

УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМОЙ, НЕУСТОЙЧИВОЙ ОТНОСИТЕЛЬНО РАЗВИТИЯ ВЕЙБЕЛЕВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

*К. Ю. Вагин, С. А. Урюпин**

*Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 28 декабря 2009 г.

Изучено отражение импульса электромагнитного излучения неравновесной плазмой, в которой возможно развитие вейбелевской неустойчивости. Выявлена возможность экспоненциально сильного усиления отраженного сигнала на стадии развития неустойчивости. Максимум усиления имеет место при частоте излучения, сравнимой с инкрементом неустойчивости. Показано, что и после выключения падающего импульса неравновесная плазма является генератором излучения. Описанный эффект усиления отраженного импульса указывает, в частности, на новую возможность в освоении терагерцевого диапазона частот.

1. ВВЕДЕНИЕ

Свойства плазмы с анизотропным распределением электронов по скоростям отличаются от свойств, присущих равновесной плазме. Давно известно [1], что в такой плазме возможно развитие вейбелевской неустойчивости, приводящей к генерации квазистационарного магнитного поля. Плазма с анизотропной функцией распределения электронов может быть источником импульсов электромагнитного поля. Возможность генерации мегагауссовых магнитных полей и мощных импульсов сверхвысокочастотного излучения стимулировала интерес к изучению вейбелевской неустойчивости. Теории неравновесного состояния плазмы в условиях развития вейбелевской неустойчивости посвящено значительное число работ (см., например, работы [2–6] и цитированную в них литературу). После появления источников мощных фемтосекундных лазерных импульсов интерес к изучению этой неустойчивости еще более возрос. Дело в том, что при ионизации атомов интенсивным электромагнитным излучением за время, сравнимое или меньшее периода ионизирующей волны, образуется плазма с анизотропным распределением фотоэлектронов по скоростям (см.,

например, [7–13]). При достаточно больших энергиях фотоэлектронов их частоты столкновений невелики и раньше, чем функция распределения фотоэлектронов станет изотропной, развивается вейбелевская неустойчивость. Обусловленная развитием этой неустойчивости возможность генерации мегагауссовых магнитных полей в фотоионизированной плазме продемонстрирована в работах [14–17].

Плазма с анизотропной функцией распределения фотоэлектронов обладает и необычными оптическими свойствами. В частности, в плазме с анизотропным бимаксвелловским распределением или аксиально-симметричным торообразным распределением фотоэлектронов существенно изменяется поглощение [18, 19] и отражение [19, 20] излучения, имеющего частоту, меньшую плазменной частоты фотоэлектронов. Возникает эффект аномального усиления прохождения поля сквозь тонкий слой плотной плазмы со средней кинетической энергией электронов в плоскости слоя, много большей ее величины в направлении поперек слоя [21]. Появление этих необычных особенностей оптических свойств является следствием влияния магнитного поля излучения на кинетику электронов в скин-слое, которое не проявляется в изотропной плазме. В работе [22] предсказано явление резонансного прохождения электромагнитного излучения через плот-

*E-mail: uryupin@sci.lebedev.ru

ный слой анизотропной плазмы, толщина которого меньше расстояния, проходимого тепловым электроном за период изменения поля. Возможность этого явления подтверждена детальными численными расчетами [23], применимыми и в случае слабой анизотропии функции распределения электронов.

В работах [18–23] исследовались те особенности оптических свойств плазмы с анизотропным распределением фотоэлектронов, которые реализуются на временах, меньших как обратного инкремента вейбелевской неустойчивости, так и обратных частот электрон-электронных и электрон-ионных столкновений, что позволяло не учитывать модификацию исходной неравновесной функции распределения электронов. В отличие от работ [18–23], в настоящем сообщении изучены особенности отражения электромагнитного излучения, реализующиеся в более широком временном интервале. Считается, что неравновесная плазма создается за несколько фемтосекунд при ионизации атомов вещества достаточно мощным лазерным импульсом, длительность которого меньше обратного инкремента неустойчивости. После создания неравновесной плазмы сильной ионизирующей волной на нее воздействует сравнительно слабая пробная волна, которая приходит к границе плазмы до начала развития вейбелевской неустойчивости, но после выключения поля ионизирующего импульса. С момента прихода пробной волны к границе исследуется эволюция как поля отраженной волны, так и поля в самой неравновесной плазме. В том случае, когда длительность пробного импульса неограничена во времени, его отражение и проникновение исследуются лишь в течение времени, меньшего времени t_{NL} стабилизации вейбелевской неустойчивости. Время t_{NL} больше обратного инкремента неустойчивости в меру большого логарифма отношения плотности энергии квазистационарного магнитного поля на стадии насыщения неустойчивости к плотности энергии усиливаемого поля в плазме, которая считается большей относительно малой плотности энергии спонтанных флуктуаций электромагнитного поля.

Как и ранее в работах [18–23], отражение пробного импульса рассматривается в течение временного интервала, малого по сравнению с обратной частотой столкновений фотоэлектронов. После нелинейной стабилизации вейбелевской неустойчивости или релаксации неравновесного распределения фотоэлектронов из-за столкновений рассчитывать на эффект усиления отраженного сигнала не приходится и отражение пробного импульса на таких временах не обсуждается. Включение в теорию отра-

жения излучения от неравновесной анизотропной плазмы временного интервала, в котором вследствие развития вейбелевской неустойчивости происходит экспоненциальное нарастание квазистационарного электромагнитного поля в плазме, позволило выявить и описать эффект аномального усиления падающего на плазму электромагнитного импульса сравнительно небольшой интенсивности.

Основу описания неравновесного состояния анизотропной плазмы составляют уравнения Максвелла и уравнения для средней скорости электронов и тензора электронных напряжений. В разд. 2 из этих уравнений получено уравнение для поля в плазме. Решение уравнения для поля в плазме, отвечающее нормальному падению на поверхность неравновесной плазмы неограниченного во времени импульса, приведено в разд. 3. Там же получено интегральное выражение для поля, уходящего от плазмы. Пространственно-временная структура поля в плазме описана в разд. 4. Показано, что поле в плазме описывается слагаемыми, отвечающими равновесной плазме, которые в обсуждаемых условиях видоизменяются из-за возможности развития вейбелевской неустойчивости, и слагаемым, описывающим экспоненциальный рост поля с характерным временем порядка обратного инкремента неустойчивости. Наличие такой нарастающей части поля в плазме приводит к появлению экспоненциально растущего со временем вклада в отраженное поле, изученное в разд. 5. Помимо экспоненциально растущей части поля, отраженное излучение содержит и сосредоточенное в передней части уходящего импульса поле, отраженное без усиления. Эта часть поля является главной в отраженном сигнале на временах, меньших или порядка обратного инкремента неустойчивости, что можно рассматривать как обоснование корректности полученных ранее результатов [18–23]. Напротив, на больших временах, но при этом меньших времени насыщения неустойчивости и времени релаксации анизотропии функции распределения из-за столкновений электронов, в уходящем сигнале вдали от фронта излучения доминирует экспоненциально усиленная часть отраженного поля, которая тем больше, чем ближе поле к поверхности плазмы. Влияние конечной длительности падающего импульса на эффект усиления уходящего поля рассмотрено в разд. 6. Установлено, что импульс с длительностью, превышающей время развития вейбелевской неустойчивости, усиливается практически так же, как не ограниченный во времени импульс. Показано, что и после окончания воздействия падающего импульса неравновесная плазма являет-

ся источником излучения и может рассматриваться как генератор, действующий в процессе развития вейбелевской неустойчивости. В Заключении указаны условия, в которых можно наблюдать эффект усиления слабого электромагнитного излучения при отражении от неустойчивой плазмы.

2. МАТЕРИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим занимающую полупространство $z > 0$ однородную бесстолкновительную анизотропную плазму, в которой температуры электронов вдоль T_{\parallel} и поперек T_{\perp} оси z различны. Хорошо известно [1], что такая плазма неустойчива относительно развития вейбелевской неустойчивости, приводящей к вихревому движению электронов и генерации квазистационарного магнитного поля. Вихревой характер неустойчивости позволяет приближенно не учитывать возмущение плотности электронов. Время развития неустойчивости мало по сравнению с обратной ленгмюровской частотой ионов, но больше $1/\omega_{Le}$ — обратной ленгмюровской частоты электронов, где $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n/m}$, e , n и m — заряд, плотность и масса электронов. В этих условиях при изучении неустойчивости можно не рассматривать движение ионов. С учетом этих замечаний для описания процессов, связанных с развитием вейбелевской неустойчивости, воспользуемся системой уравнений для средней скорости электронов $\mathbf{u} = \mathbf{u}(z, t)$ и тензора электронных напряжений $P_{ij} = P_{ij}(z, t)$ [4]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla) u_i = \frac{e}{m}(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{u} \times \mathbf{B}])_i - \frac{1}{mn} \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k}, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla) P_{ij} + (\delta_{ik} P_{js} + \delta_{jk} P_{is}) \frac{\partial u_k}{\partial x_s} = \frac{eB_s}{mc} (\varepsilon_{jks} P_{ik} + \varepsilon_{iks} P_{jk}). \quad (2.2)$$

Здесь δ_{ij} и ε_{ijk} — симметричный и антисимметричный единичные тензоры, c — скорость света, а вихревые электрическое $\mathbf{E} = \mathbf{E}(z, t)$ и магнитное $\mathbf{B} = \mathbf{B}(z, t)$ поля удовлетворяют уравнениям

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} e n \mathbf{u} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.3)$$

Примем, что в момент времени $t = 0$ плазма находится в основном пространственно-однородном состоянии, которое характеризуется температурами электронов $T_{\perp} > T_{\parallel}$, скоростью $\mathbf{u} = 0$ и тензором

электронных напряжений с отличными от нуля диагональными компонентами $P_{xx} = P_{yy} = n\kappa_B T_{\perp}$, $P_{zz} = n\kappa_B T_{\parallel}$, где κ_B — постоянная Больцмана. При $t > 0$ уравнения (2.1)–(2.3) позволяют рассмотреть развитие вейбелевской неустойчивости из-за увеличения во времени начальных возмущений $\delta\mathbf{u}(z, t = 0)$, $\delta P_{ij}(z, t = 0)$, $\mathbf{E}(z, t = 0)$ и $\mathbf{B}(z, t = 0)$, которые могут быть обусловлены тепловыми флуктуациями плазмы. Однако, интересуясь откликом неравновесной плазмы на воздействие внешнего электромагнитного поля, далее ограничимся рассмотрением только вынужденного решения уравнений (2.1)–(2.3), которое порождается самим внешним полем. Естественно, что такой подход оправдан в ограниченном временном интервале, когда развитие неустойчивости из-за роста тепловых флуктуаций не приведет к разрушению исходного основного состояния. При этом предполагается, что напряженности магнитного и электрического полей, создаваемые внешним источником в плазме, больше их величин, обусловленных тепловыми флуктуациями. Имея в виду такие предположения, далее считаем, что при $t = 0$ имеют место соотношения

$$\delta\mathbf{u}(z, t = 0) = 0, \quad \delta P_{ij}(z, t = 0) = 0, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{E}(z, t = 0) = 0, \quad \mathbf{B}(z, t = 0) = 0.$$

Рассматривая поле в плазме, воздействие внешнего поля будем считать сравнительно слабым, что позволяет на линейной стадии неустойчивости использовать линеаризованные уравнения для малых возмущений скорости $\delta\mathbf{u}$ и тензора напряжений δP_{ij} . Ограничимся изучением возбуждения электромагнитного поля с компонентами $\mathbf{E} = \mathbf{E}(z, t) = \{E_x(z, t), 0, 0\}$ и $\mathbf{B} = \mathbf{B}(z, t) = \{0, B_y(z, t), 0\}$, когда отличны от нуля одна компонента скорости $\delta\mathbf{u} = \delta\mathbf{u}(z, t) = \{\delta u_x(z, t), 0, 0\}$ и две компоненты тензора напряжений $\delta P_{xz} = \delta P_{xz}(z, t) = \delta P_{xz}(z, t)$. Такая конфигурация полей отвечает возможности рассмотрения возбуждения вейбелевской неустойчивости при воздействии внешнего электромагнитного поля. В этих условиях, из формул (2.1)–(2.3) имеем систему линейных уравнений вида

$$\frac{\partial \delta u_x}{\partial t} + \frac{1}{mn} \frac{\partial \delta P_{xz}}{\partial z} = \frac{e}{m} E_x, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \delta P_{xz}}{\partial t} + n\kappa_B T_{\parallel} \frac{\partial \delta u_x}{\partial z} = n\kappa_B (T_{\perp} - T_{\parallel}) \frac{e B_y}{mc}, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} + c \frac{\partial E_x}{\partial z} = 0, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} + c \frac{\partial B_y}{\partial z} = -4\pi en \delta u_x. \quad (2.8)$$

Интересуясь решением уравнений (2.5)–(2.8) при $t > 0$, воспользуемся преобразованием Лапласа, когда оригинал функции $f(t)$ и его изображение $f(\omega)$ связаны соотношениями

$$f(\omega) = \int_0^\infty dt e^{i\omega t} f(t),$$

$$f(t) = \int_{-\infty+i\Delta}^{+\infty+i\Delta} \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega t} f(\omega), \quad (2.9)$$

где $\Delta > \gamma > 0$, а γ — показатель экспоненциального роста функции $f(t)$. Принимая во внимание начальные условия (2.4), из уравнений (2.5)–(2.8) находим

$$\frac{1}{mn} \frac{\partial}{\partial z} \delta P_{xz}(z, \omega) = i\omega \delta u_x(z, \omega) + \frac{e}{m} E_x(z, \omega), \quad (2.10)$$

$$\kappa_B T_{\parallel} \frac{\partial}{\partial z} \delta u_x(z, \omega) = i\omega \frac{\delta P_{xz}(z, \omega)}{n} + \kappa_B (T_{\perp} - T_{\parallel}) \frac{e B_y(z, \omega)}{mc}, \quad (2.11)$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} E_x(z, \omega) = i\omega B_y(z, \omega), \quad (2.12)$$

$$c \frac{\partial}{\partial z} B_y(z, \omega) = i\omega E_x(z, \omega) - 4\pi en \delta u_x(z, \omega). \quad (2.13)$$

Система уравнений (2.10)–(2.13) допускает существенное упрощение, если температура электронов вдоль оси анизотропии удовлетворяет неравенствам $T_{\parallel} \ll T_{\perp}$ и $\sqrt{\kappa_B T_{\parallel} / m} \ll L|\omega|$, где L — минимальный характерный пространственный масштаб изменения физических величин вдоль оси z . Пренебрегая в (2.11) слагаемыми, содержащими T_{\parallel} , из системы уравнений (2.10)–(2.13) получаем дифференциальное уравнение второго порядка для электрического поля $E_x(z, \omega)$:

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2(\omega) \right\} E_x(z, \omega) = 0, \quad (2.14)$$

где

$$k^2(\omega) = \frac{\omega^2(\omega_{Le}^2 - \omega^2)}{\omega^2 c^2 + \omega_{Le}^2 v_{T\perp}^2}, \quad (2.15)$$

а $v_{T\perp} = \sqrt{\kappa_B T_{\perp} / m}$ — тепловая скорость электронов поперек оси анизотропии. Уравнение (2.14) составляет основу последующего рассмотрения отклика неравновесной плазмы на воздействие внешнего электромагнитного поля.

3. ОТРАЖЕНИЕ И ПРОНИКНОВЕНИЕ ПОЛЯ

Рассмотрим взаимодействие распространяющегося вдоль оси z электромагнитного излучения с однородной плазмой, занимающей полупространство $z > 0$ и имеющей анизотропную температуру электронов. Электрическое и магнитное поля электромагнитного излучения представим в виде

$$\mathbf{E}_L(z, t) = \mathbf{E}_L \eta(t - z/c) \sin[\omega_0(t - z/c)],$$

$$\mathbf{B}_L(z, t) = \mathbf{B}_L \eta(t - z/c) \sin[\omega_0(t - z/c)], \quad (3.1)$$

$$z < 0,$$

где $\mathbf{E}_L = \{E_L, 0, 0\}$, $\mathbf{B}_L = \{0, B_L, 0\}$, $E_L \equiv B_L$, E_L — напряженность электрического поля, $\eta(\tau)$ — функция Хевисайда, ω_0 — частота излучения. Поле вида (3.1) в момент времени $t = 0$ достигает поверхности плазмы, а при $t > 0$ проникает в плазму и частично отражается в обратном направлении. Начало отсчета времени выбирается таким образом, что до момента времени $t = 0$ происходит создание неравновесной анизотропной плазмы полем мощного лазерного импульса, а сам ионизирующий импульс выключается. В рассматриваемом случае симметричного относительно вращения вокруг оси z распределения электронов, отраженное поле, удовлетворяющее уравнениям Максвелла в вакууме, можно представить в виде

$$\mathbf{E}_r(z, t) \equiv \mathbf{E}_r(t + z/c) = \{E_r(t + z/c), 0, 0\},$$

$$\mathbf{B}_r(z, t) \equiv \mathbf{B}_r(t + z/c) = \{0, -E_r(t + z/c), 0\}, \quad (3.2)$$

$$z < 0.$$

Интересуясь откликом неравновесной плазмы на воздействие внешнего поля (3.1), ограничимся рассмотрением сравнительно небольших напряженностей поля E_L , когда взаимодействие излучения с плазмой можно описывать в линейном по E_L приближении, не учитывая возмущения плотности и эффективной температуры электронов. При $t > 0$ поле вида (3.1) приводит к возмущению одной компоненты скорости электронов плазмы $\delta u_x(z, t)$, двух одинаковых компонент тензора электронных напряжений $\delta P_{xz}(z, t) = \delta P_{zx}(z, t)$, а также к возникновению внутри плазмы электрического $\mathbf{E}(z, t) = \{E_x(z, t), 0, 0\}$ и магнитного $\mathbf{B}(z, t) = \{0, B_y(z, t), 0\}$ полей. При этом пространственно-временная динамика $\delta u_x(z, t)$, $\delta P_{xz}(z, t)$, $E_x(z, t)$ и $B_y(z, t)$ описывается системой уравнений (2.5)–(2.8). В момент времени $t = 0$ начальные значения этих возмущений приблизительно равны

нулю (см. (2.4)). В линейном приближении естественно воспользоваться преобразованием Лапласа и перейти к рассмотрению изображений исследуемых функций (см. (2.9)). Из разд. 2 следует, что для изображения Лапласа электрического поля внутри плазмы $E_x(z, \omega)$ справедливо уравнение (2.14). Не нарастающее в глубь плазмы решение уравнения (2.14) имеет вид

$$E_x(z, \omega) = E_x(z = 0, \omega) e^{-k(\omega)z}, \quad z > 0, \quad (3.3)$$

где для функции $k(\omega)$, определяемой формулой (2.15), выбрана ветвь в плоскости комплексной переменной ω , удовлетворяющая условию $\text{Re } k(\omega) \geq 0$ на прямой $\text{Im } \omega = \Delta$, вдоль которой проводится интегрирование при обратном преобразовании Лапласа (2.9).

Тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей непрерывны на границе плазмы с вакуумом. Из этих условий имеем два соотношения, связывающие компоненты изображений Лапласа полей при $z = 0$:

$$E_L(\omega) + E_r(\omega) = E_x(z = 0, \omega), \quad (3.4)$$

$$i\omega [E_L(\omega) - E_r(\omega)] = -k(\omega)c E_x(z = 0, \omega). \quad (3.5)$$

Здесь использованы обозначения для изображений Лапласа падающего $E_L(\omega) = E_L \omega_0 / (\omega_0^2 - \omega^2)$ и отраженного $E_r(\omega) = \int_0^\infty dt e^{i\omega t} E_r(t)$ полей при $z = 0$.

Уравнения (3.4) и (3.5) позволяют выразить функции $E_r(\omega)$ и $E_x(z = 0, \omega)$ через известную функцию $E_L(\omega)$. Далее, используя обратное преобразование Лапласа (2.9), для электрического поля уходящего от плазмы электромагнитного излучения можно получить выражение

$$E_r\left(t + \frac{z}{c}\right) = \int_{-\infty+i\Delta}^{+\infty+i\Delta} \frac{d\omega}{2\pi} E_L(\omega) \frac{\omega - ik(\omega)c}{\omega + ik(\omega)c} e^{-i\omega(t+z/c)}. \quad (3.6)$$

В свою очередь, для электрического поля в плазме имеет место соотношение

$$E_x(z, t) = \int_{-\infty+i\Delta}^{+\infty+i\Delta} \frac{d\omega}{2\pi} E_L(\omega) \frac{2\omega}{\omega + ik(\omega)c} e^{-i\omega t - k(\omega)z}. \quad (3.7)$$

Выражения (3.6) и (3.7) описывают линейный отклик неравновесной плазмы на воздействие внешнего электромагнитного поля (3.1).

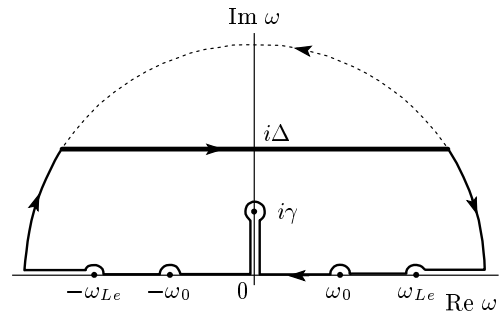


Рис. 1. Контур интегрирования в комплексной плоскости переменной ω , используемый для вычисления поля в плазме

4. ПОЛЕ В ПЛАЗМЕ

Согласно формуле (3.7) поле в плазме $E_x(z, t)$ задается интегралом по ω от $-\infty + i\Delta$ до $+\infty + i\Delta$ вдоль прямой, параллельной вещественной оси, на которой $\text{Re } k(\omega) \geq 0$. На рис. 1 в плоскости комплексной переменной ω эта прямая выделена жирной линией. В соответствии с определением (2.15), комплексная функция $k(\omega)$ имеет точки ветвления при $\omega = 0, \pm\omega_{Le}, \pm i\gamma$, где $\gamma = \omega_{Le} v_{T\perp} / c$. Помимо этого, подынтегральная функция $E_x(z, \omega)$ в (3.7) имеет два полюса при $\omega = \pm\omega_0$, которые возникают из-за полюсов функции $E_L(\omega)$. Далее примем, что $\omega_0 < \omega_{Le}$. С учетом этих особенностей и с целью вычисления поля E_x выберем контур интегрирования в плоскости комплексной переменной ω в виде, приведенном на рис. 1. В полуплоскости над прямой $(-\infty + i\Delta, +\infty + i\Delta)$ функция $E_x(z, \omega)$ является аналитической. Поскольку функция $k(\omega)$ удовлетворяет условию $\text{Re } k(\omega) \geq 0$ на оси интегрирования, она имеет вид

$$k(\omega) = -i\frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_{Le}^2}{\omega^2 + \gamma^2}},$$

т. е. при $|\omega| \rightarrow \infty$ функция $k(\omega) \rightarrow -i\omega/c$. Замыкая, как показано на рис. 1, контур интегрирования пунктирной полуокружностью бесконечно большого радиуса, из (3.7) видим, что при $t < z/c$ интеграл по ней, а следовательно, и поле (3.7) равны нулю. Тем самым, поле в плазме отлично от нуля лишь при расстояниях $z < ct$, на которые за время t распространяется сигнал со скоростью света. Для вычисления поля на таких расстояниях рассмотрим интеграл от аналитического продолжения функции $E_x(z, \omega)$ по замкнутому контуру, изображенному на рис. 1 сплошной кривой. На контуре интегрирования и внутри ограниченной им одно-

связанной области функция $E_x(z, \omega)$ является аналитической. Интеграл от аналитической функции по замкнутому контуру равен нулю. Отсюда следует, что искомый интеграл (3.7) равен сумме интегралов по остальным участкам контура, взятым со знаком минус. При $|\omega| \rightarrow \infty$ интегралы по боковым дугам контура равны нулю. Равны нулю и интегралы по бесконечно малым дугам, охватывающим точки ветвления $\pm\omega_{Le}$ и $i\gamma$. Для вычисления интегралов от функции $E_x(z, \omega)$ на остальных участках рассматриваемого контура необходимо проследить за изменением выбранной ветви комплексной функции $k(\omega)$. Как уже отмечалось, на прямой $(-\infty + i\Delta, \infty + i\Delta)$ имеет место соотношение $k(\omega)c = -i\omega\sqrt{(\omega^2 - \omega_{Le}^2)/(\omega^2 + \gamma^2)}$, так как $\text{Re } k(\omega) \geq 0$. Такой ветви функции $k(\omega)$ на участках (∞, ω_{Le}) и $(-\omega_{Le}, -\infty)$ отвечает соотношение

$$k(\xi)c = -i\xi\sqrt{(\xi^2 - \omega_{Le}^2)/(\xi^2 + \gamma^2)},$$

где ξ — вещественная переменная размерности частоты. Аналитическому продолжению функции $k(\omega)$ на участке $(\omega_{Le}, 0)$ отвечает выражение

$$k(\xi)c = \xi\sqrt{(\omega_{Le}^2 - \xi^2)/(\xi^2 + \gamma^2)},$$

а на участке $(0, -\omega_{Le})$ — это же выражение, но со знаком минус. Наконец, на правом берегу разреза вдоль мнимой оси от 0 до $i\gamma$ следует использовать соотношение

$$k(i\eta + 0)c = i\eta\sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}},$$

где η — вещественная переменная, лежащая в интервале $(0, \gamma)$, а на левом берегу разреза

$$k(i\eta - 0)c = -i\eta\sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}}.$$

Указанные выше аналитические свойства функции $k(\omega)$ позволяют записать явные выражения для нетривиальных вкладов в поле $E_x(z, t)$.

Вклад от интегрирования по участкам (∞, ω_{Le}) и $(-\omega_{Le}, -\infty)$ имеет вид

$$\frac{E_L}{\pi} \int_{\omega_{Le}}^{\infty} \frac{2\omega_0 d\xi}{\omega_0^2 - \xi^2} \frac{\sqrt{\gamma^2 + \xi^2}}{\sqrt{\gamma^2 + \xi^2} + \sqrt{\xi^2 - \omega_{Le}^2}} \times \times \cos \left[\xi \left(t - \frac{z}{c} \sqrt{\frac{\xi^2 - \omega_{Le}^2}{\gamma^2 + \xi^2}} \right) \right], \quad z < ct. \quad (4.1)$$

Соотношение (4.1) описывает проникновение высокочастотной части внешнего поля (3.1) внутрь плазмы. При $\omega > \omega_{Le}$ экранирующее влияние электронов плазмы подавлено и имеет место волновое проникновение поля, которое описывается косинусом в формуле (4.1).

Вклад от полюсов в точках $\omega = \pm\omega_0$ описывается соотношением

$$E_L \frac{\omega_0^2 + \gamma^2}{\omega_{Le}^2 + \gamma^2} \left[\sin(\omega_0 t) + \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 + \gamma^2}} \cos(\omega_0 t) \right] \times \times \exp \left(-\frac{z\omega_0}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 + \gamma^2}} \right). \quad (4.2)$$

Наличие в формуле (4.2) экспоненты, убывающей с увеличением z , отвечает экранировке низкочастотной части спектрального состава поля. Согласно (4.2) характерная глубина проникновения поля дается соотношением

$$\delta = \frac{c}{\omega_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 + \gamma^2}{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}}.$$

Если $\omega_0 \gg \gamma$, то выражение для δ совпадает с известным выражением в теории высокочастотного скин-эффекта в холодной плазме. Если же $\gamma \gg \omega_0$, то в плазме с сильно анизотропной температурой электронов глубина скин-слоя в $\gamma/\omega_0 \gg 1$ раз больше, чем в термодинамически равновесной плазме, и дается соотношением $\delta = v_{T\perp}/\omega_0$ [21]. Увеличение характерной глубины скин-слоя возникает из-за влияния переменного магнитного поля на движение электронов в скин-слое. В условиях более эффективного теплового движения электронов вдоль поверхности плазмы, под воздействием обусловленной магнитным полем силы Лоренца происходит выброс электронов в глубь плазмы, что и проявляется в увеличении характерной глубины проникновения [21].

Вклад от интегралов по участкам $(\omega_{Le}, 0)$ и $(0, -\omega_{Le})$, из которых вырезаны полюсы в точках $\omega = \pm\omega_0$, дается соотношением

$$\frac{E_L}{\pi} \text{V.p.} \int_0^{\omega_{Le}} \frac{2\omega_0 d\xi}{\omega_{Le}^2 + \gamma^2} \frac{\gamma^2 + \xi^2}{\omega_0^2 - \xi^2} \times \times \left[\cos(\xi t) - \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\gamma^2 + \xi^2}} \sin(\xi t) \right] \times \times \exp \left(-\frac{z\xi}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\gamma^2 + \xi^2}} \right), \quad (4.3)$$

где $V.p.$ означает интеграл в смысле главного значения в точке $\xi = \omega_0$. В формуле (4.3) также содержится убывающая экспонента. Ее наличие отвечает экранировке поля на низких частотах.

Еще один нетривиальный вклад возникает от интегрирования по сторонам разреза вдоль мнимой оси от 0 до $i\gamma$. Этот вклад дается соотношением

$$-\frac{E_L}{\pi} \int_0^\gamma \frac{2\omega_0 d\eta}{\omega_{Le}^2 + \gamma^2} \frac{\gamma^2 - \eta^2}{\omega_0^2 + \eta^2} e^{\eta t} \times \left[\sin \left(\frac{z\eta}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \right) + \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \cos \left(\frac{z\eta}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \right) \right]. \quad (4.4)$$

Согласно (4.4) этот вклад в поле экспоненциально быстро растет со временем, что отвечает усилению поля из-за развития вейбелевской неустойчивости с инкрементом порядка γ . При этом поле изменяется периодически с увеличением координаты z . Сумма выражений (4.1)–(4.4) дает поле $E_x(z, t)$ в плазме.

На рис. 2а приведен график функции $E_x(z, t = 5\gamma^{-1})/E_L$ в зависимости от безразмерной координаты $z\gamma/c$. Отношение $\gamma/\omega_{Le} = 0.05$ имеет место при температуре электронов $T_e \approx 1.25$ кэВ. Если плотность электронов $n \approx 10^{19}$ см $^{-3}$, то $\omega_{Le} \approx 1.8 \cdot 10^{14}$ с $^{-1}$, а $\omega_0 = \gamma \approx 0.9 \cdot 10^{13}$ с $^{-1}$. Согласно рис. 2а поле в плазме в основном сосредоточено в скин-слое толщиной $\delta \sim \sqrt{2}c/\omega_{Le} \approx 0.07c/\gamma$. При $z \leq \delta$ основной вклад в поле $E_x(z, t = 5\gamma^{-1})$ дают слагаемые (4.2), (4.3) и (4.4). Отметим, что на относительно малых временах порядка $t = 5\gamma^{-1}$ вклад в поле (4.4), обусловленный развитием вейбелевской неустойчивости, сравним со вкладами, даваемыми формулами (4.2) и (4.3). При этом максимальное значение амплитуды поля в плазме не превосходит амплитуды падающего поля (3.1) $\max |E_x(z, t = 5\gamma^{-1})|/E_L \approx 0.3$. Вне скин-слоя амплитуда напряженности поля мала по сравнению с E_L , а само поле периодически изменяется в пространстве. С ростом z пространственный масштаб осцилляций уменьшается, а поле отлично от нуля лишь на глубине $z < 5c/\gamma$. Такое поведение поля вне скин-слоя описывается формулой (4.1) и проиллюстрировано на вставке к рис. 2а. Наличие периодических осцилляций малой амплитуды отвечает проникновению высокочастотной части внешнего поля (3.1) внутрь плазмы.

С течением времени развитие вейбелевской неустойчивости приводит к изменению поля в

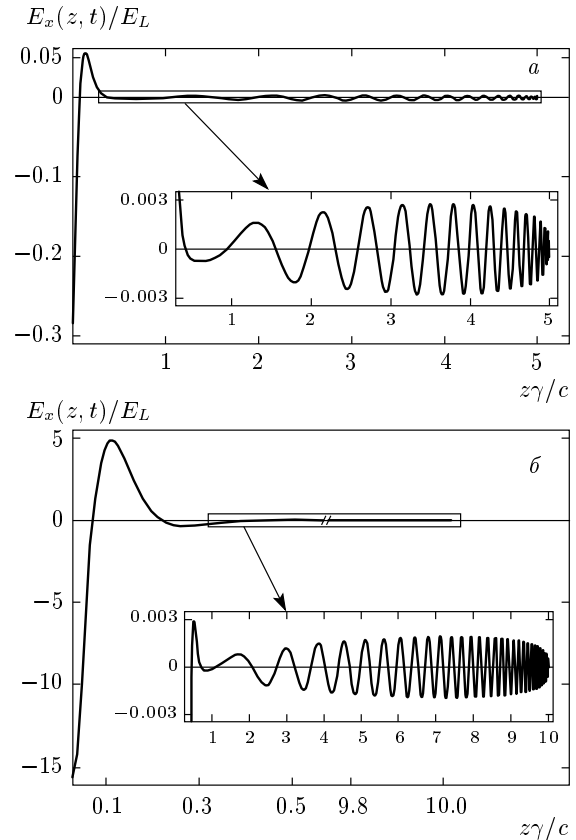


Рис. 2. Напряженности поля в плазме в моменты времени $t = 5\gamma^{-1}$ (а), $10\gamma^{-1}$ (б). На вставках приведено поле вне скин-слоя. Графики построены при $\omega_0 = \gamma = 0.05\omega_{Le}$

плазме. На рис. 2б представлен график функции $E_x(z, t = 10\gamma^{-1})/E_L$. Как и в момент времени $t = 5\gamma^{-1}$, в момент $t = 10\gamma^{-1}$ электромагнитное поле в основном сосредоточено в скин-слое. Вне скин-слоя поле имеет осциллирующую в пространстве структуру с убывающей вглубь плазмы амплитудой. Максимум амплитуды поля достигается на поверхности плазмы и значительно превышает амплитуду падающего поля $\max |E_x(z, t = 10\gamma^{-1})|/E_L \approx 15.6$. Основной вклад в поле в скин-слое дает выражение (4.4), описывающее экспоненциальный рост напряженности поля во времени из-за развития вейбелевской неустойчивости с инкрементом порядка γ . Развитие неустойчивости приводит к существенному изменению поля в скин-слое. Вне скин-слоя поле по-прежнему мало, а его пространственно-временная структура определяется формулой (4.1), описывающей проникновение высокочастотной части падающего поля в плазму. Вставка к рис. 2б демонстрирует,

что в широкой области плазмы $\delta \ll z < 10c/\gamma$ поле $E_x(z, t = 10\gamma^{-1})$ квазипериодически изменяется в пространстве, с практически неизменной амплитудой, значительно меньшей E_L .

Выбирая иной контур интегрирования (подробнее см. Приложение), электрическое поле в плазме можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 E_x(z, t) = & 2E_L\eta \left[t - \frac{z}{c} \right] \frac{1}{\omega_{Le}^2 + \gamma^2} \times \\
 & \times \left\{ (\omega_0^2 + \gamma^2) \left[\sin(\omega_0 t) \operatorname{ch} \left(\frac{\omega_0 z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 + \gamma^2}} \right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 + \gamma^2}} \cos(\omega_0 t) \operatorname{sh} \left(\frac{\omega_0 z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 + \gamma^2}} \right) \right] - \right. \\
 & \left. - \text{V.p.} \int_0^{\omega_{Le}} \frac{d\xi}{\pi} \frac{2\omega_0(\gamma^2 + \xi^2)}{\omega_0^2 - \xi^2} \times \right. \\
 & \left. \times \left[\cos(\xi t) \operatorname{sh} \left(\frac{\xi z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\gamma^2 + \xi^2}} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\gamma^2 + \xi^2}} \sin(\xi t) \operatorname{ch} \left(\frac{\xi z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\gamma^2 + \xi^2}} \right) \right] - \right. \\
 & \left. - \int_0^\gamma \frac{d\eta}{\pi} \frac{2\omega_0(\gamma^2 - \eta^2)}{\omega_0^2 + \eta^2} \left[\operatorname{ch}(\eta t) \sin \left(\frac{\eta z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \operatorname{sh}(\eta t) \cos \left(\frac{\eta z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \right) \right] \right\}. \quad (4.5)
 \end{aligned}$$

Выражение (4.5) удобно для описания поля на поверхности плазмы. В частности, из (4.5) видно, что в момент времени $t = 0$ при $z = 0$ имеет место соотношение $E_x(z = 0, t = 0) = 0$.

5. ОТРАЖЕННОЕ ПОЛЕ

Электрическое поле электромагнитного излучения, уходящего от плазмы (3.6), можно представить в виде суммы

$$\begin{aligned}
 E_r \left(t + \frac{z}{c} \right) = & -E_L \left(t + \frac{z}{c} \right) + \int_{-\infty + i\Delta}^{+\infty + i\Delta} \frac{d\omega}{2\pi} \times \\
 & \times E_L(\omega) \frac{2\omega}{\omega + ik(\omega)c} \exp \left\{ -i\omega \left(t + \frac{z}{c} \right) \right\}, \quad (5.1)
 \end{aligned}$$

где $z < 0$. Первое слагаемое в правой части (5.1) — это поле падающего излучения (3.1), отраженное

зеркально от поверхности плазмы. Второе интегральное слагаемое в (5.1) описывает часть уходящего поля, которое создается электронами плазмы под воздействием падающего поля. Для вычисления в (5.1) интеграла по частотам воспользуемся результатами разд. 4. Вследствие непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля при $z = 0$ искомый интеграл совпадает с интегралом (3.7), который сводится к соотношению (4.5). Полагая в (4.5) $z = 0$, получаем выражение для интегрального слагаемого в (5.1) на поверхности плазмы. В вакууме электрическое поле (5.1) зависит от $t + z/c$, что отвечает распространению излучения со скоростью света от поверхности плазмы. При этом в момент времени $t > 0$ в точке пространства $z < 0$ поле (5.1) задается величиной поля на поверхности плазмы в более ранний момент времени $\tau = t + z/c < t$. Поэтому, полагая в формуле (4.5) $z = 0$ и заменяя t на $\tau = t + z/c$, с учетом явного вида поля $E_L(z, t)$ (3.1) находим электрическое поле отраженного излучения:

$$\begin{aligned}
 E_r(\tau) = & E_{\omega_0}(\tau) + E_\gamma(\tau), \\
 E_{\omega_0}(\tau) = & -E_L\eta[\tau] \left[\left(1 - 2\frac{\omega_0^2 + \gamma^2}{\omega_{Le}^2 + \gamma^2} \right) \times \right. \\
 & \left. \times \sin(\omega_0\tau) + \text{V.p.} \times \right. \\
 & \left. \times \int_0^{\omega_{Le}} \frac{4\omega_0 d\xi}{\pi} \frac{\sqrt{(\gamma^2 + \xi^2)(\omega_{Le}^2 - \xi^2)}}{(\omega_{Le}^2 + \gamma^2)(\omega_0^2 - \xi^2)} \sin(\xi\tau) \right], \quad (5.2) \\
 E_\gamma(\tau) = & -E_L\eta[\tau] \times \\
 & \times \int_0^\gamma \frac{4\omega_0 d\eta}{\pi} \frac{\sqrt{(\gamma^2 - \eta^2)(\omega_{Le}^2 + \eta^2)}}{(\omega_{Le}^2 + \gamma^2)(\omega_0^2 + \eta^2)} \operatorname{sh}(\eta\tau).
 \end{aligned}$$

Согласно (5.2) в момент времени $t > 0$ фронт уходящего поля находится в точке $z = -ct$. На границе фронта, когда $z + ct = 0$, поле (5.2) равно нулю. Отраженное поле сосредоточено позади фронта в области пространства $-ct < z < 0$, а его напряженность дается формулой (5.2), которая определяет линейный отклик неравновесной плазмы на воздействие внешнего электромагнитного поля (3.1). В формуле (5.2) слагаемое $E_{\omega_0}(\tau)$ описывает ненарастающую во времени часть отраженного от плазмы поля. Эта часть поля сходна с полем излучения, отраженного от равновесной плазмы. Из-за того, что плазма находится в неравновесном состоянии, возникает вклад в уходящее поле, описываемый функцией $E_\gamma(\tau)$. Этот вклад в уходящее поле экспоненциально быстро растет со временем, что отвечает усилению

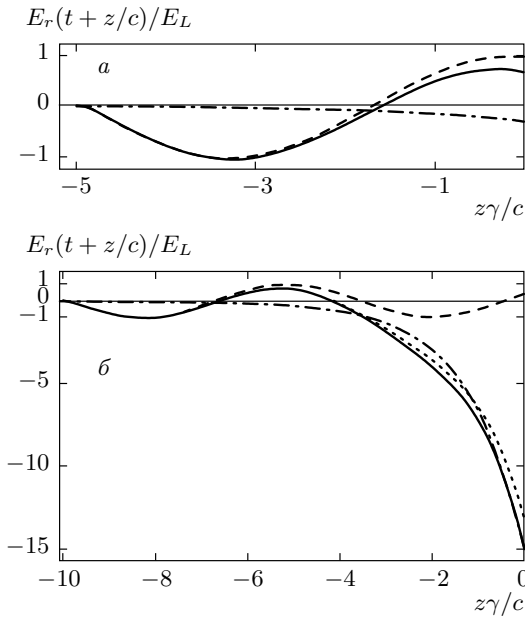


Рис. 3. Распределения отраженного безразмерного поля $E_r(t+z/c)/E_L$ в пространстве в моменты времени $t = 5\gamma^{-1}$ (а), $10\gamma^{-1}$ (б) (сплошные кривые). Штриховые кривые отвечают вкладу функции $E_{\omega_0}(t+z/c)/E_L$, штрихпунктирные — вкладу функции $E_\gamma(t+z/c)/E_L$. Кривые построены при $\omega_0 = \gamma = 0.05\omega_{Le}$. Пунктирная кривая на рис. б отвечает асимптотической формуле (5.3)

поля из-за развития в неравновесной плазме вейбелевской неустойчивости с инкрементом порядка γ .

Вдали от фронта уходящего излучения, когда $\tau = t+z/c \gg (\omega_0^{-1}, \gamma^{-1})$ функции $E_{\omega_0}(\tau)$ и $E_\gamma(\tau)$, определяющие поле (5.2), можно представить в простой аналитической форме:

$$\begin{aligned}
 E_{\omega_0}(\tau) &\approx E_L \times \\
 &\times \sin \left(\omega_0 \tau + 2 \arcsin \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_{Le}^2 + \gamma^2}} \right), \\
 E_\gamma(\tau) &\approx -E_L \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_{Le}^2 + \gamma^2}} \times \\
 &\times \frac{1}{1 + \omega_0^2/\gamma^2} \frac{\exp(\gamma\tau)}{(\gamma\tau)^{3/2}}.
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

Из формулы (5.3) видно, что в фиксированный момент времени амплитуда функции $E_\gamma(\tau)$ максимальна тогда, когда частота ω_0 совпадает с γ .

Пространственную структуру отраженного поля в момент времени $t = 5\gamma^{-1}$ иллюстрирует рис. 3а. Согласно рис. 3а поле отлично от нуля лишь позади фронта, положение которого в момент времени

$t = 5\gamma^{-1}$ определяется соотношением $z = -5c/\gamma$, причем на фронте само поле равно нулю. Штриховая кривая на рис. 3а изображает пространственную зависимость функции $E_{\omega_0}(5\gamma^{-1} + z/c)/E_L$, а штрихпунктирная кривая — функции $E_\gamma(5\gamma^{-1} + z/c)/E_L$, описывающей вклад в поле из-за развития вейбелевской неустойчивости. Времена порядка $t = 5\gamma^{-1}$ являются относительно небольшими для развития вейбелевской неустойчивости и отвечают линейной во времени стадии нарастания E_γ . Вследствие этого функция $|E_\gamma(5\gamma^{-1} + z/c)|$ монотонно убывает от максимального значения на поверхности плазмы $|E_\gamma(5\gamma^{-1})| < E_L$ до нуля на фронте уходящей волны. Сплошная кривая на рис. 3а отвечает функции $E_r(5\gamma^{-1} + z/c)/E_L$ и иллюстрирует пространственную структуру полного поля, уходящего от поверхности плазмы. Согласно рис. 3а в момент времени $t = 5\gamma^{-1}$ вейбелевская неустойчивость оказывает слабое влияние на величину уходящего от поверхности плазмы поля.

Пространственное распределение уходящего поля в момент времени $t = 10\gamma^{-1}$ приведено на рис. 3б. Кривые построены для тех же параметров плазмы и падающего излучения, что на рис. 3а. Согласно разд. 4 к моменту времени $t = 10\gamma^{-1}$ вейбелевская неустойчивость приводит к значительному усилению поля в плазме. Это приводит к тому, что вклад в излучаемое поле $E_\gamma(10\gamma^{-1} + z/c)$ почти экспоненциально растет при изменении координаты в области пространства от $z = -5c/\gamma$ до $z = 0$. Такую зависимость функции $E_\gamma(10\gamma^{-1} + z/c)$ от координаты z демонстрирует штрихпунктирная кривая на рис. 3б. На таких расстояниях от поверхности плазмы функция $E_\gamma(10\gamma^{-1} + z/c)$ по абсолютной величине превышает амплитуду падающего на плазму поля (3.1). В частности, на поверхности плазмы $|E_\gamma(10\gamma^{-1})|/E_L \approx 15.4 \gg 1$. Штриховая кривая на рис. 3б иллюстрирует поведение функции $E_{\omega_0}(10\gamma^{-1} + z/c)$, описывающей отражение части поля без заметного влияния вейбелевской неустойчивости. На расстоянии от границы фронта, большем $\pi c/\omega_0$, когда сглажено влияние от включения поля, функция $E_{\omega_0}(10\gamma^{-1} + z/c)$ периодически зависит от координаты z . Ее амплитуда почти постоянна и близка к E_L , а волновое число близко к ω_0/c . Сплошная кривая на рис. 3б иллюстрирует изменение в пространстве полного поля $E_r(10\gamma^{-1} + z/c)$. Как видно на рис. 3б, на небольших расстояниях позади фронта в интервале $-10c/\gamma < z < -5c/\gamma$ функция $E_r(10\gamma^{-1} + z/c)$ близка к $E_{\omega_0}(10\gamma^{-1} + z/c)$. В этой своей части уходящее поле сформировано на ранней стадии развития вейбелевской неустойчиво-

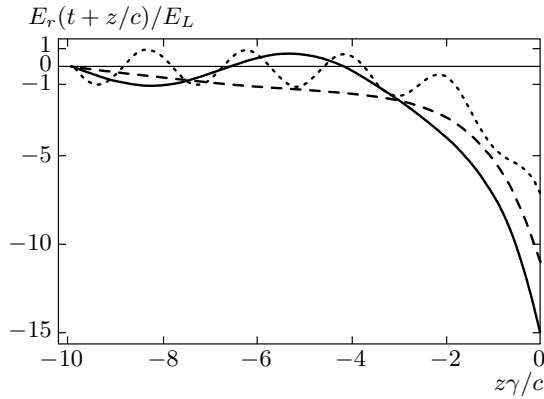


Рис. 4. Распределение отраженного поля в момент времени $t = 10\gamma^{-1}$. Кривые построены при $\gamma = 0.05\omega_{Le}$ и для $\omega_0 = \gamma$ (сплошная), $\gamma/3$ (штриховая), 3γ (пунктирная)

сти, когда E_γ еще мало, и в основном следует закономерностям отражения от поверхности устойчивой плазмы. Напротив, на значительном расстоянии позади фронта, когда $-5c/\gamma < z$ поле $E_r(10\gamma^{-1} + z/c)$ в основном определяется связанным с развитием вейбелевской неустойчивости вкладом $E_\gamma(10\gamma^{-1} + z/c)$. Таким образом, при отражении излучения от неравновесной плазмы возможно значительное усиление поля, которое обусловлено развитием вейбелевской неустойчивости. Отметим, что проведенное рассмотрение справедливо при относительно небольших временах, за которые амплитуда генерируемого поля в плазме не успевает увеличиться настолько, чтобы нарушить требование малости плотности энергии поля по сравнению с плотностью кинетической энергии электронов плазмы. Кроме того, выше принято, что усиление спонтанных флуктуаций электромагнитного поля в плазме менее существенно, чем усиление вынужденного сигнала. Последнее оправдано, если напряженность поля, создаваемого внешней волной в скин-слое, больше напряженности поля, возникающего при тепловых флуктуациях плазмы. Заканчивая обсуждение рис. 3б, отметим, что пунктирная кривая на рис. 3б отвечает асимптотической формуле (5.3), справедливой на заметном расстоянии позади фронта уходящей волны. Как видно на рис. 3б, формула (5.3) обеспечивает достаточно хорошее приближение к точному результату (5.2).

Обсудим кратко, как влияет соотношение частоты ω_0 и инкремента γ на особенности отражения излучения вида (3.1). На рис. 4 приведены три кривые, изображающие пространственную структуру поля, уходящего от поверхности плазмы, в момент вре-

мени $t = 10\gamma^{-1}$. Сплошная кривая отвечает случаю $\omega_0 = \gamma$. Штриховая кривая описывает уходящее от плазмы поле, отражаемое при $\omega_0 = \gamma/3$. Когда частота ω_0 мала по сравнению с γ , усиление поля из-за развития вейбелевской неустойчивости наступает прежде, чем от поверхности плазмы успеет отразиться хотя бы один период внешнего излучения (3.1), т. е. уходящее поле в основном формируется благодаря усилению поля в скин-слое. Напротив, при отражении сравнительно высокочастотного поля (3.1) с $\omega_0 > \gamma$ непосредственно за фронтом в уходящей волне присутствует достаточно длинный гармонический участок, содержащий несколько пространственных периодов отраженного поля на частоте близкой к ω_0 . И только вдали от фронта доминирующим становится экспоненциально растущий во времени вклад $E_\gamma(10\gamma^{-1} + z/c)$, обусловленный развитием вейбелевской неустойчивости. Именно такую пространственную структуру уходящего поля иллюстрирует пунктирная кривая на рис. 4, отвечающая случаю $\omega_0 = 3\gamma$. Эта кривая также демонстрирует, что отражение высокочастотного излучения сопровождается заметной модуляцией уходящего поля с частотой ω_0 на фоне вклада, отвечающего экспоненциальному росту поля из-за развития неустойчивости. Из сравнения кривых на рис. 4 видно, что в фиксированный момент времени на стадии развития вейбелевской неустойчивости максимальное по абсолютной величине значение излучаемого поля достигается при $\omega_0 = \gamma$. Подобный вывод, как отмечалось выше, вытекает и из приближенной формулы (5.3).

6. ИМПУЛЬС КОНЕЧНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

В этом разделе рассмотрим влияние конечной длительности импульса падающего излучения на усиление уходящего от плазмы поля. Как и ранее, считаем, что передний фронт импульса достигает поверхности неравновесной плазмы в момент времени $t = 0$, т. е. до начала развития вейбелевской неустойчивости, но после создания неравновесной плазмы и окончания воздействия мощного ионизирующего импульса. Примем, что электромагнитный импульс имеет длительность T , а его электрическое поле описывается соотношением

$$E_L^{(T)}(z, t) = E_L \sin \left[\omega_0 \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \times \left\{ \eta \left(t - \frac{z}{c} \right) - \eta \left(t - T - \frac{z}{c} \right) \right\}, \quad z < 0. \quad (6.1)$$

Изображение Лапласа поля (6.1) при $z = 0$ имеет вид

$$E_L^{(T)}(\omega) = \frac{E_L \{ \omega_0 + e^{i\omega T} [i\omega \sin(\omega_0 T) - \omega_0 \cos(\omega_0 T)] \}}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (6.2)$$

Подставляя (6.2) в (3.6) и используя свойства преобразования Лапласа, для уходящего от плазмы электрического поля имеем

$$E_r^{(T)}(\tau) \equiv E_{\omega_0}^{(T)}(\tau) + E_\gamma^{(T)}(\tau) = E_r(\tau) - \frac{\partial E_r(\tau - T)}{\omega_0 \partial \tau} \sin(\omega_0 T) - E_r(\tau - T) \cos(\omega_0 T), \quad (6.3)$$

где $E_r(\tau)$ определяется выражением (5.2). Как и в случае воздействия не ограниченного во времени импульса, уходящее от плазмы поле (6.3) содержит не растущую во времени часть $E_{\omega_0}^{(T)}(\tau)$, описывающую отражение импульса без усиления, и монотонно растущую со временем по амплитуде часть $E_\gamma^{(T)}(\tau)$, обусловленную развитием в неравновесной плазме вейбелевской неустойчивости с инкрементом порядка γ . Обсудим более подробно поведение функции $E_\gamma^{(T)}(\tau)$. Согласно формуле (5.2), при $\gamma\tau \lesssim 1$ функция $E_\gamma(\tau)$ увеличивается с ростом τ по линейному закону, а при $\gamma\tau \gg 1$ закон возрастания $E_\gamma(\tau)$ становится близок к экспоненциальному. Поэтому два последних слагаемых в правой части (6.3) могут давать заметный вклад в $E_\gamma^{(T)}(\tau)$ лишь при усилении относительно коротких электромагнитных импульсов (6.1), длительность которых удовлетворяет условию

$$\gamma T \lesssim 1. \quad (6.4)$$

Проиллюстрируем это положение на примере. Для удобства изложения примем, что падающий на плазму импульс (6.1) содержит целое количество периодов, т.е. $\omega_0 T = 2\pi n$, где $n = 1, 2, \dots$. Тогда $E_r^{(T)}(\tau) = E_r(\tau) - E_r(\tau - T)$. На рис. 5а сплошной линией изображен график функции $E_r^{(T)}(10\gamma^{-1} + z/c)/E_L$, описывающей изменение в пространстве уходящего от плазмы поля в момент времени $t = 10\gamma^{-1} > T$. График построен для плазмы с $\gamma = 0.05\omega_{Le}$ и падающего импульса с параметрами $\omega_0 = 5\gamma$, $T = 2\pi/\omega_0$. Согласно формулам (5.2), (6.3) и рис. 5а при $\omega_0 T = 2\pi n$ не растущая во времени часть поля не равна нулю лишь в области пространства длиной cT непосредственно позади фронта уходящего излучения. По форме эта часть отраженного сигнала близка к форме падающего импульса. При временах, больших длительности внешнего импульса, и расстояниях, больших cT , позади фронта описываемая функцией

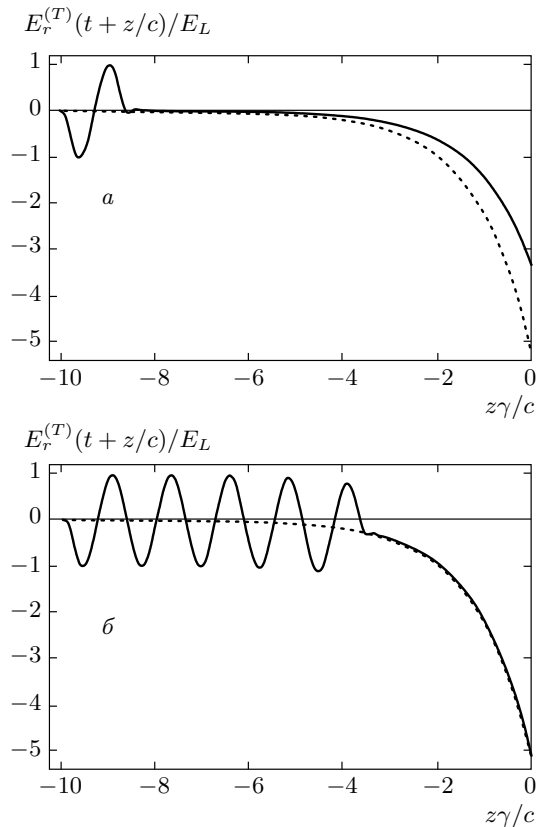


Рис. 5. Распределения отраженного поля $E_r^{(T)}(t + z/c)/E_L$ (сплошные кривые) в момент времени $t = 10\gamma^{-1} > T$ при падении на плазму короткого (а) и длинного (б) импульсов с частотой $\omega_0 = 5\gamma$ и длительностью $T = 2\pi/\omega_0$ (а), $5 \cdot 2\pi/\omega_0$ (б). Пунктирные кривые отвечают функции $E_\gamma(t + z/c)/E_L$. Кривые построены при $\gamma = 0.05\omega_{Le}$

$E_{\omega_0}^{(T)}(\tau)$ часть отраженного сигнала отсутствует. Напротив, на столь больших расстояниях позади фронта описываемая функцией $E_\gamma^{(T)}(\tau)$ часть уходящего поля увеличивается по абсолютной величине при удалении от фронта и приближении к поверхности плазмы. Последнее означает, что и после окончания воздействия падающего импульса неравновесная плазма является источником излучения, обусловленного развитием вейбелевской неустойчивости. Иными словами, по окончании действия падающего импульса неравновесная среда выступает в качестве генератора электромагнитного излучения. Пунктирная кривая на рис. 5а изображает график функции $E_\gamma(10\gamma^{-1} + z/c)/E_L$. Сравнение сплошной и пунктирной кривых на рис. 5а показывает, что короткий импульс с длительностью $T = 2\pi/\omega_0$ приводит к заметному

ослаблению растущей во времени части уходящего поля по сравнению с ее величиной при усилении протяженного импульса. Однако такое свойство не является универсальным. Например, в случае, когда длительность импульса кратна половине периода $\omega_0 T = \pi(2n + 1)$, $E_r^{(T)}(\tau) = E_r(\tau) + E_r(\tau - T)$ и вместо ослабления возможно усиление, которое проявляется для относительно коротких импульсов с $T \leq \gamma^{-1}$.

Как уже отмечалось выше, влияние длительности импульса T на усиление уходящего от плазмы поля, становится пренебрежимо малым для относительно длинных импульсов, когда выполнено неравенство, обратное (6.4), т. е. $\gamma T \gg 1$. Это положение иллюстрирует рис. 5б. Сплошная кривая на рис. 5б отвечает графику функции $E_r^{(T)}(10\gamma^{-1} + z/c)/E_L$ в случае отражения от плазмы импульса длительностью $T = 5 \cdot 2\pi/\omega_0$. Аналогично случаю отражения короткого импульса, из рис. 5б видно, что уходящее от плазмы поле состоит из двух частей. Одна из них — не растущая во времени периодическая часть длиной cT , следующая непосредственно за фронтом уходящего поля и повторяющая по форме периодическую по времени и пространству форму падающего длинного импульса. Другая часть, связанная с развитием вейбелевской неустойчивости, монотонно растет в пространстве позади фронта при приближении к поверхности плазмы. Как видно на рис. 5б, на расстояниях, превышающих cT , позади фронта уходящее поле полностью определяется растущей во времени частью, график которой практически не отличается в этой области пространства от изображенной пунктирной кривой функции $E_\gamma(10\gamma^{-1} + z/c)/E_L$. Последнее утверждение является общим для длинных импульсов с $T \gg \gamma^{-1}$. Оно позволяет на временах $t > T \gg \gamma^{-1}$ в области пространства $-ct < -cT < z < 0$ для уходящего поля использовать приближенную формулу

$$E_r^{(T)}\left(t + \frac{z}{c}\right) \approx E_\gamma\left(t + \frac{z}{c}\right). \quad (6.5)$$

В условиях применимости соотношения (6.5) вместо интегрального выражения, стоящего в последней строке (5.2) для функции $E_\gamma(\tau)$ можно использовать приближенную аналитическую формулу (5.3). Из изложенного следует, что эффективность усиления импульсов с длительностью, превышающей время развития вейбелевской неустойчивости, не чувствительна к длительности импульса и оказывается сравнимой с имеющей место в случае не ограниченного во времени импульса. Тем самым, и в случае длинного импульса после окончания его воздействия плазма является генератором излучения до

тех пор, пока не разрушится неравновесное распределение электронов или не произойдет нелинейное насыщение неустойчивости.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение обсудим условия, в которых можно наблюдать явление усиления отраженного электромагнитного импульса. Прежде всего, необходимо создать плазму с анизотропным распределением электронов по скоростям. Такая плазма образуется при ионизации атомов вещества полем достаточно мощного лазерного излучения. При этом время формирования анизотропного распределения фотоэлектронов меньше или порядка периода ионизирующего излучения (подробнее см. [7–13]), величина которого в видимом диапазоне частот составляет несколько фемтосекунд. При временах, меньших обратных частот столкновений электронов с электронами и ионами, эти столкновения не приводят к изотропизации функции распределения фотоэлектронов. Для оценки длительности соответствующего временного интервала достаточно учесть столкновения электронов с ионами. При этом имеем

$$t_c \sim \nu_{ei}^{-1} = \frac{3\sqrt{m}(\kappa_B T_\perp)^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}Ze^4n\Lambda} \approx \approx 5 \text{ пс} \cdot \frac{1}{Z} \frac{7}{\Lambda} \left(\frac{T_\perp [\text{эВ}]}{100}\right)^{3/2} \frac{10^{19}}{n [\text{см}^{-3}]}, \quad (7.1)$$

где Z — кратность ионизации ионов, Λ — кулоновский логарифм.

Эффект усиления поля возникает благодаря развитию вейбелевской неустойчивости. Характерное время развития этой неустойчивости определяется обратным инкрементом и составляет

$$t_\gamma \sim \gamma^{-1} = \frac{c}{v_{T_\perp} \omega_{Le}} \approx \approx 0.35 \text{ пс} \cdot \sqrt{\frac{10^{19}}{n [\text{см}^{-3}]} \frac{100}{T_\perp [\text{эВ}]}}. \quad (7.2)$$

По мере развития неустойчивости растет плотность энергии электромагнитного поля в плазме. Согласно численным исследованиям вейбелевской неустойчивости [2], линейная стадия неустойчивости, на которой поле возрастает экспоненциально быстро во времени, имеет место до тех пор, пока плотность энергии квазистационарного магнитного поля не достигнет десяти процентов от плотности кинетической энергии электронов. Учитывая, что плотность энергии электромагнитного поля в плазме максимальна

вблизи ее границы $z = 0$, и принимая во внимание соотношение $B_y^2(z \approx 0, t_{NL})/8\pi \approx 0.1 n \kappa_B T_\perp$, формулу (5.3) и условие непрерывности магнитного поля на границе плазмы, получаем оценку для t_{NL} — верхней границы временного интервала линейной стадии неустойчивости —

$$\frac{\exp(2\gamma t_{NL})}{(\gamma t_{NL})^3} \approx \frac{\pi}{20} \frac{n m c^3}{I_L} \left(\frac{\omega_0}{\gamma} + \frac{\gamma}{\omega_0} \right)^2, \quad (7.3)$$

где $I_L = c E_L^2/8\pi$ — плотность потока излучения, падающего на поверхность плазмы. Отсюда при небольшой плотности потока I_L с логарифмической точностью находим, что

$$\gamma t_{NL} \approx 15 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{n [\text{см}^{-3}]}{10^{19}} \frac{10^6}{I_L [\text{Вт}/\text{см}^2]} \right) + \ln \left(\frac{\omega_0}{\gamma} + \frac{\gamma}{\omega_0} \right). \quad (7.4)$$

Отметим, что согласно (7.4) отношение t_{NL}/t_γ логарифмически слабо зависит от параметров плазмы и излучения. Характерные времена t_c , t_γ и t_{NL} определяют временной интервал, в котором возможно усиление отраженного излучения согласно соотношению

$$t_\gamma \leq t \leq \min[t_c, t_{NL}]. \quad (7.5)$$

Например, для плазмы с $Z = 1$, $\Lambda \approx 8$, плотностью $n \approx 10^{19} \text{ см}^{-3}$ и температурой $T_\perp \approx 200 \text{ эВ}$ при $I_L \approx 10^6 \text{ Вт}/\text{см}^2$ в условиях оптимального усиления, когда $\omega_0 \approx \gamma$, из формул (7.1), (7.2) и (7.4) имеем: $t_c \approx 12 \text{ пс}$, $t_\gamma \approx 0.2 \text{ пс}$, $t_{NL} \approx 4 \text{ пс}$. В тех же условиях, но при $T_\perp \approx 1 \text{ кэВ}$ и $\Lambda \approx 10$, имеем: $t_c \approx 110 \text{ пс}$, $t_\gamma \approx 0.1 \text{ пс}$, $t_{NL} \approx 2 \text{ пс}$. Таким образом, временной интервал (7.5), в котором имеет место усиление отраженного излучения, достаточно широк.

Длительность усиливаемого импульса излучения T не имеет смысла брать больше, чем $\min[t_c, t_{NL}]$. Дело в том, что при $t > t_c$ из-за столкновений разрушается неравновесное анизотропное распределение фотоэлектронов, а при $t > t_{NL}$ происходит нелинейное насыщение неустойчивости и квазистационарное магнитное поле в плазме более не возрастает во времени. Если $T > \min[t_c, t_{NL}]$, то усиливается лишь часть импульса длительностью порядка $\min[t_c, t_{NL}]$. Если же $T < \min[t_c, t_{NL}]$, то после отражения основного импульса неравновесная плазма продолжает генерировать излучение вплоть до момента времени порядка $\min[t_c, t_{NL}]$. Причиной такой генерации является продолжение усиления поля, порожденного в плазме ранее пришедшим импульсом. Генерация су-

ществует, как при $T > t_\gamma$, так и при $T < t_\gamma$, когда передняя часть отраженного импульса длительностью T вообще не усиливается.

Согласно формуле (7.4) время t_{NL} изменяется слабо при изменении плотности потока усиливаемого импульса I_L . Вместе с тем, диапазон изменения величины I_L ограничен. В соответствии с условием нелинейной стабилизации неустойчивости, магнитное поле, создаваемое падающим импульсом в плазме, должно быть меньше $\sqrt{0.8\pi n \kappa_B T_\perp}$. Отсюда, используя условие непрерывности магнитного поля на поверхности плазмы, имеем ограничение сверху для величины I_L :

$$I_L \leq 0.025 c n \kappa_B T_\perp \approx \approx 1.2 \cdot 10^{11} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \cdot \frac{n [\text{см}^{-3}]}{10^{19}} \frac{T_\perp [\text{эВ}]}{100}. \quad (7.6)$$

Отметим, что неравенство (7.6) обеспечивает малость амплитуды скорости осцилляций электрона в электрическом поле в плазме по сравнению с тепловой скоростью электронов. Плотность потока не должна быть и слишком малой. Дело в том, что помимо магнитного поля, создаваемого падающим на плазму импульсом, в ней существует спонтанное магнитное поле B_{sp} , возникающее при тепловых флуктуациях плотности тока. Спонтанное магнитное поле также усиливается при развитии вейбелевской неустойчивости. Его усиление можно не учитывать, если напряженность B_{sp} меньше $2B_L$ — напряженности магнитного поля в плазме, создаваемого падающим импульсом. Пренебрегая отличием флуктуаций в изотропной и анизотропной плазме, приведем грубую оценку величины поля B_{sp} . Согласно работе [24]

$$\frac{B_{sp}^2}{8\pi n \kappa_B T_\perp} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\kappa_B T_\perp}{m c^2} \frac{\omega_{Le}^3}{n c^3} \ll 1.$$

В итоге имеем качественную оценку на минимальное значение плотности потока усиливаемого импульса:

$$I_L \gg 10 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \cdot \left(\frac{n [\text{см}^{-3}]}{10^{19}} \right)^{3/2} \left(\frac{T_\perp [\text{эВ}]}{100} \right)^2. \quad (7.7)$$

Сопоставляя неравенства (7.6) и (7.7), видим, что диапазон изменения плотности потока I_L достаточно широк.

Заканчивая обсуждение, дадим оценку того, сколь сильно можно усилить поле, понимая под этим отношение плотностей потока отраженного и падающего полей. Из изложенного выше понятно,

что максимальное относительное усиление дается отношением

$$\frac{0.1 \text{ спк}_B T_\perp}{I_L} \approx 5 \cdot 10^5 \frac{10^6}{I_L [\text{Вт/см}^2]} \frac{n [\text{см}^{-3}]}{10^{19}} \frac{T_\perp [\text{эВ}]}{100},$$

которое велико. Реализовать такое усиление можно, если импульс начинает взаимодействовать с плазмой во временном интервале с момента создания неравновесной плазмы до начала развития вейбелевской неустойчивости. Поскольку время проникновения поля в плазму порядка обратной основной частоты импульса, эта частота не должна быть существенно меньше инкремента неустойчивости. Вместе с тем, при $\omega_0 > \gamma$ с увеличением частоты напряженность отраженного поля уменьшается приблизительно как ω_0^{-1} (см. (5.3)), хотя сама возможность значительного усиления отраженного сигнала сохраняется. Наиболее эффективно усиливается излучение с частотой

$$\omega_0 \sim \gamma \approx 3 \text{ пс}^{-1} \cdot \left(\frac{n [\text{см}^{-3}]}{10^{19}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_\perp [\text{эВ}]}{100} \right)^{1/2}.$$

Отсюда, в частности, видно, как, изменяя плотность или температуру фотоэлектронов, можно реализовать оптимальные условия усиления в широком терагерцевом диапазоне частот. Отметим также, что спектральный состав усиленного сигнала характеризуется инкрементом неустойчивости и может существенно отличаться от спектрального состава падающего на неравновесную плазму импульса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 09-02-00696).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Получим иное представление для интеграла (4.1). Введем вспомогательный контурный интеграл

$$\frac{E_L}{\pi} \oint_C \frac{2\omega_0 ds}{\omega_0^2 - s^2} \frac{s^2 + \gamma^2}{\omega_{Le}^2 + \gamma^2} \left(1 - \sqrt{\frac{s^2 - \omega_{Le}^2}{s^2 + \gamma^2}} \right) \times \exp \left[is \left(t - \frac{z}{c} \sqrt{\frac{s^2 - \omega_{Le}^2}{\gamma^2 + s^2}} \right) \right], \quad z < ct, \quad (\text{A.1})$$

где C — замкнутый контур в плоскости комплексной переменной s , имеющей размерность частоты, изображенный на рис. 6. На отрезке вещественной оси (ω_{Le}, ∞) , выделенном на рис. 6 жирной линией,

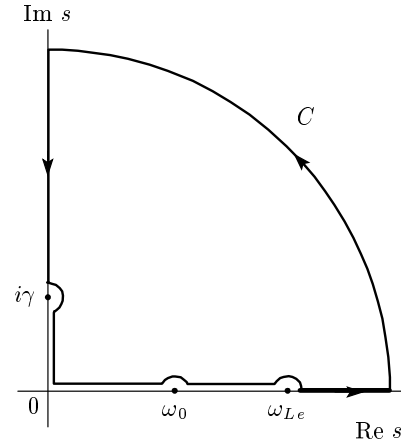


Рис. 6. Контур интегрирования для преобразования интеграла (A.1)

действительная часть интеграла (A.1) совпадает с искомым интегралом (4.1). Поскольку вдоль контура C и внутри ограниченной им односвязанной области подынтегральная функция в (A.1) является аналитической, интеграл (A.1) равен нулю. Отсюда следует, что искомый интеграл (4.1) равен действительной части суммы интегралов по остальным участкам контура C , взятым со знаком минус. При $|s| \rightarrow \infty$ интеграл (A.1) по большой дуге контура C равен нулю. Равны нулю и интегралы по бесконечно малым дугам, охватывающим точки ветвления ω_{Le} и $i\gamma$. На участке мнимой оси $(i\gamma, i\infty)$ интеграл (A.1) является чисто мнимой величиной, так что вклад от этого участка в (4.1) также равен нулю.

Нетривиальный вклад в (A.1) при обходе полюса подынтегрального выражения в точке $s = \omega_0$ описывается соотношением

$$iE_L \frac{\sqrt{\omega_0^2 + \gamma^2}}{\sqrt{\omega_0^2 + \gamma^2} + i\sqrt{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}} \times \exp \left[\omega_0 \left(it + \frac{z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 + \gamma^2}} \right) \right]. \quad (\text{A.2})$$

На отрезке $(0, i\gamma)$ переменная интегрирования $s = i\eta + 0$, а функция

$$\sqrt{\frac{s^2 - \omega_{Le}^2}{\gamma^2 + s^2}} = i\sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}},$$

что позволяет получить для вклада в (A.1) на этом участке контура C выражение

$$-i \frac{E_L}{\pi} \int_0^\gamma \frac{2\omega_0 d\eta}{\omega_0^2 + \eta^2} \frac{\sqrt{\gamma^2 - \eta^2}}{\sqrt{\gamma^2 - \eta^2 + i\sqrt{\omega_{Le}^2 + \eta^2}}} \times \exp \left[\eta \left(-t + i \frac{z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \right) \right]. \quad (\text{A.3})$$

Еще один нетривиальный вклад в (A.1) дают отрезки $(0, \omega_0)$ и (ω_0, ω_{Le}) , на которых $s = \xi + i0$, а функция

$$\sqrt{\frac{s^2 - \omega_{Le}^2}{\gamma^2 + s^2}} = i \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\gamma^2 + \xi^2}}.$$

Для вклада в (A.1) получаем соотношение

$$\frac{E_L}{\pi} \text{V.p.} \int_0^{\omega_{Le}} \frac{2\omega_0 d\xi}{\omega_0^2 - \xi^2} \frac{\sqrt{\gamma^2 + \xi^2}}{\sqrt{\gamma^2 + \xi^2 + i\sqrt{\omega_{Le}^2 - \xi^2}}} \times \exp \left[\xi \left(it + \frac{z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\gamma^2 + \xi^2}} \right) \right]. \quad (\text{A.4})$$

Суммируя выражения (A.2)–(A.4), взятые с обратным знаком, и вычисляя от этой суммы действительную часть, получаем следующее выражение для интеграла (4.1):

$$\begin{aligned} & \frac{E_L}{\omega_{Le}^2 + \gamma^2} \left\{ (\omega_0^2 + \gamma^2) \left[\sin(\omega_0 t) - \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\gamma^2 + \omega_0^2}} \cos(\omega_0 t) \right] \exp \left(\frac{z\omega_0}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 + \gamma^2}} \right) - \right. \\ & \quad \left. - \text{V.p.} \int_0^{\omega_{Le}} \frac{d\xi}{\pi} \frac{2\omega_0 (\gamma^2 + \xi^2)}{\omega_0^2 - \xi^2} \times \left[\cos(\xi t) + \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\gamma^2 + \xi^2}} \sin(\xi t) \right] \exp \left(\frac{z\xi}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 - \xi^2}{\xi^2 + \gamma^2}} \right) - \right. \\ & \quad \left. - \int_0^\gamma \frac{d\eta}{\pi} \frac{2\omega_0 (\gamma^2 - \eta^2)}{\omega_0^2 + \eta^2} e^{-\eta t} \left[\sin \left(\frac{\eta z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \right) - \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \cos \left(\frac{\eta z}{c} \sqrt{\frac{\omega_{Le}^2 + \eta^2}{\gamma^2 - \eta^2}} \right) \right] \right\}. \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

Сложив выражения (A.5) и (4.2)–(4.4), приходим к формуле (4.5).

ЛИТЕРАТУРА

1. E. S. Weibel, Phys. Rev. Lett. **2**, 83 (1959).
2. R. C. Davidson, D. A. Hammer, I. Haber, and C. E. Wagner, Phys. Fluids **15**, 317 (1972).
3. M. Wallace, J. U. Brackbill, C. W. Granfill, D. W. Forslund, and R. J. Mason, Phys. Fluids **30**, 1085 (1987).
4. В. Ю. Быченков, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, ТМФ **82**, 18 (1990).
5. В. Ю. Быченков, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, ЖЭТФ **100**, 440 (1991).
6. T. Okada and K. Ogawa, Phys. Plasmas **14**, 072702 (2007).
7. N. B. Delone and V. P. Krainov, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 1207 (1991).
8. S. J. McNaught, J. P. Knauer, and D. D. Meyerhofer, Phys. Rev. Lett. **78**, 626 (1997).
9. S. J. McNaught, J. P. Knauer, and D. D. Meyerhofer, Phys. Rev. A **58**, 1399 (1998).
10. W. P. Leemans, C. E. Clayton, W. B. Mori, K. A. Marsh, A. Dyson, and C. Joshi, Phys. Rev. Lett. **68**, 321 (1992).
11. J. C. Kieffer, J. P. Matte, H. Pepin, M. Chaker, Y. Beaudoin, T. W. Johnston, C. Y. Chein, S. Coe, G. Mourou, and J. Dubau, Phys. Rev. Lett. **68**, 480 (1992).
12. Н. Б. Делоне, В. П. Крайнов, УФН **168**, 531 (1998).
13. В. Д. Мур, С. В. Попруженко, В. С. Попов, ЖЭТФ **119**, 893 (2001).
14. V. I. Arefyef, V. P. Silin, and S. A. Uryupin, Phys. Lett. A **255**, 307 (1999).
15. В. П. Крайнов, ЖЭТФ **123**, 487 (2003).
16. V. P. Krainov, J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys. **36**, 3187 (2003).
17. А. Ю. Романов, В. П. Силин, С. А. Урюпин, ЖЭТФ **126**, 843 (2004).
18. G. Ferrante, M. Zarccone, and S. A. Uryupin, Europ. Phys. J. D **19**, 349 (2002).
19. С. Г. Бежанов, С. А. Урюпин, Физика плазмы **32**, 459 (2006).
20. G. Ferrante, M. Zarccone, and S. A. Uryupin, Europ. Phys. J. D **22**, 109 (2003).
21. G. Ferrante, M. Zarccone, and S. A. Uryupin, Phys. Rev. Lett. **91**, 085005 (2003).
22. G. Ferrante and S. A. Uryupin, Phys. Lett. A **345**, 205 (2005).
23. N. V. Bordyuh and V. P. Krainov, Phys. Plasmas **15**, 043104 (2008).
24. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, *Электродинамика плазмы*, Наука, Москва (1974).