

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ СЛАБОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛОТНЫМ АНСАМБЛЕМ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ АТОМОВ

И. М. Соколов^{a,b}, Д. В. Куприянов^a, М. Д. Хэви^{c**}*

*^a Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
195251, Санкт-Петербург, Россия*

*^b Институт аналитического приборостроения Российской академии наук
198103, Санкт-Петербург, Россия*

*^c Department of Physics, Old Dominion University
23529, Norfolk, VA USA*

Поступила в редакцию 21 июня 2010 г.

На основе развитой квантовой микроскопической теории проведено детальное описание взаимодействия слабого электромагнитного излучения с плотными ультрахолодными атомными облаками. В качестве конкретных примеров применения общей теории рассчитано дифференциальное и полное сечения кооперативного рассеяния монохроматического излучения. Определены угловые, спектральные и поляризационные характеристики рассеянного света. Исследована зависимость этих величин от размеров образца и концентрации атомов, проанализировано влияние коллективных эффектов.

1. ВВЕДЕНИЕ

Значительное количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных изучению холодных и ультрахолодных атомных ансамблей, обусловлено как целым рядом уникальных физических свойств, характерных для таких систем, так и очень широким кругом их возможного практического применения. Совершенствование техники охлаждения атомных газов в атомных ловушках [1, 2] делает их использование в метрологии, стандартизации частоты, в квантово-информационных задачах чрезвычайно перспективным [3–11]. При этом как большинство методов диагностики состояния этих ансамблей, так и подавляющее большинство предложенных схем их применения основаны на их взаимодействии с электромагнитным излучением.

Взаимодействие излучения с холодными атомными облаками имеет целый ряд особенностей. Во-первых, из-за низкой температуры атомы имеют очень большие сечения резонансного рассеяния, и даже для сравнительно разреженных обла-

ков необходимо учитывать многократное рассеяние. Во-вторых, атомные облака в ловушках характеризуются неравновесным распределением по различным сверхтонким подуровням, а также неоднородным пространственным распределением. Наконец, низкие средние скорости движения атомов приводят к тому, что при многократном рассеянии могут наблюдаться интерференционные эффекты несмотря на отсутствие какой-либо упорядоченности в атомном облаке.

В зависимости от концентрации n атомов в облаке различают два основных режима его взаимодействия со светом — режимы слабой и сильной локализации. Режим слабой локализации предполагает, что среда разрежена настолько, что как средние межатомные расстояния, так и средняя длина свободного пробега фотона много больше длины световой волны λ . В этом случае отдельные атомы рассеивают излучение независимо и процесс многократного рассеяния можно представить как ряд последовательных рассеяний на свободных атомах. К настоящему времени этот режим исследован достаточно подробно как экспериментально, так и теоретически [12–15].

*E-mail: IMS@IS12093.spb.edu

**M. D. Havey

Взаимодействие света с плотными атомными облаками изучено значительно менее подробно, чем с разреженными. Главным образом это связано со значительными техническими трудностями создания таких ансамблей в лабораторных условиях. Имеются также определенные трудности последовательного квантового описания их взаимодействия с электромагнитным полем. В условиях, когда среднее расстояние между атомами становится соизмеримо с длиной световой волны, необходимо учитывать резонансное межатомное диполь-дипольное взаимодействие. Это взаимодействие приводит к тому, что отдельные атомы не могут рассматриваться как независимые источники вторичных волн. Создаются условия для так называемого зависимого или кооперативного рассеяния, и мы, по-существу, имеем дело с взаимодействием света с гигантской квазимолекулой, объединяющей все атомы ансамбля.

Несмотря на имеющиеся трудности, режим сильной локализации привлекает в последнее время значительное внимание, поскольку есть основания полагать, что в этом режиме возможны такие интересные и практически значимые квантовые процессы, как андерсоновская (сильная) локализация света [16–19] и лазерная генерация в отсутствие упорядоченности в среде [20–24]. Проводимые в настоящее время работы направлены как на попытки экспериментальной реализации этих эффектов, так и на их адекватное теоретическое описание.

Настоящая статья посвящена теоретическому исследованию рассеяния света плотными атомными облаками в условиях сильной локализации, т. е. построению теории зависимого рассеяния. Очевидно, что задача о плотном ансамбле относится к области макроскопической электродинамики. Как известно, в теории имеются два основных подхода к решению таких задач: макроскопический, когда описание проводится в рамках усредненных характеристик — напряженности поля и атомной поляризации, и микроскопический, базирующийся на представлении о дискретной структуре вещества, состоящего из отдельных атомов или молекул. Макроскопический подход, используемый нами при решении задачи рассеяния, был подробно описан в работе [25]. Настоящая статья посвящена развитию последовательного квантового микроскопического описания режима сильной локализации. Мы рассматриваем рассеяние квазирезонансного излучения ультрахолодным неупорядоченным ансамблем атомов в условиях, когда среднее число атомов в объеме $\lambda^3 \equiv k^{-3}$ может достигать величины порядка единицы. В данной работе пробное излучение будем предполагать слабым

и ограничимся случаем, когда в полевой подсистеме находится не более одного фотона. Атомы будем считать неподвижными.

Одной из ключевых проблем описания рассеяния в рассматриваемом случае является анализ эволюции атомного ансамбля после его возбуждения исходным излучением и исследование возможных каналов распада этого возбуждения с рождением вторичных, рассеянных, фотонов. В связи с этим решаемая задача тесно связана с задачей о коллективном спонтанном распаде в плотной многоатомной системе. Более того, ее можно свести к задаче о спонтанном распаде, если рассмотреть эволюцию атомной подсистемы, у которой в начальном состоянии возбужден один из атомов, находящийся далеко от облака. Рассчитывая динамику такой системы, мы автоматически опишем процесс рассеяния облаком фотона, излученного этим отдельным атомом.

Рассмотрение задачи в такой постановке позволяет использовать методы, развитые в задачах о сверхизлучении однократно возбужденного ансамбля. Впервые задача о влиянии диполь-дипольного взаимодействия на коллективный спонтанный распад в системе конечных размеров была рассмотрена для случая двух атомов в работах [26, 27]. Развитый в них последовательный квантовый подход был впоследствии обобщен в целом ряде работ на случай многоатомных ансамблей (см. работы [28–34] и цитируемую там литературу). Однако практически во всех работах, касающихся многоатомных систем, рассмотрение ограничивалось моделью двухуровневых атомов, что не позволяет корректно учесть поляризационные свойства света, а следовательно, правильно описать резонансное диполь-дипольное взаимодействие на малых расстояниях. Кроме того, при вычислениях реальный неупорядоченный атомный ансамбль, как правило, заменялся моделью усредненной непрерывной среды. При этом роль случайной неоднородности не учитывалась. Эти упрощения, по нашему мнению, существенно ограничивают применение соответствующих теорий для описания результатов конкретных экспериментов с ультрахолодными газами, поэтому в предлагаемой работе мы выходим за их рамки. Еще одним важным отличием подхода, развиваемого в данной работе, является возможность его применения для анализа рассеяния когерентного импульсного излучения, что также представляется важным для интерпретации конкретных экспериментов.

Настоящая статья построена следующим образом. В разд. 2 на основе решения нестационарного уравнения Шредингера будут рассчитаны амплиту-

ды ряда интересующих состояний объединенной системы, включающей атомы и электромагнитное излучение. В разд. 3 рассчитанные амплитуды используются для определения свойств рассеянного излучения — интенсивности, спектра, поляризационных характеристик. Раздел 4 содержит описание и результаты численных расчетов. В Заключении коротко сформулированы основные полученные в работе результаты, а также обсуждаются возможности дальнейшего развития исследований в данной области.

2. АМПЛИТУДЫ СОСТОЯНИЙ

Состояние замкнутой системы, состоящей из атомов и электромагнитного поля, может быть описано волновой функцией ψ . В шредингеровском представлении эта функция удовлетворяет уравнению

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi, \quad (2.1)$$

где

$$H = H_0 + V, \quad (2.2)$$

$$H_0 = H_f + \sum_a H_a.$$

Здесь H_a , H_f и V — гамильтонианы свободных, не взаимодействующих между собой атомов, свободного поля и оператор их взаимодействия. В используемом нами дипольном приближении

$$V = - \sum_a \mathbf{d}^{(a)} \mathbf{E}(\mathbf{r}_a), \quad (2.3)$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ — оператор вектора электрического смещения¹⁾,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}) =$$

$$= i \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{V}} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\alpha} a_{\mathbf{k}\alpha} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \text{h.c.}, \quad (2.4)$$

$\mathbf{E}^{(\pm)}$ — операторы положительной и отрицательной частотных компонент; $a_{\mathbf{k}\alpha}$ — оператор уничтожения фотонов в моде с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией α ; V — объем квантования; $\mathbf{d}^{(a)}$ — оператор

дипольного момента атома a , $\mathbf{e}_{\mathbf{k}\alpha}$ — орты поляризации, удовлетворяющие условию поперечности

$$\sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\mathbf{k}\alpha}^{\mu} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k}\alpha}^{*\nu} = \delta_{\mu\nu} - \frac{k_{\mu}k_{\nu}}{k^2}. \quad (2.5)$$

При решении уравнения (2.1) воспользуемся общим подходом, развитым в работах Гайтлера и подробно изложенным в монографии [36]. Будем искать волновую функцию ψ в виде разложения по набору собственных состояний $\{|l\rangle\}$ оператора H_0 ,

$$\psi = \sum_l b_l(t) |l\rangle. \quad (2.6)$$

Здесь индекс « l » определяет состояние всех атомов и поля.

Для амплитуд состояний $b_l(t) \equiv \langle l | \psi \rangle$ из уравнения (2.1) получаем следующую систему связанных уравнений:

$$i\hbar \frac{\partial b_l(t)}{\partial t} - E_l b_l(t) = \sum_j V_{lj} b_j(t), \quad (2.7)$$

где E_l — энергия l -го состояния системы свободных атомов и поля.

Система (2.7) содержит бесконечное число уравнений и не может быть решена в общем случае. В данной работе, как уже упоминалось выше, нас будут интересовать эволюция только слабовозбужденных состояний объединенной системы. Кроме этого, в процессе вычислений мы будем искать все интересующие нас наблюдаемые — сечения рассеяния, константы распада, сдвиги уровней и т. п. — с точностью до второго порядка по постоянной тонкой структуры. Никакие более высокие радиационные поправки вычисляться не будут. В этом случае число состояний $|l\rangle$, учитываемых в расчете, может быть ограничено. В работе [26] показано, что в рассматриваемом приближении достаточно учесть лишь следующие состояния:

$$\begin{aligned} \psi_g &= |g, g, \dots, g\rangle \otimes |\mathbf{k}\alpha\rangle, & E_g &= \hbar\omega_{\mathbf{k}}, \\ \psi_{e_a} &= |g, g, \dots, g, e, g, \dots, g\rangle \otimes |\text{vac}\rangle, \\ E_{e_a} &= \hbar\omega_a, \\ \psi_{e_a e_b} &= |g, \dots, g, e, g, \dots, g, e, g, \dots, g\rangle \otimes \\ & \otimes |\mathbf{k}\alpha\rangle, \\ E_{e_a e_b} &= \hbar(\omega_a + \omega_b) + \hbar\omega_{\mathbf{k}}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь ω_a — частота перехода атома a ; энергию основного состояния атомов мы приняли за нуль.

Заметим, что при выборе учитываемых в расчете состояний мы выходим за рамки приближения вращающейся волны, поскольку включили в рассмотрение состояния с энергией $\hbar(\omega_a + \omega_b) + \hbar\omega_{\mathbf{k}}$,

¹⁾ Очень часто в литературе этот оператор называется оператором напряженности или просто оператором поля. Заметим, однако, что в используемом дипольном приближении величина $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ совпадает с оператором напряженности только вне рассматриваемой атомной среды. Подробное обсуждение этого различия можно найти, например, в монографии [35].

в которых кроме фотона есть два возбужденных атома, a и b . Учет нерезонансных состояний оказывается необходимым для правильного описания диполь-дипольного взаимодействия атомов, находящихся на малых, меньше длины волны, расстояниях друг от друга. Действительно, диполь-дипольное взаимодействие может быть описано как результат обмена резонансными фотонами. Такой обмен может происходить двумя путями — через резонансные и нерезонансные промежуточные состояния. В первом случае возбужденный атом испускает фотон, который затем поглощается невозбужденным атомом. Во втором случае вначале происходит процесс возбуждения атома с испусканием фотона, а затем переход изначально возбужденного атома в основное состояние с поглощением фотона.

Согласно соотношению неопределенности энергия-время на временах $\tau = r/c$ распространения фотона от атома к атому, могут существовать виртуальные состояния с энергией, отличающейся от резонансной (начальной) на величину порядка $\Delta E \sim \hbar c/r$. Когда межатомное расстояние r велико, второй путь оказывается сильно нерезонансным, поэтому его обычно не учитывают. Если межатомное расстояние меньше или порядка длины обратного волнового вектора, $r \lesssim \lambda$, то $\tau \lesssim \lambda/c = 1/\omega$ и $\Delta E \gtrsim \hbar c k = \hbar \omega$. Поэтому мы должны учесть и второй канал обмена энергией, т. е. канал, осуществляемый через промежуточное состояние $\psi_{e_a e_b}$. Более подробно рассмотрение вопроса о применимости приближения вращающейся волны в задачах о спонтанном распаде возбужденных состояний многоатомных систем можно найти, например, в работах [33, 34].

В дальнейшем помимо задач спонтанного распада и рассеяния однофотонного излучения нас будет интересовать взаимодействие атомного ансамбля со слабым когерентным излучением. Как известно, слабое когерентное излучение с хорошей точностью может быть представлено в виде суперпозиции однофотонного и вакуумного состояний. Поэтому мы добавим в группу (2.8) дополнительное состояние

$$\psi_{g'} = |g, g, \dots, g, g\rangle \otimes |\text{vac}\rangle; E_{g'} = 0. \quad (2.9)$$

Дальнейшие упрощения сделаем для системы, состоящей из $N + 1$ атомов. Будем считать, что N атомов, образующих облако, одинаковы и могут быть описаны четырехуровневой системой с одним основным и тремя вырожденными возбужденными зеемановскими подуровнями (переход $J = 0 \leftrightarrow J = 1$). Один из атомов, который в дальнейшем будем называть источником, тоже четырех-

уровневый, может отличаться частотой перехода и временем жизни возбужденных состояний. Полученные ниже общие формулы будут справедливы и в том частном случае, когда все $N + 1$ атомы одинаковы и образуют единое облако.

Рассмотрим динамику объединенной системы атомы + поле, предполагая, что в начальный момент времени все атомы, кроме источника, находятся в основном состоянии, а поле — в вакуумном. Атом-источник находится в суперпозиции основного и возбужденного состояний. Это означает, что в начальный момент возбуждены два состояния, одно из которых g' , а второе обозначим как o . Если b_o — начальная амплитуда состояния o , а $b_{o'}$ — состояния g' ($|b_o|^2 + |b_{o'}|^2 = 1$), то система уравнений (2.7) для амплитуд должна быть дополнена следующими начальными условиями:

$$\begin{aligned} b_i(0) &= 0, & b_o(+0) &= b_o, \\ b_{g'}(+0) &\equiv b_{o'}, & i &\neq o, g'. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Получаемое при этом решение описывает состояние атомно-полевой системы для положительных времен $t > 0$.

Очевидно, что в рамках сделанных приближений амплитуда состояния (2.9) $\psi_{g'}$ в процессе эволюции системы не изменяется. Это связано с тем, что переход в это состояние из других учитываемых в расчете невозможен. Невозможен также уход из g' ни в одно из состояний (2.8) (виртуальные переходы в состояние с одним фотоном и одним возбужденным атомом, приводящие к лэмбовским сдвигам, мы учитываем перенормировкой частоты перехода, см. Приложение), поэтому $b_{g'}(t) = b_{o'}$.

Для определения временной зависимости остальных амплитуд распространим, в соответствии с методом Гайтлера, решение системы (2.7) на отрицательную полусось времени, считая, что

$$b_i(t) = 0, \quad t < 0.$$

Функция $b_o(t)$ имеет скачок при $t = 0$. Учтем это обстоятельство, добавив в уравнение для $b_o(t)$ неоднородный член,

$$i\hbar \frac{\partial b_l(t)}{\partial t} - E_l b_l(t) = \sum_j V_{lj} b_j(t) + i\hbar \delta_{lo} \delta(t) b_o, \quad (2.11)$$

где δ_{ik} — символ Кронекера. Получающуюся систему решаем, переходя к фурье-представлению:

$$b_l(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} b_l(\omega) \exp(-i\omega t).$$

При этом

$$(\hbar\omega - E_l) b_l(\omega) = \sum_j V_{lj} b_j(\omega) + i\hbar\delta_{lo} b_o. \quad (2.12)$$

Выделим из всей системы уравнение для $b_o(\omega)$, учитывая, что $V_{oo} = 0$:

$$(\hbar\omega - E_o) b_o(\omega) = \sum_{j \neq o} V_{oj} b_j(\omega) + i\hbar b_o, \quad (2.13)$$

$$(\hbar\omega - E_l) b_l(\omega) = V_{lo} b_o(\omega) + \sum_{j \neq o} V_{lj} b_j(\omega). \quad (2.14)$$

Введем новые переменные $u_l(\omega)$:

$$b_l(\omega) = u_l(\omega) b_o(\omega) \zeta(\hbar\omega - E_l). \quad (2.15)$$

Введение сингулярной функции $\zeta(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} [1 - \exp(ikx)]/x$ позволяет в общем случае доказать [36], что полученное решение будет удовлетворять начальным условиям.

Функции $u_l(\omega)$ удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} u_g(\omega) &= V_{go} + \sum_{e \neq o} V_{ge} u_e(\omega) \zeta(\hbar\omega - E_e), \\ u_{ee}(\omega) &= V_{ee;o} + \sum_{e \neq o} V_{ee;e} u_e(\omega) \zeta(\hbar\omega - E_e), \\ u_e(\omega) &= \sum_g V_{eg} u_g(\omega) \zeta(\hbar\omega - E_g) + \\ &+ \sum_{ee} V_{e;ee} u_{ee}(\omega) \zeta(\hbar\omega - E_{ee}), \quad e \neq o, \end{aligned} \quad (2.16)$$

решение которой позволяет найти также амплитуду $b_o(\omega)$:

$$b_o(\omega) = \frac{ib_o}{\omega - \omega_o - \Sigma_o(\omega)}, \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_o(\omega) &= \frac{1}{\hbar} \sum_g V_{og} u_g(\omega) \zeta(\hbar\omega - E_g) + \\ &+ \frac{1}{\hbar} \sum_{ee} V_{o;ee} u_{ee}(\omega) \zeta(\hbar\omega - E_{ee}). \end{aligned} \quad (2.18)$$

При записи соотношений (2.16)–(2.18) для краткости опущен индекс возбужденного атома, а также учтено, что для сингулярных функций $\zeta(x)$ выполняется соотношение $x\zeta(x) = 1$.

Используя первое и второе уравнения системы (2.16), можно получить замкнутую систему уравнения для состояний с одним возбужденным атомом в облаке:

$$\begin{aligned} u_e(\omega) &= \sum_g V_{eg} V_{go} \zeta(\hbar\omega - E_g) + \\ &+ \sum_{ee} V_{e;ee} V_{ee;o} \zeta(\hbar\omega - E_{ee}) + \\ &+ \sum_{e' \neq o} \left[\sum_g V_{eg} V_{ge'} \zeta(\hbar\omega - E_g) + \right. \\ &\left. + \sum_{ee} V_{e;ee} V_{ee;e'} \zeta(\hbar\omega - E_{ee}) \right] u_{e'}(\omega) \times \\ &\times \zeta(\hbar\omega - E_{e'}), \quad e \neq o. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Заметим, что эта система, в отличие от (2.11), содержит конечное число уравнений. Это число определяется числом атомов в рассматриваемом облаке и числом возбужденных состояний, учитываемых в расчете. Входящие сюда суммы $\sum_g V_{eg} V_{ge'} \zeta(\hbar\omega - E_g)$ и $\sum_{ee} V_{e;ee} V_{ee;e'} \zeta(\hbar\omega - E_{ee})$ могут быть вычислены для бесконечно-широкополосного полевого термостата в предположении бесконечного объема квантования (см. Приложение). Используя приведенные в Приложении выражения, перепишем систему (2.19) в более компактном виде:

$$\begin{aligned} \sum_{e' \neq o} [(\omega - \omega_a) \delta_{ee'} - \Sigma_{ee'}(\omega)] \times \\ \times u_{e'}(\omega) \zeta(\hbar\omega - E_{e'}) = \Sigma_{eo}(\omega). \end{aligned} \quad (2.20)$$

Здесь вектор $\Sigma_{eo}(\omega)$, стоящий в правой части, определяет возбуждение различных атомов облака излучением, исходящим от источника, а матрица $\Sigma_{ee'}(\omega)$ описывает перенос излучения между атомами внутри облака.

Система (2.20) может быть сведена к интегральному уравнению, если ввести приближение непрерывной среды. Такое сведение существенно упрощает решение задачи для модельной системы двухуровневых атомов [33, 34]. Более того, в этом случае для пространственно-однородных облаков сферической формы оказывается возможным даже аналитическое решение. Это решение, однако, не учитывает существенных особенностей реальных физических систем, поэтому в данной работе будем решать линейную систему (2.20) численно. При численном решении мы ограничены возможностями имеющихся компьютеров, которые позволяют рассматривать облака, содержащие несколько тысяч атомов. Число атомов в квазистатических ловушках, в которых могут быть достигнуты требуемые концентрации, может быть на два порядка больше, однако в рамках рассматриваемого подхода можно корректно описать все поляризационные эффекты и учесть

случайную неоднородность среды. Оба этих фактора, как показывают наши предыдущие расчеты [25], оказываются весьма существенными.

Формальное решение системы (2.20) может быть записано в виде

$$u_e(\omega)\zeta(\hbar\omega - E_e) = \sum_{e' \neq o} R_{ee'}(\omega)\Sigma_{e'o}(\omega), \quad (2.21)$$

где

$$R_{ee'}(\omega) = [(\omega - \omega_a)\delta_{ee'} - \Sigma_{ee'}(\omega)]^{-1}. \quad (2.22)$$

Используя (2.21) и (2.22), можно получить амплитуды всех интересующих нас состояний

$$b_{g'}(t) = b_{o'}, \quad (2.23)$$

$$b_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i d\omega}{2\pi} \frac{b_o \exp(-i\omega t)}{\omega - \omega_o - \Sigma_o(\omega)}, \quad (2.24)$$

$$b_g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i d\omega}{2\pi} \frac{b_o \zeta(\hbar\omega - E_g) \exp(-i\omega t)}{\omega - \omega_o - \Sigma_o(\omega)} \times \left(V_{go} + \sum_{e, e' \neq o} V_{ge} R_{ee'}(\omega) \Sigma_{e'o}(\omega) \right), \quad (2.25)$$

$$b_e(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i d\omega}{2\pi} \times \frac{b_o \exp(-i\omega t) \sum_{e' \neq o} R_{ee'}(\omega) \Sigma_{e'o}(\omega)}{\omega - \omega_o - \Sigma_o(\omega)}, \quad (2.26)$$

$$b_{ee}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i d\omega}{2\pi} \frac{b_o \zeta(\hbar\omega - E_{ee}) \exp(-i\omega t)}{\omega - \omega_o - \Sigma_o(\omega)} \times \left(V_{ee;o} + \sum_{e, e' \neq o} V_{ee;e} R_{ee'}(\omega) \Sigma_{e'o}(\omega) \right), \quad (2.27)$$

$$\Sigma_o(\omega) = \Sigma_{oo}(\omega) + \sum_{e, e' \neq o} \Sigma_{oe}(\omega) R_{ee'}(\omega) \Sigma_{e'o}(\omega). \quad (2.28)$$

Соотношения (2.23)–(2.28) дают полное описание рассматриваемой системы в рамках сделанных предположений. В следующем разделе на их основе мы

получим явные выражения для основных наблюдаемых в экспериментах характеристик рассеянного излучения. Однако сделаем предварительно одно важное замечание. Выражения (2.23)–(2.28) справедливы для любого расстояния между атомом, возбужденном в начальном состоянии, и облаком. Они позволяют в частности рассмотреть, как происходит модификация спонтанного распада атома вблизи или даже внутри облака. Главной целью данной работы является описание процесса рассеяния света плотным атомным облаком, поэтому далее ограничимся случаем, когда атом-источник находится далеко от рассматриваемого облака. При этом мы можем пренебречь обратным влиянием облака на процесс спонтанного распада этого уединенного атома, учитывая в расчете величины $\Sigma_o(\omega)$ только первое слагаемое в (2.28). Включая лэмбовский сдвиг в определение частоты ω_o , получаем

$$\Sigma_o(\omega) = -i\gamma_o/2. \quad (2.29)$$

Здесь γ_o — постоянная распада атома, который был изначально возбужден. Эта постоянная может быть произвольной.

Кроме упрощения величины $\Sigma_o(\omega)$ в рассматриваемом случае упрощается также выражение для вектора $\Sigma_{eo}(\omega)$, описывающего возбуждение различных атомов облака источником. Так как расстояние от облака до излучающего атома велико, важны эффекты запаздывания и использовать полюсное приближение нельзя. Можно, однако, использовать приближение вращающейся волны и оставить только одно слагаемое, убывающее наименее быстро при увеличении расстояния от источника до облака. При этом

$$\Sigma_{eo}(\omega) = - \sum_{\mu, \nu} \frac{\mathbf{d}_{e;g}^\mu \cdot \mathbf{d}_{g_o;e_o}^\nu}{\hbar r_{eo}} \left[\delta_{\mu\nu} - \frac{\mathbf{r}_{eo\mu} \cdot \mathbf{r}_{eo\nu}}{r_{eo}^2} \right] \times \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \exp\left(i \frac{\omega r_{eo}}{c} \right). \quad (2.30)$$

Здесь \mathbf{r}_{eo} — вектор, проведенный от источника o до атома, возбужденного в состояние e (далее для краткости будем называть его атомом e). Преобразуем выражение (2.30), учитывая, что r_{eo} много больше размеров системы. Введем систему координат с центром внутри облака. Обозначим через \mathbf{r}_e радиус-векторы атомов облака в этой системе, а через \mathbf{r}_o — источника. Тогда

$$r_{oe} = \sqrt{(\mathbf{r}_o - \mathbf{r}_e)^2} \approx r_o(1 - \mathbf{r}_o \cdot \mathbf{r}_e/r_o^2) = r_o - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_e, \quad \mathbf{n} = \mathbf{r}_o/r_o$$

и

$$\Sigma_{eo}(\omega) = - \sum_{\mu, \nu} \frac{k^2 \mathbf{d}_{e;g}^\mu \cdot \mathbf{d}_{g_o;e_o}^\nu}{\hbar r_o} \left[\delta_{\mu\nu} - \frac{\mathbf{k}_\mu \cdot \mathbf{k}_\nu}{k^2} \right] \times \exp(ikr_o - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_e). \quad (2.31)$$

Здесь $\mathbf{k} = \omega \mathbf{n}/c$. Из (2.31) видно, что излучение источника в области атомного ансамбля с хорошей точностью может рассматриваться как плоская волна.

3. ВЕРОЯТНОСТИ ПЕРЕХОДОВ. СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ

Знание амплитуд состояний позволяет рассчитать вероятности обнаружить систему в заданном состоянии в любой момент времени. В эксперименте, как правило, измеряются параметры электромагнитного излучения на больших расстояниях от рассеивающего облака. Эти параметры определяются величиной $b_g(t)$, вычисление которой и будет представлять для нас основной интерес в данной работе, поскольку различным состояниям g соответствуют различные частоты, поляризации и волновые векторы излученного фотона.

Соотношение (2.25) позволяет найти $b_g(t)$ в произвольный момент времени. Ниже рассмотрим два наиболее важных частных случая, допускающих существенное упрощение в аналитическом виде. Первый — расчет вероятности различных состояний поля по истечении большого промежутка времени, когда спонтанный распад уже произошел. В нашем случае это времена, большие времен распада как возбужденного состояния атома-источника, так и возбужденных состояний атомного ансамбля. Второй — расчет вероятностей перехода в единицу времени, когда состояние системы еще мало отличается от начального. Это времена много меньше времен распада (но, разумеется, много больше обратных частот перехода).

При решении первой задачи учтем, что

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \zeta(\hbar\omega - E_g) \exp(-i\omega t) = -2\pi i \delta(\hbar\omega - E_g) \exp(-iE_g t/\hbar). \quad (3.1)$$

При этом

$$b_g(t) = \frac{1}{\hbar} \frac{b_o \exp(-i\omega_g t)}{\omega_g - \omega_o - \Sigma_o(\omega_g)} \times \left(V_{go} + \sum_{e, e' \neq o} V_{ge} R_{ee'}(\omega_g) \Sigma_{e'o}(\omega_g) \right), \quad (3.2)$$

$t \rightarrow \infty.$

Здесь $\omega_g = E_g/\hbar$ — частота излученного фотона.

В выражении (3.2) первое слагаемое описывает излучение, попадающее на фотодетектор непосредственно от изначально возбужденного атома. Угловое и спектральное распределения собственного излучения облака будут даваться квадратом модуля второго слагаемого в круглых скобках в (3.2). Будем сейчас считать, что фотодетектор снабжен системой диафрагм, позволяющих исключить вклад изначально возбужденного атома в фототок. Тогда вероятность обнаружить в конечном состоянии фотон в данной моде будет равна

$$P_g = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\left| b_o \sum_{e, e' \neq o} V_{ge} R_{ee'}(\omega_g) \Sigma_{e'o}(\omega_g) \right|^2}{(\omega_g - \omega_o)^2 + \gamma_o^2/4}. \quad (3.3)$$

Знаменатель в этом выражении связан с эффективностью возбуждения облака излучением источника. При его вычислении мы учли соотношение (2.29). При малых γ_o эффективно возбуждается узкая спектральная группа состояний облака. Для определения полного спектра возбуждений облака в этом случае необходимо повторять опыт многократно, меняя частоту источника ω_o . Можно получить спектр излучения облака в одном опыте, если выбирать источник, дающий очень короткий по времени импульс, т. е. источник с большим значением γ_o , таким, чтобы все характерные частоты коллективных возбуждений попадали в интервал γ_o .

В другом предельном случае, когда величина γ_o много меньше характерных скоростей переходных процессов в облаке, будет иметь место квазистационарный процесс, при котором будет успевать установиться квазистационарное распределение возбуждения по облаку, которое будет медленно (со скоростями γ_o^{-1} распада возбужденного состояния атома-источника) изменяться. В этом случае можно вычислить вероятность перехода в единицу времени, $w = d|b_g(t)|^2/dt$. Для этого в (2.25) нужно осуществить предельный переход $\gamma_o \rightarrow 0$, прежде чем осуществлять переход к большим временам:

$$b_g(t) \xrightarrow{\gamma_o \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ib_o d\omega}{2\pi\hbar} \zeta(\omega - \omega_g) \zeta(\omega - \omega_o) \exp(-i\omega t) \times \left(V_{go} + \sum_{e, e' \neq o} V_{ge} R_{ee'}(\omega) \Sigma_{e'o}(\omega) \right). \quad (3.4)$$

При вычислении w воспользуемся разложением произведения $\varsigma(\omega - \omega_g)\varsigma(\omega - \omega_o)$ на простые дроби:

$$\begin{aligned} \varsigma_{\gamma_o}(\omega - \omega_o)\varsigma_{\sigma}(\omega - \omega_g) &= \\ &= [\varsigma_{\gamma_o}(\omega - \omega_o) - \varsigma_{\sigma}(\omega - \omega_g)]\varsigma_{\sigma - \gamma_o}(\omega_o - \omega_g). \end{aligned}$$

Здесь индексы « σ » и « γ_o » — постоянные, стремление к нулю которых дает соответствующую обобщенную функцию (далее для определенности будем считать, что $\sigma > \gamma_o$; это не повлияет на конечный результат). Учитывая, что $\varsigma_{\sigma - \gamma_o}(\omega_o - \omega_g) - \varsigma_{\sigma - \gamma_o}^*(\omega_o - \omega_g) = -2\pi i\delta(\omega_o - \omega_g)$, после несложных преобразований получим

$$w = \frac{2\pi |b_o|^2}{\hbar^2} \left| V_{g_o} + \sum_{e, e' \neq o} V_{g_e} R_{ee'}(\omega_o) \Sigma_{e'o}(\omega_o) \right|^2 \times \delta(\omega_o - \omega_g). \quad (3.5)$$

Как и ранее, первое слагаемое описывает вклад излучения, исходящего непосредственно от изначально возбужденного атома.

Соотношения (3.3)–(3.5) могут быть использованы для описания экспериментов, в которых детектируется заполнение различных мод поля, например, когда с помощью собирающей линзы выделяются моды с узкой группой направлений волновых векторов. Для описания экспериментов без такого выделения, например с точечными фотодетекторами, необходимо знать средние значения характеристик поля в определенной точке пространства в заданный момент времени. Эти средние значения могут быть найдены по известной волновой функции

$$\begin{aligned} \psi &= b_o(t)\psi_o + b_{o'}\psi_{g'} + \sum_g b_g(t)\psi_g + \\ &+ \sum_{e \neq o} b_e(t)\psi_e + \sum_{ee} b_{ee}(t)\psi_{ee}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Например, для среднего значения проекции a вектора $\mathbf{E}^{(+)}$ в точке \mathbf{r} в момент времени t получим

$$\begin{aligned} \langle \psi | \mathbf{e}_\alpha^* \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) | \psi \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i d\omega}{2\pi} \frac{\hbar b_o b_o^* \exp(-i\omega t)}{\omega - \omega_o + i\gamma_o/2} \times \\ &\times \left(\tilde{\Sigma}_{\alpha o}(\omega) + \sum_{e, e' \neq o} \tilde{\Sigma}_{\alpha e}(\omega) R_{ee'}(\omega) \Sigma_{e'o}(\omega) \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Здесь матрица $\tilde{\Sigma}_{\alpha e}(\omega)$ описывает распространение излучения от атома, возбужденного в состоянии e , до точки наблюдения,

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_{\alpha e}(\omega) &= \frac{1}{\hbar} \sum_g \langle o' | \times \\ &\times \mathbf{e}_\alpha^* \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) | g \rangle V_{g_e} \varsigma(\hbar\omega - E_g). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Явное выражение для нее можно получить аналогично тому как это было сделано в Приложении при вычислении бесконечных сумм, входящих в уравнение (2.19). В приближении вращающейся волны получим

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma}_{\alpha e}(\omega) &= -\frac{1}{\hbar |\mathbf{r} - \mathbf{r}_e|} \times \\ &\times \left[\mathbf{e}_\alpha^* \cdot \mathbf{d}_{g;e} - \frac{\mathbf{e}_\alpha^* \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_e) \mathbf{d}_{g;e} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_e)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_e|^2} \right] \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \times \\ &\times \exp\left(i \frac{\omega |\mathbf{r} - \mathbf{r}_e|}{c} \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Здесь \mathbf{r}_e — радиус-вектор атома, возбужденного в состоянии e , \mathbf{r} — радиус-вектор точки наблюдения в выбранной системе координат.

Аналогично можно рассчитать поляризационные компоненты корреляционной функции интенсивности:

$$\begin{aligned} \langle \psi | \mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}) \mathbf{e}_\alpha^* \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) | \psi \rangle &= \\ &= |b_o|^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i d\omega}{2\pi} \frac{\hbar \exp(-i\omega t)}{\omega - \omega_o + i\gamma_o/2} \left(\tilde{\Sigma}_{\alpha o}(\omega) + \right. \right. \\ &\left. \left. + \sum_{e, e' \neq o} \tilde{\Sigma}_{\alpha e}(\omega) R_{ee'}(\omega) \Sigma_{e'o}(\omega) \right) \right|^2. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Соотношения (3.7) и (3.10) существенно упрощаются в квазистатическом случае. Оставляя только вклад света, рассеянного облаком, и переходя к пределу $\gamma_o \rightarrow 0$, получаем

$$\begin{aligned} \langle \psi | \mathbf{e}_\alpha^* \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) | \psi \rangle &= \hbar b_o b_o^* \exp(-i\omega_o t) \times \\ &\times \sum_{e, e' \neq o} \tilde{\Sigma}_{\alpha e}(\omega_o) R_{ee'}(\omega_o) \Sigma_{e'o}(\omega_o), \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \langle \psi | \mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}) \mathbf{e}_\alpha^* \cdot \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) | \psi \rangle &= \\ &= \hbar^2 |b_o|^2 \left| \sum_{e, e' \neq o} \tilde{\Sigma}_{\alpha e}(\omega_o) R_{ee'}(\omega_o) \Sigma_{e'o}(\omega_o) \right|^2. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Зная вероятность перехода в единицу времени, можно определить дифференциальное сечение рассеяния света на атомном облаке. При расчете этого сечения будем считать, что расстояние от источника

до облака велико настолько, что приходящая от источника к атомному ансамблю волна с хорошей степенью точности является плоской с волновым вектором $\mathbf{k} = \omega_o \mathbf{n}/c$ (см. (2.31)). Эта волна поляризована. Конкретное направление ее орта поляризации \mathbf{e} определяется геометрией опыта — ориентацией вектора \mathbf{k} и тем, на какой из зеемановских подуровней был возбужден атом-источник. Плотность потока фотонов J этой волны в области атомного ансамбля найдем, используя соотношение (3.10), оставив в нем только первое слагаемое:

$$J = \frac{1}{2\pi\omega_o} \sum_{\alpha} c |b_{\alpha}|^2 \hbar \left| \tilde{\Sigma}_{\alpha o}(\omega_o) \right|^2.$$

Здесь суммирование выполняется по любым двум базисным поляризациям в системе координат, определяемой вектором \mathbf{k} .

Для получения явного выражения для сечения оставим в формуле (3.5) для вероятности w только вклад, обусловленный облаком, просуммируем его по узкой группе конечных состояний поля и поделим на плотность потока фотонов J , падающих на атомный ансамбль от источника. Учитывая, что в рассматриваемом случае частота излучения при рассеянии не изменяется, получим в итоге следующее выражение для сечения рассеяния фотона из моды \mathbf{k} , \mathbf{e} в произвольную моду \mathbf{k}' , \mathbf{e}' :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\omega_o^4}{\hbar^2 c^4} \left| \sum_{e, e' \neq o} (\mathbf{e}'^* \cdot \mathbf{d}_{g;e}) R_{ee'}(\omega_o) (\mathbf{e} \cdot \mathbf{d}_{e';g}) \times \exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{e'} - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_e)] \right|^2. \quad (3.13)$$

Отметим, что соотношение для полного сечения было получено нами ранее [25] на основе несколько иного подхода, базирующегося на формализме T -матрицы. В этом подходе, в частности, показано, что матрица $R_{ee'}$ является проекцией резольвенты рассматриваемой системы на состояния с одним возбужденным атомом.

Полученные в этом разделе статьи соотношения будут использованы далее для анализа спектральных, угловых и поляризационных характеристик рассеяния света ультрахолодными атомными облаками.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Основной величиной, знание которой необходимо для описания процесса рассеяния, является резольвента $R_{ee'}(\omega)$, поскольку она определяет как ампли-

туды всех существенных в задаче квантовых состояний (2.23)–(2.28), так и все экспериментально наблюдаемые характеристики исследуемого процесса (см., например, (3.7), (3.10) и (3.13)). В данной работе эта резольвента находилась численно. В зависимости от удобства в конкретных расчетах либо вычислялась обратная матрица (2.22), либо непосредственно находилось численное решение системы (2.20). Значение резольвенты существенно зависит от пространственной конфигурации рассматриваемого ансамбля. Анализ влияния случайной неоднородности среды и усреднение по этим неоднородностям осуществлялись методом статистических испытаний Монте-Карло. Пространственное распределение атомов в облаке задавалось с помощью генераторов псевдослучайных чисел, после чего рассчитывалась та или иная интересующая нас наблюдаемая. Затем расчет этой наблюдаемой повторялся многократно для различных случайных конфигураций, и результаты усреднялись. Заметим, что в подавляющем большинстве работ, исследующих коллективные эффекты в плотных средах, процедура усреднения проводится по-другому — реальная среда заменяется усредненной с непрерывным распределением плотности, и для этой усредненной среды рассчитываются наблюдаемые. Как показывает наш анализ [25], при этом часть корреляционных эффектов, влияющих на наблюдаемые, описывается неверно.

Формулы, полученные в предыдущем разделе, позволяют описать рассеяние света ансамблем ультрахолодных атомов для широкого круга экспериментальных условий, в частности для пространственно-неоднородных облаков различной формы и с произвольной по величине плотностью. Основным интерес для нас будут представлять плотные облака с высокой концентрацией атомов, для которых существенны эффекты зависимого рассеяния. Мы, однако, не будем ограничиваться только этим случаем. Часть результатов будет относиться к оптически плотным, но разреженным атомным ансамблям. Анализ режима слабой локализации как предельного случая важен, во-первых, для проверки и обоснования предлагаемой методики, а во-вторых, он позволяет уточнить некоторые результаты, ранее полученные для этого режима другими методами.

Ниже проанализируем две основные измеряемые в экспериментах характеристики процесса рассеяния — угловое (пространственное) распределение интенсивности рассеянного света и спектральную зависимость сечения. Ограничимся рассмотрением результатов, полученных для квазистатического случая.

4.1. Пространственное распределение интенсивности рассеянного излучения. Эффект когерентного обратного рассеяния

Характер рассеяния света оптически плотной средой при наличии локализационных явлений в значительной мере определяется такими эффектами, как интерференция и пленение излучения. Поэтому в первую очередь убедимся, что предлагаемый в данной работе подход корректно описывает эти эффекты.

Базовые уравнения (2.20) не содержат производных по пространственным переменным. В связи с этим представляет интерес рассмотреть, как эти уравнения описывают перенос излучения в оптически плотной среде, в частности, как они воспроизводят закон Бугера–Ламберта. Согласно этому закону, интенсивность когерентной составляющей излучения, прошедшей слой среды, ослабевает по экспоненциальному закону. Показатель экспоненты $b = n\sigma L$, (оптическая толщина слоя) для однородной среды определяется концентрацией n атомов, толщиной L слоя и сечением рассеяния σ на одном атоме. Для перехода $J = 0 \leftrightarrow J = 1$ в случае разреженной среды $\sigma = 6\pi\lambda^2$.

Для анализа процесса переноса рассмотрим рассеяние резонансного излучения модельным атомным облаком в форме цилиндра радиуса R и длиной L . Волновой вектор падающей волны считаем параллельным оси цилиндра. Вычислим пространственное распределение интенсивности I_{coh} когерентной компоненты (величины, определяемой квадратом модуля амплитуды (3.7)) в плоскости, перпендикулярной этой оси. Расстояние Z_d от заднего торца цилиндра до плоскости наблюдения выберем равным нескольким λ , чтобы на размерах торца для любой точки этой плоскости укладывалось несколько зон Френеля. Результаты расчетов для разреженной среды с $n\lambda^3 = 10^{-3}$, $R = 24\lambda$, $Z_d = 4\lambda$ и различными L приведены на рис. 1.

Полученное распределение интенсивности соответствует картине Френеля для дифракции на полупрозрачном экране. Вне области тени видно осцилляционное поведение, характерное для дифракции на краю экрана. Ослабление интенсивности в области геометрической тени является результатом гасящей интерференции излучения источника и вторичного излучения, исходящего от атомного ансамбля. Эта интерференция в нашем подходе формально появляется при учете двух слагаемых в соотношении (3.7). Заметим, что в рассматриваемом подходе дифракционная картина получается непосредственно

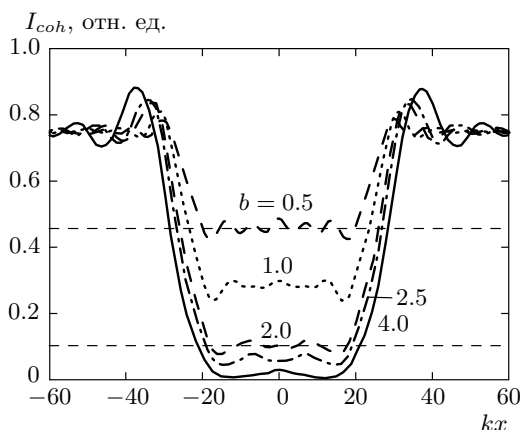


Рис. 1. Пространственное распределение интенсивности I_{coh} когерентной составляющей света, рассеянного разреженным облаком цилиндрической формы. Координата x отсчитывается в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра. Радиус облака $R = 24\lambda$, безразмерная концентрация $n\lambda^3 = 10^{-3}$. Различные кривые соответствуют различным оптическим толщинам $b = n\sigma L$ рассеивающего облака

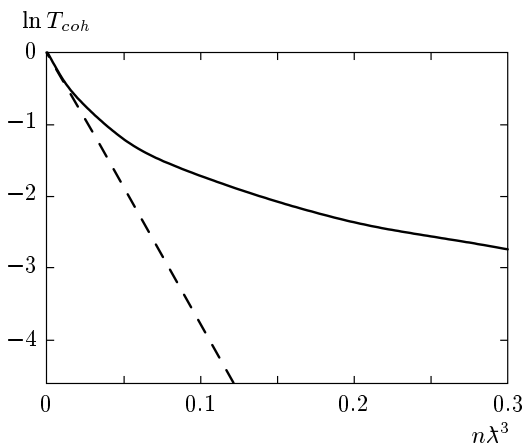


Рис. 2. Зависимость коэффициента пропускания когерентной компоненты атомным облаком от его концентрации (сплошная кривая). Хорошо видно отклонение от закона Бугера–Ламберта (штриховая кривая; расчет для $\sigma = 6\pi\lambda^2$) при переходе от разреженных к плотным облакам

при прямом суммировании вкладов большого числа микроскопических рассеивателей, образующих среду.

Для расчета коэффициента пропускания T_{coh} мы находили среднее значение интенсивности света в области геометрической тени. Для двух тол-

щин эти средние отмечены на рис. 1 штриховыми линиями. Проведенный анализ зависимости пропускания образца от его длины L показал, что закон Бугера–Ламберта воспроизводится в нашем расчете с очень хорошей точностью. При этом оптическая толщина нарастает по линейному закону при увеличении L . Что касается зависимости оптической толщины b от концентрации n , то ее линейное нарастание наблюдается только для концентраций $n\lambda^3 \leq 10^{-2}$ (рис. 2). Отклонение от линейности при больших значениях n обусловлено коллективными эффектами, а именно, межатомным резонансным диполь-дипольным взаимодействием. Это взаимодействие приводит к сдвигам атомных уровней, так что сечение σ рассеяния резонансного излучения уменьшается. Такое уменьшение частично компенсирует увеличение концентрации, причем чем выше атомная плотность, тем лучше компенсация. Этот эффект, в частности, может отчасти объяснить трудности экспериментального наблюдения сильной локализации для атомарных газов.

Рассмотрим теперь рассеяние света в условиях дифракции Фраунгофера. Проанализируем угловое распределение интенсивности собственного излучения облака на большом расстоянии от него. Расчет проведем на основе формулы (3.13) для дифференциального сечения рассеяния. Частоту света считаем совпадающей с частотой атомного перехода свободного атома, а пробное излучение — циркулярно поляризованным. Одним из эффектов, которые мы планируем проанализировать в этом расчете, будет когерентное обратное рассеяние (КОР), поэтому, чтобы избежать проблем с резкими границами, атомное облако выберем неоднородным с гауссовым пространственным распределением плотности.

На рис. 3 показано угловое распределение интенсивности рассеянного света для двух поляризационных каналов — с сохраняющейся ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{H}$) и изменяющейся на противоположную ($\mathbf{H} \perp \mathbf{H}$) спиральностью света. Расчеты проведены для облака с гауссовым радиусом $R = 12\lambda$. Концентрация в центре облака $n\lambda^3 = 10^{-2}$. Это приблизительно соответствует промежуточному значению между плотными и разреженными ансамблями. В случае сохраняющейся спиральности мы наблюдаем картину, типичную для дифракции Фраунгофера. Выделяется главный дифракционный максимум, обусловленный когерентным рассеянием вперед. Хорошо различимы несколько пиков более высоких порядков, хотя из-за плавного убывания концентрации на краях гауссова облака эти пики выражены не так ярко, как при дифракции на объектах с резкими границами. Помимо

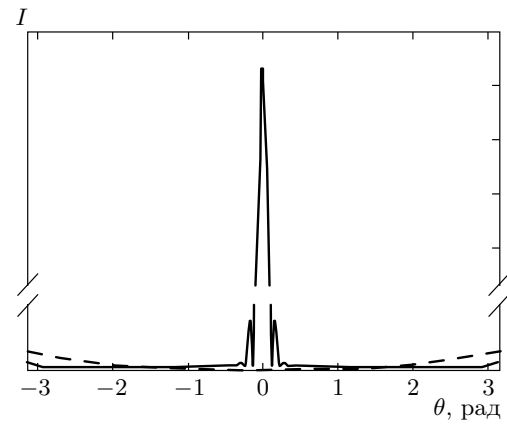


Рис. 3. Угловое распределение интенсивности рассеянного света для двух поляризационных каналов. Сплошная кривая соответствует рассеянию без изменения спиральности ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{H}$), штриховая — с изменением спиральности на противоположную ($\mathbf{H} \perp \mathbf{H}$)

дифракционных пиков виден сравнительно слабый фон, обусловленный многократным рассеянием в облаке. Величина фона слабо зависит от углов за исключением узкой области вблизи рассеяния назад, где наблюдается локальный максимум. Это конус КОР.

Появление излучения с ортогональной спиральностью (штриховая кривая на рис. 3) связано с некогерентным многократным рассеянием (несогласованным рассеянием света на разных атомах). Интенсивность этого излучения в рассматриваемом случае мала. Она монотонно увеличивается для углов рассеяния больших $\pi/2$. Эффект КОР для данного поляризационного канала и рассматриваемого перехода, как известно, очень слаб (см., например, работу [15]) и в данном масштабе практически незаметен, что правильно воспроизводится нашим расчетом. Наш микроскопический расчет, таким образом, воспроизвел эффект интерференции при многократном рассеянии в неупорядоченной среде для обоих основных поляризационных каналов рассеяния. Однако, в отличие от методов, применяемых для его расчетов ранее и учитывающих лишь конечное число порядков рассеяния, настоящий подход учитывает все процессы многократного рассеяния фотона в среде, а также позволяет определить форму конуса при произвольной концентрации атомов.

Более подробно особенности КОР показаны на рис. 4. Здесь продемонстрировано, как меняются конусы обратного рассеяния для канала $\mathbf{H} \parallel \mathbf{H}$ при из-

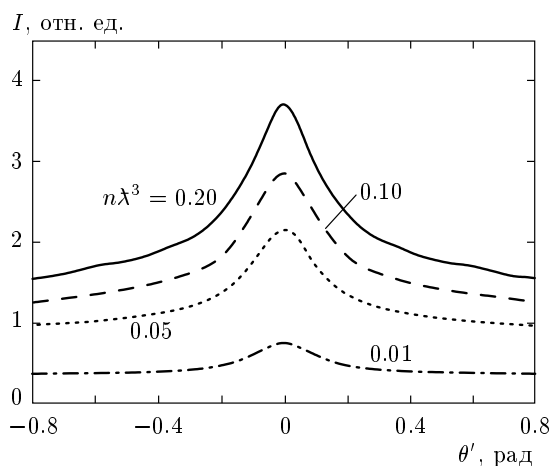


Рис. 4. Форма конуса КОР сферически-симметричным гауссовым облаком радиуса 12λ в зависимости от концентрации атомов (θ' — угол рассеяния, отсчитанный от направления назад)

менении концентрации. Видимая форма конуса меняется для данного диапазона изменения n сравнительно слабо. Рисунок 4 демонстрирует качественное изменение эффекта КОР для плотных облаков. Как известно, все теории слабой локализации, предложенные к настоящему времени, предсказывают максимальное значение фактора усиления (отношения максимума конуса к величине квазиизотропной подложки) равное двум. Такое значение связано с тем, что амплитуда конуса обусловлена интерференцией волн, рассеянных на одной и той же цепочке атомов, но проходящих ее во взаимно противоположных направлениях. Эти волны для разреженных сред интерферируют только попарно. Мы видим, что для разреженных сред (нижняя кривая на рис. 4) наш расчет с хорошей точностью дает фактор усиления равный двум. Для более плотных сред, усиление рассеяния назад превышает двукратное. По нашему мнению, имеется две основные причины для такого превышения. Во-первых, для плотных сред помимо традиционного механизма, приводящего к слабой локализации, определенный вклад дает интерференция волн, рассеянных разными, но пространственно-близкими цепочками. Второй причиной является уменьшение доли энергии света, рассеянной вне конуса на сравнительно большие углы, т. е. уменьшение величины того фона, относительно которого определяется эффект усиления (подробнее см. работу [37]).

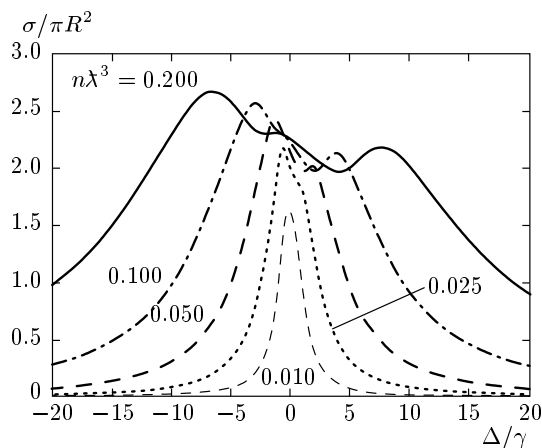


Рис. 5. Спектр полного сечения рассеяния света на сферическом облаке радиуса $R = 15\lambda$ при различных концентрациях атомов ($\Delta = \omega - \omega_a$)

4.2. Спектр рассеяния

В качестве еще одного примера применения развитой выше теории рассмотрим спектральные зависимости дифференциального и полного сечений рассеяния. Полное сечение можно получить либо интегрированием дифференциального сечения по всему сферическому углу либо, в соответствии с оптической теоремой, на основе вычисления амплитуды рассеяния света на нулевой угол. В данной работе мы использовали оба способа, при этом оптическая теорема выполнялась независимо от плотности облака.

На рис. 5 показан спектр полного сечения для сферического однородного в среднем облака радиуса $R = 15\lambda$ при разных плотностях. При низких концентрациях, когда межатомное взаимодействие несущественно, мы видим монотонную спектральную зависимость, типичную для рассеяния на изолированном атоме. Спектр несколько уширен по сравнению со спектром одноатомного рассеяния, поскольку данная среда даже при этих концентрациях не является оптически тонкой. При повышении плотности облака форма спектра начинает искажаться. При $n\lambda^3 = 0.2$ спектральная зависимость существенно немонотонна, появляются несколько хорошо различимых локальных максимумов.

Подобное поведение сечения может быть объяснено как в рамках макроскопической электродинамики, так и с позиций микроскопического подхода. С точки зрения макроскопической электродинамики, рассеяние определяется как результат многолучевой интерференции (или дифракции) на сфере

с заданной диэлектрической проницаемостью. Подробно характер такого рассеяния в случае пространственно-однородных сфер с произвольной диэлектрической проницаемостью был рассмотрен в теории Дебая–Ми (см., например, [38]). В этой теории, в частности, было показано, что для прозрачных сфер с показателем преломления n_r максимальное значение сечения рассеяния наблюдается при значении $R = \tilde{R}$, удовлетворяющем условию $2\tilde{R}k(n_r - 1) \approx 4$. В этом случае сечение приблизительно в четыре раза больше площади поперечного сечения сферы πR^2 . При уменьшении радиуса по сравнению с \tilde{R} отношение сечения рассеяния σ к πR^2 стремится к нулю. При увеличении R отношение $\sigma/\pi R^2$ осциллирует и стремится к значению 2 при $R \rightarrow \infty$. Подобное поведение сечения наблюдается и в случае, когда материал сферы оптически менее плотный, чем среды, окружающей сферу. Имеет место лишь некоторое количественное различие. Максимальное сечение меньше и наблюдается при меньших значениях R . Если среда не является прозрачной, т. е. имеется заметная мнимая часть показателя преломления (коэффициент поглощения), характер дифракции меняется. Отмеченные выше осцилляции существенно сглаживаются, хотя максимальное значение сечения может превышать $2\pi R^2$.

Описанное поведение сечения рассеяния качественно согласуется с результатами, показанными на рис. 5. В случае атомного облака диэлектрическая проницаемость комплексная. Можно ввести вещественные показатель преломления и коэффициент поглощения (хотя, заметим, что в рассматриваемом случае реального поглощения энергии волны атомным ансамблем не происходит — уход фотонов из моды падающей волны сопровождается возникновением фотонов в других модах). Развиваемый нами микроскопический подход позволил получить точные количественные значения для проницаемости однородной атомной среды при заданной плотности. Обсуждение этого вопроса, однако, выходит за рамки данной статьи. Отметим, что величина проницаемости определяется на основе исследования пространственного распределения атомной поляризации, а также то, что при отстройках $\Delta = \omega - \omega_a$, превышающих ширину атомного резонанса, показатель преломления убывает с увеличением Δ значительно медленнее, чем коэффициент поглощения. При заданном радиусе облака $Rk = 15$ условие $2Rk(n_r - 1) \approx 4$ выполняется при $n = \tilde{n}_r - 1 \approx 0.1333$.

Наш расчет диэлектрической проницаемости показывает, что положение левого максимума на рис. 5 качественно согласуется с предсказаниями теории

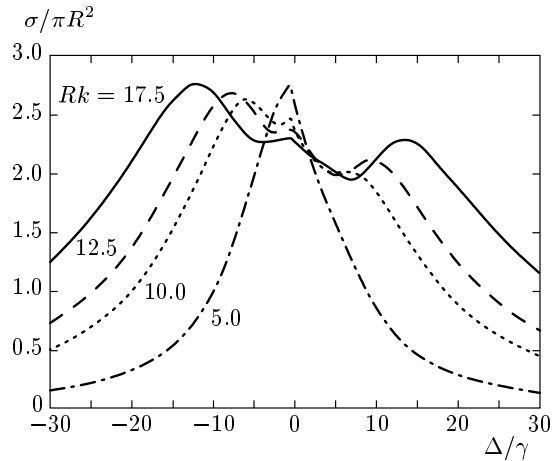


Рис. 6. Спектр полного сечения рассеяния света на сферических облаках разного размера при $n\lambda^3 = 0.1$

Дебая–Ми. Величина этого максимума меньше максимально возможного значения для прозрачных сред, что связано с малым, но конечным значением коэффициента поглощения в соответствующей области частот. При увеличении концентрации атомов в облаке происходит смещение максимума в область больших по абсолютной величине отстроек, а также увеличение его амплитуды. Это связано с тем, что для более плотной среды сравнительно малое значение n_r достигается при больших по абсолютной величине отстройках Δ . При больших отстройках относительное влияние поглощения также уменьшается.

Максимум, наблюдаемый при положительных отстройках, также может быть объяснен в рамках теории Дебая–Ми. В этой области частот коэффициент преломления атомной среды меньше единицы, поэтому правый максимум по величине оказывается меньше и расположен при меньших значениях Δ , чем левый.

При малых отстройках величина коэффициента поглощения велика по сравнению с $n_r - 1$ — отличием вещественного коэффициента преломления от единицы, поэтому имеется еще один пик, связанный с максимумом коэффициента поглощения. Этот пик проявляется наиболее отчетливо при больших концентрациях, когда спектральное положение всех трех максимумов сечения хорошо различается.

На рис. 5 показано, как меняется форма спектра полного сечения при фиксированных размерах облака и изменяющейся концентрации. Рисунок 6 иллюстрирует зависимость сечения от размеров при заданной концентрации. Расчет проведен для случая $n\lambda^3 = 0.3$, когда эффекты межатомного взаимодей-

ствия существенны. Видно, что при увеличении размеров облака максимумы, обусловленные преломлением, смещаются в область больших отстроек в соответствии с условием $n_r - 1 \approx 2/Rk$. Положение центрального максимума при заданной концентрации не меняется.

Частотная зависимость полного сечения может быть объяснена и в рамках микроскопического подхода. Для этого необходимо рассмотреть распределение коллективных атомных состояний по энергиям и временам жизни, точнее говоря, распределение полюсов резольвенты $R_{ee'}(\omega)$ по значениям их вещественных и мнимых частей²⁾. Подобный анализ нами был проведен и оказалось, что максимумам спектральной зависимости соответствует максимальная плотность таких состояний с учетом их конечной ширины. При этом отметим, что исследование полюсов точнее определяет положение максимумов, чем метод Дебая–Ми. Это связано с тем, что в микроскопическом подходе корректно учтены граничные эффекты. При рассматриваемых параметрах атомы, расположенные в пограничных областях находятся в иных условиях, чем атомы в центральных частях, поскольку взаимодействуют с меньшим числом соседей, тогда как в теории Дебая–Ми диэлектрическая проницаемость считается одинаковой по всему объему шара.

В экспериментах по рассеянию света, чаще исследуют не полное, а дифференциальное сечение. Как правило, измеряются интенсивность света, рассеянного на заданный угол [39], и ее зависимость от частоты пробного света. На рис. 7 показаны результаты нашего расчета такой зависимости для сферического облака радиуса $Rk = 15$ с концентрацией $n\lambda^3 = 0.1$. По оси ординат отложена полная (без селекции по поляризациям) интенсивность света. Разные кривые соответствуют рассеянию на разные углы θ . Обращает на себя внимание существенное качественное различие поведения этих кривых. Для некоторых углов рассеяния спектральная зависимость монотонная, тогда как для других наблюдается немонотонное поведение. Заметим, что подобное различие проявится во флуоресценции облака после воздействия на него импульсом света. В случае короткого по времени импульса, спектр которого перекрывает весь спектр возбуждений атомного

²⁾ Данное уточнение связано с тем, что для системы атомов наличие резонансного диполь-дипольного взаимодействия не позволяет ввести коллективные состояния, распадающиеся независимо (матрица, стоящая в левой части уравнения (2.20) не является нормальной, и не удается одновременно привести к диагональному виду ее вещественную и мнимую части).

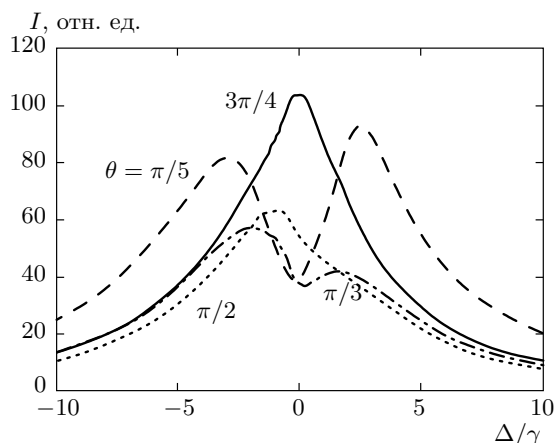


Рис. 7. Зависимость интенсивности света, рассеянного в различных направлениях, от частоты падающего излучения

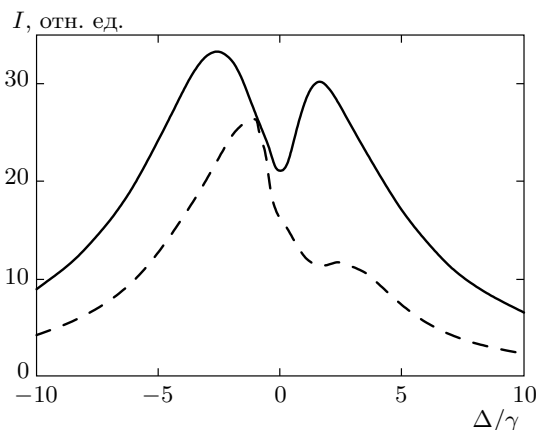


Рис. 8. Спектральная зависимость интенсивности света, рассеянного под углом $\pi/3$ для двух поляризационных каналов: сплошная кривая — рассеяние без изменения спиральности ($H \parallel H$); штриховая — с изменением спиральности на противоположную ($H \perp H$)

ансамбля, флуоресценция в одних направлениях будет монотонно затухать, а для других будут наблюдаться биения.

Спектральное поведение различно не только для рассеяния в разных направлениях, но и для разных поляризационных компонент, рассеянных в одном направлении. Это обстоятельство иллюстрирует рис. 8, на котором показаны зависимости интенсивностей двух ортогональных поляризационных компонент от частоты падающего света. Расчет проведен при тех же условиях, что для рис. 7. Угол рассеяния составляет $\pi/3$. Поляризация падающего света, как и во всех остальных расчетах, была цир-

кулярной. Полученные результаты демонстрируют существенную дисперсию поляризации — поляризация света, рассеянного в данном направлении, может значительно изменяться при изменении частоты падающего света.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа посвящена разработке последовательной квантовой теории кооперативного рассеяния слабого электромагнитного излучения оптически плотным макроскопическим атомным ансамблем. Предложенный микроскопический подход позволяет рассмотреть как разреженные облака, когда среднее количество атомов в объеме λ^3 мало, так и облака, для которых этот параметр достигает значений порядка или больше единицы. На основе данного подхода для ансамбля неподвижных атомов рассчитано дифференциальное и полное сечения зависящего рассеяния квазистационарного излучения. Определены угловые, спектральные и поляризационные свойства рассеянного света. Исследована зависимость этих характеристик от размеров облака и концентрации атомов. При прямом суммировании вкладов большого числа атомарных рассеивателей помимо известных явлений дифракции Френеля и Фраунгофера нами получен вклад многократного некогерентного рассеяния, а также рассчитан такой интерференционный эффект, как когерентное обратное рассеяние. Определены параметры конуса обратного рассеяния, причем в отличие от использованных ранее приближенных методов, когда этот эффект получался при учете конечного числа актов рассеяния, предложенный нами подход позволяет вычислить их точно. Впервые этот эффект рассчитан для плотных облаков, в которых длина свободного пробега соизмерима с длиной волны. Обнаружено, что сложный характер интерференционных эффектов, когда помимо традиционного механизма, приводящего к слабой локализации, необходимо учитывать интерференцию лучей, рассеянных пространственно-близкими цепочками, приводит к наблюдению фактора усиления, большего двух.

Анализ зависимости сечения от частоты падающего света продемонстрировал сильную модификацию спектров при увеличении концентрации атомов. Показано, что для плотных сред эти спектры имеют ярко выраженный немонотонный характер с несколькими максимумами. Обнаружено также, что коллективные эффекты приводят к существенному различию спектральных зависимостей интенсивности рассеянного света в разных направлениях. При исследовании поляризационных свойств рассеянно-

го света выявлена значительная дисперсия поляризации — поляризация рассеянного света может значительно изменяться при изменении частоты падающего света.

Проведенные в данной работе исследования относятся к случаю, когда движением атомов можно пренебречь. Очевидно, однако, что в конкретных экспериментах может реализоваться ситуация, когда это движение будет играть важную роль. Поэтому в качестве дальнейшего развития предложенного подхода нам представляется интересным рассмотреть как влияние движения на характер коллективных эффектов в плотных атомных системах, так и особенности взаимодействия света с такими системами. Кроме этого, практически важным является обобщение микроскопического подхода на случай наличия дополнительного управляющего поля. По нашему мнению, использование атомных систем с высокой плотностью при реализации электромагнитно-индуцированной прозрачности и «остановки света» может быть весьма эффективным для решения задач квантовой информатики.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-91355, 10-02-00103) и Национального научного фонда США (грант NSF-PHY-0654226).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Бесконечные суммы $\sum_g V_{eg} V_{ge'} \zeta(\hbar\omega - E_g)$ и $\sum_{ee'} V_{e;ee'} V_{ee';e'} \zeta(\hbar\omega - E_{ee'})$, появляющиеся в уравнениях (2.19), могут быть вычислены для бесконечно-широкополосного полевого термостата в предположении бесконечного объема квантования. Рассмотрим сначала первую из них, считая, что в состоянии $|e'\rangle$ возбужден атом a , а в состоянии $|e\rangle$ — атом b . В дипольном приближении (2.4)

$$\begin{aligned} \sum_g V_{eg} V_{ge'} \zeta(\hbar\omega - E_g) &= - \sum_{\mu,\nu} \mathbf{d}_{e_b;g_b}^\mu \cdot \mathbf{d}_{g_a;e_a}^\nu \times \\ &\times \lim_{\sigma \rightarrow 0} \int_0^\infty \left(\delta_{\mu\nu} \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}_\mu \partial \mathbf{r}_\nu} \right) \times \\ &\times \frac{c dk}{\pi r} \frac{\sin(kr)}{\omega - kc + i\sigma}. \quad (\text{A.1}) \end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{r} = \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_a$. При выводе выражения (A.1) сумма по поляризациям была вычислена с помощью соотношения полноты (2.5), сумма по \mathbf{k} заменена интегралом, а также использовано одно из представлений сингулярной функции $\zeta(x)$.

Формально часть интегралов, входящих в (A.1) расходится. Однако эта расходимость связана с поведением подынтегральных функций при больших k , что обусловлено применением дипольного приближения. Вводя, как обычно, медленно убывающий экспоненциальный множитель $\exp(-\varepsilon k)$ с малым показателем $\varepsilon > 0$, можно обеспечить сходимость интегралов. Вычислив интегралы и устремив в конечных выражениях параметр ε к нулю, получим

$$\sum_{g \neq o} V_{eg} V_{ge'} \varsigma (\hbar\omega - E_g) = \sum_{\mu, \nu} \mathbf{d}_{e_b; g_b}^{\mu} \cdot \mathbf{d}_{g_a; e_a}^{\nu} \times \left[\delta_{\mu\nu} F_1 \left(\frac{\omega r}{c} \right) + \frac{\mathbf{r}_{\mu} \mathbf{r}_{\nu}}{r^2} F_2 \left(\frac{\omega r}{c} \right) \right], \quad (\text{A.2})$$

где

$$\begin{aligned} \pi r^3 F_1 \left(\frac{\omega r}{c} \right) &= - \left[\sin \frac{\omega r}{c} \left(-i\pi + \text{Ci} \frac{\omega r}{c} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{\omega r}{c} \left(\frac{\pi}{2} + \text{Si} \frac{\omega r}{c} \right) \right] + \\ &+ \frac{\omega r}{c} \left[\cos \frac{\omega r}{c} \left(-i\pi + \text{Ci} \frac{\omega r}{c} \right) + \sin \frac{\omega r}{c} \left(\frac{\pi}{2} + \text{Si} \frac{\omega r}{c} \right) \right] - \\ &\quad - \frac{\omega r}{c} + \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \left[\sin \frac{\omega r}{c} \left(-i\pi + \text{Ci} \frac{\omega r}{c} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{\omega r}{c} \left(\frac{\pi}{2} + \text{Si} \frac{\omega r}{c} \right) \right], \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi r^3 F_2 \left(\frac{\omega r}{c} \right) &= 3 \left[\sin \frac{\omega r}{c} \left(-i\pi + \text{Ci} \frac{\omega r}{c} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{\omega r}{c} \left(\frac{\pi}{2} + \text{Si} \frac{\omega r}{c} \right) \right] - \\ &- 3 \frac{\omega r}{c} \left[\cos \frac{\omega r}{c} \left(-i\pi + \text{Ci} \frac{\omega r}{c} \right) + \sin \frac{\omega r}{c} \left(\frac{\pi}{2} + \text{Si} \frac{\omega r}{c} \right) \right] + \\ &\quad + \frac{\omega r}{c} - \frac{\omega^2 r^2}{c^2} \left[\sin \frac{\omega r}{c} \left(-i\pi + \text{Ci} \frac{\omega r}{c} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos \frac{\omega r}{c} \left(\frac{\pi}{2} + \text{Si} \frac{\omega r}{c} \right) \right]. \quad (\text{A.4}) \end{aligned}$$

Здесь $\text{Ci } x$ и $\text{Si } x$ — интегральные косинус и синус.

Аналогично можно вычислить двухатомный вклад во вторую сумму, обусловленную нерезонансными промежуточными состояниями:

$$\begin{aligned} \sum_{ee} V_{e;ee} V_{ee';e'} \varsigma (\hbar\omega - E_{ee}) &= \sum_{\mu, \nu} \mathbf{d}_{e_b; g_b}^{\mu} \cdot \mathbf{d}_{g_a; e_a}^{\nu} \times \\ &\times \left[\delta_{\mu\nu} F_1 \left(\frac{(\omega - 2\omega_a) r}{c} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mathbf{r}_{\mu} \cdot \mathbf{r}_{\nu}}{r^2} F_2 \left(\frac{(\omega - 2\omega_a) r}{c} \right) \right]. \quad (\text{A.5}) \end{aligned}$$

Здесь ω_a — частота перехода атомов, образующих облако. Легко убедиться, что при малых r этот вклад соизмерим с резонансным слагаемым (A.2).

Выражения (A.2) и (A.5) могут быть существенно упрощены в так называемом полюсном приближении, когда их значение для частоты ω заменяются их значением для частоты ω_a атомного резонанса.

Это приближение достаточно подробно исследовано в работе [40], где показано, что оно может применяться для систем, для которых несущественны эффекты запаздывания. Размеры R атомных облаков в квазистатических ловушках, на исследование которых направлена данная работа, не превышают сотен микрометров. Наименьшие времена эволюции атомной системы, с которыми надо сравнивать времена запаздывания — времена жизни короткоживущих суперизлучательных состояний. Для систем размера R эти времена порядка $\tau (n\lambda^2 R)^{-1}$, где τ — естественное время жизни возбужденных состояний свободного атома. В таких условиях и при типичных параметрах атомов щелочных металлов эффектами запаздывания можно пренебречь даже для облаков с концентрацией $n\lambda^3 \sim 1$. При этом, используя полюсное приближение, получим

$$\begin{aligned} F_1 \left(\frac{(\omega - 2\omega_a) r}{c} \right) + F_1 \left(\frac{\omega_a r}{c} \right) &= \\ &= \frac{1}{r^3} \left[1 - i \frac{\omega_a r}{c} - \left(\frac{\omega_a r}{c} \right)^2 \right] \exp \left(i \frac{\omega_a r}{c} \right), \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 \left(\frac{(\omega - 2\omega_a) r}{c} \right) + F_2 \left(\frac{\omega_a r}{c} \right) &= \\ &= -\frac{1}{r^3} \left[3 - 3i \frac{\omega_a r}{c} - \left(\frac{\omega_a r}{c} \right)^2 \right] \exp \left(i \frac{\omega_a r}{c} \right) \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \Sigma_{ee'}(\omega) &= \sum_{\mu, \nu} \frac{\mathbf{d}_{e_b; g_b}^{\mu} \cdot \mathbf{d}_{g_a; e_a}^{\nu}}{\hbar r^3} \times \\ &\times \left\{ \delta_{\mu\nu} \left[1 - i \frac{\omega_a r}{c} - \left(\frac{\omega_a r}{c} \right)^2 \right] \exp \left(i \frac{\omega_a r}{c} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mathbf{r}_{\mu} \cdot \mathbf{r}_{\nu}}{r^2} \left[3 - 3i \frac{\omega_a r}{c} - \left(\frac{\omega_a r}{c} \right)^2 \right] \exp \left(i \frac{\omega_a r}{c} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Заметим, что последнее выражение можно также переписать через сферические функции Ганкеля и сферические гармоники [25, 31].

Для одноатомного вклада, когда $e' = e$, имеем

$$\sum_g V_{eg} V_{ge} \varsigma (\hbar\omega - E_g) = -\frac{i\hbar\gamma}{2}, \quad (\text{A.8})$$

где γ — одинаковая для всех подуровней возбужденного состояния скорость спонтанного распада. Сумма $\sum_{ee} V_{e;ee} V_{ee';e'} \varsigma (\hbar\omega - E_{ee})$ дает только лэмбовский сдвиг основного состояния, поскольку описывает самопроизвольное возбуждение атома, соседнего с возбужденным, и следующий за этим спонтанный распад с поглощением виртуального фотона. Лэмбовские сдвиги основного и возбужденного состояний не учитываем, считая их включенными в частоту перехода ω_a .

ЛИТЕРАТУРА

1. H. J. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer, New York (1999).
2. R. Grimm, M. Weidemuller, and Y. Ovchinnikov, *Adv. Atom. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000).
3. D. Bouwmeester, A. Ekert, and A. Zeilinger, *The Physics of Quantum Information*, Springer-Verlag, Berlin (2001).
4. M. D. Lukin, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 457 (2003).
5. P. W. Milonni, *Fast Light, Slow Light, and Left-handed Light*, Taylor and Francis, New York (2005).
6. M. Fleishhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 633 (2005).
7. Lene Vestergaard Hau, *Nature Photonics* **2**, 451 (2008).
8. D. A. Braje, V. Balic, G. Y. Yin, and S. E. Harris, *Phys. Rev. A* **68**, 041801 (2003).
9. S. Ospelkaus, A. Peer, K.-K. Ni et al., *Nature Phys.* **4**, 622 (2008).
10. G. K. Campbell, A. D. Ludlow, S. Blatt et al., *Metrologia* **45**, 539 (2008).
11. Jun Ye, S. Blatt, M. M. Boyd et al., *Int. J. Mod. Phys. D* **16**, 2481 (2007).
12. M. D. Havey, *Contemp. Phys.* **50**, 587 (2009).
13. G. Labeyrie, *Mod. Phys. Lett. B* **22**, 73 (2008).
14. E. Akkermans and G. Montambaux, *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*, Cambridge University Press, Cambridge (2007).
15. D. V. Kupriyanov, I. M. Sokolov, C. I. Sukenik, and M. D. Havey, *Laser Phys. Lett.* **3**, 223 (2006).
16. D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, and R. Righini, *Nature* **390**, 671 (1997).
17. A. A. Chabanov, M. Stoytchev, and A. Z. Genack, *Nature* **404**, 850 (2000).
18. M. Storzer, P. Gross, C. M. Aegerter, and G. Maret, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 063904 (2006).
19. C. M. Aegerter and G. Maret, *Coherent Backscattering and Anderson Localization of Light*, in *Progress in Optics*, Vol. **52** (2009).
20. Hui Cao, *Lasing in Disordered Media*, in *Progress in Optics* Vol. **45** (2003).
21. D. S. Wiersma, *Nature Phys.* **4**, 359 (2008).
22. C. Conti and A. Fratalocchi, *Nature Phys.* **4**, 794 (2008).
23. L. Froufe-Perez, W. Guerin, R. Carminati, and R. Kaiser, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 173903 (2009).
24. W. Guerin, N. Mercadier, D. Brivio, and R. Kaiser, *Opt. Exp.* **17**, 14 (2009).
25. I. M. Sokolov, M. D. Kupriyanova, D. V. Kupriyanov, and M. D. Havey, *Phys. Rev. A* **79**, 053405 (2009).
26. M. J. Stephen, *J. Chem. Phys.* **40**, 669 (1964).
27. D. A. Hutchinson and H. F. Hamerka, *J. Chem. Phys.* **41**, 2006 (1964).
28. R. H. Lehmburg, *Phys. Rev. A* **2**, 883, 889 (1970).
29. M. Rusek, J. Mostowski, and A. Orłowski, *Phys. Rev. A* **61**, 022704 (2000); F. A. Pinheiro, M. Rusek, A. Orłowski, and B. A. van Tiggelen, *Phys. Rev. E* **69**, 026605 (2004).
30. A. Gero and E. Akkermans, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 093601 (2006); E. Akkermans, A. Gero, and R. Kaiser, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 103602 (2008).
31. P. R. Berman and P. W. Milonni, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 053601 (2004); H. Fu and P. R. Berman, *Phys. Rev. A* **72**, 022104 (2005).
32. I. E. Mazets and G. Kurizki, *J. Phys. B* **40**, F105 (2007).
33. R. Friedberg, S. R. Hartmann, and J. T. Manassah, *Phys. Rep.* **7**, 101 (1973); R. Friedberg and J. T. Manassah, *Phys. Lett. A* **372**, 2514, 6833 (2008).
34. A. Svidzinsky and J.-T. Chang *Phys. Rev. A* **77**, 043833 (2008); A. Svidzinsky, J.-T. Chang, and M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 160504 (2008); M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 143601 (2009).
35. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions. Basic Processes and Applications*, John Wiley & Sons, New York (1992).
36. В. Гайтлер, *Квантовая теория излучения*, Изд-во иностр. лит., Москва (1956).
37. S. Fiebig, C. M. Aegerter, W. Bührer et al., *Europhys. Lett.* **81**, 64004 (2008).
38. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).
39. S. Balik, A. L. Win, M. D. Havey, I. M. Sokolov, and D. V. Kupriyanov, *Phys. Rev. A* (in press).
40. P. W. Milonni and P. L. Knight, *Phys. Rev. A* **10**, 1096 (1974).