

Bulk-SQUID-ЭФФЕКТ В ДИСКРЕТНОМ СВЕРХПРОВОДНИКЕ КАК СЛЕДСТВИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ ЧАСТОТ ГЕНЕРАЦИИ СОСТАВЛЯЮЩИХ ЕГО ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КОНТАКТОВ

*С. Л. Гинзбург, А. В. Накин, Н. Е. Савицкая**

*Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова Российской академии наук
188300, Гатчина, Ленинградская обл., Россия*

Поступила в редакцию 10 мая 2011 г.

Впервые построена теория bulk-SQUID-эффекта в дискретных сверхпроводниках. На примере двумерного многоконтактного СКВИДа с внутренней стохастичностью (т. е. случайными значениями критических токов контактов, токов инжекции и коэффициентов взаимодействия между контактами) показано, что возникновение bulk-SQUID-эффекта в изученной системе обусловлено синхронизацией частот генерации всех контактов. Продемонстрировано, что явление bulk-SQUID реализуется в широкой области изменения случайных параметров системы. Данную область изменения параметров системы можно разделить на три подобласти. Первая подобласть — подобласть когерентной динамики фаз на контактах, вторая — подобласть некогерентной динамики, где фазы контактов не синхронизованы, однако явление bulk-SQUID сохраняется, и третья — подобласть переходной динамики, где наблюдается частично когерентная динамика и явление bulk-SQUID. Предложена и изучена простая математическая модель невзаимодействующих контактов, хорошо описывающая основные особенности динамики исходной системы и позволяющая рассчитывать некоторые ее статистические характеристики.

1. ВВЕДЕНИЕ

С момента открытия явления высокотемпературной сверхпроводимости было установлено, что целый ряд высокотемпературных сверхпроводящих материалов реализуется в виде керамики, которую можно представить как систему гранул, связанных между собой джозефсоновскими контактами (дискретный сверхпроводник). Начавшиеся более двух десятилетий назад интенсивные экспериментальные исследования таких материалов были обусловлены, в частности, поиском возможностей создания на их основе точных магнитометрических приборов (СКВИДов), работающих при температуре жидкого азота [1]. В создаваемых радиочастотных СКВИДах (rf-SQUID) наблюдалось интереснейшее явление, получившее название bulk-SQUID-эффект [2]. Оно состояло в том, что, как можно было судить по отклику системы на внешнее воздействие, вся совокупность джозефсоновских переходов в исследуемом образце керамики начинала работать как единый джозефсоновский контакт. Наиболее вероятным объяс-

нением данного явления можно считать предположение, что в системе связанных между собой джозефсоновских контактов возникала синхронизация подобно тому, как это может происходить в других динамических системах связанных между собой нелинейных элементов [3]. Несмотря на важность явления bulk-SQUID для практического применения дискретных сверхпроводников, до сих пор не было дано теоретического объяснения данного эффекта.

В настоящей работе мы теоретически и с помощью компьютерного моделирования изучим bulk-SQUID-эффект в дискретных сверхпроводниках. В качестве модели дискретного сверхпроводника мы выбрали двумерный многоконтактный СКВИД с внутренней стохастичностью, который представляет собой неупорядоченную двумерную решетку взаимодействующих джозефсоновских контактов. Критические токи контактов и коэффициенты взаимодействия между контактами в такой системе являются случайными величинами. СКВИД будет рассматриваться нами в случае пропускания через него постоянного тока величиной, большей суммарного критического тока контактов.

*E-mail: savitska@inbox.ru

Этот режим аналогичен тому, в котором работают СКВИДы постоянного тока (dc-SQUID), мы будем называть его надкритическим режимом. В этом случае, помимо критических токов контактов и коэффициентов взаимодействия, важными параметрами, описывающими СКВИД, являются величина инжектируемого в систему тока и фиксированный случайный набор контактов, через которые происходит инжекция тока в систему. В нашем случае мы считали, что ток инжектируется равными порциями в определенные контакты так, чтобы полное его значение превосходило суммарный критический ток контактов. В качестве характеристик системы, статистические свойства которых будем рассматривать, мы выбрали усредненное по контактам напряжение $S(t)$ и напряжения на отдельных контактах $u_i(t)$, также мы рассматривали корреляционные функции для этих величин.

Мы изучили динамику калибровочно-инвариантных разностей фаз φ_i на контактах в описанном многоконтактном СКВИДе в широком диапазоне изменения параметров системы. В результате было установлено, что во всей изученной области значений параметров в системе возникает bulk-SQUID-эффект, который проявляется в периодической зависимости от времени усредненного напряжения $S(t)$. Также мы рассмотрели изменения напряжения на каждом отдельном контакте $u_i(t)$ и наблюдали, что в надкритическом режиме они изменяются периодически со временем, причем частоты полученных периодических зависимостей одинаковы для всех контактов и равны частоте изменения усредненного напряжения в данной конкретной системе. Это означает, что во всех случаях в изучаемой системе возникает полная синхронизация частот генерации составляющих ее джозефсоновских контактов. Возникновение такой синхронизации обусловлено наличием взаимодействия между контактами. Примечательным является тот факт, что синхронизация частот генерации контактов возникает, несмотря на то что коэффициенты взаимодействия контактов случайны.

Еще одним важным результатом является наблюдение, что характер динамики фаз φ_i на отдельных контактах при различных значениях параметров многоконтактного СКВИДа различен. В случае, когда критические токи контактов, составляющих СКВИД, одинаковы и ток инжектируется во все контакты системы равными порциями, динамика фаз на всех контактах когерентна, т. е. фазы на всех контактах в любой момент времени равны. Этот факт легко устанавливается с помощью анализа корреляционных функций для напряжений $S(t)$ и $u_i(t)$. При

введении случайности в величины критических токов контактов происходит постепенный переход от полностью когерентной динамики фаз φ_i на контактах к некогерентной, т. е. к случаю, когда фазы на всех контактах ведут себя независимо. Отсутствие когерентности также видно из анализа корреляционных функций для $S(t)$ и $u_i(t)$. При этом bulk-SQUID-эффект наблюдается и в случае некогерентной динамики. Таким образом, можно сказать, что различие в характеристиках контактов делает динамику фаз φ_i на них некогерентной, однако наличие взаимодействия между контактами сохраняет синхронизацию частот генерации в этих контактах, т. е. bulk-SQUID-эффект, даже в случае некогерентной динамики.

При рассмотрении динамики φ_i на отдельных контактах было замечено, что напряжения на контактах представляются периодическими функциями времени $u_i(t) = u_i(t + T)$, которые практически идентичны между собой с точностью до начального сдвига фазы t_i . В результате было выдвинуто предположение, что динамика многоконтактного СКВИДа может быть смоделирована с помощью динамики набора независимых джозефсоновских контактов, для которых критический ток равен среднему критическому току контактов, составляющих СКВИД, а ток, инжектируемый в каждый контакт равен среднему току, инжектируемому в СКВИД. При таком описании реализация набора джозефсоновских контактов однозначно характеризуется набором t_i . Мы изучили динамику такой системы в двух случаях: в случае, когда все значения t_i одинаковы и в случае равномерного распределения t_i в интервале $[0, T]$. Как и ожидалось, в первом случае результаты моделирования совпадают с полученными для многоконтактного СКВИДа с одинаковыми характеристиками контактов, т. е. имеется полная когерентность динамики всех контактов, составляющих набор. Второй случай хорошо моделирует ситуацию некогерентной динамики в многоконтактном СКВИДе. Таким образом, нами получена простая модель для расчетов некоторых статистических свойств исходной системы.

Работа имеет следующую структуру. Раздел 2 посвящен описанию модели двумерного многоконтактного СКВИДа с внутренней стохастичностью. В нем приведены дифференциальные уравнения, описывающие систему, подробно рассмотрены все параметры модели, а также введены основные характеристики системы, которые мы будем изучать. В разд. 3 мы изучим динамику фаз в многоконтактном СКВИДе в широком диапазоне значений парамет-

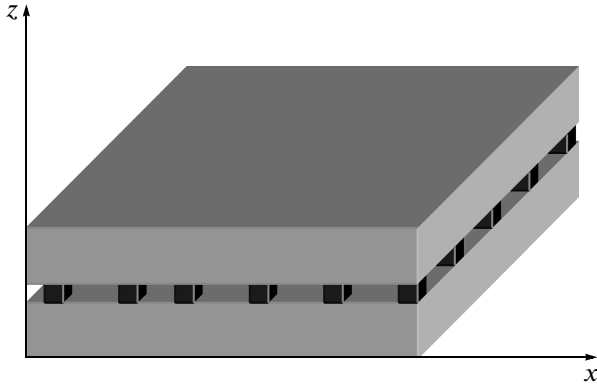


Рис. 1. Многоконтактный СКВИД

ров системы и покажем, что при всех исследованных значениях параметров в системе возникает синхронизация частот генерации всех контактов, что и обуславливает возникновение явления bulk-SQUID. Раздел 4 посвящен изучению когерентной и некогерентной динамики в исследуемом СКВИДе. В разд. 5 описана и изучена простая система невзаимодействующих джозефсоновских контактов, с помощью которой можно моделировать поведение многоконтактного СКВИДа. В Заключение сформулированы основные результаты работы.

2. ДВУМЕРНЫЙ МНОГОКОНТАКТНЫЙ СКВИД

В качестве модели дискретного сверхпроводника рассмотрим двумерный многоконтактный СКВИД с внутренней стохастичностью [4]. Данная система может быть представлена в виде деформированной двумерной решетки с числом узлов N , в узлах которой помещены джозефсоновские контакты размером $l \times l$. Ток через контакты течет в направлении оси z (рис. 1). Будем считать, что переходы имеют различную плотность критического тока j_{ci} и для представления джозефсоновского тока будем использовать резистивную модель джозефсоновского перехода в случае большого затухания [5]. Тогда динамика фаз на контактах φ_i описывается уравнениями Максвелла на решетке, которые в безразмерной форме имеют следующий вид [6]:

$$\tau \frac{d\varphi_i}{dt} + V_i \sin \varphi_i = \sum_j J_{ij}(\varphi_j - \varphi_i) + 2\pi F_i, \quad (1)$$

$$V_i = \frac{16\pi^2 l^2 \lambda_L j_{ci}}{\Phi_0},$$

где индекс « i » обозначает номер контакта в решетке или его двумерную координату (x_i, y_i) , λ_L — лондоновская глубина проникновения, Φ_0 — квант магнитного потока, τ — характерное время срабатывания джозефсоновского контакта, которое в дальнейшем положим $\tau = 1$, F_i — безразмерный ток, инжектируемый в i -й контакт. Величины J_{ij} характеризуют взаимодействие между ближайшими соседними контактами в решетке. Будем рассматривать модель, в которой величины J_{ij} случайны, независимы и распределены с равной вероятностью в интервале $1 - \Delta J/2 < J_{ij} < 1 + \Delta J/2$, т.е. $\langle J \rangle = 1$. Также, очевидно, что в нашем случае $J_{ij} = J_{ji}$.

Величина V_i является важнейшей физической характеристикой контакта, определяющей его поведение. Так, при всех $V_i \gg 1$ каждый элемент системы и вся система в целом обладает большим числом метастабильных энергетических состояний. Следствием этого факта для многоконтактного СКВИДа является свойство квантования магнитного потока и гистерезисное поведение [5]. В настоящей работе будем рассматривать именно случай, когда $V_i \gg 1$. Будем считать, что величины V_i случайны, независимы и распределены с равной вероятностью в интервале $\langle V \rangle - \Delta V/2 < V_i < \langle V \rangle + \Delta V/2$, где $\langle V \rangle = 40$.

Для инициации динамического процесса, описываемого уравнениями (1), в систему необходимо инжектировать ток. Как уже было сказано, процесс инжекции описывается величинами F_i и проводится следующим образом. Выбрав случайно L из общего числа N контактов, положим для каждого из них $F_i = \langle z \rangle N/L$, где $\langle z \rangle > z_c = V_{imax}/2\pi$, V_{imax} — максимальное значение из набора V_i . Таким образом, мы инжектируем в систему суммарный ток $\sum_i F_i = \langle z \rangle N$ и эта величина больше, чем $NV_{imax}/2\pi$, т.е. в систему инжектируется ток, больший суммарного критического тока контактов, и система находится в надкритическом режиме. В нашем случае будем брать $\langle z \rangle = 8 > z_c$, $\langle z \rangle \approx 1.25z_c$. При таком внешнем воздействии в системе, естественно, возникает динамический процесс, в течение которого происходит перераспределение токов по контактам, согласно уравнениям (1). Средний ток $\langle z \rangle$, приходящийся на отдельно взятый контакт, больше критического значения и ток не может покидать систему, поэтому данный процесс перераспределения затухать не будет.

Таким образом, наш многоконтактный СКВИД однозначно характеризуется следующими параметрами: набор структурных характеристик V_i и коэффициентов взаимодействия J_{ij} , а также величинами F_i , которые определяют, в какие контакты и ток ка-

кой величины инжектируется.

Для характеристики динамических процессов в системе будем использовать безразмерную величину среднего по всем контактам напряжения:

$$S(t) = \frac{1}{N} \sum_i \frac{d\varphi_i}{dt}. \quad (2)$$

Также будем рассматривать безразмерные напряжения на отдельных контактах, которые определяются следующим образом:

$$u_i(t) = \frac{d\varphi_i}{dt}. \quad (3)$$

В заключение данного раздела заметим, что уравнения, которые мы используем для описания дискретного сверхпроводника, представляют собой хорошо известную математическую модель Френкеля–Конторовой в случае большого затухания [7]. Помимо моделирования динамики фаз в дискретных сверхпроводниках, она может использоваться для описания волн зарядовой плотности [8], дислокаций, механических систем [9], процессов в полимерных сетях и т.п. Таким образом, результаты, представленные ниже, носят достаточно общий характер, описывая поведение целого класса динамических систем.

3. СИНХРОНИЗАЦИЯ ЧАСТОТ ГЕНЕРАЦИИ КОНТАКТОВ И BULK-SQUID-ЭФФЕКТ

В данном разделе приведем результаты моделирования динамики фаз φ_i в исследуемом многоконтактном СКВИДе при различных значениях набора параметров V_i, J_{ij}, F_i . Интегрирование уравнений (1) проводилось с использованием схемы Эйлера с шагом $dt = 0.001$. Заметим, что дальнейшее уменьшение шага схемы dt не влияло на физические результаты.

Процесс моделирования динамики начинался с фиксирования набора величин V_i, J_{ij}, F_i для данного эксперимента. Напомним, что значения V_i выбирались случайными и независимыми, распределенными с равной вероятностью в интервале $\langle V \rangle - \Delta V/2 < V_i < \langle V \rangle + \Delta V/2$, где $\langle V \rangle = 40$. Коэффициенты J_{ij} также выбирались случайными с равной вероятностью в интервале $1 - \Delta J/2 < J_{ij} < 1 + \Delta J/2$, т.е. $\langle J \rangle = 1$. Значения величин ΔV и ΔJ выбирались для каждого эксперимента. Далее мы фиксировали величину $\langle z \rangle = (1/N) \sum_i F_i$, после чего выбирали случайно L различных контактов, в которые будет инжектироваться ток равными порциями $F_i = \langle z \rangle N/L$. После фиксирования параметров

СКВИДа для конкретного эксперимента, мы проводили моделирование согласно уравнениям (1), начиная с некоторых значений фаз на контактах φ_i .

Мы рассмотрели различные наборы параметров V_i, J_{ij}, F_i , меняя величины $\Delta V, \Delta J$ и F_i . В частности, фиксируя величину ΔJ , мы меняли ΔV в пределах $[0.005, 5]$ или, фиксируя ΔV , брали различные значения ΔJ из интервала $[0.01, 0.5]$. Для каждого фиксированного набора $\Delta J, \Delta V$ мы рассматривали несколько различных реализаций набора параметров F_i , а именно, выбирали различные L контактов, в которые проводилась инжекция тока величиной $F_i = \langle z \rangle N/L$. Далее на рисунках каждый раз будет указываться конкретный набор величин $\Delta V, \Delta J$ и способ инжекции тока F_i .

В каждом из рассмотренных случаев по истечении некоторого времени переходного процесса система выходила на стационарный режим, в котором мы изучали поведение усредненного по системе напряжения $S(t)$, вычисляемого по формуле (2), и величин u_i , вычисляемых для каждого контакта по формуле (3).

В результате было установлено, что во всей исследованной области значений параметров системы V_i, J_{ij}, F_i в стационарном режиме усредненное напряжение $S(t)$ демонстрирует строго периодическое поведение во времени. Этот результат говорит о том, что множество джозефсоновских контактов, составляющих СКВИД, в надкритическом режиме работает как единый джозефсоновский контакт, начиная генерировать переменное напряжение, что и называется bulk-SQUID-эффектом. Заметим, что мы проводили эксперименты с различными начальными значениями фаз φ_i для каждого конкретного набора параметров V_i, J_{ij}, F_i . В результате мы наблюдали, что $S(t)$ в стационарном режиме не зависит от начальных условий.

На рис. 2 представлены зависимости усредненного напряжения $S(t)$, вычисленного по формуле (2), в стационарном режиме для трех различных наборов параметров V_i, J_{ij}, F_i .

Для того чтобы прояснить механизм возникновения bulk-SQUID-эффекта в исследуемом многоконтактном СКВИДе, для каждого из наборов параметров, помимо усредненного напряжения, мы рассмотрели также поведение напряжений $u_i(t)$ на отдельных контактах, составляющих СКВИД. Результаты экспериментов были весьма впечатляющими (см. рис. 3). Оказалось, что для каждого конкретного набора величин V_i, J_{ij}, F_i напряжения на контактах $u_i(t)$ представляют собой периодические функции по времени, причем частоты изменения напря-

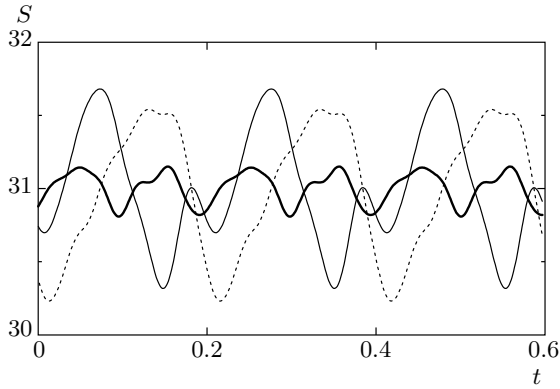


Рис. 2. Зависимости величины усредненного напряжения $S(t)$ в системе от времени при трех различных наборах параметров V_i, J_{ij}, F_i . Видно, что в системе возникает bulk-SQUID-эффект

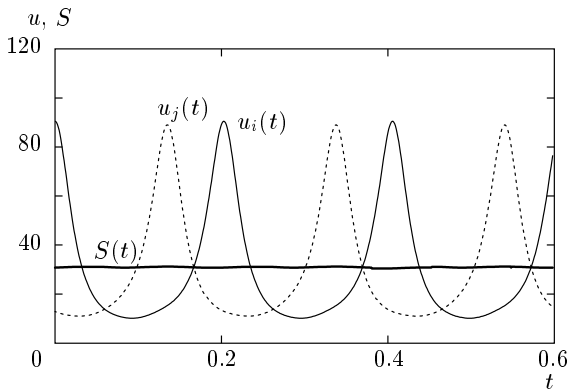


Рис. 3. Напряжения $u_i(t)$ для двух случайно выбранных контактов (тонкие линии) и усредненное напряжение $S(t)$ (жирная линия) в многоконтактном СКВИДе при следующих значениях параметров системы: $N = 10000, \langle V \rangle = 40, \Delta V = 0.5, \langle J \rangle = 1, \Delta J = 0.5$. Видно, что функции $u_i(t)$, как и функция $S(t)$, демонстрируют периодическое поведение

жений на всех контактах совпадают и равны частоте изменения усредненного напряжения $S(t)$. Таким образом, можно сказать, что в исследуемой стохастической системе взаимодействующих джозефсоновских контактов возникает полная синхронизация частот генерации всех контактов, что и обуславливает реализацию явления bulk-SQUID.

Для иллюстрации данного вывода мы рассмотрели автокорреляционные функции для напряжений на контактах и среднего по системе напряжения, D_{u_i} и $D_{S(t)}$, которые вычислялись по следующим формулам [10]:

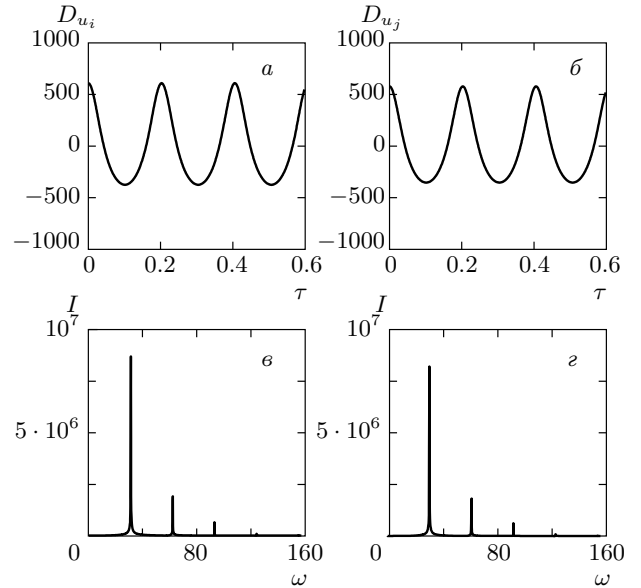


Рис. 4. *а, б*) Автокорреляционные функции для напряжений $u_i(t)$ на двух различных контактах СКВИДа при следующем наборе параметров системы $N = 10000, \langle V \rangle = 40, \Delta V = 0.5, \langle J \rangle = 1, \Delta J = 0.5$. Отчетливо виден периодический, неспадающий характер корреляций. *в, г*) Фурье-преобразования автокорреляционных функций $D_{u_i}(\tau)$ для двух различных i , демонстрирующие совпадение частот генерации на контактах, составляющих исследуемый СКВИД

$$\begin{aligned} \tilde{a}(t) &= a(t) - \langle a(t) \rangle, \\ D_a(\tau) &= \langle \tilde{a}(t) \tilde{a}(t + \tau) \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Угловые скобки здесь означают усреднение по времени, а функция a может принимать значения $S(t)$ или $u_i(t)$.

На рис. 4*а, б* представлены корреляционные функции для напряжений на двух случайно выбранных контактах. Мы видим, что они демонстрируют периодическое поведение, а совпадение частот генерации на этих контактах наглядно иллюстрируется на рис. 4*в, г*, где представлены фурье-преобразования $I(\omega)$ для соответствующих корреляционных функций. Видно, что пики интенсивности $I(\omega)$ приходятся в обоих случаях на одни и те же частоты.

На рис. 5*а* представлена взаимная корреляционная функция величин $u_i(t)$ в случае различных контактов, вычисленная по формуле

$$D_{ab}(\tau) = \langle \tilde{a}(t) \tilde{b}(t + \tau) \rangle. \quad (5)$$

На рис. 5*б* представлена корреляционная функция для величины $S(t)$, вычисленная по формуле

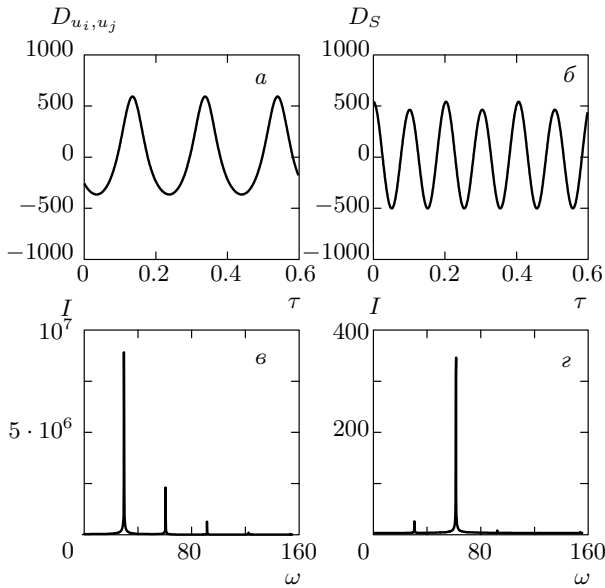


Рис. 5. а) Взаимная корреляционная функция напряжений на двух контактах $D_{u_i u_j}(\tau)$. б) Автокорреляционная функция для усредненного напряжения $S(t)$ при следующем наборе параметров системы: $N = 10000$, $\langle V \rangle = 40$, $\Delta V = 0.5$, $\langle J \rangle = 1$, $\Delta J = 0.5$. в, з) Фурье-преобразования функций $D_{u_i u_j}(\tau)$ и $D_S(\tau)$, демонстрирующие совпадение частот генерации на всех контактах, составляющих исследуемый СКВИД с частотой изменений усредненного напряжения $S(t)$

ле (4). На рис. 5в,з показаны фурье-преобразования для $D_{u_i u_j}(\tau)$ и $D_S(\tau)$. Видно, что частоты генерации всех контактов в СКВИДе совпадают и равны частоте изменения усредненного по системе напряжения.

Таким образом, мы установили, что при всех рассмотренных значениях параметров V_i, J_{ij}, F_i в исследуемом нами многоконтактном СКВИДе возникновение bulk-SQUID-эффекта является результатом синхронизации частот генерации всех составляющих СКВИД-контактов. Очевидно, что такая синхронизация становится возможной в результате взаимодействия между контактами, описываемого коэффициентами J_{ij} , и не зависит от величины данных коэффициентов и величины разброса ΔJ .

4. КОГЕРЕНТНАЯ И НЕКОГЕРЕНТНАЯ ДИНАМИКА ФАЗ В МНОГОКОНТАКТНОМ СКВИДЕ

Как показано в предыдущем разделе, в исследуемом нами многоконтактном СКВИДе при нали-

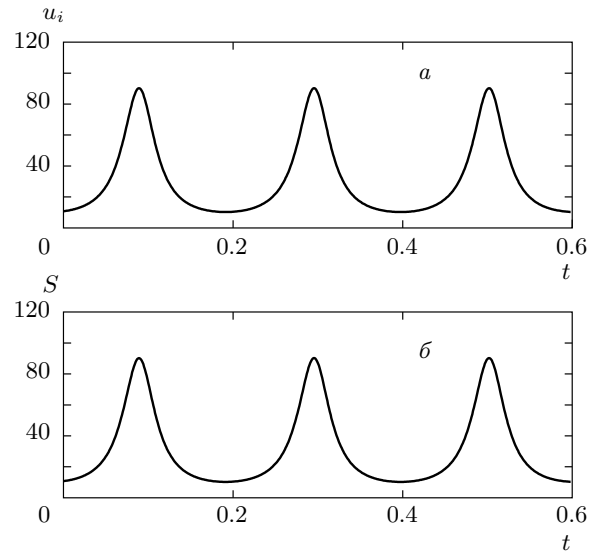


Рис. 6. Напряжение $u_i(t)$ для случайно выбранного контакта (а) и усредненное напряжение $S(t)$ (б) в многоконтактном СКВИДе с $N = 10000$ при $V_i = 40$ для всех i , $\langle J \rangle = 1$, $\Delta J = 0.5$. Видно, что функции $u_i(t)$, как и функция $S(t)$, демонстрируют периодическое поведение и полностью идентичны, что говорит о наличии в системе когерентной динамики фаз

чии взаимодействия между контактами всегда реализуется bulk-SQUID-эффект, являющийся результатом синхронизации частот генерации на всех контактах, составляющих систему. Однако при исследовании СКВИДа при различных наборах параметров V_i, J_{ij}, F_i мы наблюдали различный характер динамики фаз в системе. Остановимся на этом подробнее.

В настоящем разделе будем рассматривать систему при условии, что инжекция тока проводится во все контакты СКВИДа равными порциями $F_i = \langle z \rangle$ для всех i , а $\langle z \rangle = 8$. Если не будет оговорено особо, то $\Delta J = 0.5$. Как мы уже установили ранее, величина коэффициентов взаимодействия J_{ij} не оказывает существенного влияния на динамику нашей системы, главное, чтобы взаимодействие между контактами присутствовало. Таким образом, в данном разделе будем рассматривать динамику фаз на контактах СКВИДа в зависимости от физических свойств самого контакта, которые определяются параметрами V_i .

Для начала мы рассмотрели случай многоконтактного СКВИДа с одинаковыми контактами, т. е. $V_i = 40$ для всех i . В этой ситуации в системе на-

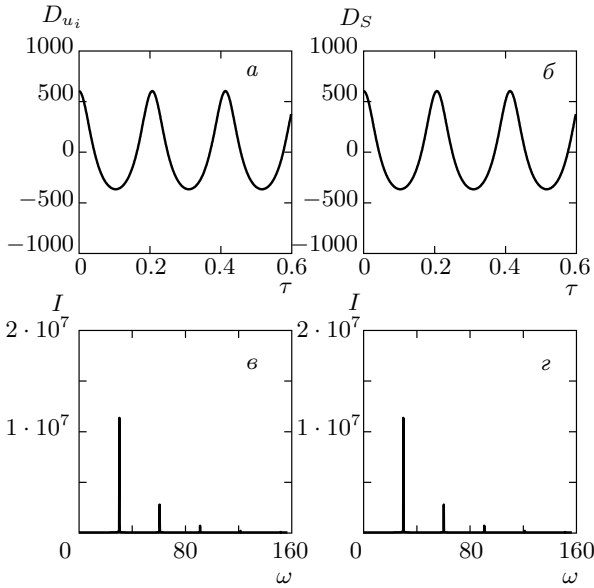


Рис. 7. *a, б)* Автокорреляционные функции для напряжения на отдельном контакте u_i и для усредненного напряжения $S(t)$ при следующем наборе параметров системы: $N = 10000$, $V_i = 40$ для всех i , $\langle J \rangle = 1$, $\Delta J = 0.5$. *в, з)* Фурье-преобразование автокорреляционных функций $D_{u_i}(\tau)$ и $D_S(\tau)$, демонстрирующее совпадение частот генерации на всех контактах, составляющих исследуемый СКВИД, с частотой изменений усредненного напряжения $S(t)$

блюдалась не только синхронизация частот генерации всех контактов, но и синхронизация самих фаз на всех контактах, т. е. динамика фаз в системе была когерентной. Еще раз отметим, что результаты не зависели от начальных значений φ_i . Рисунки 6 и 7 иллюстрируют данный случай. На рис. 6 представлены напряжение для случайно выбранного контакта в нашей системе и усредненное напряжение $S(t)$. Мы представили на рисунке только одну функцию u_i , так как напряжения ведут себя синхронно не только по частоте, они полностью одинаковы для всех контактов. Кроме того, усредненное напряжение $S(t)$ имеет такой же вид. Для подтверждения наличия когерентной динамики фаз в рассматриваемой системе, мы также проанализировали поведение корреляционных функций напряжений $u_i(t)$ и $S(t)$. Результаты представлены на рис. 7.

Далее мы постепенно вводили разброс в значения параметра V_i , следя за изменением характера динамики фаз в исследуемом многоконтактном СКВИДе. Мы также следили за поведением $S(t)$ и u_i . В результате мы наблюдали переход от когерент-

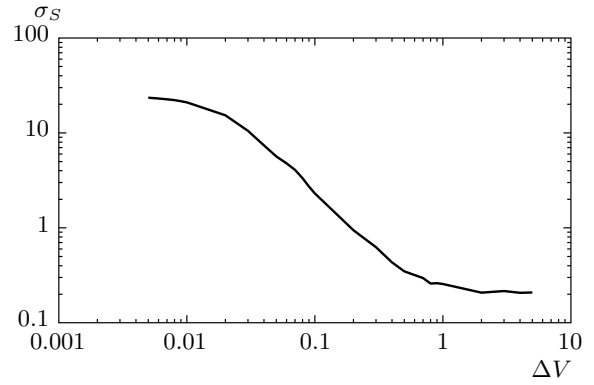


Рис. 8. Зависимость среднеквадратичного отклонения σ_S величины усредненного по всем контактам напряжения $S(t)$ от величины разброса параметра V_i для СКВИДа с $N = 10000$, $\langle J \rangle = 0.1$, $\Delta J = 0.05$. Видно, что при увеличении разброса величин V_i происходит переход от когерентной динамики фаз в СКВИДе к некогерентной

ной динамики к полностью некогерентной. Степень когерентности динамики фаз мы оценивали, рассчитывая среднеквадратичное отклонение для величины $S(t)$, которое рассчитывалось по времени эксперимента T следующим образом [10]:

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (S(t) - \langle S \rangle)^2 dt}. \quad (6)$$

Здесь $\langle S \rangle$ — среднее значение $S(t)$ по времени измерения.

Ясно, что в случае полностью когерентной динамики, когда $S(t)$ практически совпадает с $u_i(t)$ на любом из контактов, величина σ_S равна σ_{u_i} . В случае же некогерентной динамики величина $\sigma_S \approx \sigma_{u_i} / \sqrt{N}$. Как видно из рис. 8, такой эффект наблюдается при переходе от многоконтактного СКВИДа с полностью идентичными контактами (все V_i равны) к системе с различными характеристиками контактов (разброс V_i увеличивается). При этом переход от области параметров, где наблюдается полностью когерентное движение фаз к области некогерентного движения происходит достаточно плавно. Заметим, что согласно результатам, приведенным в предыдущем разделе, как в области когерентного, так и в области некогерентного движения фаз в системе реализуется bulk-SQUID-эффект.

В настоящем разделе мы показали, что в зависимости от параметра V_i динамика фаз в рассматриваемой системе может носить как когерентный, так

и некогерентный характер, однако во всех случаях, включая переходную область значений параметров, в системе сохраняется синхронизация частот генерации контактов. Таким образом, можно сказать, что, в то время как взаимодействие между контактами способствует возникновению bulk-SQUID-эффекта, наличие различий в физических характеристиках контактов приводит к некогерентной динамике фаз на них.

5. МОДЕЛЬ НЕВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ КОНТАКТОВ

Изучая динамику фаз на контактах нашего СКВИДа в различных областях значений параметров V_i, J_{ij}, F_i , мы заметили, что, благодаря синхронизации частот генерации контактов, все периодические функции $u_i(t) = u_i(t+T)$ для одной реализации параметров V_i, J_{ij}, F_i могут быть получены друг из друга путем начального сдвига фазы на величину t_i , причем t_i различны для различных i . В результате было выдвинуто предположение, что динамика многоконтактного СКВИДа может быть смоделирована с помощью динамики набора независимых джозефсоновских контактов, для которых критический ток равен среднему критическому току контактов, составляющих СКВИД, а ток, инжектируемый в каждый контакт, равен среднему току, инжектируемому в СКВИД. В настоящем разделе мы проверим данное перспективное предположение.

Уравнение, описывающее динамику фазы на одном джозефсоновском контакте, выглядит следующим образом:

$$\frac{d\varphi}{dt} + \langle V \rangle \sin \varphi = 2\pi \langle z \rangle, \quad \langle V \rangle = 40, \quad \langle z \rangle = 8. \quad (7)$$

Функция $u = d\varphi/dt$ является периодической с периодом T , который с точностью до третьего знака совпадает с периодом изменения напряжений на контактах в многоконтактном СКВИДе с соответствующими величинами $\langle V \rangle$ и $\langle z \rangle$.

Рассмотрим далее статистические свойства ансамбля N функций $u_i(t) = u(t + t_i)$, где t_i равномерно распределены в диапазоне $[0, T]$. На рис. 9 представлены реализации $S(t) = (1/N) \sum_1^N u_i$ и $u_i(t)$, а также корреляционные функции для данных величин. Сравнивая рис. 3 и 9, можно видеть, что исследуемые функции ведут себя идентично функциям u_i и $S(t)$, а также корреляционным функциям этих величин для случая многоконтактного СКВИДа. Кроме того, сохраняется и соотношение $\sigma_S \approx \sigma_u/\sqrt{N}$,

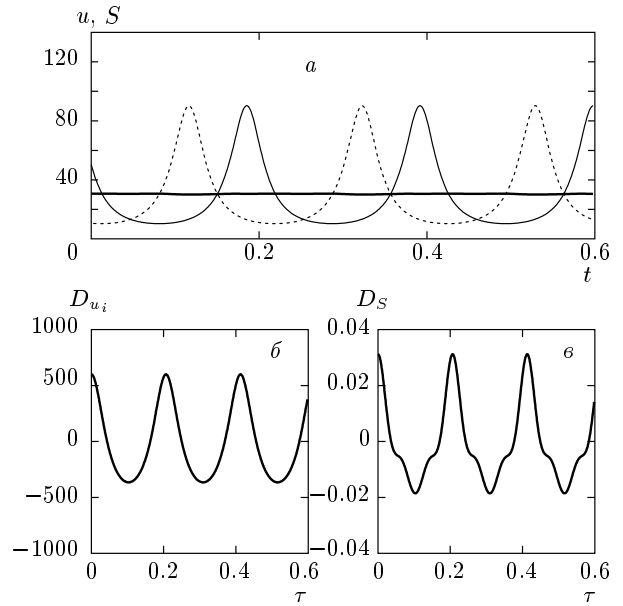


Рис. 9. а) Реализации функций $S(t) = (1/N) \sum_1^N u_i$ (жирная линия) и $u_i(t)$ (тонкие сплошная и пунктирная линии). б, в) Корреляционные функции для $u_i(t)$ и $S(t)$

что свидетельствует о том, что в случае равномерного распределения t_i в интервале $[0, T]$ система невзаимодействующих джозефсоновских контактов хорошо моделирует случай некогерентной динамики фаз в многоконтактном СКВИДе. Совершенно ясно, что в случае, когда все t_i равны, рассматриваемая система будет моделировать ситуацию полностью когерентного движения.

Таким образом, можно заключить, что каждый набор t_i столь же однозначно определяет систему невзаимодействующих контактов, как набор параметров V_i, J_{ij}, F_i определяет реализацию многоконтактного СКВИДа. Моделирование динамики СКВИДа с помощью системы невзаимодействующих контактов, рассмотренной в этом разделе, может дать возможность аналитических расчетов некоторых характеристик СКВИДа, значительно упростив их.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы изучили динамику фаз в двумерном многоконтактном СКВИДе с внутренней стохастичностью, которая предполагает, что критические токи контактов, токи инжекции и коэффициенты взаимодействия между контактами в СКВИДе

являются случайными величинами. В этом случае система полностью определяется набором параметров V_i, J_{ij}, F_i , где V_i — основной параметр контакта, зависящий от значения критического тока, J_{ij} — коэффициенты взаимодействия между контактами, F_i — параметры, характеризующие инжекцию тока в систему. Мы рассматривали систему в случае, когда инжектируемый в нее ток превосходит по величине суммарный критический ток контактов. В этом случае система находится в режиме генерации напряжения, и мы выбрали в качестве ее характеристик усредненное по всем контактам напряжение $S(t)$, а также напряжения на отдельных контактах $u_i(t)$. Были получены следующие результаты.

1. При всех исследованных значениях основных параметров системы в ней реализуется bulk-SQUID-эффект, который выражается в периодической зависимости от времени генерируемого системой напряжения $S(t)$ и напряжений на отдельных контактах $u_i(t)$.

2. В широкой области значений случайных параметров исследуемой системе происходит полная синхронизация частот генерации всех контактов, что и обуславливает возникновение явления bulk-SQUID.

3. В исследованной области значений параметров имеются подобласть когерентной динамики, где происходит полная синхронизация динамики фаз на всех контактах, подобласть некогерентной динамики, где фазы контактов не синхронизованы, однако явление bulk-SQUID сохраняется, и переходная область, где наблюдается частично когерентная динамика и явление bulk-SQUID.

Также в работе предложена и изучена простая математическая модель невзаимодействующих контактов, хорошо описывающая основные особенности динамики исходной системы и позволяющая рассчитывать некоторые ее статистические характеристики.

В заключение нашей работы рискнем выдвинуть гипотезу, что явление bulk-SQUID как результат синхронизации частот генерации всех элементов сложной системы отнюдь не является привилегией дискретных сверхпроводников. Возможно, что аналогичные свойства будет проявлять любая сложная система, состоящая из большого числа взаи-

модействующих нелинейных элементов, в случае, если данная нелинейность описывается периодической ограниченной функцией. Это означает, что при замене в уравнениях (1) функции $\sin \varphi_i$ на другую периодическую ограниченную функцию (например, функцию Якоби или асимметричную периодическую функцию типа «храповика») явление bulk-SQUID в системе сохранится. Однако данное предположение нуждается в тщательной проверке.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственной программы «Квантовая макрофизика», Государственной программы «Сильно коррелированные электроны в полупроводниках, металлах, сверхпроводниках и магнитных материалах», Государственной программы «Нейтронная физика» и РФФИ (грант № 11-02-00474-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Закосяренко, Е. В. Ильичев, В. А. Тулин, Письма в ЖЭТФ **48**, 140 (1988).
2. С. Е. Gough, Physica C **153–155**, 1569 (1988).
3. Н. В. Заварицкий, В. Н. Заварицкий, С. В. Петров, Письма в ЖЭТФ **46**, 469 (1987).
4. S. L. Ginzburg, M. A. Pustovoi, and N. E. Savitskaya, Phys. Rev. E **57**, 1319 (1998).
5. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, Наука, Москва (1985).
6. С. Л. Гинзбург, ЖЭТФ **106**, 607 (1994).
7. О. М. Браун, Ю. С. Кившарь, *Модель Френкеля – Конторовой. Концепции, методы, приложения*, Физматлит, Москва (2008).
8. J. P. Sethna and C. R. Meyers, Phys. Rev. B **47**, 11171 (1993).
9. S. N. Coppersmith, Phys. Rev. A **36**, 3375 (1987).
10. J. S. Bendat and A. G. Piersol, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, Wiley, New York (1986).