

# ИЗМЕНЕНИЕ СПЕКТРА КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ ИЗ-ЗА РОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР (АНАЛИТИЧЕСКИЙ ПОДХОД)

*В. П. Власов\*, Б. А. Трубников\*\**

*Российский научный центр «Курчатовский институт»  
123182, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 6 мая 2009 г.

Рассмотрено изменение первичного спектра космических лучей из-за рождения электрон-позитронных пар в столкновениях с фотонами реликтового излучения. Предлагается использовать эти результаты для оценки расстояний до источников космических лучей.

PACS: 98.70.Sa, 98.58.Fd, 98.62.Ep

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В 1965 г. было открыто реликтовое излучение (РИ) Вселенной [1], а уже в следующем году опубликованы статьи Грейзена [2], Зацепина и Кузьмина [3]. Они рассмотрели рождение пионов при столкновениях протонов космических лучей (КЛ) с фотонами реликтового излучения (РИ-фотонами). Эта реакция проходит при энергии протона выше порогового значения порядка  $10^{20}$  эВ. Авторы пришли к выводу, что если источники КЛ находятся от Земли на расстояниях, превышающих 50 Мпк (отметим, что среднее расстояние между галактиками масштаба 1 Мпк), то КЛ-протоны с энергией более  $10^{20}$  эВ рождают пионы; при этом их энергия уменьшается до порогового значения. Поэтому регистрируемый на Земле энергетический спектр КЛ должен обрываться при энергии порядка  $10^{20}$  эВ. Этот обрыв получил название порога (cutoff) ГЗК (по первым буквам фамилий авторов).

Изучение спектра вблизи и за порогом ГЗК даст информацию об источниках КЛ ультравысоких энергий и о возможных механизмах их генерации. Однако сегодня нет ясности относительно наблюдения порога ГЗК: результаты одних станций по изучению КЛ указывают на его наличие, а результаты других — на его отсутствие [4]. Эта неопреде-

ленность связана как с малой статистикой событий (регистрируется в среднем одна частица с энергией выше  $10^{20}$  эВ на площади детектора  $1 \text{ км}^2$  за год работы), так и с крайней сложностью калибровки детекторов для этих энергий. Поэтому вопрос о расстояниях до источников КЛ ультравысоких энергий остается открытым.

В этой работе мы хотели бы обратить внимание на то, что о расстояниях до источников КЛ можно судить по обнаружению «горбика» в энергетическом спектре КЛ при энергии порядка  $10^{18}$  эВ, который должен образовываться из-за рождения электрон-позитронных пар в столкновениях КЛ-протонов с РИ-фотонами. Эта реакция имеет порог при энергии протонов  $E_{ee} \sim 10^{18}$  эВ. Поэтому если расстояние от источников КЛ до Земли велико, то протоны потеряют энергию вплоть до порогового значения  $E_{ee}$ . Это приведет к накоплению в регистрируемом на Земле спектре КЛ частиц с энергией близкой к пороговой, т. е. к образованию горбика в спектре в этой области энергий. Так как его образование в спектре КЛ связано с рождением пар, в последующем тексте этот горбик для конкретности будем называть  $p$ -горбиком, подчеркивая его происхождение символом  $p$  от слова pair. Его появление аналогично образованию порога ГЗК. Ниже будет построена зависимость высоты  $p$ -горбика от расстояний до источников КЛ.

Потери энергии частицами КЛ в процессе рождения пар при столкновениях с РИ-фотонами описы-

\*E-mail: vlasov@nfi.kiae.ru

\*\*E-mail: batrub@nfi.kiae.ru

ваются формулой [5]

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{\alpha r_e^2 Q^2 (mc^2 T)^2}{\pi^2 \hbar^3 c^3} f(\nu), \quad (1.1)$$

где  $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$  — постоянная тонкой структуры,  $r_e = e^2/mc^2 \approx 3 \cdot 10^{-13}$  см — классический радиус электрона,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона,  $c$  — скорость света,  $T$  — температура РИ-фотонов,  $\nu = (mc^2/2T)Mc^2/E$ ,  $Q$ ,  $E$  и  $M$  — заряд (нормированный на заряд протона), энергия и масса ядра. Функция  $f(\nu)$ , ввиду сложности выражения для сечения этого процесса, находилась численно; ее график приведен в работе [5]. Эту формулу полезно, на наш взгляд, переписать в виде

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{2\varepsilon_a}{r_a} \left(\frac{T}{mc^2}\right)^2 \left(\frac{Q}{\pi}\right)^2 f(\nu), \quad (1.2)$$

где  $\varepsilon_a$  и  $r_a$  — энергия и радиус атома водорода. Эта запись легко запоминается и позволяет просто оценивать порядок правой части уравнения (1.2), приближенное аналитическое выражение для функции  $f(\nu)$  получено в разд. 3. Для его вывода и полностью изложения приведем упрощенный вывод уравнения (1.2).

## 2. РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР В СТОЛКНОВЕНИЯХ ЧАСТИЦ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ С ФОТОНАМИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ (ВБЛИЗИ ПОРОГА РОЖДЕНИЯ)

Мы будем использовать две системы координат. В первой — лабораторной системе координат (ЛСК) — Земля неподвижна. Во второй — системе  $K'$  — неподвижна частица КЛ (ядро). Физические величины в системе  $K'$  и в ЛСК будут обозначаться, как это принято, со штрихом и без него.

Далее считаем, что все частицы — ядро, фотон, электрон и позитрон — движутся в одной плоскости. При этом ядро и фотон летят (в ЛСК) вдоль одной прямой, а образовавшиеся (при столкновении ядра с фотоном) электрон и позитрон имеют одинаковые энергии и движутся под углами  $\theta$  и  $-\theta$  к этой прямой. Выпишем законы сохранения энергии и импульса в системе  $K'$ :

$$\hbar\omega' = 2mc^2\gamma'_e + (E' - Mc^2), \quad (2.1)$$

$$\hbar\omega'/c = 2mu'\gamma'_e \cos\theta' + p', \quad (2.2)$$

где  $\hbar\omega'$  — энергия фотона,  $\gamma'_e = (1 - u'^2/c^2)^{-1/2}$  — фактор Лоренца для электрона,  $u'$  — скорость элект-

рона,  $E'$  и  $p'$  — энергия и импульс ядра после столкновения с фотоном. Вблизи порога рождения электрон-позитронных пар  $\hbar\omega' \approx 2mc^2$ , так что  $u' \ll c$  и  $\gamma'_e \approx 1$ . Пренебрежем в выражении (2.1) кинетической энергией ядра — величиной  $E' - Mc^2$ . Тогда из (2.2) получим  $p' = \hbar\omega'/c$ , так что это пренебрежение справедливо, так как  $p'^2/2M \ll \hbar\omega'$ . Запишем преобразование Лоренца для энергии фотона:

$$\varepsilon' = \gamma\varepsilon(1 - V/c),$$

где  $V$  — скорость ядра,  $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$  — его фактор Лоренца в ЛСК, и получим оценки. В ЛСК энергия реликтового фотона  $\varepsilon \approx 3 \text{ К} \approx 3 \cdot 10^{-4}$  эВ, а в системе  $K'$  вблизи порога  $\varepsilon' \approx 2mc^2 = 10^6$  эВ, так что  $\varepsilon'/\varepsilon \approx 3 \cdot 10^9 \gg 1$ . Следовательно,  $\gamma \gg 1$ ,  $V \approx c$  и для рождения пар необходимо, чтобы ядро и фотон летели навстречу друг другу ( $V < 0$ ). Поэтому

$$\hbar\omega' \approx 2\gamma\hbar\omega, \quad (2.3)$$

и рождение пар начинается, если энергия ядра  $E = \gamma Mc^2 = Mc^2(mc^2/\hbar\omega)$ ; для протона эта пороговая энергия  $E_{ee} \sim 10^{18}$  эВ. В системе  $K'$  полная энергия ядра равна  $Mc^2 + p'^2/2M$ , а в ЛСК

$$E = \gamma \left( Mc^2 + \frac{p'^2}{2M} - \frac{|V|}{c} p'c \right) \approx \approx \gamma Mc^2 \left( 1 - \frac{p'}{Mc} \right), \quad (2.4)$$

что получается из преобразования Лоренца для ядра. В последнем равенстве мы пренебрегли кинетической энергией, отношение которой к третьему слагаемому является малой величиной, равной  $m/M$  (учли, что  $V \approx c$ ,  $\hbar\omega' \approx 2mc^2$ ). Из формул (2.4) и (2.3) получаем, что после одного столкновения с фотоном энергия ядра  $E = \gamma Mc^2$  изменяется на величину

$$dE = -2\gamma E \frac{\hbar\omega}{Mc^2}, \quad (2.5)$$

$dE/E \sim m/M$ . За время  $\tau$  одного столкновения между ядром и фотоном эти частицы, двигаясь навстречу друг другу, проходят расстояния  $V\tau$  и  $c\tau$ , поэтому их общий путь примерно равен  $2c\tau$ . На этом пути в объеме  $2c\tau\sigma$ , где  $\sigma$  — сечение рождения пар, находится один фотон:  $2c\tau\sigma n = 1$ , где  $n$  — плотность РИ-фотонов. Поэтому длина пробега ядра за одно столкновение с фотоном равна  $dx = V\tau \approx (2n\sigma)^{-1}$ . Разделив соотношение (2.5) на это выражение, получим

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dx} = -4\gamma \frac{\hbar\omega}{Mc^2} n\sigma. \quad (2.6)$$

Вблизи порога рождения пар полное сечение с учетом соотношения (2.3) имеет вид [6]

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\pi}{12} \alpha r_e^2 Q^2 \left( \frac{\hbar\omega' - 2mc^2}{mc^2} \right)^3 = \\ &= \frac{2\pi}{3} \alpha r_e^2 Q^2 \left( \frac{\hbar\omega}{mc^2} \gamma - 1 \right)^3. \quad (2.7)\end{aligned}$$

Введем функцию

$$\mu = \frac{\hbar\omega}{mc^2} \gamma \sim \omega E.$$

Тогда выражение (2.6) примет вид

$$\begin{aligned}\frac{1}{E} \frac{dE}{dx} &= -4 \frac{m}{M} Q^2 \mu (\mu - 1)^3 n \sigma_* \approx \\ &\approx -4 \frac{m}{M} Q^2 (\mu - 1)^3 n \sigma_*, \quad (2.8)\end{aligned}$$

где  $\sigma_* = (2\pi/3) \alpha r_e^2 \approx 1.4 \cdot 10^{-27}$  см<sup>2</sup> и учтено, что  $\mu \approx 1$ . Уравнение описывает изменение энергии ядра около порога рождения пар.

### 3. СТОЛКНОВЕНИЯ ЧАСТИЦ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ С ФОТОНАМИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВДАЛИ ОТ ПОРОГА РОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР

Обратимся к законам сохранения энергии и импульса, (2.1) и (2.2), и вновь пренебрежем кинетической энергией ядра. Вдали от порога рождения пар  $\hbar\omega' \gg 2mc^2$ , так что  $\gamma'_e \gg 1$ ,  $u'/c \approx 1 - (2\gamma'^2_e)^{-1}$ , а угол  $\theta'$  мал:  $\theta' \sim 2mc^2/\hbar\omega' \ll 1$  [6]. Отметим, что  $\gamma'_e \approx \hbar\omega'/2mc^2$  (см. (2.1)), поэтому  $\gamma'_e$  и  $1/\theta'$  — величины одного масштаба. Положим  $\gamma'_e = 1/\theta'$ , из дальнейшего будет ясно (вводится корректирующий множитель  $B$ ), что это не скажется на конечном результате. С учетом этих замечаний из уравнений (2.1) и (2.2) получаем

$$p' = mc \frac{4mc^2}{\hbar\omega'}. \quad (3.1)$$

Из этого видно, что после столкновения с фотоном ядро в системе  $K'$  движется с нерелятивистской скоростью. Следовательно, пренебрежение в уравнении (2.1) кинетической энергией ядра оправдано, поскольку  $p' \ll mc$ , следовательно,  $p'^2/M \ll mc^2$ . Учитывая (2.3), формулу (3.1) перепишем в виде  $p'/mc = 2mc^2/\gamma\hbar\omega$ , а далее, по аналогии с выводом формул (2.5) и (2.6), получаем

$$dE = -2mc^2 \frac{mc^2}{\hbar\omega}, \quad \frac{1}{E} \frac{dE}{dx} = -4 \frac{m}{M} \frac{n\sigma}{\mu}. \quad (3.2)$$

Из (3.2) видно, что при одном столкновении с фотоном ядро теряет энергию порядка  $10^{15}$  эВ, что существенно меньше ранее полученного значения порядка  $10^{18}$  эВ для порога рождения пар. Следовательно, ядро «подходит» к порогу, теряя относительно небольшие порции энергии в каждом столкновении с РИ-фотоном.

В ультрарелятивистском случае ( $\hbar\omega' \gg 2mc^2$ ) формула для полного сечения рождения пар имеет вид [6]

$$\sigma = \sigma_0 Q^2 \ln \frac{2\hbar\omega'}{mc^2 A} = \sigma_0 Q^2 \ln \frac{4\mu}{A}, \quad (3.3)$$

где  $\sigma_0 = (28/9) \alpha r_e^2$ ,  $A = \exp(109/42) \approx 13.4$ ; последнее равенство в (3.3) записано с учетом соотношения (2.3) и определения функции  $\mu$ . Подставляя выражение (3.3) в (3.2), получаем

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dx} = -4 \frac{m}{M} Q^2 \frac{n\sigma_0}{\mu} \ln \frac{4\mu}{A}. \quad (3.4)$$

Рассмотрим это уравнение более подробно. Оно получено для случая, когда ядро и фотон в ЛСК летят навстречу друг другу вдоль оси  $x$ . При этом все фотоны имеют одинаковую частоту  $\omega$ . Роль «боковых» столкновений фотонов с ядром в ЛСК учтем, добавив в правую часть выражения (3.4) дополнительный множитель  $B \approx 5$  (один фотон летит вдоль оси  $x$ , по два фотона летит со сторон  $y$  и  $z$ , получается пять фотонов). Уравнению (3.4) можно придать вид уравнения (1.2). Сделаем формальные замены  $\hbar\omega \rightarrow T$ ,  $n \rightarrow 0.244(T/\hbar c)^3$ , где  $n$  — плотность фотонов, имеющих планковский спектр [7]. В результате этих замен уравнение (3.4) принимает вид уравнения (1.2), в котором вместо функции  $f(\nu)$  стоит функция

$$f_1(\nu) = 30B \ln \frac{2}{\nu A}. \quad (3.5)$$

Рассмотрим интервал энергий ядра от  $10^{19}$  эВ до  $10^{21}$  эВ (в ЛСК), соответствующий значениям  $\nu$  от  $10^{-1}$  до  $10^{-3}$  (при температуре фотонов  $T \approx 3$  К  $\approx 3 \cdot 10^{-4}$  эВ). Он находится вдали от порога рождения пар, и поэтому для этих энергий применима функция  $f_1(\nu)$ . Также этот интервал примечателен тем, что для него в работе [5] приведен график функции  $f(\nu)$ . Функция  $f_1(\nu)$  содержит два параметра,  $B$  и  $A$  (хотя в (3.4)  $A = 13.4$ , но при формальном получении выражения (3.5) параметр  $A$  следует рассматривать как варьируемую величину). Определим эти параметры так, чтобы при  $\nu = 10^{-1}$  и  $\nu = 10^{-3}$  функции  $f_1$  и  $f$  совпадали. Это дает  $B \approx 5$  (как это предполагалось ранее) и  $A \approx 17$  (что близко к значению  $A = 13.4$ ). С этими параметрами

значение  $f_1$  при  $\nu = 10^{-2}$  ( $E = 10^{20}$  эВ) больше  $f$  примерно на тридцать процентов, что и определяет точность приближения  $f_1$  к  $f$ .

В заключение раздела полезно для этого интервала энергий проделать численные оценки. В этом интервале логарифм, входящий в функцию  $f_1(\nu)$ , изменяется примерно от 0.1 до 4. Заменяв его «средним» значением, равным единице, получим приближенное решение уравнения (1.2):

$$\frac{E_0 - E}{\text{эВ}} \approx 3.3 \cdot 10^{-8} \frac{x}{\text{см}}, \quad (3.6)$$

где  $x$  — расстояние от источника КЛ до Земли. Радиус нашей Галактики  $r_G \approx 5 \cdot 10^{22}$  см, расстояние между соседними галактиками  $r_{GG} \sim 10^2 r_G$ , расстояние до ближайшего квазара  $r_{qu} \sim 10^3 r_{GG}$ . Обозначим правую часть уравнения (3.6) через  $L$ . Тогда если источник КЛ находится внутри нашей Галактики, то для протона  $L \leq 10^{15}$ , если в соседней, то  $L \sim 10^{17}$ , а если вблизи квазара, то  $L \sim 10^{20}$ . Следовательно, если источник КЛ находится внутри Галактики или в соседних от нее галактиках, то потери энергии протоном на этих расстояниях до Земли невелики, а потому наблюдаемый на Земле спектр КЛ незначительно отличается от спектра в самом источнике КЛ. Это различие будет возрастать с увеличением расстояния от источника до Земли. Так, если источники находятся вблизи квазара, то это приведет к заметному увеличению в спектре числа частиц с энергиями близкими к пороговому значению  $E_{ee}$ .

#### 4. ЗАВИСИМОСТЬ ВЫСОТЫ $p$ -ГОРБИКА ОТ РАССТОЯНИЙ ДО ИСТОЧНИКОВ КЛ

Найдем зависимость высоты  $p$ -горбика от расстояний до источников КЛ. Для этого рассмотрим модель однородной и изотропной Вселенной с плотностью  $10^{-29}$  г/см<sup>3</sup> равной критической (что соответствует примерно пяти протонам в кубическом метре) и с нулевой пространственной кривизной, так что пространство является евклидовым. Приведем известные сведения из космологии [8]. Из-за расширения Вселенной расстояние  $R$  между двумя удаленными объектами увеличивается со временем по закону  $R(t) = ra(t)$ , где  $a(t)$  — масштабный множитель. Для настоящей эпохи  $t = t_*$  этот множитель равен единице,  $a_* = a(t_*) = 1$ , так что величина  $r$  — расстояние между объектами в настоящую эпоху. Это расширение приводит к увеличению длины волны фотона, испущенного в прошлом. Как и все расстояния, эта длина волны растет пропорционально величине  $a(t)$ . В результате фотон испытывает

красное смещение (эффект Доплера), характеризующееся параметром  $z = (\lambda_* - \lambda_t)/\lambda_t$ , где  $\lambda_*$  — длина волны фотона в настоящую эпоху, а  $\lambda_t$  — в предшествующую, соответствующую моменту времени  $t$ . Для настоящей эпохи  $z = 0$ . Запишем  $z$  через масштабный множитель:

$$z = \frac{a_* - a(t)}{a(t)},$$

так что

$$a(z) = (1 + z)^{-1}, \quad (4.1)$$

при этом учли равенство  $a_* = 1$ .

Теперь перейдем к вычислению высоты  $p$ -горбика. Частицы КЛ на своем пути до Земли, взаимодействуя с РИ-фотонами, теряют энергию на рождение электрон-позитронных пар и пионов. Вклад в высоту  $p$ -горбика частиц КЛ с энергиями выше порога рождения пионов (порядка  $10^{20}$  эВ) мал, так как этих частиц существенно меньше, чем частиц с энергиями выше порога рождения пар (порядка  $10^{18}$  эВ). Так, для дифференциального спектра КЛ по энергиям, имеющего степенной вид с показателем 2.75, это отношение порядка  $10^{-3}$ . По этой причине будем рассматривать лишь протоны КЛ с энергиями меньше порога рождения пионов.

Далее будем следовать работам [9, 10]. В момент генерации КЛ, который соответствует красному смещению  $z$ , температура фотонов  $T$  была больше своего настоящего значения  $T_*$  в  $1 + z$  раз [8], так что уравнение (1.2) следует переписать в виде

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2\varepsilon_a}{r_a/c} \left(\frac{T_*}{mc^2}\right)^2 \left(\frac{Q}{\pi}\right)^2 (1+z)^2 \times f\left(\frac{\nu_*}{1+z}\right), \quad (4.2)$$

где переменная  $\nu$  записана в виде  $\nu = \nu_*/(1+z)$ ,  $\nu_* = (mc^2/2T_*)Mc^2/E$  и учтено, что скорость частицы близка к скорости света. В рассматриваемый момент генерации КЛ плотность фотонов также больше своего настоящего значения. Это различие уже учтено в выражении (4.2), так как при переходе от (3.4) к формуле (1.2) плотность фотонов была выражена через температуру ( $n \propto T^3$  для фотонов, имеющих планковский спектр).

Частицы также теряют энергию из-за расширения Вселенной. Причина этих потерь — эффект Доплера, который для фотонов описывается выражением [8]

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = -H(t), \quad (4.3)$$

где  $H(t) = a^{-1}da/dt$  — параметр Хаббла,  $E = \hbar\omega$ ,  $\omega$  — частота фотона. Поскольку ультрарелятивистская частица имеет ту же связь между энергией и импульсом, что и фотон, формула (4.3) применима и для этих частиц, так как эффект Доплера следует из преобразований Лоренца. Общие потери энергии для частицы КЛ описываются суммой правых частей уравнений (4.2) и (4.3). Эти суммарные потери удобно записать в виде

$$\frac{dE'}{d(H_*t)} = -k_*Q^2(1+z)^2 f\left(\frac{\nu_*}{1+z}\right) - \frac{H(t)}{H_*} E', \quad (4.4)$$

где  $H_*$  — параметр Хаббла для настоящей эпохи, а для энергии введен масштаб  $E_* = Mc^2(mc^2/T_*)$ , так что  $E = E_*E'$ ; при этом  $\nu_* = 1/2E'$ . Постоянная величина  $k_*$  равна

$$k_* = \frac{2\varepsilon_a}{Mc^2} \frac{c}{r_a H_*} \left(\frac{T_*}{mc^2}\right)^3 \frac{1}{\pi^2}. \quad (4.5)$$

Она образована из атомных и космологических величин. Для протонов  $E_* \approx 1.6 \cdot 10^{18}$  эВ,  $k_* \approx 1$  при  $T_* \approx 3$  К  $\approx 3 \cdot 10^{-4}$  эВ и  $H_* \approx (4 \cdot 10^{17} \text{ с})^{-1}$ .

Дифференцируя соотношение (4.1), получаем

$$\frac{H}{H_*} = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{d(H_*t)}. \quad (4.6)$$

Подставляя это выражение в (4.4), получаем

$$\frac{dE'}{dz} = \left[ k_*Q^2(1+z)f\left(\frac{\nu_*}{1+z}\right) \right] \frac{H_*}{H(z)} + \frac{1}{1+z} E'. \quad (4.7)$$

Рассмотрим две модели Вселенной [11]. В первой модели Вселенная заполнена нерелятивистским веществом с нулевым давлением («пыль»); для нее  $H(z) = (1+z)^{3/2}H_*$ . При этом Вселенная расширяется с замедлением:  $d^2a/dt^2 < 0$ , что не согласуется с наблюдениями, показывающими, что в современную эпоху расширение происходит с ускорением.

По этой причине далее будем рассматривать более реалистичную модель  $\Lambda$ CDM [11] ( $\Lambda$  — космологическая постоянная, а CDM — cold dark matter). Эта модель является современной стандартной космологической моделью, в которой плоская Вселенная заполнена темной энергией и холодной темной материей. Она учитывает, что в современную эпоху расширение Вселенной определяется в значительной степени темной энергией и в меньшей степени — темной материей. При этом темная энергия увеличивает темп расширения Вселенной, а темная материя

его уменьшает. Из модели следует, что при больших значениях  $z$  Вселенная расширяется с замедлением, а при малых  $z$  — с ускорением. Переход от замедления к ускорению происходит при  $z \approx 0.85$ . При меньших значениях  $z$  в уравнении Фридмана приближенно можно не учитывать темную материю, тогда  $H(z) = \text{const} = H_*$ . При этом темная энергия рассматривается как энергия вакуума, который характеризуется постоянной плотностью энергии  $\rho_{vac}c^2$  и давлением  $p = -\rho_{vac}c^2$ . Таким образом, для этого случая уравнение (4.7) принимает вид

$$\frac{dE'}{dz} = k_*Q^2(1+z)f\left(\frac{\nu_*}{1+z}\right) + \frac{1}{1+z} E'. \quad (4.8)$$

Ниже потребуется связь между  $t$  и  $z$ . Интегрируя выражение (4.6) при  $H(z) = H_*$ , получаем

$$t = t_* - H_*^{-1} \ln(1+z). \quad (4.9)$$

Наблюдаемая на Земле плотность потока частиц,  $F'(E) dE$ , от элемента объема  $dV = a^3(z)r^2 dr d\Omega$  (используем сферическую систему координат, в которой  $\Omega$  — телесный угол) равна

$$F'(E) dE = F(E_0, z) dE_0 \frac{n_{cr}(z) dV}{4\pi r^2} \frac{1}{1+z}, \quad (4.10)$$

где  $n_{cr}(z)$  — плотность источников КЛ,  $F(E_0, z) dE_0$  — поток частиц из источника; источник считается изотропным. Здесь учтено, что в момент вылета частиц из источника расстояние от него до Земли было  $a(z)r$ , а в момент их прихода на Землю оно равно  $r$ . Величины  $E$  и  $E_0$  — энергии частицы КЛ на Земле и в источнике. Задавая  $E$  и решая уравнение (4.8), находим для данного красного смещения  $z$  величину  $E_0$ . Далее будем рассматривать только протоны, для которых  $Q = 1$ , а значение константы  $k_*$  берется равным единице. Множитель  $1+z$  в знаменателе выражения (4.10) появляется из-за того, что частицы, вылетевшие из источника с интервалом в одну секунду, приходят на Землю с интервалом  $1+z$  секунд, что приводит к уменьшению потока. Это увеличение интервала имеет следующее объяснение. Допустим, что из источника КЛ излучается электромагнитная волна с частотой  $\omega_z$  и вылетают частицы КЛ, «привязанные» к гребням этой волны. Тогда временной интервал между соседними частицами, вылетающими из источника КЛ, равен  $(\delta t)_z = 2\pi/\omega_z$ . Если частицы ультрарелятивистские, то они не отстают от «своих» гребней и приходят на Землю вместе с ними. Частота  $\omega_*$  пришедшей волны из-за эффекта Доплера меньше  $\omega_z$  (красное смещение):

$\omega_* = \omega_z/(1+z)$  [8]. Поэтому период этой волны и, следовательно, временной интервал  $(\delta t)_*$  между соседними частицами, регистрируемыми на Земле, будет больше:

$$(\delta t)_* = (\delta t)_z(1+z).$$

Плотность источников КЛ запишем в виде [10]

$$n_{cr}(z) = n_{cr}(0)(1+z)^{3+q}. \quad (4.11)$$

Значение  $q = 0$  отвечает случаю, когда источники КЛ равномерно распределены во Вселенной (как и РИ-фотоны),  $q = 3$  — источники распределены подобно формирующимся звездам,  $q = 3.6$  — подобно источникам космических гамма-всплесков — GRBs ( $\gamma$ -ray bursts). Учитывая, что  $a(z)dr = c dt$  (это — уравнение движения фотона), и что  $dt \propto (1+z)^{-1}dz$  (см. (4.9)), из выражения (4.10) получаем

$$F'(E) \propto \int_{z=0}^{z_{max}} (1+z)^{q-1} F(E_0, z) \frac{dE_0}{dE} dz, \quad (4.12)$$

где интегрирование ведется по всем источникам КЛ от  $z = 0$  до максимального значения  $z_{max}$ . Для вычисления интеграла надо знать спектр частиц в источнике.

По одной из наших гипотез ускорение частиц КЛ происходит в космических токовых плазменных пинчах [12], которые могут образовываться и при рождении GRBs. Для этого импульсного механизма ускорения частиц

$$F(E_0) \propto E_0^{-(1+\sqrt{3})}. \quad (4.13)$$

В недавней нашей работе [13] был рассмотрен иной, стационарный, механизм ускорения частиц КЛ в космических джетах (плазменных струях), выходящих из черных дыр. Этот механизм, связанный с униполярной индукцией, дает спектр

$$F(\varepsilon_0) \propto \left[ (\varepsilon_0^2 + k) \sqrt{\varepsilon_0^2 + k^2} \right]^{-1}, \quad (4.14)$$

где  $\varepsilon_0$  — безразмерная энергия, а положительная константа  $k < 1$ ; частицы могут ускоряться до бесконечно больших значений энергии.

На рис. 1 приведен спектр КЛ, построенный по формуле (4.12), который будет наблюдаться на Земле, если спектр в источнике имеет степенной вид (4.13) ( $z_{max} = 0.5$ ,  $q = 3$ ). Если бы частицы на пути к Земле не теряли энергию, то наблюдаемый спектр был бы прямой линией, параллельной оси

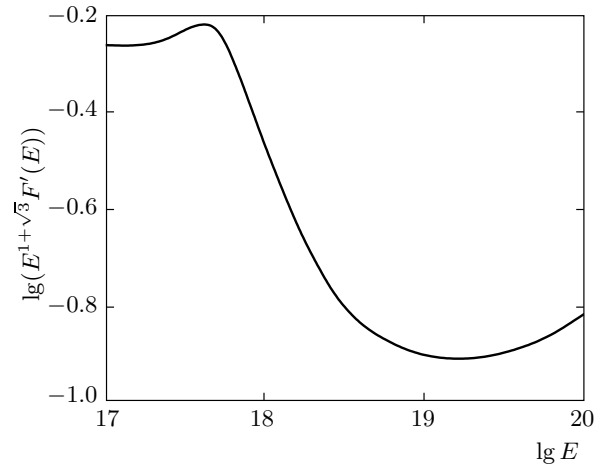


Рис. 1. Спектр КЛ по энергиям, построенный по формуле (4.12) в предположении их степенного спектра (4.13) в источнике;  $q = 3$ ,  $z_{max} = 0.5$ ; энергия выражена в электронвольтах

абсцисс. Из-за потерь энергии на спектре образуется  $p$ -горбик, который для функции  $\lg(E^{1+\sqrt{3}} F'(E))$  выглядит как «склон», высоту которого (т.е. расстояние вдоль оси ординат от максимума кривой до ее минимума) будем обозначать как  $h_q$ , где  $q$  — параметр, входящий в распределение (4.11); отметим, что  $h_q$  — безразмерная величина. Для значений  $q = 0, 3, 3.6$  на рис. 2 приведены зависимости  $h_q(z_{max})$ . Возможно, используя эти зависимости, удастся оценить расстояние до источников КЛ.

Хотя высота  $p$ -горбика мала (на рис. 3 из работы [4] он не виден), статистика наблюдений здесь существенно выше, чем в области порога ГЗК (что следует как из самих наблюдений, так и из спектра (4.12)). Так что более детальное изучение спектра в этой области энергий, возможно, позволит выделить  $p$ -горбик, строя, например, зависимость производной  $d \lg(E^{1+\sqrt{3}} F'(E)) / d \lg E$  от  $\lg E$ . Значение производной в области  $p$ -горбика заметно больше, чем за ее пределами, что видно из рис. 1.

Исходя из данных, полученных на японской станции AGASA по изучению КЛ, энергетический спектр частиц КЛ не имеет обрыва в области порога ГЗК (рис. 3). Это означает, что источники этих частиц находятся на расстояниях от Земли существенно меньше 50 Мпк. Поэтому наблюдаемый спектр должен совпадать со спектром частиц в их источнике, так как потери энергии частиц на рождение пионов и пар незначительны на этих расстояниях. Согласно этим данным, поведение спектра в области энергий

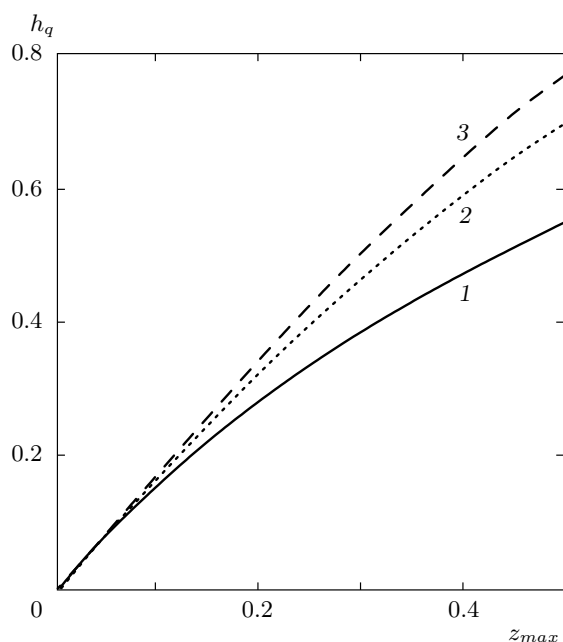


Рис. 2. Зависимость высоты  $h_q$   $p$ -горбика, возникающего на спектре КЛ из-за рождения пар, от величины  $z_{max}$  для  $q = 0$  (1), 3 (2), 3.6 (3)

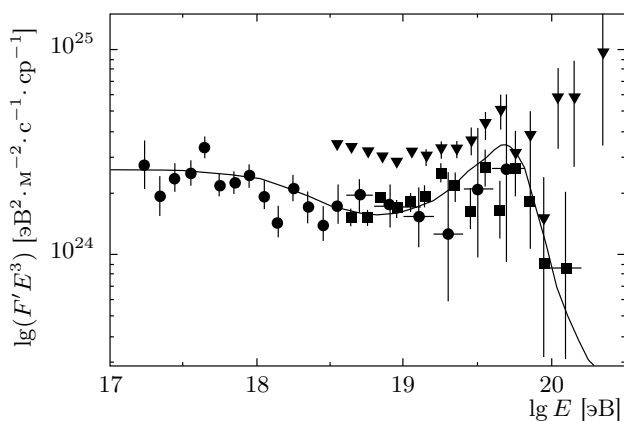


Рис. 3. Наблюдаемые спектры КЛ [4]: данные флуоресцентных детекторов HiRes-1 (■), HiRes-2 (●) и установки AGASA (▼); сплошная кривая — ожидаемый спектр с обрывом при пороге ГЗК

от  $10^{19}$  эВ до примерно  $10^{21}$  эВ хорошо описывается спадающим степенным спектром с показателем  $\beta = 2.75$  [4, 10], который близок к нашему «пичевому» спектру (4.13) с  $\beta = 1 + \sqrt{3} \approx 2.73$ . Впрочем, в этой области энергий и второй наш спектр — «униполярный» (4.14) — согласуется с наблюдаемыми величинами (рис. 4). При его построении энергия нормировалась на величину  $1.6 \cdot 10^{18}$  эВ, а значе-

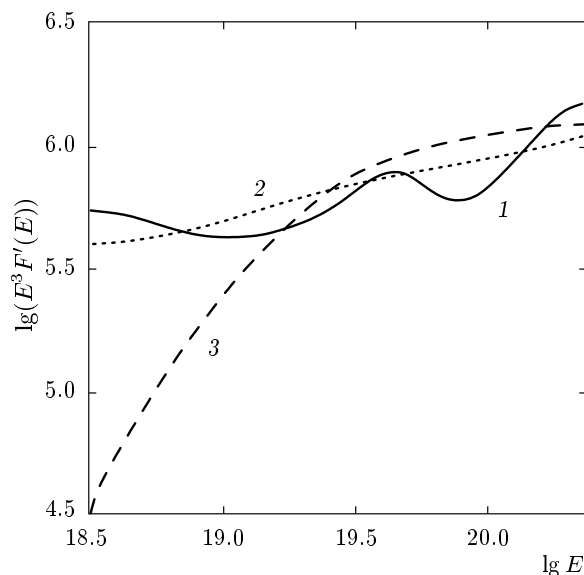


Рис. 4. Спектры КЛ: 1 — спектр, полученный на установке AGASA; 2 и 3 — построенные соответственно по формулам (4.13) и (4.14); энергия выражена в электронвольтах

ние константы  $k$  полагалось равным 0.1. Однако при больших энергиях спектр (4.14) должен выходить на асимптотику  $F(E) \propto E^{-3}$ , так что приведенный на рис. 4 спектр должен стремиться к константе.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье дан аналитический вывод приближенной формулы, описывающей потери частицами КЛ энергии (в зависимости от пройденного пути) из-за рождения электрон-позитронных пар в столкновениях с РИ-фотонами. Эта формула для энергий от  $10^{19}$  эВ до  $10^{21}$  эВ хорошо согласуется (с точностью примерно 30%) с численными результатами работы [5].

Реакция рождения электрон-позитронных пар в столкновениях КЛ с РИ-фотонами имеет порог при энергии протонов  $E_{ee} \sim 10^{18}$  эВ. Поэтому если расстояние от источников КЛ до Земли велико, то протоны потеряют энергию вплоть до порогового значения  $E_{ee}$ . Это должно привести к накоплению в регистрируемом на Земле спектре КЛ частиц с энергией, близкой к пороговой, т. е. к образованию горбика в спектре КЛ в этой области энергий. В статье построена зависимость высоты этого горбика от величины красного смещения, которую предлагается использовать для оценки расстояний до источников КЛ.

Работа выполнена при поддержке гранта Инициативных проектов в области фундаментальных исследований РНЦ «Курчатовский институт» и гранта Президента РФ в рамках Программы поддержки ведущих научных школ РФ (№ НШ-9878.2006.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. A. Penzias and R. W. Wilson, *Astrophys. J.* **142**, 419 (1965).
2. K. Greisen, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 748 (1966).
3. Г. Т. Зацепин, В. А. Кузьмин, *Письма в ЖЭТФ* **4**, 78 (1966).
4. Б. А. Хренов, М. И. Панасюк, *Природа* **2**, 17 (2006).
5. E. R. Blumenthal, *Phys. Rev. D* **1**, 1596 (1970).
6. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1964).
8. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Строение и эволюция Вселенной*, Наука, Москва (1975).
9. V. S. Berezinsky and S. I. Grigor'eva, *Astron. Astrophys.* **199**, 1 (1988).
10. S. T. Scully and F. W. Stecker, *Astropart. Phys.* **16**, 271 (2002).
11. Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва*, URSS, Москва (2008).
12. В. П. Власов, С. К. Жданов, Б. А. Трубников, *Письма в ЖЭТФ* **49**, 581 (1989).
13. Б. А. Трубников, В. П. Власов, *ЖЭТФ* **134**, 902 (2008).