

ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИЯ ПРИ ИНЖЕКЦИИ С КАТОДА И НАГРЕВЕ СВЕРХУ

*А. Н. Мордвинов, Б. Л. Смородин**

*Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, Россия*

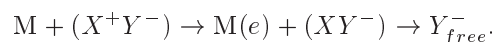
Поступила в редакцию 5 августа 2011 г.

Изучена задача об электроконвекции неоднородно нагретой слабопроводящей жидкости в плоском горизонтальном конденсаторе, возникающей за счет действия внешнего постоянного электрического поля на инжектированный с катода заряд. Показано, что нагрев слоя сверху препятствует возникновению стационарной конвекции, а электроконвекция, в отличие от изотермического случая, может возникать колебательным образом: в результате прямой бифуркации Хопфа. Проанализировано влияние интенсивности нагрева, степени инжекции зарядов с катода и значения подвижности заряда на пороги колебательной и монотонной электроконвекции, характерные масштабы и частоты критических возмущений. Изучены нелинейные волновые и стационарные режимы двумерных, электроконвективных структур, формирующиеся в слабопроводящей жидкости под действием термогравитационного и инжекционного механизмов конвекции. Найдены области существования стоячих, бегущих и модулированных волн.

1. ВВЕДЕНИЕ

Поведение текучих проводящих сред — изотропных слабопроводящих жидкостей и жидких кристаллов — в электрическом поле представляет значительный интерес с точки зрения большого разнообразия возникающих нелинейных электроконвективных структур [1, 2]. Течение изотропной слабопроводящей жидкости в электрическом поле может возникнуть и поддерживаться вследствие действия инжекционного механизма зарядообразования в ней, когда свободный заряд генерируется на границе жидкость–электрод в результате электрохимических окислительно-восстановительных реакций [3–5]. Вследствие этих процессов в приграничных областях возникают заряды того же знака, что заряд электродов. Нейтральная молекула, подходя к металлическому электроду, содержащему либо избыток электронов (катод), либо их недостаток (анод), захватывает электрон (на катоде) или отдает его (на аноде), становясь ионом того же знака, что и поверхность электрода. Возникающие заряды отталкиваются от одноименно заряженной поверхности — происходит инжектирование заряда в жидкость. Например, возникновение заряда в прикатодной облас-

ти представляет собой образование ионов в результате реакций следующего типа:



Здесь M — металл электрода, который отдает электрон e ионной паре (X^+Y^-) . Ионная компонента Y^- называется инжектируемой, а проводимость, связанная с реакцией, — инжекционной. Эта схема представляет собой классический пример униполярной инжекции: на катоде образуются отрицательные ионы.

Механизм возникновения конвективного течения в слое слабопроводящей жидкости во внешнем электрическом поле при наличии инжекции заряда с катода можно пояснить следующим образом. В узком слое вблизи катода образуется отрицательный заряд, который под действием сил Кулона распространяется в глубь жидкости. Двигаясь к аноду, ионы могут увлекать за собой жидкость, что, в свою очередь, приводит к появлению электроконвективного течения в слое.

Исследования электроконвекции показали, что в изотермической жидкости стационарное движение возникает в результате обратной бифуркации [6–9]. В некоторой области управляющего параметра, зависящего от напряжения на электродах, имеются два устойчивых режима — молекулярной проводимости

*E-mail: bsmorodin@yandex.ru

мости и конвективного переноса — и гистерезисный переход между ними.

В данной работе проведено исследование электроконвекции в горизонтальном слое слабопроводящей жидкости, в которой объемный заряд возникает за счет инжекции отрицательного заряда с катода. Задача рассмотрена в двумерной постановке. Исследовано влияние внешнего электрического поля и нагрева слоя сверху на эволюцию электроконвективных колебаний и динамику течения в межэлектродном промежутке. Кроме хорошо известного режима стационарной конвекции обнаружены устойчивые режимы стоячих, бегущих и модулированных волн.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим горизонтальный конденсатор толщиной d , заполненный слабопроводящей жидкостью со следующими свойствами: ρ_0 — плотность, χ — температуропроводность, ν — вязкость, ε — диэлектрическая проницаемость, β — коэффициент теплового расширения жидкости. К обкладкам конденсатора, находящегося в поле силы тяжести с ускорением g , приложены разность температур Θ и разность потенциалов V_0 . Введем систему координат, у которой ось x направлена вдоль нижней пластины конденсатора, а ось z перпендикулярна слою.

Используем в качестве масштабов длины $[x] = d$, времени $[t] = d^2/\nu$, скорости $[v] = \nu/d$, давления $[p] = \rho_0\nu^2/d^2$, разности потенциалов $[\Phi] = V_0$, плотности заряда $[q] = \varepsilon_0\varepsilon V_0/d^2$ (ε_0 — электрическая постоянная), температуры $[\vartheta] = \Theta$ и запишем систему уравнений электроконвекции для неоднородно нагретой жидкости в виде [6, 7, 10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{v} - \frac{T^2}{M^2} q \nabla \Phi + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \vartheta \mathbf{e}, \\ \frac{\partial q}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) q &= \frac{T}{M^2} (q^2 - \nabla \Phi \cdot \nabla q), \\ \text{div } \mathbf{v} &= 0, \quad \Delta \Phi = -q, \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \vartheta &= \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \vartheta, \end{aligned} \quad (1)$$

где q — плотность заряда в слабопроводящей среде, $\mathbf{v} = (u, 0, w)$ — скорость жидкости, ϑ — отклонение температуры от некоторого среднего значения, p — давление, \mathbf{e} — единичный вектор, направленный вверх.

Эволюция движения жидкости, помещенной в гравитационное и электрическое поля при условии нагрева, описывается уравнением Навье–Стокса

для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска. Внешняя сила, действующая на единичный объем жидкости, включает электрическую силу (силу Кулона), характеризующую действие электрического поля на заряд среды, и силу плавучести. Поток ионов включает конвективный перенос и подвижность заряда под действием электрического поля.

В случае непроницаемых, твердых, электропроводящих и идеально теплопроводящих границ слоя имеем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad \Phi &= 0, \quad \vartheta = 1, \quad \mathbf{v} = 0, \quad q = -A \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \\ z = 1: \quad \Phi &= 1, \quad \vartheta = 0, \quad \mathbf{v} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Инжектируемый заряд на катоде пропорционален величине электрического поля, а инжекция предполагается слабой ($A \ll 1$).

В систему уравнений (1) и граничных условий (2), помимо гидродинамических безразмерных параметров, таких как число Рэлея $\text{Ra} = g\beta\Theta d^3/\nu\chi$ и число Прандтля $\text{Pr} = \nu/\chi$, входят безразмерный электрический параметр $T = \varepsilon_0\varepsilon V_0\rho_0/K\nu$, параметр $A = ad/\varepsilon_0\varepsilon$, характеризующий степень инжекции заряда (здесь a — размерный коэффициент, определяющий инжекцию), и параметр, характеризующий подвижность инжектируемых ионов, $M = \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon/K^2\rho_0}$. В зависимости от вида среды и типа носителей заряда параметр M может изменяться в широких пределах $4 < M < 120$ [8]. Предполагается, что диэлектрическая проницаемость среды ε и коэффициент подвижности ионов K не зависят от температуры и поля.

В дальнейшем все расчеты проведены для случая $\text{Pr} = 10$, типичном для слабопроводящих жидкостей [9].

3. ПОРОГИ ЭЛЕКТРОКОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В механическом равновесии ($\mathbf{v} = 0$) температура в слое изменяется линейно $\vartheta_0 = -z + 1$, а распределения потенциала и заряда записываются в виде [7]

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \frac{(1 + 2Az)^{3/2} - 1}{(1 + 2A)^{3/2} - 1}, \\ q_0 &= \frac{-3A^2(1 + 2Az)^{-1/2}}{(1 + 2A)^{3/2} - 1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для исследования устойчивости основного состояния равновесия жидкости относительно малых возмущений рассмотрим возмущенные поля вертикальной скорости, температуры, потенциала и свободного заряда:

$$\tilde{w}, \vartheta = \vartheta_0 + \tilde{\vartheta}, \quad \Phi = \Phi_0 + \tilde{\Phi}, \quad q = q_0 + \tilde{q}. \quad (4)$$

Будем искать решение в виде плоских возмущений:

$$\begin{pmatrix} \tilde{w}(x, z, t) \\ \tilde{\vartheta}(x, z, t) \\ \tilde{q}(x, z, t) \\ \tilde{\Phi}(x, z, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w(z) \\ \vartheta(z) \\ q(z) \\ \Phi(z) \end{pmatrix} \exp(-\lambda t + ikx), \quad (5)$$

где k — волновое число, характеризующее пространственный масштаб возмущений, λ — декремент, $w(z)$, $\Phi(z)$, $q(z)$, $\vartheta(z)$ — амплитуды возмущений. После подстановки возмущений (5) в систему (1), (2) получим спектрально-амплитудную задачу:

$$\begin{aligned} -\lambda(w'' - k^2 w) &= k^4 w - 2k^2 w'' + w^{IV} - \\ &- \frac{T^2}{M^2} k^2 (q'_0 \Phi - \Phi'_0 q) - k^2 \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \vartheta, \\ \Phi'' - k^2 \Phi + q &= 0, \\ -\lambda q + q'_0 w &= \frac{T}{M^2} (2q_0 q - q'_0 \Phi' - q' \Phi'_0), \\ -\lambda \vartheta &= \frac{1}{\text{Pr}} (\vartheta'' - k^2 \vartheta) + w, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} z = 0, \quad z = 1: \quad w = w' = 0, \quad \vartheta = 0, \quad \Phi = 0; \\ z = 0: \quad q = -A\Phi'. \end{aligned}$$

Здесь $\Delta = d^2/dz^2 - k^2$, а штрих означает дифференцирование по поперечной координате.

На рис. 1 изображены границы монотонной и колебательной электроконвекции при различных значениях подвижности зарядов M . Пороги монотонной неустойчивости ($\lambda = 0$) в широкой области значений параметра M остаются неизменными, что легко объяснить, анализируя систему (6): при одновременной замене

$$M \rightarrow \alpha M, \quad w \rightarrow \frac{w}{\alpha^2}, \quad \vartheta \rightarrow \frac{\vartheta}{\alpha^2}, \quad q \rightarrow q, \quad \Phi \rightarrow \Phi,$$

вид уравнений (6) сохраняется.

В случае нагрева слоя сверху возникает колебательная неустойчивость, обусловленная конкуренцией двух противоположно направленных сил — силы Кулона, действующей на инжектированные с катода отрицательные заряды, и силы Архимеда, появляющейся в результате различия в плотности неоднородно нагретых объемов жидкости. Под действием сил Кулона заряженный объем жидкости, находящийся у более холодного катода и имеющий более низкую температуру, сдвигается вверх к нагретому аноду. Там рассматриваемый объем будет холоднее и, следовательно, тяжелее окружающей жидкости,

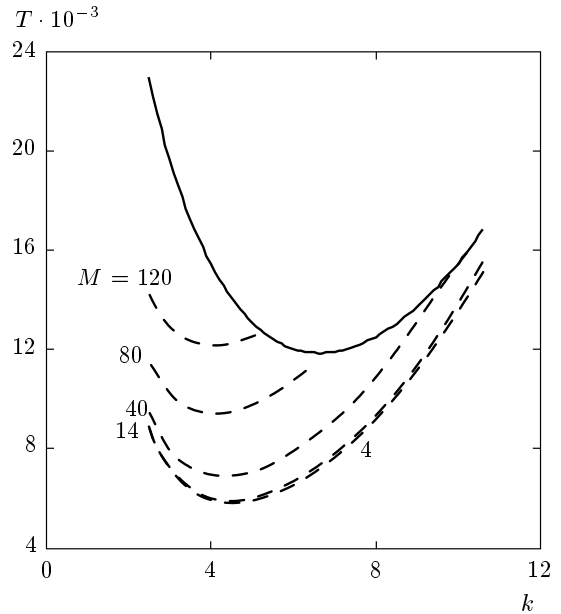


Рис. 1. Влияние подвижности носителей заряда M на положение нейтральных кривых монотонной (сплошная линия) и колебательной (штриховые линии) неустойчивостей. $A = 0.25$, $\text{Ra} = -2500$

что приведет к действию на него конвективной «возвращающей» силы. Всплытие объема жидкости прекратится и он начнет тонуть, возвращаясь в первоначальное положение. Увеличение параметра M (рис. 1) ведет к сужению области существования растущих колебательных возмущений и повышению порога колебательной неустойчивости.

На рис. 2 представлено поведение критических значений параметра T , волнового числа и частоты колебаний в зависимости от параметра подвижности M . Порог колебательной конвекции монотонно растет с увеличением M , а волновое число k , соответствующее минимуму границы колебательных возмущений, уменьшается и затем принимает постоянное ненулевое значение. При достижении значения M_C глобальный минимум нейтральной кривой соответствует ветви монотонной неустойчивости. В случае $A = 0.25$, $\text{Ra} = -2500$ значение $M_C = 116$.

Зависимости критических параметров неустойчивости от числа Рэлея при различной степени инъекции заряда с катода (параметра A) представлены на рис. 3. При понижении степени инъекции пороги как монотонной, так и колебательной неустойчивости возрастают. Это объясняется тем, что более слабая инъекция зарядов с катода дает меньший заряд жидкости. При этом силы Кулона, действующие на заряженные объемы жидкости, мень-

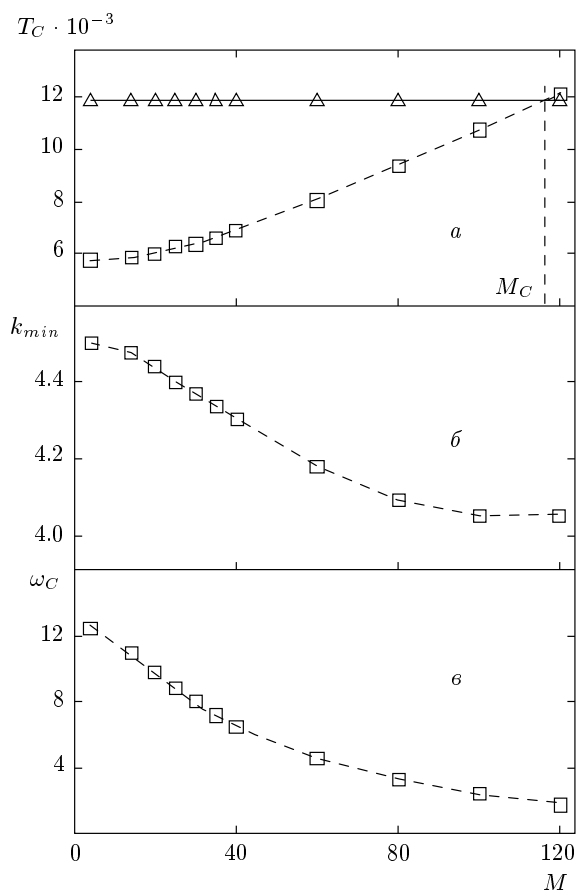


Рис. 2. Влияние подвижности носителей заряда M на критические значения электрического параметра (a), волнового числа (b), частоты колебаний (c).
 $A = 0.25, Ra = -2500$

ше и, соответственно, им становится тяжелее заставить всплыть заряженный, но более холодный (более тяжелый) элемент жидкости. Очевидно, что для увеличения силы Кулона необходимо увеличить прикладываемое к границам слоя напряжение, при этом растет и электроконвективный параметр ($T_C \sim V_0$). Угол наклона прямых $T_C(Ra)$ уменьшается с ростом параметра A . Отметим, что значение числа Рэля Ra_C , при котором колебательные возмущения становятся опасными, остается постоянным независимо от значений параметра A . Расчеты показали, что $Ra_C \approx -177$.

4. НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ

Для решения задачи об исследовании нелинейных режимов электроконвекции в полной нелиней-

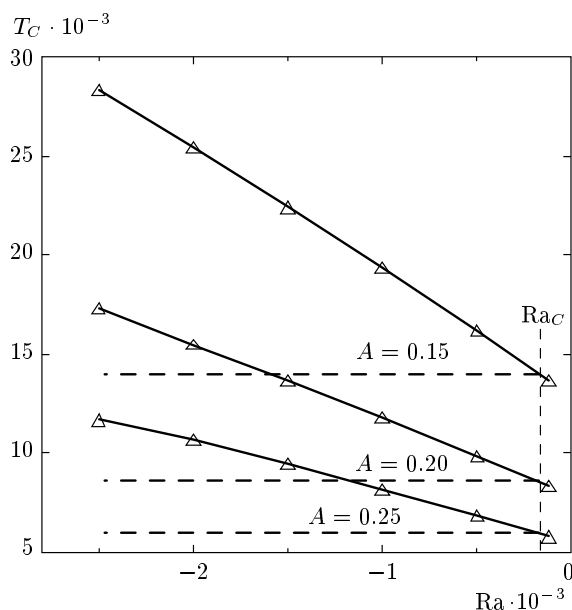


Рис. 3. Зависимости порогов монотонной (сплошные линии) и колебательной (штриховые линии) неустойчивостей от числа Рэля при различных значениях параметра A

ной постановке использовался двухполевой метод. Для этого при решении уравнения Навье–Стокса был совершен переход от переменных скорости \mathbf{v} и давления p к более удобным функциям — вихрю скорости φ и функции тока ψ , которые вводятся в рассмотрение следующими соотношениями:

$$v_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \varphi = (\text{rot } \mathbf{v})_y. \quad (7)$$

Вследствие малой инжекции ($A \ll 1$) нелинейную задачу можно решать в безындукционном приближении, когда распределение потенциала и электрического поля в слое не зависит от перераспределения зарядов за счет конвективного движения. Сравнение результатов решения задачи в полной постановке и в безындукционном приближении показало, что результаты меняются не более чем на 1%. Система дифференциальных уравнений, описывающих электроконвекцию неоднородно нагретой слабопроводящей жидкости в безындукционном приближении, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \\ = \Delta \varphi - \frac{T^2}{M^2} E_z \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \\ \Delta \psi &= -\varphi, \\ \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \frac{T}{M^2} \left(q^2 + E_z \frac{\partial q}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \vartheta. \end{aligned} \quad (8)$$

Для твердых, идеально проводящих горизонтальных границ при условии инжекции носителей заряда с катода граничные условия записывались в следующем виде:

$$\begin{aligned} z = 0 : \quad \Phi = 1, \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \\ \vartheta = 1, \quad q = -A \frac{\partial \Phi_0}{\partial z}, \\ z = 1 : \quad \Phi = 0, \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \vartheta = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

К граничным условиям на горизонтальных границах (9) добавляется условие периодичности вдоль оси x всех функций, описывающих состояние системы:

$$F(x, z, t) = F(x + L, z, t), \quad (10)$$

где $F = \psi, \varphi, \vartheta, q, \Phi$.

Задача (8)–(10) в нелинейной постановке решалась численно с помощью метода конечных разностей. Уравнение эволюции вихря решалось с помощью явной схемы. При этом в зависимости от выполнения критерия устойчивости было использовано переключение расчетов со схемы дифференцирования центральными разностями на схему с разностями «против потока» и обратно. Уравнение Пуассона, связывающее функцию тока с вихрем скорости, решалось методом последовательной верхней релаксации. Для нахождения решений уравнений переноса заряда и переноса тепла применялась явная схема с разностями «против потока».

В численном исследовании использовалась ячейка длиной $L = 2$, соответствующая волновому числу $k = 3.14$, и сетка, состоящая из 41×21 узлов. Дальнейшее измельчение сетки не приводило к заметному изменению результатов.

Для определения характера электроконвективного движения велось наблюдение за поведением с течением времени следующих величин: максимального значения функции тока в слое

$$\psi_{max}(t_k) = \max[\psi_{i,j}(t_k)], \quad (11)$$

значения функции тока в фиксированной точке слоя

$$\psi_{fix}(t_k) = \psi(x = L/4, z = 1/2, t_k). \quad (12)$$

Если конвективная неустойчивость носит колебательный характер, то происходит осцилляция максимального значения функции тока и ее значения в фиксированной точке. В этом случае информацию о частотной характеристике колебания системы дает анализ Фурье временных спектров нелинейных электроконвективных колебаний.

Более детально о характере установившегося конвективного режима можно судить, если наблюдать и за пространственно-временным распределением полей функции тока, заряда и температуры. Разложение этих полей в ряд Фурье по пространственным гармоникам также несет информацию о характере течения жидкости в слое. В данном случае мы ограничимся разложением искомых функций лишь в горизонтальном направлении, в сечении середины слоя ($z = 0.5$):

$$F(x, 1/2, t) = F_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \exp(ink_x x). \quad (13)$$

В исследованной области параметров преобладают двух- или четырехвихревые течения, поэтому для описания пространственно-временных характеристик возникающих в жидкости структур достаточно информации о первой $F_1(t)$ и второй $F_2(t)$ модах разложения.

Используемая в работе численная схема была протестирована на известных для случая отсутствия нагрева результатах [7], когда возмущения возрастают монотонно. При этом параметры имеют следующие значения: $A = 0.25$, $M = 14.21$, $L = 2$. Как и ожидалось, режим стационарной электроконвекции возникает жестким образом. Порог неустойчивости механического равновесия относительно стационарных возмущений и возникновения монотонной конвекции, рассчитанный нами, составил $T_1 = 6280$. При значениях электрического параметра $T \geq T_1$ после переходного режима возникает конечно-амплитудное электроконвективное течение. При уменьшении надкритичности в некотором интервале значений $T_2 < T < T_1$ существует зона гистерезиса с двумя устойчивыми режимами: монотонной конвекции и механического равновесия. Нижняя граница гистерезисной зоны, на которой режим стационарной конвекции исчезает и происходит переход к равновесию, в нашем случае соответствует значению $T_2 = 1780$. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с результатами работы [7], которые составляют $T_1 = 6200$ и $T_2 = 1800$.

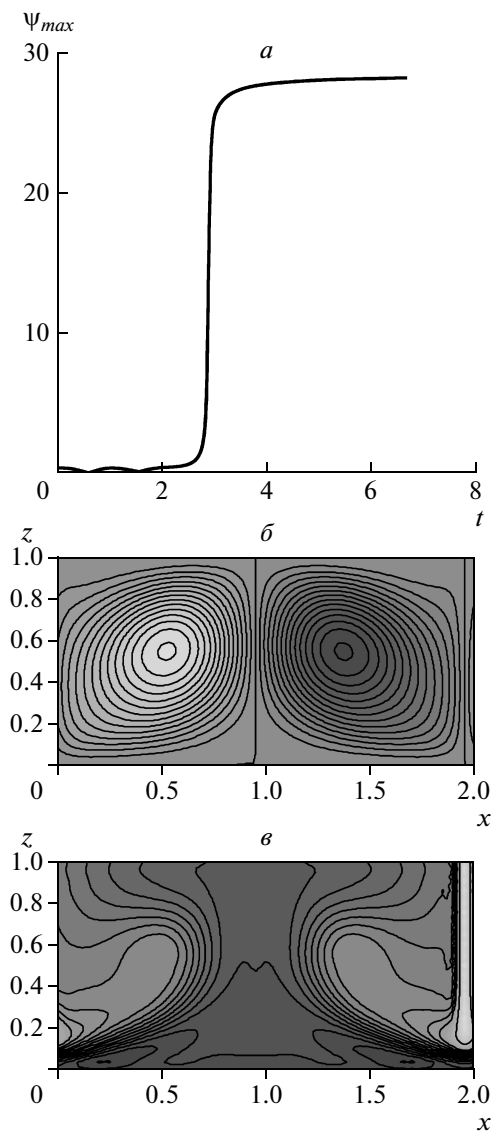


Рис. 4. Стационарная электроконвекция. $Ra = -500$, $T = 6745$, $A = 0.25$, $M = 14.21$. Поведение максимального значения функции тока со временем (а). Изолинии функции тока (б) и заряда (в)

При относительно слабом нагреве ($Ra = -500$) возмущения либо колебательным образом затухают, либо по достижении параметром T порогового значения T_C возрастают и при $t = 4$ происходит переход в режим стационарной конвекции (рис. 4а), который характеризуется более интенсивным движением жидкости с зеркально-симметричным распределением функции тока (рис. 4б) и сильно ангармоничным распределением заряда (рис. 4в). Центры конвективных валов смещены вверх относительно центра слоя. Это связано с действием кулоновских сил. Ведь за

счет инъекции носителей заряда с катода жидкость в целом имеет отрицательный заряд, который стремится к аноду.

Увеличение нагрева сверху создает условия для существования устойчивых колебательных режимов электроконвекции. При значении числа Рэлея $Ra = -2500$ в надкритической по электрическому параметру T области возмущения возрастают колебательным образом. При $T > T_C$ в системе формируется режим стоячих волн (SW, рис. 5). На ячейку приходится два конвективных вала, которые периодически меняют направление вращения, значение функции тока в фиксированной точке ячейки периодически меняет знак. Максимальное значение функции тока осциллирует от нуля до некоторого постоянного значения. Поступательное движение жидкости в целом вдоль оси x отсутствует.

При $T > T_{C1}$ режим стоячей волны неустойчив (штриховая линия на рис. 5), в результате переходного процесса может сформироваться бегущая волна (TW, рис. 5). Этот переход проиллюстрирован для случая $T = 6800$ на рис. 6а. На первой стадии ($t < 50$) течение в виде стоячей волны увеличивает свою амплитуду. Далее в промежутке $50 < t < 110$ происходит переходный процесс, при котором режим стоячей волны трансформируется в режим бегущей волны: появляется движение электроконвективных структур вдоль горизонтали. В конце переходного процесса максимальное значение функции тока принимает постоянное значение (рис. 6а), в то время как значение функции тока в фиксированной точке ячейки периодически меняет знак (рис. 6б). В отличие от режима стационарной конвекции, в режиме бегущей волны для поля заряда сильный ангармонизм не характерен (рис. 6в), а интенсивность конвективного движения на порядок меньше, чем в случае стационарной конвекции.

При уменьшении электрического параметра T бегущие волны сохраняют устойчивость, а их амплитуда уменьшается до нуля на пороге электроконвекции, что свидетельствует о рождении бегущих волн в результате прямой бифуркации Хопфа.

В интервале $T_{C2} < T < T_{C3}$ бегущие волны теряют устойчивость (рис. 5). Конечное состояние зависит от параметра подвижности M . В случае $M = 14.21$ в слое формируется режим модулированных стоячих волн (рис. 5а) (MW), для которого характерна модуляция амплитуды в интервале $[\psi_{max1}, \psi_{max2}]$ (рис. 7а) и отсутствие поступательного движения жидкости как целого вдоль оси x . Однако в пределах ячейки можно наблюдать перемещения вихрей вдоль горизонтального направле-

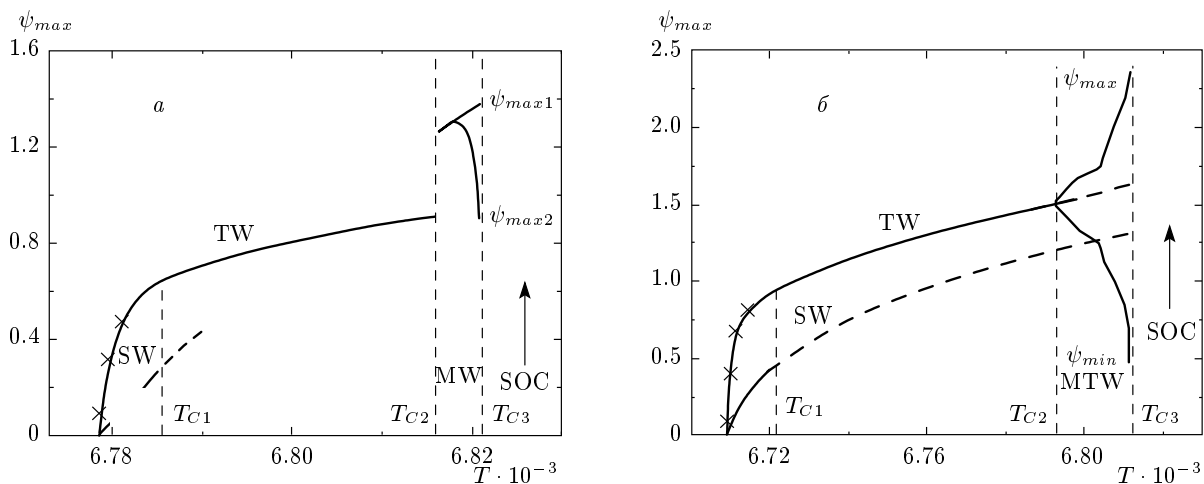


Рис. 5. Бифуркационные диаграммы динамических режимов электроконвекции: а) $M = 14.21$, $Ra = -2500$; б) $M = 5$, $Ra = -2500$

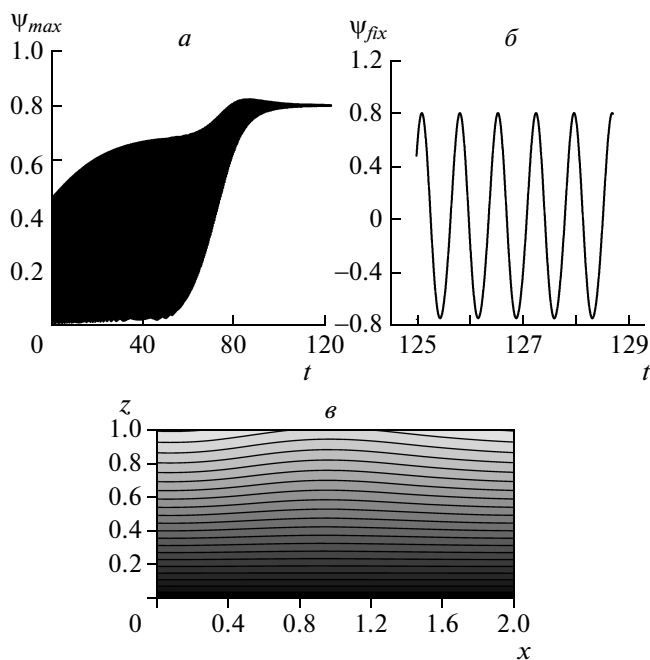


Рис. 6. Бегущая волна. $Ra = -2500$, $T = 6800$, $A = 0.25$, $M = 14.21$. Зависимости максимального значения функции тока (а), функции тока в фиксированной точке (б) от времени. Изолинии поля заряда (в)

ния, связанные с конкуренцией первой и второй пространственных гармоник (рис. 8).

Пусть в некоторый момент времени система находится в максимуме первой пространственной мо-

ды (рис. 8а,б). Здесь характерным является малое значение амплитуды второй моды, движение двухвихревое. Далее амплитуда первой моды уменьшается, причем оба вихря, вращающихся в противоположном направлении, смещаются к центру ячейки, в то время как по краям возбуждаются еще по одному конвективному вихрю — зарождается вторая пространственная гармоника. По достижении амплитудой второй моды максимального значения первая гармоника обращается в нуль — структура в ячейке четырехвихревая (рис. 8в). Далее конвективные вихри, находящиеся по краям ячейки, набирают интенсивность вращения и, подавляя вихри в центре ячейки, уменьшают вторую гармонику до минимального значения. Течение снова приобретает двухвихревой характер (рис. 8г), но со сменой направления вращения вихрей. Возвращение к состоянию, показанному на рис. 8б, течение совершает, пройдя все этапы в обратной последовательности.

При дальнейшем увеличении параметра T интенсивность течения резко возрастает и система переходит в режим стационарной конвекции (рис. 5а, SOC), структура полей функции тока и заряда в котором лишь количественно отличается от структуры в режиме, представленном на рис. 4б,в.

При $M = 5$ бифуркационная диаграмма имеет другой вид (рис. 5б). В интервале $T_{C2} < T < T_{C3}$ в результате эволюции устанавливается режим модулированных по амплитуде и фазе бегущих волн (MTW), в котором максимальное значение функции тока в ячейке периодически изменяется со временем в интервале $[\psi_{min}, \psi_{max}]$ (рис. 7б). Кроме то-

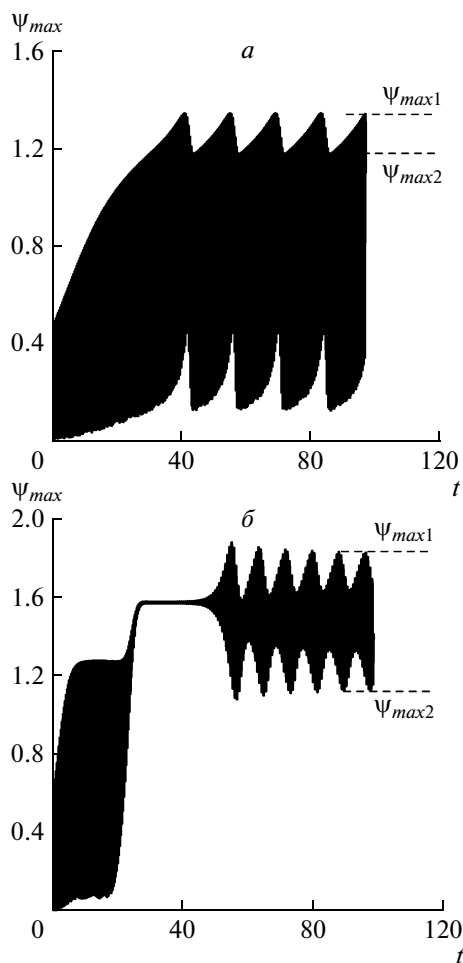


Рис. 7. Эволюция со временем максимального значения функции тока, $Ra = -2500$, $A = 0.25$: а) модулированная стоячая волна, $T = 6820$, $M = 14.21$; б) модулированная бегущая волна, $T = 6805$, $M = 5$

го, внутри этого интервала, при значении параметра $T = 6800$, на бифуркационной диаграмме имеется излом, соответствующий усложнению течения. На первом участке (до излома) функция тока возрастает достаточно медленно с ростом электрического параметра T , и возникает модуляция бегущей волны. В спектре Фурье колебаний функции тока в фиксированной точке ячейки (рис. 9а) кроме главной частоты бегущей волны ω_{TW} и двойной гармоники $2\omega_{TW}$ имеется еще одна, дополнительная частота модуляции ω_1 . При дальнейшем увеличении параметра T поведение течения и спектр сигнала усложняется (рис. 9б), количество временных гармоник в спектре колебаний возрастает, частоты в спектре Фурье удовлетворяют соотношению: $\omega = m\omega_{TW} \pm n\Delta\omega$, где $m = 1, 2$, n — целое число, $\Delta\omega = 0.65$.

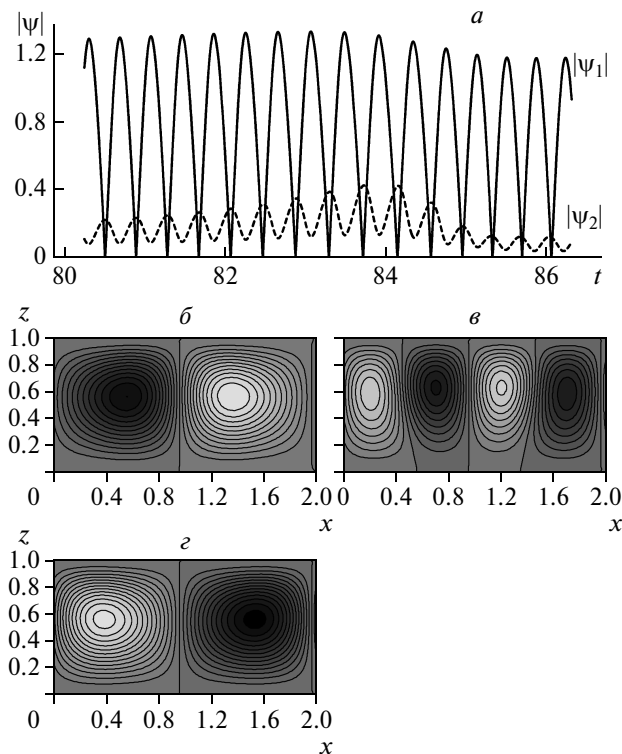


Рис. 8. Модулированные стоячие волны. $Ra = -2500$, $T = 6820$, $A = 0.25$, $M = 14.21$. Эволюция во времени первой и второй пространственных гармоник функции тока (а). Поля функции тока в моменты времени $t = 83$ (б), 83.25 (в), 83.5 (г). Светлый вихрь вращается против часовой стрелки

При значении параметра $T = T_{C3} = 6812$ скорость течения резко увеличивается, модулированная бегущая волна теряет устойчивость и система переходит в режим стационарной конвекции (рис. 5б, SOC).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучены линейная устойчивость и конечно-амплитудные волновые режимы электроконвекции, возникающие в слабопроводящей жидкости при нагреве сверху и инжекции заряда с катода. Показано, что в отличие от изотермического случая электроконвекция при нагреве сверху может возникать колебательным образом, причем пороговые значения соответствуют результатам линейной теории. В результате прямой бифуркации Хопфа рождаются режимы стоячих или бегущих волн, которым соответствует распределение заряда в

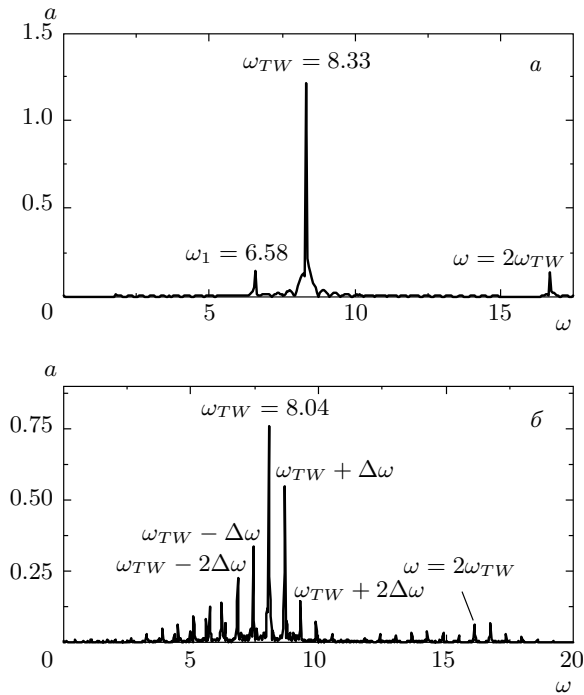


Рис. 9. Фурье-спектры колебаний функции тока в заданной точке конвективной ячейки в режиме модулированной бегущей волны. $A = 0.25$, $M = 5$, $Ra = -2500$, $T = 6800$ (а), 6810.5 (б)

конвективной ячейке со слабым пространственным ангармонизмом. Для различных значений параметра, характеризующего подвижность заряда, построены бифуркационные диаграммы. Кроме устойчивых режимов бегущих волн, обнаружены режимы модулированных бегущих или модулированных стоячих волн. Проанализировано вызванное ростом электрического параметра усложнение спектров Фурье, соответствующих модулированным бегущим волнам. При достаточно больших

значениях электрического параметра устанавливается режим стационарной конвекции, в котором распределение заряда сильно ангармонично, а скорость конвективного движения увеличивается в несколько раз.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. C. Cross and P. C. Hohenberg, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 851 (1993).
2. *Pattern Formation in Liquid Crystals*, ed. by A. Buka and L. Kramer, Springer, New York (1995).
3. Ю. К. Стишков, А. А. Остапенко, *Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках*, Изд-во Ленинград. унив., Ленинград (1989).
4. А. И. Жакин, *УФН* **176**, 289 (2006).
5. Г. А. Остроумов, *Взаимодействие электрических и электрогидродинамических полей*, Наука, Москва (1979).
6. А. Н. Верещага, Е. Л. Тарунин, в сб. *Численное и экспериментальное моделирование гидродинамических явлений в невесомости*, УрО АН СССР, Свердловск (1988), с. 93.
7. А. Н. Верещага, в сб. *Гидродинамика и процессы тепломассопереноса*, УрО АН СССР, Свердловск (1989), с. 42.
8. J. C. Lacroix, P. Atten, and E. J. Hopfinger, *J. Fluid Mech.* **69**, 539 (1975).
9. Ph. Traore, A. T. Perez, D. Koulova, and H. J. Romat, *J. Fluid Mech.* **658**, 279 (2010).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).