

ОБЪЕМНЫЕ ПЛАЗМОНЫ В СВЕРХРЕШЕТКАХ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК

*В. В. Курин, А. А. Уткин**

*Институт физики микроструктур Российской академии наук
603600, Нижний Новгород, ГСП-105, Россия*

Поступила в редакцию 3 июля 2009 г.

Предложена простая модель для описания длинноволновых колебаний в сверхрешетках металл–диэлектрик. Показано, что в таких структурах частотная область существования объемных плазмонов существенно расширяется по сравнению с однородным металлом и может захватить оптический диапазон. Предсказано наличие связанных с такими модами резонансов при отражении электромагнитной волны от оптически тонкой сверхрешетки.

1. ВВЕДЕНИЕ

Наличие свободных электронов в металле приводит к существованию коллективных колебаний плотности электрического заряда — плазмонов. Связываясь с электромагнитным полем, эти колебания способны самостоятельно распространяться вдоль границ металл–диэлектрик, образуя поверхностные плазмон-поляритоны [1, 2]. Как правило, такие моды сильно локализованы вблизи поверхности раздела и существенно замедлены по сравнению с электромагнитными волнами, что обуславливает значительный интерес к ним. В то же время даже в отсутствие границ и неоднородностей в однородном электронном газе также существует медленная плазменная собственная мода [4] — объемный плазмон, не локализованный в какой-либо области пространства, и связанная с наличием пространственной дисперсии. В отличие от локализованных плазмонов объемная мода существует лишь при частотах, больших плазменной частоты металла. Для большинства металлов плазменная частота составляет около 10^{16} Гц, и для этих частот наблюдались различные эффекты, связанные с возбуждением объемных плазмонов [5–7].

В настоящей работе мы бы хотели обратить внимание на то, что частотная область существования объемного плазмона может существенно расширяться и захватить оптический диапазон в случае существования анизотропии электронного газа. Это свя-

зано с тем, что в анизотропной плазме существует не одна, а, вообще говоря, три плазменных частоты, низшая из которых при сильной анизотропии может быть достаточно малой. При этом объемный плазмон существует на всех частотах, больших нижней плазменной частоты.

Одним из примеров реализации анизотропного электронного газа является двухкомпонентная плазменная сверхрешетка. Собственные моды структур, состоящих из чередующихся слоев однородной друктевской плазмы с различными параметрами хорошо изучены [8, 9]. В работе [9] показано, что если длина волны моды много больше периода сверхрешетки, то возможно описание сверхрешетки как однородной, но анизотропной плазмы. Для гетероструктур металл–металл анизотропия такой плазмы будет невелика из-за малого различия концентраций электронов проводимости в разных металлах. Эту разницу можно существенно увеличить, используя структуру металл–диэлектрик. В этом случае в приповерхностный слой диэлектрика инжектируется некоторое количество носителей из металла. Если слой диэлектрика тонкий по сравнению с толщиной приповерхностного слоя, то слой диэлектрика можно также моделировать слоями плазмы, причем ее концентрация будет существенно меньше, чем концентрация электронов в металлах. Мы провели оценку параметров для такого случая и показали, что низшая плазменная частота сверхрешетки может быть ниже частот оптического диапазона. Затем мы нашли коэффициент отражения электромагнитной волны от

*E-mail: tolik@ipm.sci-nnov.ru

оптически тонкой сверхструктуры конечной толщины, и оказалось, что в оптической области частот он демонстрирует узкие резонансы. Эти резонансы связаны с тем, что объемный плазмон имеет малую по сравнению с электромагнитной модой длину волны, поэтому для металлических пленок возможна ситуация, когда на толщине даже оптически тонкой пленки укладывается большое число плазменных волн. Это приводит к резонансам типа Фабри–Перо, но для плазменных волн. Для пленок металла такое явление наблюдалось в работе [6] в ультрафиолетовой области частот, и мы предсказываем, что для сверхрешеток металл–диэлектрик аналогичная картина должна реализовываться и в оптическом диапазоне.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 рассмотрены собственные моды сверхрешетки в гидродинамическом приближении и численно рассчитана задача о падении электромагнитной волны на структуру конечной толщины. В разд. 3 на базе более детальной модели сверхрешетки проведены количественные оценки. В разд. 4 сформулированы результаты.

2. ПЛАЗМЕННЫЕ ВОЛНЫ В СВЕРХРЕШЕТКЕ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК

Рассмотрим сверхрешетку, состоящую из чередующихся слоев металла и диэлектрика (рис. 1). Вследствие различия работ выхода в объемных металле и диэлектрике в области их контакта происходит перераспределение заряда и в диэлектрике появляется некоторое количество носителей тока — электронов или дырок. Поэтому носители тока есть как в металле, так и в диэлектрике, причем их характеристики различны. Будем полагать характерные масштабы изменения электромагнитных полей в структуре много большими ее периода. В этом случае можно рассматривать электроны в сверхрешетке как одно-

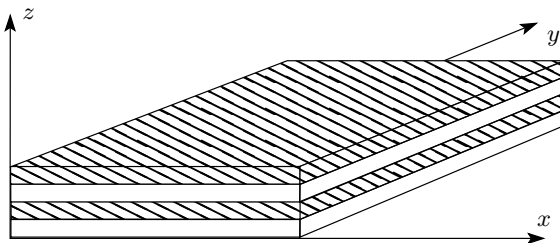


Рис. 1. Сверхрешетка металл–диэлектрик

родный, но анизотропный газ с некоторыми эффективными параметрами и применять квазигидродинамическое описание [4]. Введем переменные $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ — скорость газа в некоей точке пространства \mathbf{r} , $p(\mathbf{r})$ и $n(\mathbf{r})$ — давление и концентрацию газа в точке \mathbf{r} . Уравнения гидродинамики будут иметь вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n\mathbf{v}) = 0, \tag{1}$$

$$\hat{m} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e\mathbf{E} - \hat{A}\mathbf{v} - \frac{\nabla p}{n}. \tag{2}$$

Первое уравнение — это уравнение непрерывности, второе — уравнение Эйлера, в котором учтены: $e\mathbf{E}$ — сила, связанная с действием электрического поля, $\hat{A}\mathbf{v}$ — сила, связанная со столкновительным затуханием и $\nabla p/n$ — сила, возникающая при учете разности давлений на частицу. Поскольку условия движения вдоль и поперек слоев различаются, масса и столкновительные потери являются тензорами второго ранга, выражения для которых в приведенной на рис. 1 системе координат имеют вид

$$m = \begin{pmatrix} m_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & m_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & m_{\perp} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & A_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & A_{\perp} \end{pmatrix}.$$

Для того чтобы замкнуть систему (1), (2), нам нужно уравнение состояния электронного газа. Будем полагать газ электронов полностью вырожденным газом ферми-частиц с зарядом электрона и анизотропной массой. В этом случае уравнение состояния имеет вид

$$p = \frac{2}{5} E_F n, \tag{4}$$

где E_F — энергия Ферми, определяемая выражением

$$E_F = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_{\parallel}^{2/3} m_{\perp}^{1/3}} n^{2/3}. \tag{5}$$

Пользуясь системой уравнений (1), (2), (4), можно определить связь между поляризацией и электрическим полем. Будем полагать, что скорости и

отклонения концентрации от равновесной малы, тогда можно ограничиться линейным случаем. Подставляя формулу (4) в (2) и линеаризуя получающиеся уравнения вблизи равновесного состояния $\mathbf{v} = 0$, $n = n_0$, получим

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

$$\hat{m} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -e\mathbf{E} - \hat{A}\mathbf{v} - \frac{2E_F^0}{3n_0} \nabla n_1, \quad (6)$$

где $n_1 = n - n_0$ — отклонение концентрации от равновесной, E_F^0 определяется выражением (5), взятом при $n = n_0$. Система (6) совместно с уравнениями Максвелла образует замкнутую систему для нахождения электромагнитных полей, концентрации и скорости. Будем предполагать, что все неизвестные функции зависят от времени и координат как $\exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z)$. Введем тензор диэлектрической проницаемости ϵ по формуле

$$(\hat{\epsilon} - \hat{1})\mathbf{E} = -\frac{4\pi en_0}{i\omega} \mathbf{v}. \quad (7)$$

Наша задача обладает симметрией относительно переноса вдоль оси y . Это значит, что все поля не зависят от координаты y . Тогда, проецируя систему (6) совместно с уравнениями Максвелла на оси x, y, z , можно получить:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & \epsilon_{xz} \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ \epsilon_{zx} & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Видно, что есть две независимые поляризации полей. Первая — это s -поляризация, в которой отклонение концентрации от равновесной $n_1 = 0$, поля \mathbf{E} и \mathbf{v} направлены вдоль оси y и обладают нулевой дивергенцией. Вторая, более интересная — p -поляризация, в которой скорость и электрическое поле лежат в плоскости xz и обладают ненулевой дивергенцией, допуская ненулевое решение для n_1 .

Обращая гидродинамическую систему (6), можно получить выражения для компонент тензора ϵ . В дальнейшем увидим, что при $\hat{A} = 0$ можно получить простые выражения для дисперсии собственных волн. Поэтому будем полагать потери малыми, найдем решение при $\hat{A} = 0$, а затем учтем потери по теории возмущений. Итак, в простейшем случае отсутствия потерь $\epsilon_{yy} = 1 - \omega_{p\perp}^2/\omega^2$, а

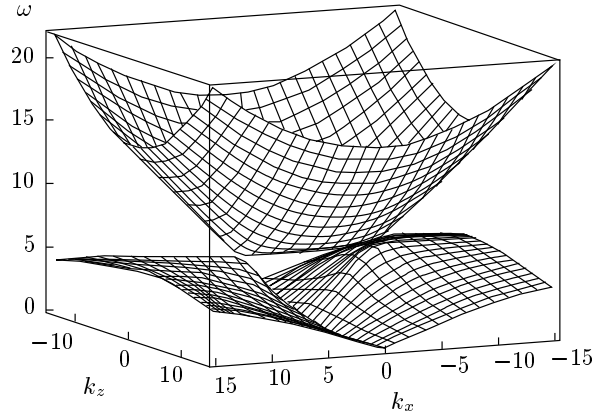


Рис. 2. Зависимость $\omega(k_x, k_z)$. Поверхности построены при $\Gamma = 33$, $v_F = 0.01c$. По оси аппликат отложена частота в единицах ω_p , по осям абсцисс и ординат отложены проекции волнового вектора в единицах ω_p/c

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 \Gamma - v_F^2 (k_z^2 + \Gamma^2 k_x^2)} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \left(\Gamma - \frac{v_F^2 k_z^2}{\omega^2} \right) \Gamma & \frac{v_F^2 k_x k_z \Gamma}{\omega^2} \\ \frac{v_F^2 k_x k_z \Gamma}{\omega^2} & 1 - \Gamma \frac{v_F^2 k_x^2}{\omega^2} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где плазменные частоты и скорость v_F определяются выражениями

$$\omega_p = (\omega_{p\parallel} \omega_{p\perp})^{1/2}, \quad \omega_{p\parallel}^2 = 4\pi e^2 n_0 m_{\parallel}^{-1},$$

$$\omega_{p\perp}^2 = 4\pi e^2 n_0 m_{\perp}^{-1}, \quad v_F^2 = 2E_F^0 (9m_{\parallel} m_{\perp})^{-1/2},$$

параметр анизотропии $\Gamma = \omega_{p\parallel} / \omega_{p\perp}$. Характерная скорость v_F есть среднее геометрическое скоростей на эллипсоиде Ферми в направлении осей x, z , деленное на $\sqrt{3}$. В дальнейшем будем называть v_F скоростью Ферми.

Будем изучать только поля p -поляризации, поскольку для них возможно разделение зарядов и возбуждение непоперечных волн. Подставляя в этом случае выражение для ϵ в уравнения Максвелла, получим дисперсионное уравнение для собственных волн, которое является уравнением четвертой степени относительно величин ω, k_x и k_z , причем в него входят только четные степени этих величин. Поэтому для каждой из величин уравнение является биквадратным и может быть легко разрешено. На рис. 2 показаны положительные решения для зависимости частоты от волнового вектора. Видно, что

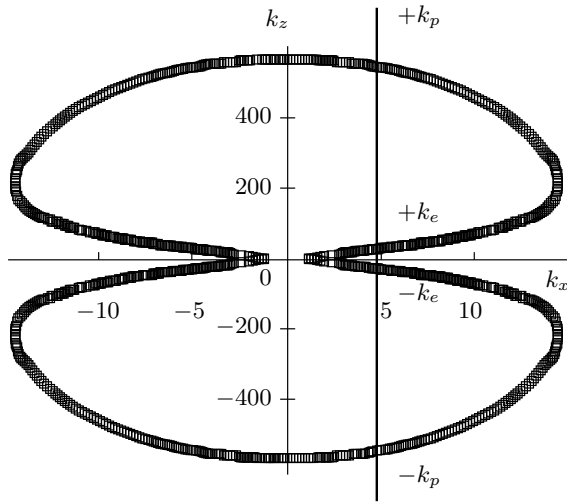


Рис. 3. Сечение нижнего листа плоскостью $\omega = \omega_p$. Сечение построено при $\Gamma = 33$, $v_F = 0.01c$; k_x и k_z измерены в единицах ω_p/c

есть два листа. Частота низшей точки нижнего листа, начиная с которой существуют распространяющиеся волны, совпадает с $\omega_{p\perp}$. Эта частота определяется движением электронов поперек структуры и может быть достаточно малой.

Предположим, что ω и k_x фиксированы и запишем дисперсионное уравнение для k_z . При этом учтем, что скорость Ферми мала по сравнению со скоростью света. Тогда получим следующее уравнение:

$$v_F^2 k_z^4 + (\omega_p^2 - \omega^2 \Gamma) k_z^2 + k_x^2 \Gamma^2 \omega_p^2 - k_x^2 \omega_p^2 \Gamma + \frac{\Gamma(\omega^4 + \omega_p^4) - \omega_p^2 \omega^2 (1 + \Gamma^2)}{c^2} = 0. \quad (10)$$

Здесь мы пренебрегли членами с v_F везде, кроме старшей степени k_z . Поскольку v_F^2 мало, с точностью до членов порядка v_F^2/c^2 это уравнение будет иметь два корня:

$$k_e^2 = \frac{k_x^2 c^2 \Gamma (\omega_{\perp} - \omega^2) + \Gamma (\omega_p^4 + \omega^4) - \omega_p^2 \omega (\Gamma + 1)}{c^2 (\omega^2 \Gamma - \omega_p^2)}, \quad (11)$$

$$k_p^2 = \frac{\omega^2 \Gamma - \omega_p^2}{v_F^2}. \quad (12)$$

Первое из этих решений соответствует собственным модам анизотропной плазмы без пространственной дисперсии. Второе решение появляется только при

учете слабой пространственной дисперсии и соответствует плазменным волнам. Из приведенных формул нетрудно видеть, что $k_p^2/k_e^2 \sim c^2/v_F^2$, а поскольку $k_e \sim k_x$, то, во-первых, плазменная волна имеет малую по сравнению с электромагнитной длину волны, и, во-вторых, она бежит практически вдоль оси z . Кроме того, подставляя решение для k_p в исходную систему уравнений, получаем, что плазменная волна является почти продольной: с точностью до v_F^2/c^2 z -компонента нормированного вектора поляризации p_z равна единице, а x -компонента p_x равна k_x/k_p . Все эти особенности хорошо видны на сечении поверхности волновых векторов плоскостью постоянной частоты (рис. 3). Видно, что при фиксированных k_x и ω может быть четыре решения для k_z : первая пара, $\pm k_e(k_x, \omega)$, обладает небольшими $k_z \sim k_x$, и соответствует обычным собственным волнам анизотропной плазмы без пространственной дисперсии; вторая пара, $\pm k_p(k_x, \omega)$, появляется только при учете пространственной дисперсии и соответствует почти продольным плазменным волнам. Можно легко обобщить дисперсионное соотношение для плазменной волны (12) на случай наличия слабого затухания:

$$k_p^2 \frac{v_F^2}{\Gamma} = \omega(\omega + i\nu_{\perp}) - \omega_{p\perp}^2, \quad (13)$$

где $\nu_{\perp} = A_{\perp}/m_{\perp}$, откуда для малых по сравнению с $\omega - \omega_{p\perp}^2/\omega$ затуханий ν_{\perp} нетрудно получить следующие соотношения для действительной и мнимой частей волнового вектора плазмона:

$$\text{Re } k_p = \frac{1}{v_F} \sqrt{\Gamma \omega^2 - \omega_{p\perp}^2}, \quad (14)$$

$$\text{Im } k_p = \frac{1}{2v_F} \frac{\Gamma \omega \nu_{\perp}}{\sqrt{\Gamma \omega^2 - \omega_{p\perp}^2}}. \quad (15)$$

Рассмотрим теперь задачу о возбуждении плазмона. Пусть под углом θ на плоско-параллельный слой анизотропной плазмы толщиной L падает электромагнитная волна p -поляризации. Для решения такой задачи необходимо сшить на границах слоя решения системы, состоящей из уравнений (6) и системы уравнений Максвелла. Запишем выражения для электрического поля внутри и вне слоя. Поскольку в данной задаче частота ω и проекция волнового вектора на ось x $k_x = \omega \sin \theta/c$ являются постоянными и задаются полями падающей волны, множитель $\exp(-i\omega t + ik_x x)$ будем опускать. Для поля в полупространстве со стороны падения ($z < 0$):

$$\mathbf{E}_{v1} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} e^{ik_v z} + R \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} e^{-ik_v z}, \quad (16)$$

где $k_v = \omega \cos \theta / c$, R — коэффициент отражения, амплитуда падающей волны полагается равной единице. Для прошедшего поля ($z > L$):

$$\mathbf{E}_{v2} = T \begin{pmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{pmatrix} e^{ik_v z}, \quad (17)$$

где T — коэффициент прохождения. Поле внутри слоя ($0 < z < L$) представляет собой суперпозицию четырех собственных волн: двух электромагнитных с $k_z = \pm k_e$ и двух плазменных с $k_z = \pm k_p$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_f = & C_e \begin{pmatrix} e_x \\ -e_z \end{pmatrix} e^{ik_e z} + D_e \begin{pmatrix} e_x \\ e_z \end{pmatrix} e^{-ik_e z} + \\ & + C_p \begin{pmatrix} p_x \\ p_z \end{pmatrix} e^{ik_p z} + D_p \begin{pmatrix} p_x \\ -p_z \end{pmatrix} e^{-ik_p z}, \quad (18) \end{aligned}$$

где C_e и D_e — амплитуды двух электромагнитных волн, различающихся знаком проекции волнового вектора на ось z , e_x и e_z — компоненты векторов поляризации этих волн, C_p и D_p — амплитуды плазменных волн. Теперь нужно сформулировать граничные условия на краю плазменного слоя. Непрерывность тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного полей получается обычным образом из уравнений Максвелла, а для гидродинамических переменных примем равенство нулю z -компоненты тока на обеих границах слоя. Таким образом можно получить систему из шести линейных уравнений для шести неизвестных коэффициентов R, T, C_e, D_e, C_p, D_p .

Эту систему можно решить по теории возмущений, пользуясь тем, что $v_F/c \ll 1$. Предположим, что C_p и D_p не слишком велики. Заметим, что в уравнения для непрерывности x -компоненты электрического поля коэффициенты C_p и D_p входят только с малым множителем $p_x \sim v_F/c$. Далее, магнитное поле в почти продольной плазменной волне также мало. Находя из формулы (18) магнитное поле, можно получить, что коэффициенты C_p и D_p входят в него лишь с малым коэффициентом $p_x k_p - k_x p_z$, имеющим порядок v_F^2/c^2 . Поэтому при решении системы в нулевом и первом порядках по v_F/c магнитное поле плазменной волны можно не учитывать вообще. В нулевом порядке такой теории возмущений четыре уравнения непрерывности тангенциальных компонент \mathbf{E} и \mathbf{B} отделяются в систему для C_e, D_e, R, T , которая представляет собой систему для решения задачи об отражении от слоя

анизотропной плазмы без пространственной дисперсии. Два оставшихся уравнения, связанные с равенством нулю нормальной компоненты тока на границе, представляют собой систему для поиска C_p и D_p , в которой в качестве источника служат уже найденные C_e и D_e . В первом порядке теории возмущений, подставляя найденные в нулевом порядке C_p и D_p , можно найти поправки к коэффициентам C_e, D_e, R, T , связанные с наличием пространственной дисперсии.

При решении систем нулевого и первого приближений для C_e, D_e, R, T будем считать, что $k_e L \ll 1$, т. е. слой оптически тонкий. Решая систему нулевого приближения, получим выражение для $R^{(0)}$:

$$R^{(0)} = \frac{(g_2^2 - g_1^2)ik_e L}{2g_1 g_2 - (g_1^2 + g_2^2)ik_e L}, \quad (19)$$

где $g_1 = e_x / \cos \theta$, $g_2 = (e_x k_e + k_x e_z) / k_0$, $k_0 = \omega / c$, а также выражения для $T^{(0)}, C_e^{(0)}$ и $D_e^{(0)}$. Подставляя полученные выражения для $C_e^{(0)}$ и $D_e^{(0)}$ в уравнения $j_z = 0$ при $z = 0, L$ и решая их относительно $C_p^{(0)}$ и $D_p^{(0)}$, получим

$$C_p^{(0)} = e_z \frac{B(e^{-ik_p L} - 1) - ik_e LA}{2i \sin k_p L}, \quad (20)$$

$$D_p^{(0)} = e_z \frac{B(e^{ik_p L} - 1) - ik_e LA}{2i \sin k_p L}, \quad (21)$$

где $A = C_e^{(0)} + D_e^{(0)}$, $B = C_e^{(0)} - D_e^{(0)}$, откуда, в частности, видно, что при нормальном падении плазменные волны не возбуждаются. Подставляя эти значения в систему первого приближения, получим поправку к коэффициенту отражения:

$$\begin{aligned} R^{(1)} = & -ih_1 g_2 e_z \operatorname{tg} \left(\frac{k_p L}{2} \right) \times \\ & \times \left(\frac{-2Bg_1 + ik_e L(g_2 B - g_1 A)}{2g_1 g_2 - (g_1^2 + g_2^2)ik_e L} \right), \quad (22) \end{aligned}$$

где

$$h_1 = \frac{p_x}{\cos \theta} = \frac{v_F}{c} \frac{\omega}{\sqrt{\Gamma\omega^2 - \omega_p^2}} \operatorname{tg} \theta.$$

Таким образом, в рамках нашего приближения коэффициент отражения представляет собой сумму двух слагаемых. Первое слагаемое определяется решением задачи об анизотропной плазме без пространственной дисперсии, а второе — поправка, связанная с возбуждением плазменных волн. Видно, что поправка пропорциональна $\operatorname{tg}(k_p L/2)$, т. е. имеет резонансный характер.

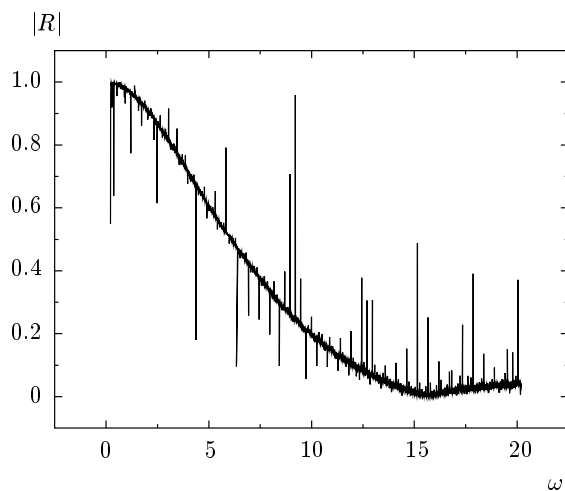


Рис. 4. Зависимость модуля коэффициента отражения от частоты в отсутствие затухания. График построен при $v_F = 0.01c$, $\Gamma = 33$, $\theta = 1$, $\nu_{\perp} = 0$, $\nu_{\parallel} = A_{\parallel}/m_{\parallel} = 0$, $L = 0.4c/\omega_p$; частота измерена в единицах ω_p

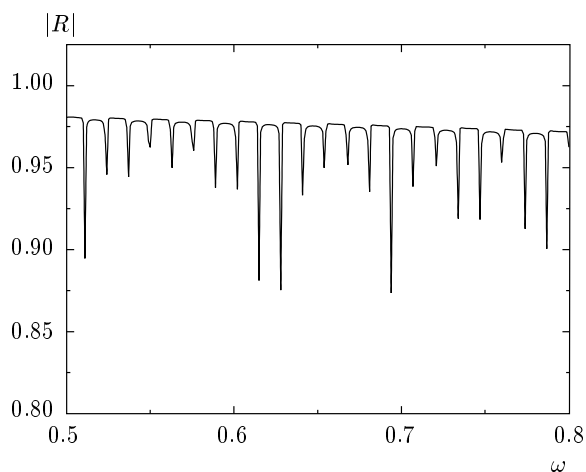


Рис. 5. Зависимость модуля коэффициента отражения от частоты в присутствии затухания. График построен при $v_F = 0.01c$, $\Gamma = 33$, $\theta = 1$, $\nu_{\perp} = \nu_{\parallel} = 0.003\omega_p$, $L = 0.4c/\omega_p$; частота измерена в единицах ω_p

Мы также провели точный численный расчет для коэффициентов R , T , C_e , D_e , C_p , D_p . При этом не использовалось никаких приближений. На рис. 4 представлены результаты численного счета для зависимости коэффициента отражения от частоты для широкого диапазона частот в случае отсутствия затухания. Видно, что есть несущая плавная часть, обусловленная длинными электромагнит-

ными волнами в плазме. Коэффициент отражения, равный единице при частотах, меньших $\omega_{p\perp}$, затем начинает уменьшаться, доходит до нуля (явление Брюстера), затем плавно увеличивается. На фоне несущей есть резкие пики, связанные с резонансом Фабри–Перо плазменных волн на толщине слоя. На рис. 5 приведен коэффициент отражения для тех же параметров, но с учетом затухания и в большем масштабе по частоте. Видно, что введение столкновительного затухания уменьшает добротность резонансов, но тем не менее они все равно хорошо заметны.

3. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для количественной оценки входящих в диэлектрическую проницаемость феноменологических параметров рассмотрим более детальную модель структуры. Будем полагать, что как диэлектрик, так и металл в слоях обладают свойствами объемного материала. Пусть работа выхода из диэлектрика больше работы выхода из металла. Тогда при соприкосновении этих веществ электроны из металла перетекут в диэлектрик, образуя в нем обогащенный слой, а металл при этом зарядится положительно. Поскольку в металле концентрация носителей велика, будем полагать, что его покинет только небольшая часть электронов. В этом случае длина экранирования в металле существенно не изменится по сравнению со случаем отсутствия соприкосновения с диэлектриком и составит величину порядка межатомного расстояния. Это значит, что положительный заряд металла можно считать поверхностным зарядом на его границе. Распределение же электронов в диэлектрике определяется решением нелинейной задачи об экранировании, характерный пространственный масштаб которой достаточно велик и может достигать до тысяч ангстрем [10]. Мы предположим, что толщина диэлектрического слоя много меньше этих масштабов, тогда распределение заряда внутри диэлектрика можно считать однородным. Обозначим объемную плотность этого заряда как ρ_{In} . Поскольку все электроны, вышедшие из металла, попадут в диэлектрик, для плотности положительного заряда σ на поверхности металла можно записать $\sigma = \rho_{In}b/2$. Здесь b — это толщина одного слоя изолятора, коэффициент $1/2$ появляется из-за того, что электроны попадают в один слой кремния из двух слоев вольфрама. Решая уравнение Пуассона для данного распределения зарядов, получим

распределение потенциала электрического поля на одном периоде сверхрешетки вида

$$\begin{cases} \phi(z) = \frac{1}{\epsilon_{In}} \times \\ \times \left(4\pi\sigma \frac{z^2}{b} - 4\pi\sigma z \right), & z \in \text{Диэлектрик}, \\ \phi(z) = 0, & z \in \text{Металл}. \end{cases} \quad (23)$$

Здесь ϵ_{In} — диэлектрическая проницаемость диэлектрика, координата z отсчитывается от начала периода — границы слоев в сторону кремния. Для получения потенциала во всей сверхрешетке эта зависимость периодически транслируется на остальные периоды. В полученном соотношении есть неизвестная величина — плотность поверхностного заряда на поверхности металла. Для ее нахождения необходимо записать уравнение равновесия, заключающееся в отсутствии скачков в пространственной зависимости уровня Ферми. Заметим, что электрическое поле равно нулю в середине диэлектрического слоя. Это значит, что значение уровня Ферми в этой точке равно значению уровня Ферми в объемном диэлектрике. Тогда условие равновесия заключается в том, что разность потенциальных энергий электрического поля между серединой диэлектрического слоя и его краем должна быть равна разнице уровней Ферми в объемных диэлектрике и металле:

$$-e(\phi(z = b/2) - \phi(z = 0)) = E_{F_{In}} - E_{F_{Me}}. \quad (24)$$

Решая совместно уравнения (23) и (24), получим выражение для концентрации электронов в диэлектрике:

$$n_{0_2} = (E_{F_{Me}} - E_{F_{In}}) \frac{\epsilon_{In}}{\pi e^2 b^2}. \quad (25)$$

Известно [10], что работа выхода электрона равна с обратным знаком отсчитанной от уровня вакуума энергии Ферми. Поэтому входящая в (25) разность уровней Ферми может быть оценена по известным из справочников работам выхода.

Оценим эту величину на примере сверхрешетки кремний–вольфрам, технология изготовления которой хорошо разработана [11]. Для этих веществ разность уровней Ферми равна 0.34 эВ. Толщину кремния возьмем исходя из того, что сверхрешетка структурирована на наноуровне. В рентгеновских зеркалах, для которых обычно применяются такие структуры, толщина диэлектриков обычно составляет единицы нанометров. Пусть толщина кремния равна 3 нм. Тогда, подставляя все величины в

формулу (25) и полагая диэлектрическую проницаемость кремния равной 10, получим $n_{0_2} \sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$.

Оценим наши исходные предположения при нахождении распределения электронов в диэлектрике. Прежде всего, концентрация электронов в кремнии оказалась действительно много меньше концентрации электронов в вольфраме, имеющей порядок 10^{23} см^{-3} . Это значит, что справедливо наше предположение о том, что лишь небольшая доля электронов покинет металл. Остается предположение об однородности пространственного заряда в диэлектрике. Из решения задачи об экранировании в диэлектрике следует, что характерный масштаб неоднородности пространственного заряда в диэлектрике с инжектированными в него носителями имеет порядок $r_B^{1/2} n^{-1/6}$ [10] (где n — концентрация носителей, r_B — радиус Бора). Подставляя сюда в качестве концентрации n_{0_2} , получим величину, составляющую единицы нанометров. Это значит, что наше приближение однородности пространственного заряда в кремнии будет давать правильную оценку по порядку величины для слоев кремния толщиной единиц нанометров и меньше. Подводя итоги, видим, что наши предположения разумны и существуют реальные структуры, в которых наше рассмотрение адекватно.

Таким образом, сверхрешетка эквивалентна периодическому набору чередующихся слоев двух типов, каждый из которых состоит из однородной и изотропной плазмы с пространственной дисперсией. При этом характеристики плазмы различны в слоях разных типов. Задача о собственных волнах такой структуры достаточно хорошо изучена [9]. В работе [9], в частности, показано, что в длинноволновом пределе, когда характерная длина изменения электромагнитных полей много больше периода сверхрешетки, ее можно рассматривать как однородную, обладающую некоторыми эффективными параметрами. Следуя работе [9], для объемных плазмонов, бегущих поперек структуры, можно получить выражение, по форме совпадающее с уравнением (13), но имеющее эффективные параметры, которые могут быть выражены через параметры отдельных слоев:

$$k_p^2 v_{F_{eff}}^2 = \omega(\omega + i\nu_{eff}) - \omega_{p_{eff}}^2, \quad (26)$$

где эффективные параметры $v_{F_{eff}}$, $\omega_{p_{eff}}$, ν_{eff} определяются выражениями

$$\frac{1}{v_{F_{eff}}^2} = \frac{B_1}{v_{F_1}^2} + \frac{B_2}{v_{F_2}^2}, \quad (27)$$

$$\omega_{p_{eff}}^2 = v_{F_{eff}}^2 \left(\frac{B_1 \omega_{p_1}^2}{v_{F_1}^2} + \frac{B_2 \omega_{p_2}^2}{v_{F_2}^2} \right), \quad (28)$$

$$\nu_{eff} = v_{F_{eff}}^2 \left(\frac{\nu_1 B_1}{v_{F_1}^2} + \frac{\nu_2 B_2}{v_{F_2}^2} \right). \quad (29)$$

Здесь индексы «1», «2» соответствуют различным типам слоев, весовые коэффициенты определяются выражениями

$$B_1 = \frac{a^2}{d^2} \left(1 + \frac{\chi b}{a} \right),$$

$$B_2 = \frac{b^2}{d^2} \left(1 + \frac{a}{\chi b} \right), \quad (30)$$

$v_{F_{1,2}} = (3\pi^2)^{1/3} \hbar n_{0_{1,2}}^{1/3} / m$, $\omega_{p_{1,2}}^2 = 4\pi e^2 n_{0_{1,2}} / m$, $n_{0_{1,2}}$ — концентрация плазмы в слоях первого и второго типов, a и b — толщина слоев первого и второго типов, $d = a + b$ — период структуры, $\chi = (n_{0_2} / n_{0_1})^{1/3}$.

Оценим входящие в (26)–(30) величины. Пусть слой металла соответствует слою первого типа, а слой диэлектрика — слою второго типа. Обычно сверхрешетки для рентгеновских зеркал выполняются так, чтобы слой металла был намного тоньше слоя диэлектрика. Пусть $a \sim 0.1b$, тогда, учитывая то, что $n_{0_2} / n_{0_1} \sim 10^{-3}$, из уравнения (30) получим $B_1 \sim 0.01$, $B_2 \sim 1$. Тогда в формуле для эффективной скорости Ферми (27) первое слагаемое много меньше второго и им можно пренебречь. Это значит, что эффективная скорость Ферми по порядку величины совпадает с v_{F_2} и имеет порядок 10^8 см · с⁻¹. Далее, в выражении (28) рассмотрим отношение первого слагаемого ко второму. Нетрудно видеть, что оно будет порядка $(a/d)^2 (n_{0_1} / n_{0_2})^{1/3} \sim 0.1$. Поэтому эффективная плазменная частота также в основном определяется ω_{p_2} и имеет порядок 10^{14} с⁻¹. Аналогично, в формуле для эффективной частоты соударений (29) второе слагаемое будет много больше первого при $\nu_2 \geq \nu_1$ и ν_{eff} , в основном, определится ν_2 . Таким образом, видно, что при приложении электрических полей вдоль оси z параметры среды в длинноволновом приближении определяются, в основном, диэлектриком. Это связано с тем, что при приложении электрического поля поперек структуры слои оказываются включенными последовательно. Эффективная частота соударений пропорциональна общему сопротивлению, которое есть просто сумма сопротивлений каждого слоя, и определяется слоем с наибольшим сопротивлением, т. е. диэлектриком. Квадрат же эффективной плазменной частоты пропорционален обратной общей емко-

сти, которая есть сумма обратных емкостей каждого слоя, и определяется наименьшей емкостью. Поскольку толщина диэлектрика много больше толщины металла, емкость диэлектрического слоя мала и является определяющей для $\omega_{p_{eff}}$.

Итак, мы нашли параметры, входящие в формулу (13), исходя из более детальной модели плоско-слоистой среды. Мы нашли, что эти параметры, в основном, определяются диэлектриком, что обусловлено тем, что в длинноволновом приближении для плазменных волн, бегущих почти поперек структуры, слои включены последовательно. Теперь из формулы (26) можно получить оценку для характерной длины волны плазмона в виде $v_{F_{eff}} / \omega_{p_{eff}}$, что дает по порядку величины единицы нанометров. Для оценки длины затухания плазмона по формуле (15) необходимо знать ν_{\perp} — характерную эффективную частоту соударений в направлении z . Предположим, что основной вклад в эту частоту дает кремний. Для оценки частоты соударений воспользуемся данными для чистого кремния [12]. При комнатной температуре концентрация носителей в чистом кремнии составляет $1.02 \cdot 10^{10}$ см⁻³, при этом его проводимость равна $3.16 \cdot 10^{-6}$ (Ом · см)⁻¹. Отсюда можно оценить частоту соударений в модели Друде как имеющую порядок 10^{12} с⁻¹. Подставляя полученное значение ν_{\perp} в формулу (15) и беря $\omega = 1.1\omega_{p_{\perp}}$, получим длину пробега плазменной волны около 1000 Å. Данная величина достаточно велика и соответствует нескольким десяткам периодов сверхструктуры. Это значит, что плазменные резонансы могут быть заметными в эксперименте. На рис. 4, 5 построения выполнены как раз при полученных выше значениях параметров и видно, что резонансы вполне четко выделяются.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы показали, что плазменная волна, возникающая при учете фермиевского движения электронов в сверхрешетке металл–диэлектрик, может распространяться на значительные расстояния. Это обстоятельство, а также то, что длина этой волны весьма мала и составляет сотые доли от длины волны света той же частоты, делает изучение таких волн интересным с точки зрения применения в устройствах субдлинноволновой оптики. Плазменные волны рассматриваемого типа могут возбуждаться, например, при наклонном падении электромагнитной волны p -поляризации на сверхрешетку. При этом для решетки конечной, но малой по сравнению с дли-

ной волны света толщины могут возникать различные интерференционные эффекты, связанные с тем, что длина короткой плазменной волны может быть меньше толщины структуры. Мы аналитически и численно решили задачу о наклонном падении света на сверхрешетку конечной толщины и нашли коэффициент отражения. Нами также проведены оценки для длины и затухания плазменной волны на примере рентгеновского зеркала кремний–вольфрам. Эти оценки показывают, что предсказываемые нами плазмонные резонансы могут наблюдаться в эксперименте по отражению света от такого зеркала.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 09-02-00863а, 08-02-00379а), а также в рамках программ президиума РАН № 27 и ОФН РАН № II.5.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. A. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, Springer (2007).
2. C. Genet and T. W. Ebbesen, *Nature* **445**, 39 (2007).
3. S. A. Maier, *Nature Mater.* **2**, 229 (2003).
4. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, Наука, Москва (1967).
5. M. Anderegg, B. Feuerbacher, and B. Fitton, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1565 (1971).
6. I. Lindau and P. O. Nilsson, *Phys. Scripta* **3**, 87 (1971).
7. Y. Borensztein, *J. Opt. Soc. Amer.* **73**, 80 (1983).
8. W. L. Mochan and M. del Castillo-Mussot, *Phys. Rev. B* **37**, 6763 (1988).
9. W. L. Mochan and M. del Castillo-Mussot, *Phys. Rev. B* **35**, 1088 (1987).
10. В. В. Бонч-Бруевич, С. Г. Калашников, *Физика полупроводников*, Наука, Москва (1977).
11. S. S. Andreev, A. D. Akhsakhalyan, M. A. Bibishkin, N. I. Chkhalo, S. V. Gaponov, S. A. Gusev, E. B. Kluev, K. A. Prokhorov, N. N. Salashchenko, F. Schäfers, and S. Yu. Zuev, *Centr. Europ. J. Phys.* **1**, 191 (2003).
12. A. Dargys and J. Kundrotas, *Handbook on the Physical Properties of Ge, Si, GaAs and InP*, Science and Encyclopedia Publishers (1994).