle \Big) = \\ &= a \int \frac{dq}{i(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \times \\ &\times T_{1\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k - q, q), \end{aligned} \quad (4.10)$$

где введено вакуумное среднее от произведения токов (2.28) и операторов полей $\phi_r(x)$:

$$T_{1\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k - q, q) = \int dx \int dy \times \int dz \int dx' \exp[ix(k - q) + ix'q + iyp_f + izp_i] \times e^2 \langle 0 | \mathcal{T} \{ J^{\alpha\nu}(x) J^{0\mu}(x') \phi_f(y) \phi_i(z) \} | 0 \rangle. \quad (4.11)$$

Как известно (см., например, [18]), величина (4.11) представляется в виде

$$T_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', p_{N'}; k - q, q) = (2\pi)^4 \delta(p_N + p_{N'} + k) [-\tilde{G}_N(p_N) \tilde{G}_{N'}(-p_{N'})] \times e^2 M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k - q, q), \quad N, N' = n, p, \quad a = 0, \pm, \quad (4.12)$$

$$T_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; c, p_c; k - q, q) = (2\pi)^4 \delta(p_b + p_c + k) [-\tilde{G}_b(p_b) \tilde{G}_{-c}(-p_c)] \times e^2 M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k - q, q), \quad a, b, c = 0, \pm \quad (4.13)$$

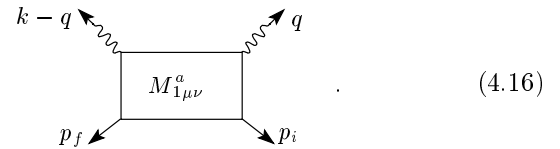
через вершинную функцию $M_{1\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k_1, k_2)$, которая служит для описания переходов нуклонов и пионов из состояния i с импульсом p_i в состояние f с импульсом p_f , при этом передаются импульсы $k_1 = k - q$ и $k_2 = q$. Как видно из (4.11), эти переходы обусловлены произведением двух токов, $J_\nu^\alpha(x)$, $a = 0, \pm$ и $J_\mu^0(x') \equiv J_\mu^{em}(x')$, определяющих взаимодействия $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9) и \tilde{L}^{1em} (3.6). Разумеется, вершинная функция $M_{1\mu\nu}^a$ не включает электромагнитные взаимодействия, которые явно выделены множителем e^2 перед $M_{1\mu}^a$ в (4.10)–(4.13) с точностью e^2 . Как видно, выражения (4.12), (4.13) определяют вершинную функцию $M_{1\mu\nu}^a$ таким образом, что она не включает внешних состояний адронов. Разумеется, сами выражения (4.10), (4.11), которые вводят в рассмотрение величину $M_{1\mu\nu}^a$, калибровочно-инвариантны. В самом деле, при замене $A_\mu^{em}(x) \rightarrow \partial_\mu$ выражение (4.10) явно обращается в нуль благодаря сохранению векторного тока (2.28), (2.8).

Далее, через вершинную функцию $M_{1\mu\nu}^a$ выражаем величину (4.8) соответственно для переходов в нуклонном и пионном изомультиплетах:

$$\text{FT} \left(K^{1aNN'}(\{\psi\}x, y, z) \right) = (2\pi)^4 \delta(p_N + p_{N'} + k) \times [-\tilde{G}_N(p_N) \tilde{G}_{N'}(-p_{N'})] \times e^2 a \int \frac{dq}{i(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \times M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k - q, q), \quad (4.14)$$

$$\text{FT} \left(K^{1abc}(\{\pi\}x, y, z) \right) = (2\pi)^4 \delta(p_b + p_c + k) \times [-\tilde{G}_b(p_b) \tilde{G}_{-c}(-p_c)] \times e^2 a \int \frac{dq}{i(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \times M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k - q, q). \quad (4.15)$$

Вершинные функции $M_{1\mu\nu}^a$ представляются типичными диаграммами



Следует подчеркнуть, что мы имеем здесь дело с усеченными вершинными функциями $M_{1\mu\nu}^a$, аналогичными вершинным функциям (3.22)–(3.24), (3.32), без внешних адронных линий.

Для не взаимодействующих бесструктурных частиц, т. е. при $\mathcal{S}_{str} = 1$ в (2.31), прямое вычисление дает, с точностью до e^2 , вершинные функции для нуклонов и пионов:

$$e^2 M_{01\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k - q, q) = i e^2 [\ell_{NN''}^\alpha \gamma^\mu G_{N''}(-p_{N'} - q) \gamma^\nu \ell_{N''N'}^0 + \ell_{NN''}^0 \gamma^\nu G_{N''}(p_N + q) \ell_{N''N'}^\alpha \gamma^\mu], \quad p_N + p_{N'} + k = 0, \quad (4.17)$$

$$e^2 M_{01\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k - q, q) = -i e^2 \sqrt{2} [(2p_c + q + k)_\mu (2p_c + q)_\nu G_c(p_c + q) \delta_{b0} \delta_{ac} + (2p_b + q + k)_\nu (2p_b + q)_\mu G_b(p_b + q) \delta_{c0} \delta_{ab}], \quad p_b + p_c + k = 0, \quad a, b, c = 0, \pm, \quad (4.18)$$

которые в общем случае определяются из выражений (4.12), (4.13). Соотношения (4.17), (4.18) представляются обычными диаграммами

$$\text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} \quad (4.19)$$

Для взаимодействий $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9) (но не $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10)) вершинная функция $M_{1\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, -p_i; q_1, q_2)$ может служить для определения «комптоновской» амплитуды рассеяния свободных реальных частиц во внешних калибровочных полях $A_\nu^{(e)}(x)$, $A_\mu^a(x)$, $a = 0, \pm$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{com}^{a(e\pi t)}(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; q_1, q_2) &= e^2 \int dx \int dx' \times \\ &\times \langle \phi_f, p_f | \mathcal{T} \{ J^{a\nu}(x) J^{0\mu}(x') \} | \phi_i, p_i \rangle A_\mu^a(x) A^{(e)}(x') = \\ &= e^2 \int \frac{dq_1}{(2\pi)^4} \int \frac{dq_2}{(2\pi)^4} A_\mu^a(q_1) A_\nu^{(e)}(q_2) \times \\ &\times (2\pi)^4 \delta(p_f - p_i + q_1 + q_2) U^\dagger(\phi_f, p_f) \times \\ &\times M_{1\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; q_1, q_2) U(\phi_i, p_i), \quad (4.20) \end{aligned}$$

с импульсами q_1, q_2 , передаваемыми при рассеянии адронам. Здесь $A_\nu^{(e)}(q_2)$, $A_\mu^a(q_1)$ — компоненты фурье-преобразования внешних полей, $U(\phi_i, p_i)$, $U^\dagger(\phi_f, p_f)$ — волновые амплитуды свободных частиц: биспиноры Дирака $u_N(p_N)$, $\bar{u}_{N'}(p_{N'})$, $N, N' = n, p$ для нуклонов, и скалярные амплитуды $u_b(p_b)$, $u_a^*(p_a)$, $a, b = 0, \pm$ для пионов, как и в (3.33). Таким же образом, когда адроны взаимодействуют с квантовыми полями $W_\mu^\pm(x)$, $A_\nu^{em}(x)$, через вершинную функцию $M_{1\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; q_1, q_2)$ может быть выражена амплитуда фоторождения свободных W^\pm -бозонов:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{com\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; q_1, q_2) &= \\ &= iU^\dagger(\phi_f, p_f) \frac{\sqrt{G}M_W}{2^{1/4}} w_\mu^\pm(q_2) \times \\ &\times M_{1\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; q_1, q_2) \times \\ &\times U(\phi_i, p_i) e e_\nu(q_1), \quad (4.21) \end{aligned}$$

где e_ν — вектор поляризации фотона, w_μ^\pm — вектор поляризации W^\pm -бозона, а e и $\sqrt{G}M_W/2^{1/4}$ — соответствующие константы связи.

Как видно, величины (4.10)–(4.21), полученные при вычислении (4.8), выражаются через токи $J_\mu^a(x)$ (2.28), определяющие взаимодействия $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9). Взаимодействия $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10), очевидно, не входят в вычисления, как и при рассмотрении вершинной функции $\tilde{\Gamma}_\mu^a$ в (3.22)–(3.36).

Теперь мы обратимся к вычислению величины (4.9). С учетом соотношений (2.4), (2.5), (2.9),

(2.10) для гейзенберговских операторов $\tilde{\phi}(x)$ она преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{2afi}(\{\phi\}x, y, z,) \right) &= \\ &= eik^\nu \text{FT} \left(\langle 0 | \mathcal{T} \{ \tilde{J}_\nu^a(x) \tilde{\phi}_f(y) \tilde{\phi}_i(z) \} | 0 \rangle \right) = \\ &= eik^\nu \text{FT} \left(\langle 0 | \mathcal{T} \{ J_\nu^a(x) \phi_f(y) \phi_i(z) S_{em} \} | 0 \rangle \right), \quad (4.22) \end{aligned}$$

где величина S_{em} введена в (3.14), (3.15). Как видно, выражение (4.22) определяется тем же «током» $\tilde{J}_\mu^a(x)$, который определяет взаимодействия $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10) в лагранжиане $\tilde{\mathcal{L}}^{EW}$ (3.4), аналогично тому, как ток $\tilde{J}_\mu^a(x)$ определяет взаимодействия $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9).

Подобно выражению (3.22), которое определяет неприводимые вершинные функции (3.23), (3.24), (3.32), выражение (4.22) представляется в виде

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{2aNN'}(\{\psi\}x, y, z) \right) &= \\ &= i(2\pi)^4 \delta(p_N + p_{N'} + k) k^\nu [\tilde{G}_N(p_N) \tilde{G}_{N'}(-p_{N'})] \times \\ &\times \tilde{\Gamma}_{2\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k), \quad N, N' = n, p, \quad (4.23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{2abc}(\{\pi\}x, y, z) \right) &= \\ &= i(2\pi)^4 \delta(p_b + p_c + k) k^\nu [\tilde{G}_b(p_b) \tilde{G}_{-c}(-p_c)] \times \\ &\times \tilde{\Gamma}_{2\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k), \quad a, b, c = 0, \pm, \quad (4.24) \end{aligned}$$

определяя неприводимые вершинные функции $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k)$, которые служат для описания переходов адронов из состояния i с импульсом p_i в состояние f с импульсом p_f , с передаваемым при этом импульсом k . Как видно из соотношения (4.22), эти переходы теперь обусловлены тем «током» $\tilde{J}_\mu^a(x)$, который определяет взаимодействия $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10) так же, как ток $\tilde{J}_\mu^a(x)$, которым обусловлены вершинные функции $\tilde{\Gamma}_\mu^a$ (3.23), (3.24), (3.32), определяет взаимодействия $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9). В свою очередь, для взаимодействий $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10) матричный элемент, который описывает переходы между состояниями i и f свободных реальных адронов, выражается через вершинные функции $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, -p_i; k)$ в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{2if}^a(\{\phi\}p_f, p_i, k) &= -ieA^{\alpha\mu}(k) U^\dagger(\phi_f, p_f) \times \\ &\times \tilde{\Gamma}_{2\mu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k) U(\phi_i, p_i) \quad (4.25) \end{aligned}$$

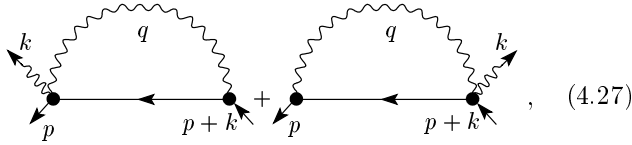
вместо (3.33).

Отметим, что вершинная функция $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k)$ явно обращается в нуль

для невзаимодействующих бесструктурных частиц, а вершинная функция $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a(\{\pi\}b, p; -c, p+k; k)$ в этом случае прямо преобразуется к выражению

$$\begin{aligned} \Gamma_{02\nu}^a(\{\pi\}b, p; -c, p+k; k) = & \\ & = -e^2 \int \frac{dq}{i(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \times \\ & \times \left\{ G_c(p+k+q)(2p+2k+q)^\mu [2c\delta_{a0}\delta_{b(-c)} - a\sqrt{2}\delta_{b0}\delta_{ac}] + \right. \\ & \left. + G_b(p+q)(2p+q)^\mu [2b\delta_{a0}\delta_{b(-c)} - a\sqrt{2}\delta_{c0}\delta_{ab}] \right\}, \\ & a, b, c = 0, \pm, \quad p_b + p_c + k = 0, \quad (4.26) \end{aligned}$$

которое можно изобразить диаграммами



где вершины соответствуют взаимодействиям $L^{1em}(x)$ (3.6), $L^{2em}(x)$ (3.7) и $L^{Wem}(x)$ (3.10).

В то же время уместно переписать выражения (4.9), (4.22), сохраняя члены порядка e^2 , в виде

$$\begin{aligned} \text{FT} \left(\tilde{K}^{2afi}(\{\phi\}x, y, z, \cdot) \right) \approx e^2 k^\nu \text{FT} \times \\ \times \left(\langle 0 | \mathcal{T} \{ J_\nu^\alpha(x) \phi_f(y) \phi_i(z) \int dx' A_\mu^{em}(x') J^{em\mu}(x') \} | 0 \rangle = \right. \\ = k^\nu \int \frac{dq}{i(2\pi)^4} D_{\nu\mu}(q) \times \\ \times T_{2\mu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k-q, q), \quad (4.28) \end{aligned}$$

где мы определили

$$\begin{aligned} T_{2\mu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k-q, q) = \int dx \int dy \int dz \int dx' \times \\ \times \exp[ix(k-q) + ix'q + iyp_f + izp_i] [\ell_{dr}^\alpha \ell_{(-d)s}^0] \times \\ \times e^2 \langle 0 | \mathcal{T} \{ J_\mu^{em}(x') \pi^s(x) \pi^r(x) \phi_f(y) \phi_i(z) \} | 0 \rangle. \quad (4.29) \end{aligned}$$

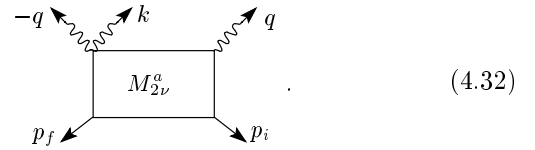
Как можно заметить, величина $T_{2\nu}^a$ (4.29) той же природы, что и $T_{\mu\nu}^a$ (4.11). Так же, как соотношения (4.12), (4.13) определяют вершинные функции $M_{1\mu\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k_1, k_2)$, аналогичные соотношения

$$\begin{aligned} T_{2\mu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', p_{N'}; k-q, q) = \\ = (2\pi)^4 \delta(p_N + p_{N'} + k) [-\tilde{G}_N(p_N) \tilde{G}_{N'}(-p_{N'})] \times \\ \times e^2 M_{2\mu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k-q, q), \quad (4.30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{2\mu}^a(\{\pi\}b, p_b; c, p_c; k-q, q) = \\ = (2\pi)^4 \delta(p_b + p_c + k) [-\tilde{G}_b(p_b) \tilde{G}_{-c}(-p_c)] \times \\ \times e^2 M_{2\mu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k-q, q) \quad (4.31) \end{aligned}$$

вводят в рассмотрение специальные вершинные функции $M_{2\nu}^a(\{\phi\}f, p_f; i, p_i; k_1, k_2)$, которые служат для описания переходов реальных свободных адронов из состояния i с импульсом p_i в состояние f с импульсом p_f , при этом импульсы k_1, k_2 передаются адронам. Эти переходы обусловлены произведением тока $J_\nu^{em}(x)$, который определяет взаимодействие $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6), и оператора $\pi^s(x) \pi^r(x) [\ell_{dr}^\alpha \ell_{(-d)s}^0]$, который определяет, в свою очередь, взаимодействия $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10). Величина $M_{2\nu}^a$ не включает, очевидно, электромагнитные взаимодействия, явно выделенные в (4.28)–(4.31).

Вершинные функции $M_{2\nu}^a$ могут быть представлены диаграммами вида



Как следует из (4.29)–(4.32), вершинные функции $M_{2\nu}^a$ могут служить для описания возможных физических процессов с реальными свободными адронами в начальном и конечном состояниях. Например, можно рассматривать переход реального свободного адрона из состояния i в состояние f с испусканием (или поглощением) двух фотонов и W^\pm -бозона с определенными импульсами и поляризациями.

С учетом соотношений (4.28)–(4.31), вершинные функции $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a$, определенные согласно (4.22)–(4.24), выражаются с точностью порядка e^2 через величины $M_{2\nu}^a$ следующим образом:

$$\begin{aligned} k^\nu \tilde{\Gamma}_{2\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k) = \\ = -e^2 k^\nu \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\nu\lambda}(q) M_{2\lambda}^a(\{\psi\}N, p_N; \\ N', -p_{N'}; k-q, q), \quad N, N' = n, p, \quad (4.33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k^\nu \tilde{\Gamma}_{2\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k) = \\ = -e^2 k^\nu \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\nu\lambda}(q) M_{2\lambda}^a(\{\pi\}b, p_b; \\ -c, -p_c; k-q, q), \quad a, b, c, = 0, \pm, \quad (4.34) \end{aligned}$$

где зависимость от фотонного пропагатора $D_{\mu\lambda}(q)$ представлена явно. Вершинные функции $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a$ и $M_{2\nu}^a$ можно представить диаграммами

(4.35)

Для невзаимодействующих точечных частиц соотношения (4.34), (4.35) непосредственно преобразуются к (4.26), (4.27). Поскольку $J_\mu^a(x)$ (3.8) в этом случае включает операторы свободного пионного поля, вершинная функция (4.33), очевидно, обращается в нуль при выключенных сильных взаимодействиях.

Сопоставляя выражения (3.23), (3.24), (3.32)–(3.36), которые определяют вершинную функцию $\tilde{\Gamma}_\mu^a$, с выражениями (4.23)–(4.27), (4.32)–(4.35), которые определяют вершинную функцию $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a$, мы ясно видим, что $\tilde{\Gamma}_\mu^a$ и $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a$ существенно различны по своей природе: $\tilde{\Gamma}_\mu^a$ включает электромагнитные поправки порядка e^2 к величине, не учитывающей электромагнитные взаимодействия, тогда как $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a \sim e^2$ возникает лишь благодаря электромагнитным взаимодействиям. Так, $\tilde{\Gamma}_{2\nu}^a$ полностью исчезла бы для нуклонов, если бы были выключены сильные взаимодействия.

Теперь все члены в тождестве (4.1) найдены и разъяснено их физическое содержание. Подставив все вычисленные величины (3.23), (3.24), (4.4), (4.5), (4.14), (4.15), (4.23), (4.24), (4.33), (4.34) в тождество (4.1), получим соотношения между вершинными функциями и пропагаторами нуклонов и пионов:

$$\begin{aligned}
 k^\nu \tilde{\Gamma}_\nu^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k) = & \\
 = \ell_{NN'}^a [\tilde{G}_{N'}^{-1}(-p_{N'}) - \tilde{G}_N^{-1}(p_N)] + & \\
 + e^2 a \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \times & \\
 \times M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k - q, q) + & \\
 + k^\mu e^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) M_{2\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; & \\
 N', -p_{N'}; k - q, q), \quad p_N + p_{N'} + k = 0, & \\
 a = 0, \pm, \quad N, N' = n, p, & \quad (4.36)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k^\nu \tilde{\Gamma}_\nu^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k) = & \\
 = \ell_{b(-c)}^a [\tilde{G}_{-c}^{-1}(-p_c) - \tilde{G}_b^{-1}(p_b)] + & \\
 e^2 a \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k - q, q) + & \\
 + k^\mu e^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) M_{2\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k - q, q), & \\
 p_b + p_c + k = 0, \quad a, b, c = 0, \pm. & \quad (4.37)
 \end{aligned}$$

Эти соотношения целесообразно переписать, перенося последние члены в левую часть и вводя полную вершинную функцию

$$\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a = \tilde{\Gamma}_\nu^a + \tilde{\Gamma}_{2\nu}^a \quad (4.38)$$

для описания электрослабых переходов, обусловленных всеми взаимодействиями, входящими в $\tilde{\mathcal{L}}^{EW}(x)$ (3.4). Тогда получаем

$$\begin{aligned}
 k^\nu \tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k) = & \\
 = \ell_{NN'}^a [\tilde{G}_{N'}^{-1}(-p_{N'}) - \tilde{G}_N^{-1}(p_N)] + & \\
 + e^2 a \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \times & \\
 \times M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k - q, q), & \quad (4.39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k^\nu \tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k) = & \\
 = \ell_{b(-c)}^a [\tilde{G}_{-c}^{-1}(-p_c) - \tilde{G}_b^{-1}(p_b)] + & \\
 + e^2 a \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \times & \\
 \times M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k - q, q). & \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

Соотношения такого типа называются обычно обобщенными тождествами Уорда–Такахаша. Как упоминалось, мы установили их с точностью порядка e^2 .

Ради пояснения получаемых результатов, мы приводили выражения для вершинных функций для бесструктурных невзаимодействующих адронов на каждой стадии исследования, см. (3.34), (3.35), (3.29), (3.30), (4.17), (4.18), (4.26). Теперь, имея их в нашем распоряжении, мы непосредственно убеждаемся, что соотношения (4.36)–(4.40) становятся тривиальными в случае невзаимодействующих точечных частиц.

5. ОБСУЖДЕНИЕ ТОЖДЕСТВ УОРДА – ТАКАХАШИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВОК В ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ПРОЦЕССАХ

Тождества (4.36)–(4.40) справедливы при любом сильном взаимодействии $\mathcal{L}_{str}^{int}(x)$, определяющем

пропагаторы и вершинные функции адронов, при условии, что сохраняется адронный ток $J_\mu^a(x)$ (2.8). Таким образом, когда при исследовании радиационных поправок в электрослабых переходах адронов пропагаторы и вершинные функции вычисляются в каком-либо достаточно обоснованном подходе, например согласно киральной теории возмущений [23, 27], результаты должны быть в согласии с тождествами (4.36)–(4.40). Они могут быть полезны для расчетов в эффективной теории поля [28].

С самого начала следует подчеркнуть, что в левые части тождеств (4.39), (4.40) входит именно полная вершинная функция, которая служит для описания электрослабых переходов, обусловленных всеми электрослабыми взаимодействиями $\tilde{L}^{EW}(x)$ (3.4), а не только теми взаимодействиями $\tilde{L}^{1em}(x)$ (3.6) и $\tilde{L}^{1W}(x)$ (3.9), которые определяются лишь токами $J_\mu^a(x)$. Сохраняющиеся адронные токи $J_\mu^a(x)$ определяют вершинную функцию $M_{1\mu\nu}^a$ в правых частях тождеств (4.39), (4.40). Что же касается «токов» $\tilde{j}_\mu^a(x)$, которые определяют электрослабые взаимодействия $\tilde{L}^{2em}(x)$ (3.7) и $\tilde{L}^{Wem}(x)$ (3.10), то они не входят в величины $M_{1\mu\nu}^a$. Поскольку исследуемая система включает различные сильновзаимодействующие адроны (нуклоны и пионы), тождества Уорда–Такахаши справедливы для описания полной вершинной функции $\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a$, но не вершинной функции $\tilde{\Gamma}_\mu^a$.

В этом отношении подход, согласно которому в работе [13] получаются соотношения (9.10)–(9.14) и аналогичные им в последующих расчетах [14–16], не соответствует нашему прямому последовательному получению тождеств (4.36)–(4.40).

Тождества Уорда – Такахаши (4.36)–(4.40) единым образом описывают электромагнитные и слабые переходы как нуклонов, так и пионов. На это можно определенно указать как на существенное отличие нашего рассмотрения от того, которое проводилось в работах [13–16].

Именно для полных электромагнитных вершинных функций, т. е. для (4.39), (4.40) при $a = 0$, тождества Уорда–Такахаши принимают вид обычных обобщенных тождеств Уорда – Такахаши в электродинамике:

$$k^\nu \tilde{\Gamma}_{tot\nu}^0(\{\psi\}N, p_N; N', p_N + k; k) = \ell_{NN'}^0 [\tilde{G}_{N'}^{-1}(p_N + k) - \tilde{G}_N^{-1}(p_N)],$$

$$N, N' = n, p, \quad (5.1)$$

$$k^\nu \tilde{\Gamma}_{tot\nu}^0(\{\pi\}b, p_b; -c, p_b + k; k) = \ell_{b(-c)}^0 [\tilde{G}_{-c}^{-1}(p_b + k) - \tilde{G}_b^{-1}(p_b)], \quad b, c = 0, \pm. \quad (5.2)$$

Однако теперь они относятся к адронам, сильновзаимодействующим частицам, имеющим сложное внутреннее строение. Эти выражения явно соответствуют требованиям калибровочной инвариантности.

Для нейтральных частиц — нейтрона n и нейтрального пиона π^0 — соотношения (5.1), (5.2) преобразуются к

$$k^\nu \tilde{\Gamma}_{tot\nu}^0(\{\psi\}n, p_n; n, p_n + k; k) = k^\nu \tilde{\Gamma}_{tot\nu}^0(\{\pi\}0, p_0; 0, p_0 + k; k) = 0. \quad (5.3)$$

Разумеется, это ни в коем случае не означает, что вершинные функции

$$\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^0(\{\psi\}n, p_n; n, p_n + k; k),$$

$$\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^0(\{\pi\}0, p_0; 0, p_0 + k; k)$$

обращаются в нуль при произвольных k . Действительно, эти величины сейчас надежно измерены в разнообразных экспериментах и вычислены в различных вполне надежных моделях.

Получая обобщенные тождества Уорда – Такахаши (4.36)–(4.40), мы нигде не полагали передаваемый в рассматриваемом процессе импульс k малым ни в каком смысле. Поэтому результат, т. е. тождества (4.36)–(4.40), как и все последующие соотношения (5.1), (5.2), (5.3) . . . , справедлив при произвольных значениях k . Совершенно противоположным был подход, развитый в работе [13] (и после этого используемый в [14–16]), в котором с самого начала предполагалось (см. (9.11) в [13]), что передаваемый импульс стремится к нулю, $k \rightarrow 0$.

Основные соотношения (4.36)–(4.40) определяют именно скалярное произведение $k^\nu \tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a$ передаваемого импульса k^ν и вершинной функции $\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a$, но, очевидно, никак не саму величину $\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a$. В качестве простой подходящей иллюстрации укажем на то, что обсуждалось в связи с соотношениями (5.3): добавление любых величин вида

$$\Gamma_{C\mu}(k) = (k_\mu - g_{\mu\alpha} k_\alpha) C(k^2)$$

или

$$\Gamma_{C\mu}(k) = (\gamma_\mu \gamma^\alpha - \gamma^\alpha \gamma_\mu) k_\alpha C(k^2)$$

к определенной вершинной функции $\tilde{\Gamma}_{tot\mu}^a$ не приводит к каким-либо изменениям соотношений (4.36)–(4.40).

Согласно исследованиям [14–17], соотношения между пропагаторами $\tilde{G}_i(p_i)$ и самими вершинными

функциями $\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a(k)$, $M_{1\mu\nu}^a(k)$ могли бы иметь существенное значение при вычислении радиационных поправок к электрослабым процессам, в частности при бесконечно малых передаваемых импульсах. Поэтому мы изучим теперь соотношения (4.36)–(4.40) в пределе $k \rightarrow 0$ с целью установить вид вершинной функции $\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a(0)$.

До сих пор наше исследование было строгим, с точностью e^2 . Оно основано на принципах симметрии и на общих соотношениях лагранжева метода. Не было сделано никаких необоснованных предположений относительно величин, вовлеченных в (4.36)–(4.40). Однако, чтобы перейти к изучению $\tilde{\Gamma}_{tot\nu}^a(0)$, примем теперь, что все члены в (4.39), (4.40) регулярны при $k_\alpha = 0$. По крайней мере пусть они и их первые производные существуют и имеют конечные значения при $k_\alpha = 0$. Далее, пусть производные по k_α от вторых членов в правых частях соотношений (4.39), (4.40) могут быть внесены под знак интеграла, так чтобы дифференцирование было перенесено на функции $M_{1\mu\nu}^a(k)$, которые входят в соответствующие подынтегральные выражения. Тогда, разложив все члены в (4.39), (4.40) в степенной ряд по k_α и приравняв коэффициенты при соответствующих степенях k_α , мы получили бы при этих предположениях следующие соотношения между пропагаторами и вершинными функциями адронов:

$$0 = \ell_{NN'}^a [\Sigma_N^{he}(p) - \Sigma_{N'}^{he}(p)] + ae^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \times \\ \times D_{\mu\nu}(q) M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p; N', p; -q, q), \quad (5.5)$$

$$0 = \ell_{b(-c)}^a [\Sigma_b^{he}(p) - \Sigma_{-c}^{he}(p)] + ae^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \times \\ \times D_{\mu\nu}(q) M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p; -c, p; -q, q), \quad (5.6)$$

$$\tilde{\Gamma}_{tot\lambda}^a(\{\psi\}N, p; N', p; 0) = \ell_{NN'}^a \gamma_\lambda \frac{Z_{N'}^{-2}(p) + Z_N^{-2}(p)}{2} + \\ + ae^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \partial_{k\lambda} \times \\ \times M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p; N', p+k; k-q, q)|_{k=0}, \quad (5.7)$$

$$\tilde{\Gamma}_{tot\lambda}^a(\{\pi\}b, p; -c, p; 0) = (2p_\lambda) \ell_{b(-c)}^a \times \\ \times \frac{Z_b^{-2}(p) + Z_{-c}^{-2}(p)}{2} + ae^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \partial_{k\lambda} \times \\ \times M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p; -c, p+k; k-q, q)|_{k=0}, \\ N, N' = n, p, \quad a, b, c = 0, \pm, \quad (5.8)$$

где введены обычные определения

$$Z_N^{-2}(p) = \frac{\partial}{\partial \hat{p}} G_N^{-1}(p), \quad (5.9) \\ \hat{p} \equiv \gamma^\mu p_\mu, \quad Z_b^{-2}(p) = \frac{\partial}{\partial p^2} G_b^{-1}(p).$$

Выражения (5.5), (5.6) явно становятся тривиальными для адронов в электромагнитном поле, т. е. при $a = 0$, и они могут, вообще говоря, служить для изучения различий массовых операторов нейтральных и заряженных членов определенного изомультиплета.

Чтобы преобразовать далее эти формулы, примем, вспоминая замечания после (3.27), (3.28), следующее приближение:

$$Z_N^{-1}(p) \approx \sqrt{1 - \frac{\partial \Sigma_N^h(p)}{\partial \hat{p}}} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{\Sigma}_N^{he}(p)}{\partial \hat{p}} \left[1 - \frac{\Sigma_N^h(p)}{\partial \hat{p}} \right]^{-1} \right\}, \quad (5.10)$$

$$Z_b^{-1}(p) \approx \sqrt{1 - \frac{\partial \Sigma_b^h(p)}{\partial p^2}} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{\Sigma}_b^{he}(p)}{\partial p^2} \left[1 - \frac{\Sigma_b^h(p)}{\partial p^2} \right]^{-1} \right\}. \quad (5.11)$$

Сразу видно, что величины $Z_N(p)$, $Z_b(p)$ при $\hat{p} = M_N$, $p^2 = m_b^2$, т. е. на массовой поверхности, дают ренормировочные постоянные адронных состояний [1, 2, 18]

$$\mathcal{U}_N(p) = Z_N(p) u_N(p)|_{\hat{p}=M_N}, \quad N = n, p, \\ \mathcal{U}_b(p) = Z_b(p) u_b(p)|_{p^2=m_b^2}, \quad b = 0, \pm, \quad (5.12)$$

где $u_N(p)$ и $u_b(p)$ — волновые амплитуды реальных свободных нуклонов и пионов, а $\mathcal{U}_N(p)$ и $\mathcal{U}_b(p)$ — соответствующие ренормированные амплитуды. Следуя этому подходу, переписываем выражения (5.7), (5.8) в виде

$$Z_N(p) \tilde{\Gamma}_{tot\lambda}^a(\{\psi\}N, p; N', p; 0) Z_{N'}(p) \approx \ell_{NN'}^a \gamma_\lambda + \\ + ae^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) Z_N(p) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \times \\ \times M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p; N', p+k; k-q, q)|_{k=0} Z_{N'}(p), \quad (5.13)$$

$$Z_b(p) \tilde{\Gamma}_{tot\lambda}^a(\{\pi\}b, p; -c, p; 0) Z_{-c}(p) \approx \ell_{b(-c)}^a (2p_\lambda) + \\ + ae^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) Z_b(p) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \times \\ \times M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p; -c, p+k; k-q, q)|_{k=0} Z_{-c}(p). \quad (5.14)$$

С учетом (5.10)–(5.12) эти выражения приведут к следующим соотношениям для матричных элементов вершинных функций $\tilde{\Gamma}_{tot\lambda}^a$ и $M_{1\mu\nu}^a$ между реальными перенормированными адронными состояниями при нулевом передаваемом импульсе:

$$\begin{aligned} \bar{U}_N(p)\tilde{\Gamma}_{tot\lambda}^a(\{\psi\}N, p; N', p; 0)U_{N'}(p) \approx \\ \approx \ell_{NN'}^a \bar{u}_N(p)\gamma_\lambda u_{N'}(p) + \\ + ae^2 \bar{U}_N(p) \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \times \\ \times M_{1\mu\nu}(\{\psi\}N, p; N', p+k; k-q, q)|_{k=0} U_{N'}(p), \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} U_b^*(p)\tilde{\Gamma}_{tot\lambda}^a(\{\pi\}b, p; -c, p; 0)U_{-c}(p) \approx \\ \approx \ell_{b(-c)}^a u_b^*(p)(2p_\lambda)u_{-c}(p) + \\ + ae^2 U_b^*(p) \int \frac{dq}{(2\pi)^4} D_{\mu\nu}(q) \frac{\partial}{\partial k_\lambda} \times \\ \times M_{1\mu\nu}(\{\pi\}b, p; -c, p+k; k-q, q)|_{k=0} U_{-c}(p), \\ N, N' = n, p, \quad a, b, c = 0, \pm. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Очевидно, эти тождества калибровочно-инвариантны, как и все рассмотренные ранее. В частности, при $a = 0$ они превращаются в обычные соотношения электродинамики.

На первый взгляд, могло бы показаться, что соотношения (5.15), (5.16) соответствуют теперь формуле (9.14) работы [13] и аналогичным выражениям в работах [14–17], например (10) в [14] и (4.3) в [15]. Однако даже и на этой стадии, после всех упрощающих предположений, такое сходство является, на самом деле, лишь видимым, поскольку соотношения (5.15), (5.16) и формула (9.14) работы [13] имеют, по существу, различное физическое содержание. Это становится ясным при сопоставлении основной линии нашего исследования с рассуждениями, которые приводят к формуле (9.14) в работе [13] и к аналогичным соотношениям в [14, 15]. В частности, заметим, что в сумме (4.38) только первый член $\tilde{\Gamma}_\mu^a$ обусловлен током J_μ^a (2.28), который определяет вершинную функцию $M_{1\mu\nu}^a$ (4.11)–(4.13), тогда как второй член $\tilde{\Gamma}_{2\mu}^a$ обусловлен величиной j_μ^a .

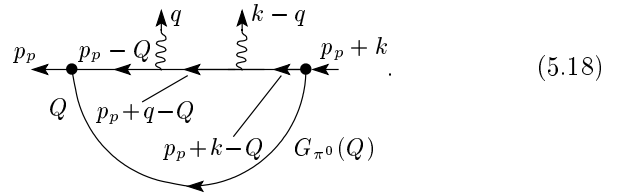
Теперь уместно внимательно рассмотреть, как величины

$$\begin{aligned} M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k-q, q), \\ M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_c; k-q, q), \end{aligned}$$

определенные в (4.11)–(4.13), зависят от импульсов q и k . Очевидно, сохранение импульсов $p_N + p_{N'} + k = 0$, $p_b + p_{-c} + k = 0$, диктуемое соответствующими δ -функциями в (4.12)–(4.18), (4.36)–(4.40), не затрагивает переменную интегрирования q , которая полностью независима от импульсов k, p_i, p_f . Таким образом, функции $M_{1\mu\nu}^a$, определяемые соотношениями (4.11)–(4.13), зависят по отдельности от переменных $k - q$ и q , и нет способа преобразовать зависимость от переменной q в зависимость от переменной k или от $k - q$. Соответственно, производные $\partial M_{1\mu\nu}^a(k - q, q)/\partial k_\alpha$, которые входят в (5.7), (5.8), не могут быть преобразованы в производные $\partial M_{1\mu\nu}^a(k - q, q)/\partial q_\alpha$. Чтобы просто пояснить это, рассмотрим величину $M_{1\mu\nu}^+(\{\psi\}p, p_p; n, p_p + k; k - q, q)$ в случае, когда пион-нуклонное взаимодействие (2.27) учитывается в наинизшем возможном (втором) порядке. Она включает, наряду с иными, вклад

$$\begin{aligned} g_{NN\pi}^2 \int \frac{dQ}{(2\pi)^4} \bar{u}_p(p_p)\gamma^5 G_p(p_p - Q)\gamma_\mu G_p(q + p_p - Q) \times \\ \times \gamma_\nu G_n(p_p + k - Q)\gamma^5 u_n(p_p + k)G_{\pi^0}(Q) \end{aligned} \quad (5.17)$$

от процесса, изображаемого диаграммой



Как видим, вклад (5.17) в $M_{1\mu\nu}^+(\{\psi\}N, p_N; N', -p_{N'}; k - q, q)$ зависит явно от q и k по отдельности. Здесь, как и в общем случае, существенно включение сильного взаимодействия между различными адронами (нуклонами и пионами), хотя бы в наинизшем порядке.

Итак, невозможно преобразовать вторые члены в правых частях соотношений (5.7), (5.8), (5.13)–(5.16) так, чтобы они содержали в подынтегральных выражениях

$$D_{\mu\nu}(q) \frac{\partial M_{1\mu\nu}^a(k - q, q)}{\partial q_\alpha} \quad (5.19)$$

вместо

$$D_{\mu\nu}(q) \frac{\partial M_{1\mu\nu}^a(k - q, q)}{\partial k_\alpha}$$

и чтобы затем можно было бы перенести дифференцирование по q_α на $D_{\mu\nu}(q)$ путем интегрирования по частям. Следовательно, подынтегральные выражения в (5.7)–(5.16) нельзя преобразовать к виду

$$\begin{aligned} & \frac{\partial D_{\mu\nu}(q)}{\partial q_\alpha} M_{1\mu\nu}^a(\{\psi\} \times \\ & \times N, p_N; N', -p_{N'}; k - q, q)|_{k=0}, \\ & \frac{\partial D_{\mu\nu}(q)}{\partial q_\alpha} \times \\ & \times M_{1\mu\nu}^a(\{\pi\}b, p_b; -c, -p_{-c}; k - q, q)|_{k=0} \end{aligned} \quad (5.20)$$

в противоположность тому, что утверждалось в работе [13] относительно подынтегрального выражения в (9.14) и затем было положено в основу последующих вычислений [14–16]. Это предполагаемое преобразование подынтегральных выражений в (5.15), (5.16) к виду (5.20) имеет решающее значение для расчетов в работах [13–17]. Оно было совершенно необходимо, чтобы прийти к тому существенному утверждению, лежащему в основе вычислений в работах [16, 17], что радиационные поправки к амплитуде β -распада были бы просто кратны амплитуде без поправок. Именно этот результат позволил бы, в свою очередь, обойти необходимость непосредственно учитывать строение адронов и сильные взаимодействия при вычислении радиационных поправок.

Из всего проведенного исследования ясно, что соотношения, на которых основано вычисление радиационных поправок в работах [14–17], не соответствуют тождествам (4.36)–(4.40) и не могут быть непосредственно получены для пион-нуклонной системы как естественное следствие симметрий сильных и электрослабых взаимодействий. Удобные для расчетов приближения, использованные в работах [14–17], по существу не пригодны при вычислении радиационных поправок к β -распаду адронов. Не видно строгого пути перехода от основных тождеств Уорда–Такахаши (4.36)–(4.40), которые определяют скалярное произведение $k^\mu \tilde{\Gamma}_\mu^a(k)$ при произвольных значениях k , к соотношениям (5.15), (5.16) между пропагаторами G_h и вершинными функциями $\tilde{\Gamma}_\mu^a(0)$, $M_{1\lambda\nu}^a(0)$ при $k_\mu = 0$, которые могли бы быть полезными при вычислении радиационных поправок к β -распаду нуклонов и пионов. Более того, не ясно даже, как оценить точность различных вольных предположений, необходимых для того, чтобы этот путь пройти. Тем более нет никаких причин оправдывать преобразование подынтегральных выражений в (5.15), (5.16), как это только что обсуждалось в связи с (5.17)–(5.20). Поэтому, если бы даже было каким-то образом проведено вычисление радиационных поправок, основанное на соотношениях (5.15), (5.16), тем более с использованием преобразований (5.19), (5.20), невозможно было бы надежно оценить неизбежные при этом погрешности.

Таким образом, как бы высоко ни оценивались научные достижения работ [14–17], нельзя не признать, как ни смело это может показаться, что эти исследования радиационных поправок содержат явные изъяны и необоснованные утверждения. Особенно это касается чрезвычайно высокой точности вычислений, порядка 0.01 %, объявленной в упомянутых статьях [16, 17]. Такое утверждение тем более обманчиво, что взаимодействие аксиальных адронных токов с калибровочными полями входит в вычисление радиационных поправок даже в случае β -распада пионов, т. е. для переходов $0^- \rightarrow 0^-$ [19, 20], хотя при этом в нулевом порядке по e матричные элементы аксиальных токов явно исчезают. Не говоря уже о том, насколько еще более сложным и запутанным становится исследование в случае β -распада нейтрона, когда взаимодействия, обусловленные аксиальными токами, вовлечены в вычисления уже в нулевом порядке по e .

Обращение к тождествам Уорда–Такахаши могло бы, в лучшем случае, способствовать преодолению сложностей, связанных с учетом сильных взаимодействий при вычислении радиационных поправок в чисто векторных полулептонных распадах. Чтобы справиться с необходимостью учета строения адрона в случае, когда аксиальный ток вовлечен в рассматриваемый процесс, в работе [16] были изложены некоторые неопределенные рассуждения, представленные ранее в работе [29], которые никак нельзя полагать убедительными, коль скоро утверждается, что вычисления делаются с точностью лучше 1 %. В особенности, нет оснований полагать радиационные поправки к амплитудам β -распада просто пропорциональными амплитудам без этих поправок. Вследствие этого, если бы даже можно было как-то полностью обойти с помощью какого-либо мыслимого тождества Уорда–Такахаши непосредственный учет строения адронов при вычислении радиационных поправок для чисто векторных переходов, полные радиационные поправки к определенному полулептонному процессу не могли бы быть надежно вычислены таким путем с достаточной точностью в противоположность тому, что утверждалось в работах [16, 17]. Нельзя не сознавать, что результатам расчетов [14–17] неизбежно присущи ощутимые неопределенности. Тем более, принимая во внимание, что УФ-расходимости в процессе вычисления радиационных поправок в работах [14–17] устранялись не в соответствии с современной схемой перенормировки на массовой поверхности, как полагается в СМ [1, 2, 8, 9], но согласно устаревшему «рецепту обрезания», чем вносились дополнительные

неопределенности.

В итоге ясно, что при вычислении радиационных поправок к электрослабым процессам последовательный надежный учет строения адронов и сильных взаимодействий остается невыполненным. В настоящее время текущая задача состоит в том, чтобы заново всесторонне изучить радиационные поправки в электрослабых адронных процессах. В дальнейших исследованиях таких поправок целесообразно обратиться к методам эффективной теории поля [23, 27, 28], при этом используя установленные тождества Уорда – Такахаши (4.36)–(4.40). Сегодня не видно иной возможности, кроме параметризации эффектов сильного взаимодействия и строения адронов в исследовании радиационных поправок. Вводимые при этом параметры надлежит определять из обработки экспериментальных измерений соответствующих характеристик электрослабых процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. F. Donoghue, E. Golowich, and B. R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (1994).
2. D. Bardin and G. Passarino, *The Standard Model in the Making*, Oxford (1999).
3. *Quark-Mixing, CKM-Unitarity*, Proc. of the Workshop, September 2002, Heidelberg, Germany; J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol. **110**, №№ 3, 4 (2005); J. C. Hardy, arXiv:hep-ph/0703165v1; V. Gudkov, J. Neutron Res. **13**, 39 (2005).
4. A. Serebrov, V. Varlamov, A. Kharitonov et al., Preprint 2564 of Petersburg Nuclear Physics Institute, Gatchina (2004); Phys. Lett. B **605**, 72 (2005).
5. D. Počanić, E. Ferlez, V. Baranov et al., Phys. Rev. Lett. **93**, 181803 (2004).
6. J. Byrne, P. G. Dawber, M. G. D. Van der Grinten et al., J. Phys. G **28**, 1325 (2002).
7. D. R. Jenni, S. C. Frautschi, and Suura, Ann. Phys. **13**, 379 (1961).
8. K. I. Aoki, Z. Hioki, R. Kawabe et al., Suppl. Progr. Theor. Phys. **73**, 1 (1982).
9. M. Böhm, W. Hollik, and H. Spiesberger, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986); W. Hollik, Fortschr. Phys. **38**, 165 (1990).
10. Y. Yokoo, S. Suzuki, and M. Morita, Progr. Theor. Phys. **50**, 1894 (1973); Suppl. Progr. Theor. Phys. № 60, 37 (1976).
11. Г. Г. Бунатян, ЯФ **62**, 697 (1999).
12. G. G. Bunatian, J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol. **110**, 319 (2005); arXiv:hep-ph/0311350.
13. J. D. Bjorken, Phys. Rev. **148**, 1467 (1966).
14. E. S. Abers, R. E. Norton, and D. A. Dicus, Phys. Rev. Lett. **18**, 676 (1967).
15. E. S. Abers, D. A. Dicus, R. E. Norton, and H. E. Quinn, Phys. Rev. **167**, 1461 (1968).
16. A. Sirlin, Rev. Mod. Phys. **50**, 573 (1978).
17. A. Garcia, J. L. Garcia-Luna, and G. Lopez, Phys. Lett. B **500**, 66 (2001); W. Jaus, Phys. Rev. D **63**, 053009 (2001); I. S. Towner and J. C. Hardy, J. Phys. G **29**, 197 (2003); D. H. Wilkinson, J. Phys. G **29**, 189 (2003); S. Ando, H. W. Fearing, V. Gudkov et al., arXiv:nucl-th/0402100v1; J. C. Hardy and I. S. Towner, Phys. Rev. C **71**, 055501 (2005); W. J. Marciano and A. Sirlin, Phys. Rev. Lett. **96**, 032002 (2006); G. L. Garcia-Luna and A. Garcia, J. Phys. G **32**, 333 (2006).
18. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория*, ч. 1, Наука, Москва (1968); Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Релятивистская квантовая теория*, ч. 2, Наука, Москва (1971).
19. S. L. Adler and R. F. Dashen, *Current Algebras and Applications to Particle Physics*, W. A. Benjamin, New York – Amsterdam (1968).
20. V. De Alfaro, S. Fubini, G. Furlan, and G. Rosseti, *Currents in Hadron Physics*, American Elsevier Sci. Publ., New York (1973).
21. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей*, Гостехиздат, Москва (1957); S. S. Schweber, *An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory*, Row, Peterson and Co., Elmsford, New York (1961); P. T. Matthews, Phys. Rev. **76**, 684L (1949); A. Kanazava and S. Tani, Progr. Theor. Phys. **25**, 519 (1961).
22. E. D. Commins and P. H. Bucksbaum, *Weak Interactions of Leptons and Quarks*, Cambridge Univ. Press (1983).
23. J. Gasser, Nucl. Phys. B **279**, 65 (1987); A. Pich, Int. J. Mod. Phys. A **20**, 1613 (2005); V. Bernard and U.-G. Meißner, Ann. Rev. Nucl. Part. Science **57**, 33 (2006).

24. P. Chang and F. Gursey, Phys. Rev. **164**, 1752 (1967); H. Leman and H. Trute, Nucl. Phys. B **52**, 280 (1973); М. К. Волков, В. Н. Первушин, *Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов*, Атомиздат, Москва (1978); S. Gasiorowicz and D. A. Geffen, Rev. Mod. Phys. **41**, 531 (1969).
25. S. L. Adler, Phys. Rev. B **139**, 1638 (1965).
26. Y. Takahashi, Nuovo Cim. **6**, 371 (1957).
27. V. Bernard, N. Kaiser, and U.-G. Meißner, Int. J. Mod. Phys. E **4**, 193 (1995); S. Scheres, Advances in Nucl. Phys. **27**, 201 (2003); M. Knecht, H. Neufeld, H. Rupertsberger et al., Eur. Phys. J. C **12**, 469 (2000).
28. H. Georgi, Ann. Rev. Nucl. Sci. **43**, 209 (1995); S. Ando, H. Fearing, V. Gudkov et al., Phys. Lett. B **1**, 1000 (2004); S. Gardner, V. Bernard, U.-G. Meißner et al., J. Res. Nat. Inst. St. Tech. **110**, 411 (2005); V. Cirigliano, M. Knecht, H. Neufeld et al., Eur. Phys. J. C **27**, 255 (2003); T. Fuchs, J. Gegelia, S. Scherer et al., J. Phys. G **30**, 1407 (2004).
29. A. Sirlin, Phys. Rev. **164**, 1767 (1967).