

ДИНАМИКА НАМАГНИЧЕННОСТИ ИЗОЛИРОВАННОЙ ИЗИНГОВСКОЙ ЦЕПОЧКИ

Ю. Б. Кудасов*

Саровский физико-технический институт
607188, Саров, Россия

Поступила в редакцию 5 октября 2009 г.

Показано, что характер глауберовой динамики изинговской цепочки или кольца определяется двумя характерными временами, первое из которых, τ_1 , связано с релаксацией среднего момента, а второе, τ_2 , — с динамическим спонтанным нарушением симметрии. Методом изображений найдено аналитическое решение задачи о динамике намагниченности конечной цепочки с двумя фиксированными моментами на концах, которое затем было использовано для вычисления корреляционных функций кольца и цепочки. При низкой температуре $\tau_1 \gg \tau_2$, поэтому существует масштаб времен, на котором можно считать, что цепочка находится в одном из двух упорядоченных состояний.

1. ВВЕДЕНИЕ

Изинговская цепочка представляет собой одну из простейших низкоразмерных магнитных систем, которая долгое время является предметом теоретических исследований. Хорошо известны равновесные стационарные решения для цепочки Изинга с разомкнутыми концами и для изинговского кольца (см., например, [1]). Параметром, определяющим состояние цепочки, является корреляционная длина ξ . При высокой температуре, когда ξ меньше длины цепочки N , ее можно считать разупорядоченной, а при низкой ($\xi \gg N$) цепочка с большой вероятностью будет находиться в одном из упорядоченных состояний.

Поскольку в гамильтониане Изинга отсутствуют члены, соответствующие перевороту спина в цепочке, при исследовании динамики приходится выходить за рамки этой модели. При очень низких температурах изинговская цепочка рассматривается либо как сильно анизотропный гейзенберговский магнетик [2], либо как открытая квантовая система [3]. Кроме того, существует широкая область умеренных и высоких температур, в которой динамика имеет стохастический характер [4, 5]. Наиболее популярной моделью стохастической динамики изинговской цепочки является теория Глаубера [4]. Она предполагает наличие взаимодействия спинов цепочки с

тепловым резервуаром, которое приводит к случайному перевороту спинов. В теории Глаубера было предсказано существование крайне медленной динамики намагниченности в изинговской цепочке.

В последнее время интерес к динамике изинговских цепочек возобновился в связи с тем обстоятельством, что удалось синтезировать химические соединения, магнитную структуру которых составляют изолированные изинговские цепочки и кольца [6–8]. Экспериментальные исследования динамики намагниченности таких веществ показали, что теория Глаубера является хорошей основой для описания их магнитной динамики [6]. Существуют также магнитные системы, в которых изинговские цепочки упакованы во фрустрированную двумерную решетку, чаще всего в треугольную [9–11]. Слабое антиферромагнитное взаимодействие между цепочками приводит к неполному антиферромагнитному упорядочению и к сложным фазовым диаграммам этих соединений. Интересно отметить, что динамика таких систем также хорошо описывается теорией Глаубера [12]. С практической точки зрения соединения с изолированными изинговскими цепочками и с их фрустрированными решетками рассматриваются как перспективные системы для сверхплотной магнитной записи [6–8, 13].

В настоящей работе обращается внимание на то, что существует два характерных времени релаксации изинговской цепочки (кольца). Первое из них определяет релаксацию среднего магнитного момен-

*E-mail: yu_kudasov@yahoo.com

та атома цепочки, и как правило его имеют в виду, когда говорят о глауберовой релаксации магнитного момента. Однако при низких температурах функция распределения вероятности состояний от величины магнитного момента имеет два ярко выраженных пика, соответствующих двум состояниям намагниченности цепочки как целого. Таким образом, изинговская цепочка является примером бистабильной стохастической системы [14]. В частности, можно говорить о стохастическом резонансе в цепочке [15]. Описание динамики намагниченности в системе с двумя почти устойчивыми состояниями в терминах среднего момента является неполным. Строго говоря, оно справедливо для ансамбля невзаимодействующих цепочек. Второе время релаксации описывает переход из полностью разупорядоченного состояния цепочки в одно из почти упорядоченных состояний, т. е. динамическое спонтанное нарушение симметрии. Очевидно, что этот процесс никак не отражается на величине среднего момента атома.

В разд. 2 обсуждаются общие подходы к вопросу о динамике намагниченности изолированной изинговской цепочки (кольца) в рамках теории Глаубера и формулируются определения характерных времен релаксации. В разд. 3 представлено решение задачи о релаксации среднего момента атомов цепочки с двумя фиксированными спинами, полученное методом изображений. Динамика магнитного момента изинговского кольца и цепочки исследуется в разд. 4 с использованием аналитического решения из предыдущего раздела и численных методов. Обсуждение результатов и выводы приведены в разд. 5.

2. ХАРАКТЕРНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ МАСШТАБЫ В ГЛАУБЕРОВОЙ ДИНАМИКЕ ИЗИНГОВСКОЙ ЦЕПОЧКИ

Основной величиной, характеризующей динамику магнитного момента, в стохастической динамике цепочки является вероятность переворота i -го спина за единицу времени $w_i(\sigma_i)$, который происходит в результате взаимодействия с тепловым резервуаром. Исходя из естественного предположения о том, что в равновесном состоянии вероятность нахождения спина в определенном окружении соседей должна подчиняться бальцмановской статистике, Глаубер получил следующее выражение, справедливое для внутренних спинов цепочки (кольца) [4]:

$$w_i(\sigma_i) = \frac{\alpha}{2} \left[1 - \frac{\gamma \sigma_i}{2} (\sigma_{i-1} + \sigma_{i+1}) \right], \quad (1)$$

где $\sigma_i = \pm 1$ — значение спина на i -м узле решетки, $\gamma = \text{th}(2J/kT)$, J — параметр взаимодействия ближайших соседей в цепочке, T — температура, k — постоянная Больцмана, α — константа взаимодействия цепочки с тепловым резервуаром. Поскольку характер взаимодействия цепочки и резервуара в теории Глаубера не рассматривается, α является свободным параметром.

Для спинов на краях конечной цепочки длиной N выражение (1) следует заменить на [16] следующее:

$$w_i(\sigma_i) = \frac{\alpha}{2} [1 - \beta \sigma_i \sigma_{i\pm 1}], \quad (2)$$

где $\beta = \text{th}(J/kT)$. В этом выражении знак «+» в индексе используется при $i = 1$, знак «-» — при $i = N$. Везде ниже будем полагать $\alpha = 1$ (время в единицах α^{-1}).

Динамика намагниченности в цепочке или кольце определяется основным уравнением (master equation) [4]

$$\frac{d}{dt} p(\sigma_1, \dots, \sigma_N, t) = - \sum_{i=1}^N \sigma_i \times \sum_{\sigma'_i=\pm 1} \sigma'_i w_i(\sigma'_i) p(\sigma_1, \dots, \sigma'_i, \dots, \sigma_N, t), \quad (3)$$

где $p(\sigma_1, \dots, \sigma_N, t)$ — вероятность спиновой конфигурации $\{\sigma_1, \dots, \sigma_N\}$ в цепочке или кольце из N атомов в момент времени t . Домножив уравнение (3) на σ_i или $\sigma_i \sigma_j$ и взяв среднее, получаем уравнения для ожидаемого среднего значения магнитного момента на узле цепочки, $q_i(t) = \langle \sigma_i(t) \rangle$, либо пространственные спиновые корреляционные функции $r_{ij}(t) = \langle \sigma_i(t) \sigma_j(t) \rangle$. Угловые скобки обозначают усреднение по всем спиновым конфигурациям в момент времени t . Для средних значений момента на узле кольца было получено следующее уравнение [4]:

$$\frac{dq_i(t)}{dt} = -q_i(t) + \frac{\gamma}{2} [q_{i-1}(t) + q_{i+1}(t)], \quad (4)$$

а для корреляционных функций при $i \neq j$ —

$$\frac{dr_{ij}(t)}{dt} = -2r_{ij}(t) + \frac{\gamma}{2} [r_{i-1,j}(t) + r_{i+1,j}(t) + r_{i,j-1}(t) + r_{i,j+1}(t)]. \quad (5)$$

Очевидно, что при $i = j$ имеем $r_{ii} = 1$. Для кольца максимальные значения индексов i и j ограничены величиной $N+1$, причем при $i = j+N$ и $j = i+N$ также получаем $r_{ij} = 1$. Часто начальные пространственные корреляционные функции кольца r_{ij} зави-

сят только от разности индексов $k = i - j$. Тогда удобно ввести величины r_k , для которых

$$\frac{dr_i(t)}{dt} = -2r_i(t) + \gamma[r_{i-1}(t) + r_{i+1}(t)]. \quad (6)$$

Здесь $r_0 = 1$ и $r_N = 1$.

Эволюцию средних значений и пространственных корреляционных функций конечной цепочки с разомкнутыми концами удобно описывать в матричной форме. Для вектора-столбца \mathbf{q} , N компонент которого имеют вид $\{q_1, \dots, q_N\}$, уравнения, аналогичные (4), могут быть представлены как [16]

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}\mathbf{q}, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -1 & \beta & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \gamma/2 & -1 & \gamma/2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \gamma/2 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & \gamma/2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \beta & -1 \end{pmatrix}.$$

Пространственные корреляционные функции цепочки r_{ij} образуют симметричную матрицу \mathbf{r} . Из основного уравнения (3) с учетом условий на краях цепочки получаем уравнение временной эволюции этой матрицы в следующем виде:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{M}\mathbf{r} + \mathbf{r}\mathbf{M}^T. \quad (8)$$

Для анализа релаксации магнитного момента бесконечной цепочки или кольца чаще всего используют систему уравнений (4). В частности, для релаксации среднего значения магнитного момента цепочки $\langle m \rangle = N^{-1} \sum q_i$, где $m = N^{-1} \sum \sigma_i$, на больших временах было получено экспоненциальное убывание $\langle m \rangle \propto \exp(-t/\tau_1)$ с постоянной времени [4]

$$\tau_1 = (1 - \gamma)^{-1}. \quad (9)$$

Из этого выражения вытекает, что релаксация магнитного момента не зависит от размеров кольца и протекает при низких температурах крайне медленно.

Заметим, что для цепочки конечного размера с разомкнутыми концами ситуация оказывается более сложной. Исследования критической динамики показали [16], что при $T \rightarrow 0$ и $N \rightarrow \infty$ постоянная времени релаксации магнитного момента τ_1 зависит от размеров цепочки как

$$\frac{\tau_1(N_1)}{\tau_1(N_2)} = \frac{N_1}{N_2}. \quad (10)$$

Таким образом, даже для длинной цепочки конечных размеров края определяют динамику намагниченности на больших временах.

Выше мы уже упоминали о том, что при низких температурах, когда корреляционная длина много больше длины цепочки, имеется два ярко выраженных бистабильных состояния цепочки. В этом случае из полностью разупорядоченного начального состояния система переходит в течение некоторого времени в одно из двух упорядоченных состояний. Постоянная времени τ_1 никоим образом не отражает этот процесс. Поэтому полезно ввести еще одно время релаксации τ_2 , описывающее релаксацию среднего квадратичного магнитного момента системы:

$$R_M = \langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2. \quad (11)$$

Заметим, что ранее величина R_M использовалась как мера размеров домена при исследовании глауберовой динамики изинговской цепочки [17]. В данной работе нас будет интересовать переход от полностью разупорядоченного состояния в одно из упорядоченных состояний в нулевом магнитном поле, когда $\langle m \rangle^2 = 0$, поэтому всюду ниже мы полагаем

$$R_M = \langle m^2 \rangle. \quad (12)$$

Нетрудно видеть, что величина R_M выражается через спиновые корреляционные функции как

$$R_M = \frac{1}{N} + \frac{1}{N^2} \left\langle \sum_{i \neq j} r_{ij} \right\rangle. \quad (13)$$

Заметим, что R_M лежит в диапазоне от $1/N$ (полностью разупорядоченная цепочка) до 1 (цепочка находится в одном из упорядоченных состояний). Таким образом, вычислив корреляционные функции, можно построить временную зависимость $R_M(t)$, проверить гипотезу о ее экспоненциальном поведении на больших временах и определить постоянную времени τ_2 . В разд. 4 эта программа выполнена для кольца и цепочки конечной длины.

3. РЕЛАКСАЦИЯ СРЕДНЕГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА ЦЕПОЧКИ С ФИКСИРОВАННЫМИ СПИНАМИ НА КОНЦАХ

Для определения пространственных спиновых корреляционных функций в бесконечной цепочке Глаубер нашел аналитическое решение для средних моментов на узлах бесконечной цепочки с одним

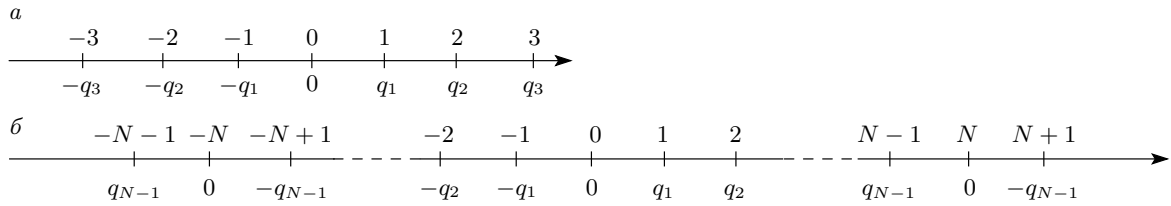


Рис. 1. Начальные условия в цепочке (метод изображений): *a* — с одним фиксированным спином [4], *b* — с периодической структурой фиксированных спинов в позициях $0, \pm N, \pm 2N, \dots$. Сверху показаны номера узлов, снизу — средний момент на узле

фиксированным спином при помощи метода изображений [4]. Мы получим аналитическое решение для средних моментов на узлах конечной цепочки с двумя фиксированными спинами на концах, также используя этот метод.

Вычисления в работе [4] для одного фиксированного спина проводились в два этапа. Сначала находилось общее решение однородной системы (4), т. е. магнитный момент фиксированного узла считался равным нулю. Отметим, что фиксированный магнитный момент в цепочке с взаимодействием между ближайшими соседями приводит к разделению цепочки на два не взаимодействующих фрагмента. Затем было построено начальное состояние левого фрагмента антисимметрично правому (изображение), как показано на рис. 1*a*. В силу антисимметричности получаемого решения эволюция цепочки с такими начальными условиями будет протекать так, что средний магнитный момент на центральном элементе будет всегда оставаться нулевым.

Подставим эти начальные условия в решение для релаксации средних магнитных моментов бесконечного кольца или цепочки с произвольными начальными условиями [4]:

$$q_i(t) = e^{-t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} q_k(0) I_{i-k}(\gamma t), \quad (14)$$

где I_k — модифицированная функция Бесселя. Тогда общее решение с нулевым фиксированным моментом может быть записано как [4]

$$q_i(t) = e^{-t} \sum_{k=1}^{\infty} q_k(0) [I_{i-k}(\gamma t) - I_{i+k}(\gamma t)]. \quad (15)$$

Полное решение является суммой выражения (15), являющегося общим решением однородной задачи, и частного решения с граничным условием $q_0 = 1$ [4]:

$$q_i(t) = \beta^i + e^{-t} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} [q_k(0) - \beta^k] [I_{i-k}(\gamma t) - I_{i+k}(\gamma t)]. \quad (16)$$

Рассмотрим теперь задачу о средних значениях магнитного момента цепочки с двумя фиксированными спинами в цепочке 0 и N . Заметим, что два фиксированных спина выделяют конечный независимый фрагмент цепочки. Разобьем всю бесконечную цепочку на одинаковые интервалы длиной $N+1$ и магнитные моменты на границах интервалов положим равными нулю. Организуем магнитные моменты в интервалах $[-N, 0]$, $[N+1, 2N+1]$ антисимметрично интервалу $[0, N]$ и далее будем повторять эту процедуру для каждого интервала. Как видно из рис. 1*b*, в результате получается структура, в которой каждый узел на границе интервала разбивает бесконечную цепочку на два антисимметричных фрагмента. Тогда эволюция магнитного состояния цепочки должна протекать таким образом, чтобы решение было антисимметрично относительно любого узла на границе интервала. При этом магнитные моменты на границах будут всегда оставаться нулевыми. Иначе говоря, такие начальные условия обеспечивают общее однородное решение для конечной цепочки с двумя нулевыми фиксированными спинами на границах (или бесконечной цепочки с периодической структурой рис. 1*b*). В явном виде его можно представить как

$$q_i(t) = e^{-t} \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} q_k(0) [I_{i-k-2Nm}(\gamma t) - I_{i+k-2Nm}(\gamma t)]. \quad (17)$$

Частным решением является решение стационарной задачи с единичными магнитными моментами в узлах на границе интервала. При условии стационарности $dq_i/dt = 0$ система дифференциальных урав-

нений (4) становится системой линейных уравнений, которая легко решается. Обозначим это решение как \bar{q}_i , тогда полное решение задачи о цепочке с двумя фиксированными спинами на границе примет вид

$$q_i(t) = \bar{q}_i + e^{-t} \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [q_k(0) - \bar{q}_k] \times \\ \times [I_{i-k-2Nm}(\gamma t) - I_{i+k-2Nm}(\gamma t)]. \quad (18)$$

Заметим, что, хотя частное решение в общем случае вычисляется численно, динамика системы определяется общим решением однородного уравнения, полученным в аналитической форме (17).

4. ДИНАМИКА НАМАГНИЧЕННОСТИ КОЛЬЦА И ЦЕПОЧКИ С РАЗОМКНУТЫМИ КОНЦАМИ

Время релаксации τ_1 для кольца определяется выражением (9). Для вычисления второго времени релаксации обратим внимание на то, что система уравнений (4) совпадает с системой (6) с точностью до множителя 2. Поскольку $r_0 = 1$ и $r_N = 1$, корреляционные функции r_i определяются решением задачи о релаксации средних магнитных моментов q_i цепочки длиной $N + 1$ с фиксированными концами. Эта ситуация аналогична той, что возникает при расчете корреляционных функций в бесконечной цепочке [4].

Решение задачи о релаксации средних моментов на узлах цепочки (4) длиной $N + 1$ с фиксированными граничными условиями на концах $q_0 = q_N = 1$ найдено в предыдущем разделе. Решения для корреляционных функций r_i получаются формальной заменой в формуле (18): $q_i \rightarrow r_i, t \rightarrow 2t$. На рис. 2 представлены зависимости корреляционных функций r_i от времени для кольца $N = 20$. Они представлены в нормированном виде: $R_i = (r_i/\bar{r}_i - 1)$, чтобы показать экспоненциальную временную зависимость корреляционных функций. Здесь \bar{r}_i — стационарное решение для r_i , соответствующее \bar{q}_i . В качестве начального было принято полностью неупорядоченное состояние: $r_i(0) = 0$ при $i = 2, \dots, N$. На рис. 2 корреляционные функции показаны на двух временных масштабах. Видно, что на малых временах все корреляционные функции кроме R_1 лежат на зависимости, пропорциональной $\exp(-2t/\tau_1)$. Затем происходит переход к релаксации с меньшей постоянной времени, одинаковой для всех r_i . Нетрудно убедиться, что эта величина — как раз второе время релаксации τ_2 .

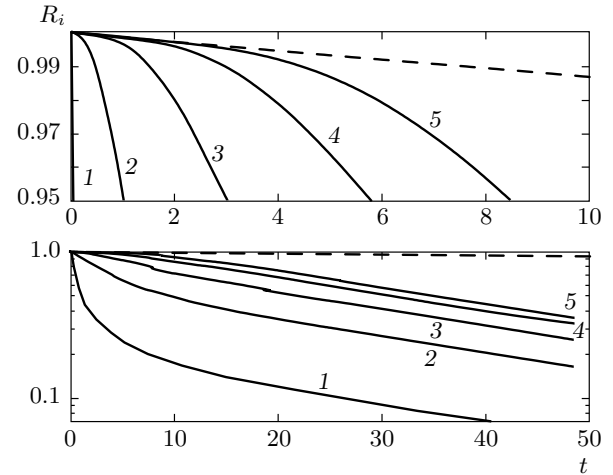


Рис. 2. Нормированные корреляционные функции R_1 (1), R_3 (2), R_5 (3), R_7 (4), R_9 (5) изинговского кольца $N = 20$ при $J/kT = 2$ на двух временных масштабах, штриховые кривые — функции $\exp[-2(1 - \gamma)t]$

Релаксация величины R_M близка к зависимости, пропорциональной $1 - \exp(-t/\tau_2)$, во всем диапазоне времен. Имеется лишь слабое отличие от экспоненциальной зависимости при малых временах. На рис. 3 представлены зависимости постоянных времени релаксации τ_1 и τ_2 от параметра J/kT при различных длинах кольца. Видно, что при $J/kT \rightarrow \infty$ величина τ_2 стремится к некоторому постоянному значению, а τ_1 экспоненциально растет.

Решение уравнения (7) для средних моментов на узле конечной цепочки можно формально представить в виде

$$\mathbf{q}(t) = \exp(\mathbf{M}t)\mathbf{q}(0). \quad (19)$$

Экспоненциальная функция от матрицы может быть вычислена численно при помощи аппроксимации Паде (см., например, [18]). Отсюда можно определить средний момент цепочки и постоянную времени τ_1 . На рис. 4a представлены зависимости постоянной времени τ_1 от J/kT при различных длинах цепочки N .

Временная эволюция спиновых корреляционных функций конечных цепочек исследовалась при помощи численного решения матричного уравнения (8). В полностью разупорядоченном начальном состоянии матрица \mathbf{r} представляет собой единичную матрицу. Временная зависимость $R_M(t)$ рассчитывается из матричной функции $\mathbf{r}(t)$ согласно выражению (13). Так же, как и для кольца, имелось незначи-

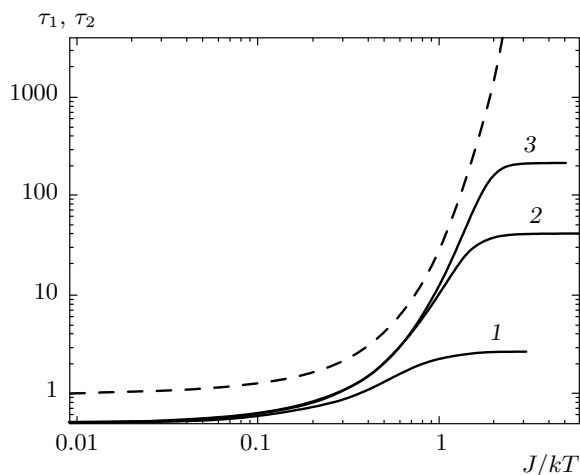


Рис. 3. Постоянные релаксации в изинговском кольце: τ_1 (штриховая линия) по формуле (9), τ_2 (сплошные линии) при различных длинах кольца $N = 5$ (1), 20 (2), 50 (3)

тельное отклонение от экспоненциальной зависимости $R_M(t)$ на малых временах. Постоянные времена τ_2 для конечных цепочек различной длины представлены на рис. 4б.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прежде всего вернемся к корреляционным функциям и постоянным времени τ_1 и τ_2 , полученным в разд. 4 для кольца. На первый взгляд может показаться, что постоянные времена τ_1 и τ_2 должны различаться только множителем 2, поскольку системы уравнений (4) и (6) различаются лишь перенормировкой времени. Как видно из рис. 3, это действительно имеет место при высоких температурах $J/kT < 1$. Кроме того, при любых температурах в начале процесса релаксации r_i (см. рис. 2) лежат на кривой $\exp(-2t/\tau_1)$. В то же самое время при низких температурах τ_1 экспоненциально растет с увеличением отношения J/kT , а τ_2 стремится к постоянному значению.

Здесь следует обратить внимание на то, что при решении систем уравнений (4) и (6) используются разные граничные условия: величинам r_i кольца соответствуют решения q_i , относящиеся не к кольцу, а к цепочке с разомкнутыми концами. В отличие от кольца, постоянная времени конечной цепочки следует скейлингу (10). Хотя уравнения для конечных цепочек со свободными и фиксированными концами

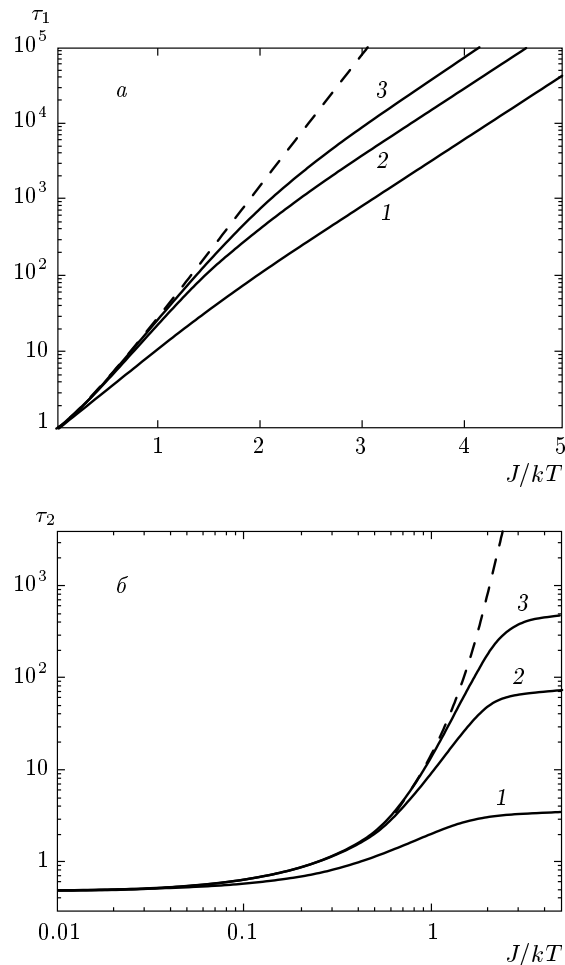


Рис. 4. Постоянные релаксации в изинговской цепочке: τ_1 (а), τ_2 (б) для $N = 5$ (1), 20 (2), 50 (3), штриховые линии: а — бесконечная цепочка по формуле (9), б — $\tau_2 = (1 - \gamma)^{-1}/2$

имеют различные параметры на концах (β и γ), следуя работе [16], можно показать, что это обстоятельство не влияет на характер критической динамики, т. е. скейлинг (10) справедлив в обоих случаях.

Для конечной цепочки время релаксации τ_1 зависит от ее длины (см. рис. 4а), что опять является следствием критической динамики конечной цепочки (при $T \rightarrow 0$ и $N \rightarrow \infty$). В частности, при $J/kT = 10$ было получено $\tau_1(300)/\tau_1(150) = 2.0038$ в соответствии с формулой (10). Таким образом, аналитическое решение (18) воспроизводит критическую динамику цепочки, исследованную в работе [16]. Зависимости $\tau_2(J/kT)$ для цепочек разной длины похожи на результаты, полученные для кольца, и различаются лишь численными значениями (рис. 4б).

Перейдем к качественному обсуждению полученных результатов. В настоящей работе предложено использовать два характерных времени для описания динамики намагниченности изолированного изинговского кольца или цепочки. Прежде всего, рассмотрим область низких температур $J/kT > 1$. Если цепочка полностью разупорядочена, то в течение времени τ_2 происходит динамическое спонтанное нарушение симметрии, т. е. происходит переход в одно из двух упорядоченных состояний. Под действием флуктуаций цепочка может переходить из одного упорядоченного состояния в другое, тогда магнитный момент цепочки, усредненный по достаточно длительному периоду времени, должен стремиться к нулю. Постоянная времени такого перехода τ_1 оказывается много больше τ_2 . Вероятность нахождения цепочки в промежуточном разупорядоченном состоянии экспоненциально мала по параметру J/kT . Таким образом, при низкой температуре существует временной масштаб $\tau_2 \ll t \ll \tau_1$, где можно считать, что, во-первых, цепочка полностью упорядочена, а во-вторых, переходы между упорядоченными состояниями происходят очень быстро. На этом временном масштабе изолированная цепочка или кольцо может служить элементом памяти.

Отметим, что традиционное описание процессов релаксации при помощи одного времени τ_1 справедливо для большого ансамбля изолированных цепочек, когда происходит усреднение по двум упорядоченным состояниям. Для одиночной цепочки оно является неполным: при понижении температуры происходит не просто увеличение времени релаксации среднего магнитного момента τ_1 , но и плавный переход от режима разупорядоченной цепочки к почти упорядоченной цепочке, которая иногда под действием флуктуаций изменяет направление намагниченности на противоположное.

Низкотемпературное приближение жестких цепочек, использованное в работах [10, 12], соответствует представлению об упорядоченных цепочках, которые могут переходить из одного упорядоченного состояния в другое. Отметим также, что в работе [19] обращалось внимание на существование различных временных масштабов в глауберовой динамике в зависимости от начальных условий и было предложено практическое использование этого факта.

При высоких температурах $J/kT < 1$ величины τ_1 и τ_2 имеют одинаковый порядок (различаются множителем, близким к 2), поэтому представление о динамическом спонтанном нарушении симметрии здесь не имеет смысла. Переход от жестких цепочек при низких температурах к высокотемпературному

режиму может стимулировать фазовые переходы в системах с фрустрированной решеткой изинговских цепочек [11].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 гг.)», а также Международного научно-технического центра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Стенли, *Фазовые переходы и критические явления*, Мир, Москва (1973).
2. W. Wernsdorfer, R. Clerac, C. Coulon, L. Lecren, and H. Miyasaka, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 237203 (2005).
3. A. S. Ovchinnikov, I. G. Bostrem, V. E. Sinitsyn, A. S. Boyarchenkov, and N. V. Baranov, *Phys. Rev. B* **74**, 174427 (2006).
4. R. J. Glauber, *J. Math. Phys.* **4**, 294 (1963).
5. K. Kawasaki, *Phys. Rev.* **145**, 224 (1966).
6. C. Coulon, H. Miyasaka, and R. Clerac, *Struct. Bond.* **122**, 163 (2006).
7. H. Miyasaka and M. Yamashita, *Dalton Trans.* 399 (2007).
8. L. Bogani, A. Vindigni, R. Sessolia, and D. Gatteschi, *J. Mater. Chem.* **18**, 4750 (2008).
9. M. Mekata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **42**, 76 (1977).
10. Yu. B. Kudasov, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 27212 (2006).
11. Yu. B. Kudasov, *Europ. Phys. Lett.* **78**, 57005 (2007).
12. Yu. B. Kudasov, A. S. Korshunov, V. N. Pavlov, and D. A. Maslov, *Phys. Rev. B* **78**, 132407 (2008).
13. P. L. Li, X. Y. Yao, F. Gao, C. Zhao, K. B. Yin, Y. Y. Weng, J.-M. Liua, and Z. F. Ren, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 042505 (2007).
14. Г. Ван Кампен, *Стохастические процессы в физике и химии*, Высшая школа, Москва (1990).
15. U. Siewert and L. Schimansky-Geier, *Phys. Rev. E* **58**, 2843 (1998).
16. J. Kamphorst Leal da Silve, A. G. Moreira, M. S. Soares, and F. C. Sa Barreto, *Phys. Rev. E* **52**, 4527 (1995).
17. J. G. Amar and F. Family, *Phys. Rev. A* **41**, 3258 (1990).
18. N. J. Higham, *SIAM J. Matrix, Anal. Appl.* **26**, 1179 (2005).
19. A. Vindigni and M. G. Pini, arXiv:cond-mat/0811.2118.