

ДИФФУЗИОННЫЙ ТОК В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ

Ю. М. Шукринов^{a,b,c*}, И. Р. Рахмонов^{a,c}

^a Объединенный институт ядерных исследований
141980, Дубна, Московская обл., Россия

^b Международный университет природы, общества и человека «Дубна»
141980, Дубна, Московская обл., Россия

^c Физико-технический институт им. С. У. Умарова Академии наук Республики Таджикистан
734063, Душанбе, Таджикистан

Поступила в редакцию 18 января 2012 г.

Исследована роль диффузионного тока в фазовой динамике системы связанных джозефсоновских переходов. Показано, что исследование временных зависимостей сверхпроводящего, квазичастичного, диффузионного токов и тока смещения, а также зависимости усредненных значений этих токов от величины полного тока через систему позволяет объяснить основные особенности вольт-амперной характеристики (ВАХ) системы. Продемонстрировано влияние диффузионного тока на характер ветвления ВАХ системы вблизи критического значения тока и в гистерезисной области, а также на область ВАХ, соответствующую параметрическому резонансу в исследуемой системе. Дана ясная интерпретация различного характера ветвления ВАХ в модели с емкостной связью (ССJJ-модель) и в модели с емкостной связью и диффузионным током (ССJJ+DC-модель). Показано, что уменьшение диффузионного тока в джозефсоновском переходе вызывает переключение данного перехода в осциллирующее состояние. Получено качественное согласие результатов расчета с экспериментальными данными.

1. ВВЕДЕНИЕ

Внутренний эффект Джозефсона, заключающийся в туннелировании куперовских пар между смежными сверхпроводящими плоскостями CuO_2 внутри сильноанизотропных слоистых высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) [1], дает основания рассматривать ВТСП как систему связанных джозефсоновских переходов (ДП). Данный эффект является составной частью ряда теорий ВТСП и имеет первостепенное значение для определения ВАХ туннельных структур на основе ВТСП и свойств вихревой решетки в данных материалах [2–5]. Внутреннее туннелирование не только является интересным объектом, но также может служить мощным инструментом для исследования природы ВТСП, транспорта в направлении, перпендикулярном сверхпроводящим слоям, и физики вихрей [6]. Моделью для исследования физических свойств внутренних ДП в ВТСП, их нелинейных свойств

и различных неравновесных явлений является система связанных ДП [7, 8].

Следует отметить, что сама по себе система ДП является одним из перспективных объектов сверхпроводящей электроники, интенсивно исследуемых в настоящее время [6, 9–11]. В частности, широкие возможности для различных применений представляет обнаруженное недавно достаточно мощное когерентное электромагнитное излучение в терагерцевой области частот из системы внутренних ДП [12]. Интересным является также тот аспект, что излучение связано с определенной областью на ВАХ, где наблюдается параметрический резонанс [13, 14]. Поэтому исследования этой области ВАХ являются крайне актуальными. Численное моделирование ВАХ позволяет предсказать ряд важных свойств данной системы и описать фазовую динамику в представляющей интерес гистерезисной области [15].

Одной из наиболее широко используемых моделей для описания свойств внутренних ДП в ВТСП

*E-mail: shukrinv@theor.jinr.ru

является ССJJ-модель (capacitively coupled Josephson junctions, ССJJ) [4]. В этой модели полный ток через слоистую систему представляет собой сумму сверхпроводящего, квазичастичного токов и тока смещения; в ней также проведено обобщение джозефсоновского соотношения на основе неравновесности системы. В работе [16] ССJJ-модель была дополнена диффузионным током (diffusion current, DC) и названа как ССJJ+DC-модель. Возникающая при этом система нелинейных дифференциальных уравнений для разности фаз находит свое обоснование в рамках микроскопической теории [17]. С помощью ССJJ+DC-модели был получен ряд новых и интересных результатов, в частности показано наличие параметрического резонанса и рождение продольной плазменной волны в системе связанных ДП [13]. Важным является также тот факт, что, в отличие от ССJJ-модели, в ССJJ+DC-модели ветвистая структура ВАХ является эквидистантной [16], что обычно и наблюдается в эксперименте [18–20].

В работе [15] были рассмотрены усредненные по временному домену компоненты полного тока, учитывающие вклады соседних (с рассматриваемым) ДП. В частности, сверхпроводящая компонента тока в l -м ДП,

$$I_s^l = \sin \varphi_l - \alpha (\sin \varphi_{l+1} + \sin \varphi_{l-1} - 2 \sin \varphi_l),$$

содержит вклад $(l-1)$ -го и $(l+1)$ -го ДП (φ_l — разность фаз в l -м переходе, α — параметр связи). Были исследованы зависимость этой компоненты от величины базового тока, а также влияние диффузионной компоненты тока на формирование ВАХ системы и величину тока возврата. Было показано, что наличие только емкостной связи между ДП, как это имеет место в ССJJ-модели, не позволяет объяснить гистерезисное поведение внутренних ДП в ВТСП. Наблюдаемое экспериментально большее значение тока возврата на ВАХ в сравнении с оценками, основанными на модели несвязанных переходов [21], а также на ССJJ-модели, находит свое объяснение в рамках ССJJ+DC-модели. При этом учет диффузионного тока оказывается принципиально важным.

В настоящей работе мы приводим результаты анализа ВАХ системы связанных ДП на основе исследования зависимостей сверхпроводящего, квазичастичного, диффузионного токов и тока смещения, относящихся непосредственно к l -му ДП (с учетом определения этих токов) от величины базового тока. Такое рассмотрение позволяет выделить характер поведения соответствующего тока в отдельном ДП. В частности, мы показываем, что полученная в рамках ССJJ+DC-модели динамика переключения

из состояния с нулевым напряжением в резистивное состояние объясняет наблюдаемое в эксперименте отсутствие ветвления при $I = I_c$, характерное для ССJJ-модели. Впервые демонстрируется роль диффузионного тока в формировании ВАХ в ее трех различных областях: вблизи критического тока, в области ветвления в гистерезисной части ВАХ и в области параметрического резонанса. Мы показываем также, что исследование зависимости усредненных по временному домену токов от величины базового тока проливает свет на характер ветвления ВАХ системы связанных ДП.

Настоящая работа состоит из следующих разделов. В разд. 2 даны определения токов во внутреннем ДП и приведены уравнения, которые решаются численно. В разд. 3 описывается методика расчета ВАХ, усредненных токов и электрического заряда в сверхпроводящих слоях, а также методика расчета временных зависимостей токов. Рассчитанные в рамках ССJJ- и ССJJ+DC-моделей ВАХ обсуждаются в разд. 4. В разд. 5 описывается динамика токов в обеих моделях вблизи критического значения I_c . Области параметрического резонанса посвящен разд. 6. В разд. 7 описаны зависимости усредненных токов от величины базового тока в области ветвления ВАХ. В Заключении приведены основные выводы и излагаются перспективы дальнейших исследований.

2. МОДЕЛЬ

Система $N + 1$ сверхпроводящих слоев в анизотропном ВТСП, характеризующихся параметрами порядка $\Delta_l(t) = |\Delta| \exp(i\theta_l(t))$ с зависящей от времени фазой $\theta_l(t)$, образует N ДП [1]. Схема такой слоистой системы ДП представлена на рис. 1. Толщина сверхпроводящих слоев в ВТСП (около 3 \AA) сравнима с дебаевской длиной экранирования электрического заряда, r_D , поэтому в отдельном слое нет полной экранировки заряда и электрическое поле, наведенное в отдельном ДП, проникает в соседние переходы. Электрическая нейтральность сверхпроводящих слоев оказывается динамически нарушенной, и в случае переменного эффекта Джозефсона возникает емкостная связь между переходами [4]. Отсутствие полного экранирования заряда в сверхпроводящем слое приводит к обобщенному скалярному потенциалу Φ_l слоя, определяемому через скалярный потенциал ϕ_l и производную фазы θ_l сверхпроводящего параметра порядка:

$$\Phi_l(t) = \phi_l - V_0 \frac{d\theta_l}{dt},$$

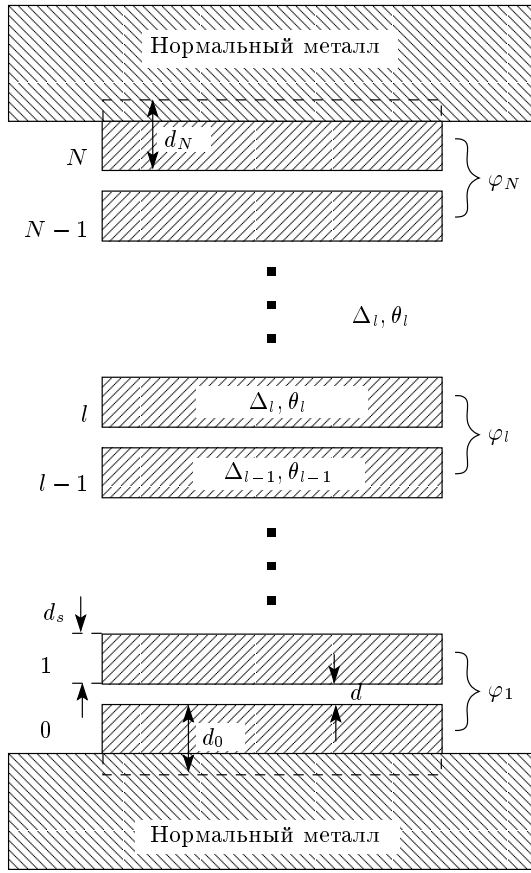


Рис. 1. Схема формирования системы внутренних ДП в ВТСП. Сверхпроводящие слои, нумеруемые числами от 0 до N и характеризующиеся параметром порядка с модулем Δ_l и фазой θ_l , образуют систему ДП с разностями фаз $\varphi_l = \theta_l - \theta_{l-1}$; d_s — толщина сверхпроводящего слоя, d — толщина диэлектрического слоя

где $V_0 = \hbar\omega_p/2e$, $\omega_p = \sqrt{2eI_c/\hbar C}$ — плазменная частота, I_c — критический ток и C — емкость ДП. Обобщенный скалярный потенциал связан с величиной плотности заряда Q_l на сверхпроводящем слое [4, 5]:

$$Q_l = -\Phi_l/4\pi r_D^2.$$

Возникновение связи между электрическим зарядом Q_l l -го слоя и обобщенным скалярным потенциалом Φ_l этого слоя выражает неравновесную природу переменного эффекта Джозефсона в слоистых сверхпроводниках [5]. При этом соотношение Джозефсона обобщается и принимает вид

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi_l}{dt} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l), \quad (1)$$

где $V_l \equiv V_{l,l-1}$ — напряжение между сверхпроводящими слоями l и $l-1$, а

$$\varphi_l \equiv \varphi_{l,l-1} = \theta_l(t) - \theta_{l-1}(t) - \frac{2e}{\hbar} \int_{l-1}^l dz A_z(z, t)$$

— калибровочно-инвариантная разность фаз между слоями l и $l-1$, A_z — векторный потенциал в барьере.

В равновесном состоянии $\Phi_l(t) = 0$ и выполняется обычное соотношение Джозефсона

$$V_l \equiv \phi_l - \phi_{l-1} = \frac{\hbar}{2e} \frac{d(\theta_l - \theta_{l-1})}{dt} \equiv \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi_l}{dt}.$$

Когда через слоистую систему связанных ДП проходит внешний электрический ток, сверхпроводящие слои оказываются в неравновесном состоянии из-за инжекции квазичастиц и куперовских пар [5]. Наличие в них нескомпенсированного электрического заряда приводит к необходимости учета дополнительного тока между сверхпроводящими слоями. Этот вклад в квазичастичный ток, обусловленный разностью обобщенных скалярных потенциалов, называют диффузионным током I_{diff}^l [22, 23]. Можно записать следующие выражения для диффузионного тока:

$$\begin{aligned} I_{diff}^l &= \frac{\Phi_l - \Phi_{l-1}}{I_c R} = -\frac{Q_l - Q_{l-1}}{4\pi r_D^2 I_c R} = \\ &= -\frac{Q_l - Q_{l-1}}{2e^2 N(0) I_c R}. \end{aligned} \quad (2)$$

В этих выражениях диффузионный ток нормирован на величину критического тока I_c , R — сопротивление перехода, а $N(0)$ обозначает плотность состояний на уровне Ферми.

С учетом диффузионного тока выражение для полного тока приобретает вид

$$I = C \frac{dV_l}{dt} + I_c \sin \varphi_l + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\varphi_l}{dt}. \quad (3)$$

Оно отличается от соответствующего выражения для полного тока в ССJJ-модели [4] третьим членом в правой части уравнения (3). В ССJJ-модели он равен V_l/R .

Нормируя выражения (1) и (3), получим систему безразмерных уравнений для разности фаз и напряжений во всех ДП:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau} &= V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l), \\ \frac{\partial V_l}{\partial \tau} &= I - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial \tau}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tau = \omega_p t$ — безразмерное время, $\beta = \hbar\omega_p/2eRI_c = 1/\sqrt{\beta_c}$, β_c — параметр МакКамбера. Здесь и далее ток I нормирован на критический ток I_c , а напряжение нормировано на $V_0 = \hbar\omega_p/2e$. Как указывалось выше, в ССJJ-модели последний член в правой части второго уравнения равен βV_l , что, согласно первому уравнению этой системы, отличается от $\beta d\varphi_l/dt$ на член $\alpha\beta(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l)$.

Учитывая равенство $1/I_c R = \beta/V_0$ и обобщенное соотношение Джозефсона (1), можем записать выражение для диффузионного тока в виде

$$I_{diff}^l = \frac{\beta}{V_0}(\Phi_l - \Phi_{l-1}) = \beta\dot{\varphi}_l - \beta V_l, \quad (5)$$

или

$$I_{diff}^l = -\alpha\beta(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l). \quad (6)$$

Таким образом, в ССJJ+DC-модели выражение для полного тока через слоистую систему складыва-

ется из джозефсоновского I_s , квазичастичного I_{qp} , диффузионного I_{diff} токов и тока смещения I_{disp} :

$$I_s^l = \sin \varphi_l, \quad I_{qp}^l = \beta V_l, \quad I_{disp}^l = \frac{dV_l}{d\tau}, \quad (7)$$

$$I_{diff}^l = \beta \left(\frac{d\varphi_l}{d\tau} - V_l \right).$$

Дифференцируя обобщенное соотношение Джозефсона по времени и используя выражение (7) для полного тока, можно получить следующую систему динамических уравнений для разности фаз φ_l в ССJJ+DC-модели [16]:

$$\frac{d^2\varphi_l}{dt^2} = \sum_{l'} A_{ll'} \left(I - \sin \varphi_{l'} - \beta \frac{d\varphi_{l'}}{dt} \right), \quad (8)$$

где матрица A при периодических граничных условиях имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1+2\alpha & -\alpha & 0 & \dots & & -\alpha \\ -\alpha & 1+2\alpha & -\alpha & 0 & \dots & \\ 0 & -\alpha & 1+2\alpha & -\alpha & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\alpha & & & \dots & 0 & -\alpha & 1+2\alpha \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Здесь и в дальнейшем мы используем t для обозначения безразмерного времени. Отметим, что полная ветвистая структура ВАХ системы связанных ДП в модели с зарядовым разбалансом в работе [5] была получена при условии, что величина критического тока имела разброс вдоль слоистой системы порядка 5%. Наши расчеты проводятся при условии, что величина критического тока одинакова во всех переходах, $I_c^l = I_c$.

3. МЕТОДИКА РАСЧЕТА

В настоящей работе представлены результаты исследования фазовой динамики для системы из девяти связанных ДП при периодических граничных условиях. Нечетное число переходов в системе приводит к тонкой структуре ВАХ в области параметрического резонанса, обусловленной несогласованностью длины возникающей при этом продольной плазменной волны и периода структуры вдоль слоистой системы [14]. Для определения ВАХ системы связанных ДП мы решаем систему уравнений (4), используя метод Рунге–Кутты четвертого порядка. При фиксированном значении базового тока I опре-

деляются разность фаз $\varphi_l(t)$ и напряжение V_l как функции времени во временном интервале $(0, T_{max})$. Среднее по времени напряжение $\langle V_l \rangle$ вычисляется с помощью выражения

$$\langle V_l \rangle = \frac{1}{T_{max} - T_{min}} \int_{T_{min}}^{T_{max}} V_l dt, \quad (10)$$

где T_{min} и T_{max} определяют начало и конец временного интервала для усреднения. Полное напряжение V находится как сумма напряжений на всех ДП,

$$V = \sum_{l=1}^N \langle V_l \rangle. \quad (11)$$

Итак, мы решаем систему динамических уравнений для разности фаз при фиксированном значении тока I в некотором временном интервале $(0, T_{max})$ с шагом δt . Часть этого интервала, начиная с определенного значения T_{min} , используется для процедуры усреднения по времени. Затем мы меняем величину тока на шаг δI и повторяем процедуру для тока $I + \delta I$ в новом временном интервале $(T_{max}, 2T_{max})$. Значения разности фаз и ее производной (или разности фаз и напряжения) для каждого ДП в конце

первого временного интервала используются в качестве начальных условий для следующего временного интервала и т. д. В наших расчетах мы обычно полагали $T_{max} = 1000$, $\delta t = 0.05$, $\delta I = 0.0001$, хотя в ряде случаев, когда требовалась более высокая точность, эти параметры менялись. Устойчивость решений проверяется влиянием на ВАХ изменения параметров задачи, в частности удвоения и уменьшения вдвое шага по времени δt .

В расчетах к базовому току добавлялся шум, генерируемый случайным образом. Для этого использовался генератор случайных чисел. Амплитуда шума нормировалась на величину критического тока I_c .

Исследования временной зависимости заряда в сверхпроводящих слоях в системе связанных ДП проводятся следующим образом. Используя уравнение Максвелла

$$\operatorname{div}(\varepsilon\varepsilon_0 E) = Q,$$

выразим плотность заряда Q_l (в дальнейшем называем ее просто зарядом) на сверхпроводящем слое с номером l через напряжения V_l и V_{l+1} в соседних диэлектрических слоях:

$$Q_l = Q_0 \alpha (V_{l+1} - V_l),$$

где $Q_0 = \varepsilon\varepsilon_0 V_0 / r_D^2$. Решение системы динамических уравнений для калибровочно-инвариантной разности фаз между сверхпроводящими слоями дает нам напряжения V_l как функцию времени для всех ДП, и это позволяет исследовать временную зависимость электрического заряда на каждом сверхпроводящем слое. Полная временная зависимость заряда на слое складывается из изменения во времени на каждом шаге по току. Интервал времени, в течение которого записывается временная зависимость заряда на слое, определяется как $t + T_{max}|I_0 - I|/\delta I$, где I_0 является начальным значением тока, с которого регистрируется временная зависимость.

Расчет временной зависимости токов и их усредненных значений проводится аналогичным образом. На основе выражений (7) вычисляются токи I_s , I_{qp} , I_{disp} и I_{diff} как функции времени при фиксированном значении базового тока. Усреднение токов по времени проводится аналогично усреднению напряжения (10).

4. ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

На рис. 2 приведены однопетлевые ВАХ девяти связанных ДП, полученные как с учетом диффу-

зионного тока (ССJJ+DC-модель), так и без него (ССJJ-модель). Расчет проведен при $\alpha = 1$, $\beta = 0.2$ и периодических граничных условиях. При расчетах временной домен составлял $[0-1000]$ с шагом 0.05; усреднение проводилось в интервале $[50-1000]$. При этом шаг по току составлял 0.005, а в интервале базового тока $[0.2-1.1]$ этот шаг составлял 0.00001. В расчетах к базовому току добавлялся шум с амплитудой $I_{noise} = 10^{-8}$.

Опишем вкратце основные особенности полученных кривых. В ССJJ-модели на ВАХ наблюдаются ветвление в области 1, тонкая структура в области параметрического резонанса 2 [14] и интенсивное ветвление в гистерезисной области 3. Величина гистерезиса в ССJJ-модели значительно превышает эту характеристику в рамках ССJJ+DC-модели, в которой, кроме того, ветвление при $I > I_c$ не наблюдается. В ССJJ+DC-модели в ряде случаев реализуется промежуточное состояние, в котором, как будет показано, система находится в течение очень короткого интервала времени. Такое состояние отмечено кружком на рис. 2.

Основной вопрос, который нас интересует, заключается в выяснении причины разного характера ВАХ в двух данных моделях. Естественно, это должно быть связано с диффузионным током, который не учитывается в ССJJ-модели.

5. ОБЛАСТЬ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОГО ТОКА

Большая часть экспериментальных ВАХ демонстрирует переключение всех ДП в вращательное состояние практически «одновременно», т. е. при одном и том же значении базового тока [18–20]. Учет диффузионного тока приводит именно к такого типа ВАХ вблизи I_c , и ниже мы обсудим причину такого поведения.

5.1. Динамика токов в ССJJ-модели

Для того чтобы определить роль диффузионного тока в формировании ВАХ системы связанных ДП, рассмотрим вначале фазовую динамику и временные зависимости токов в ССJJ-модели, которая его не учитывает.

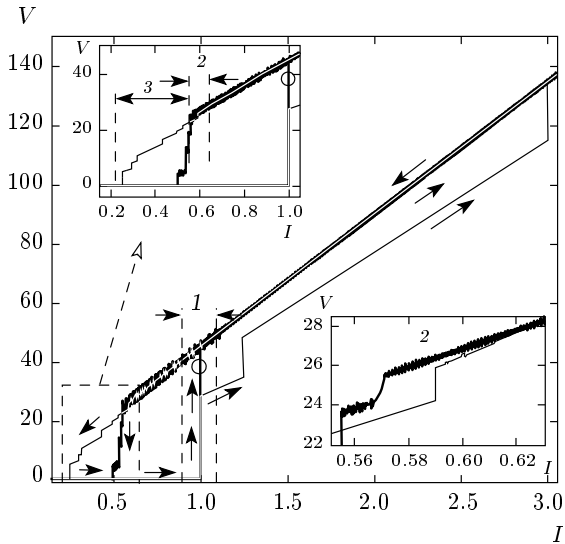


Рис. 2. ВАХ системы с девятью связанными ДП, полученные в рамках моделей ССJJ (тонкая линия) и ССJJ+DC (жирная линия) при однократном изменении базового тока от 0 до 5 и обратно. Вертикальными штриховыми линиями выделены область вблизи критического тока (1), область параметрического резонанса (2) и область ветвления в гистерезисной части ВАХ (3), где проведены детальное исследование временных зависимостей всех токов. Увеличенные области параметрического резонанса (2) и ветвления (3) показаны на вставках. Здесь и на других рисунках ток I нормирован на критический ток I_c , а напряжение V — на $V_0 = \hbar\omega_p/2e$; темные стрелки указывают направление изменения базового тока

Как указывалось выше, специфической чертой ССJJ-модели является ветвление ВАХ в области $I > I_c$: система переходит из состояния с нулевым напряжением (все ДП с осциллирующей фазой (О-состояние)) в состояние с определенным числом ДП с вращающейся фазой (R-состояние), соответствующее некоторой ветви ВАХ [25]. Дальнейшее увеличение базового тока I приводит к возникновению новых ветвей. Такое ветвление может продолжаться до значений I , значительно превосходящих величину I_c . Причиной ветвления является наличие связи между ДП, которая обуславливает следующее явление: возникновение напряжения в одном ДП одновременно приводит к распределению напряжений вдоль всей слоистой системы. В результате в разных ДП появляется квазичастичный ток $I_{qp}^l = \beta V_l$ разной величины, который в сумме со сверхпроводящим током $I_s^l = \sin \varphi_l$ и током смещения $I_{disp}^l = dV/dt$ приводит к току переключения,

большому, чем I_c [5]. Однако в эксперименте обычно наблюдается переход всех контактов в резистивное состояние практически одновременно [18–20].

На рис. 2 приведена часть ВАХ, полученной в рамках ССJJ-модели, в которой наблюдается переход системы из состояния с нулевым напряжением в состояние с тремя ДП в R-состоянии (рис. 3). Мы детально исследовали временную зависимость токов через отдельные ДП вблизи критического значения в интервале базового тока $0.00098 < I < 1.00002$ с очень малым шагом по току $\delta I = 10^{-5}$. На рис. 3 представлены временные зависимости сверхпроводящего тока во всех девяти ДП, непосредственно отражающие динамику такого переключения.

Мы видим, что в процессе переключения в первом, третьем и пятом ДП сверхпроводящий ток из постоянного превращается в осциллирующий со средним значением, равным нулю, т. е. данные три ДП переходят в R-состояние. В остальных ДП сверхпроводящий ток демонстрирует затухающие осцилляции с конечным средним значением, указывая, что данные ДП остаются в О-состоянии.

Динамика сверхпроводящего тока, естественно, отражается на квазичастичном токе и токе смещения. Характерное для этого случая поведение квазичастичного тока для двух ДП системы (первого и второго, переходящих соответственно во вращательное и осциллирующее состояния) приведено на рис. 4. Изменение квазичастичного тока коррелирует с изменениями сверхпроводящего тока и тока смещения: во всех ДП возникает квазичастичный ток, отражающий распределения напряжения вдоль системы на зависимости $I_{qp}(t)$. Мы видим мелкие осцилляции на выходящей на насыщение зависимости как проявление осцилляций сверхпроводящего тока. Естественно, среднее значение I_{qp} в R-состоянии (первый ДП) превышает соответствующее значение в О-состоянии (второй ДП) после переключения.

Для полноты данных на рис. 4 приведена временная зависимость I_{disp} для тех же ДП. Как видно, она также находится в корреляции с временными зависимостями I_s и I_{qp} . Ток смещения осциллирует вблизи нуля в R-состоянии и испытывает всплеск с затухающими осцилляциями в О-состоянии.

5.2. Динамика токов в ССJJ+DC-модели

Перейдем теперь к обсуждению динамики токов в модели с емкостной связью и диффузионным током. Как мы убедимся ниже, диффузионный ток в системе связанных ДП препятствует ветвлению ВАХ вблизи $I = I_c$. Чтобы доказать это утвержде-

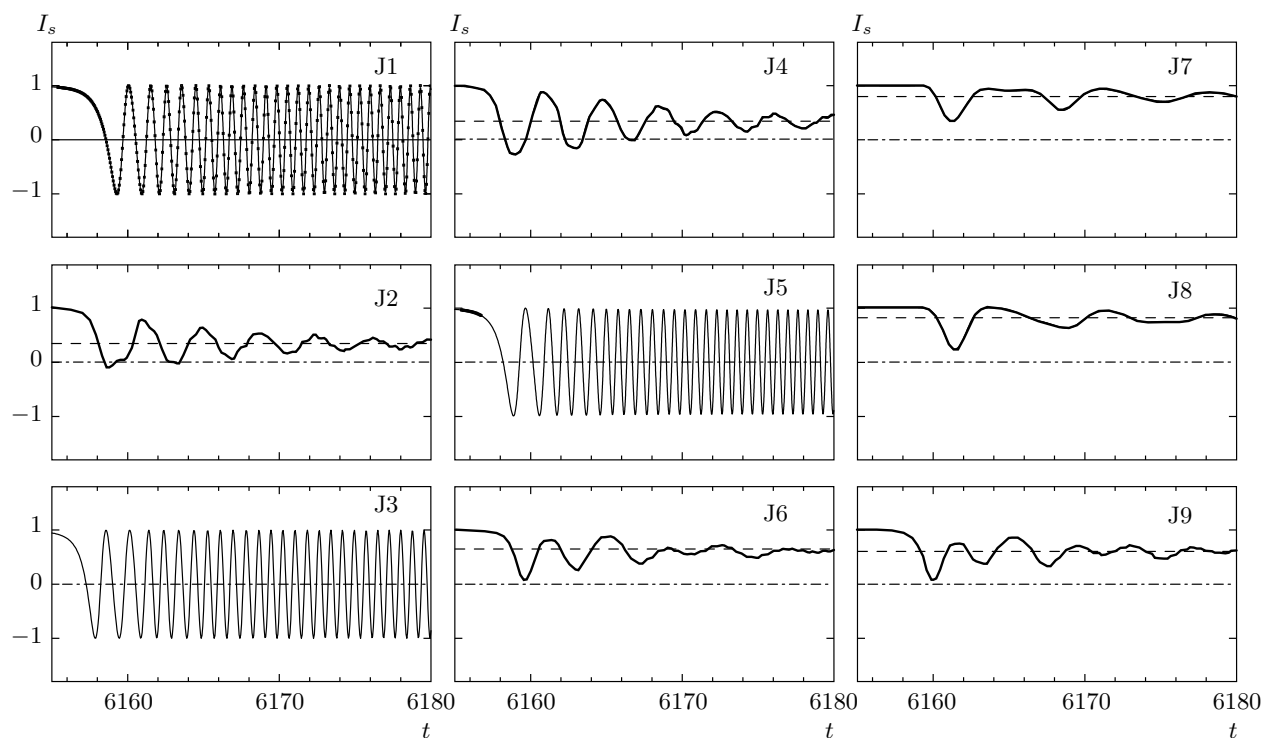


Рис. 3. Временные зависимости сверхпроводящего тока во всех ДП в интервале времени, при котором происходит переход системы в состояние с тремя вращающимися ДП, находящимися в R-состоянии. Токвые и временные интервалы на всех рисунках выбраны одинаковыми. J1, J2, ... — номера ДП в данном расчете

ние, мы исследовали в рамках ССJJ+DC-модели зависимость всех токов от времени в интервале базового тока $0.00098 < I < 1.00002$. Часть такой зависимости для диффузионного тока во всех ДП с шагом по току 10^{-5} и размером временного домена 2000 представлена на рис. 5, где мы показываем динамику I_{diff} в момент переключения.

На данных зависимостях можно выделить две области, разделенные штриховыми линиями. Левые области соответствуют переходу из состояния с нулевым напряжением в промежуточное состояние, отмеченное кружком на ВАХ на рис. 2. Промежуточное состояние соответствует тому, что один из переходов (в данном расчете это шестой ДП), испытывает определенные осцилляции всех токов, остался в O-состоянии. Во всех ДП в данном временном интервале диффузионный ток испытывает всплеск и осцилляции вокруг некоторого среднего значения, отличного от нуля и разного по величине. Правые части зависимостей соответствуют поведению диффузионного тока в состоянии после переключения на верхнюю ветку ВАХ и сопровождаются затухающими осцилляциями.

Основной особенностью зависимости, представленной на рис. 5, является переменный знак диффузионного тока (знаки «+» и «-» на рисунке) в момент выхода из состояния с нулевым напряжением: на первом ДП — минус, на втором — плюс, на третьем — минус, на четвертом — минус и т. д. Мы полагаем, что разное направление I_{diff} в момент выхода из состояния с нулевым напряжением не позволяет системе задерживаться в состояниях, соответствующих другим ветвям ВАХ, и вынуждает систему переходить непосредственно в конечное состояние, соответствующее всем ДП во вращательном состоянии.

Чтобы убедиться в различном характере динамики токов в разных ДП при данном переключении, на рис. 6 представлены временные зависимости I_{qp} , I_{disp} и I_s в первом, втором и шестом ДП. Мы видим отличия этих зависимостей для первого и второго ДП от соответствующих зависимостей для шестого ДП. Как и в случае диффузионного тока, для шестого ДП на этих зависимостях наблюдаются две области, тогда как для первого и второго (и остальных) сразу после переключения наблюдается харак-

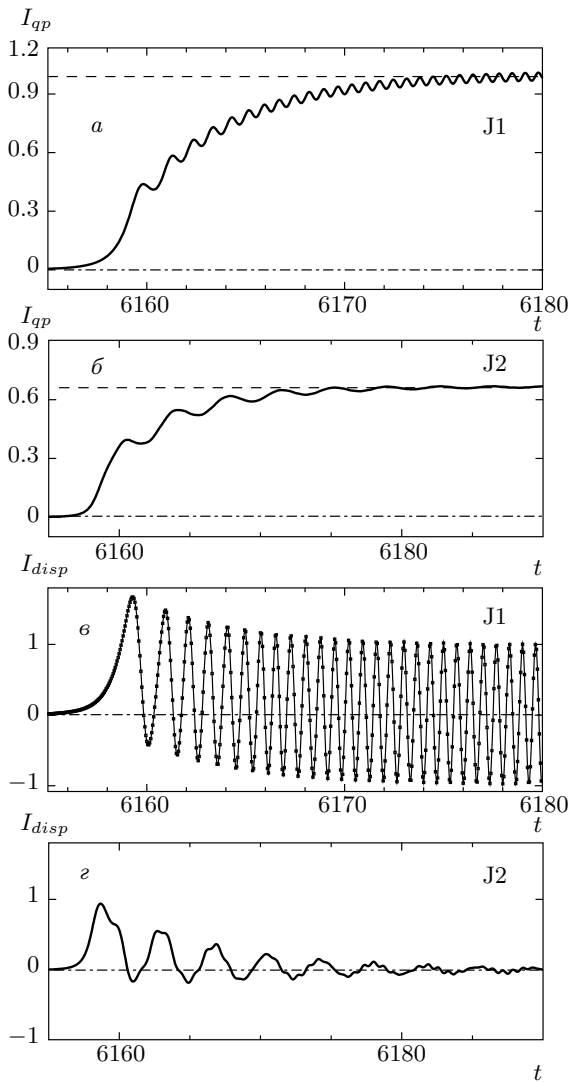


Рис. 4. Временные зависимости квазичастичного тока (а,б) и тока смещения (в,г) в первом и втором ДП

терный переход во вращательное состояние. Определенное рассогласование этих зависимостей в разных ДП, происходящее сразу после переключения, исчезает через достаточно короткий промежуток времени.

6. ОБЛАСТЬ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

Перейдем теперь к обсуждению области ВАХ, соответствующей переходу из R-состояния (верхняя ветка, все ДП во вращательном состоянии) в состояние, в котором один или часть ДП оказываются

в О-состоянии. В работах [13, 14] было продемонстрировано, что в этой области в системе связанных ДП возникает параметрический резонанс, при котором джозефсоновские осцилляции возбуждают продольную плазменную волну вдоль слоистой системы. При этом сверхпроводящие слои оказываются заряженными, и зарядовая динамика определяет особенности возникающей здесь тонкой структуры на ВАХ, возникновение которой связано с биениями продольной плазменной волны в дискретной системе сверхпроводящих слоев [14].

На рис. 7 представлены временные зависимости электрического заряда, нормированного на Q_0 , в сверхпроводящих слоях L7 и L6 в области параметрического резонанса, рассчитанные в рамках ССJJ+DC- и ССJJ-моделей. Видно, что в обеих моделях проявляется параметрический резонанс, хотя его тонкая структура различается существенным образом.

Наличие заряда в сверхпроводящих слоях приводит к появлению диффузионного тока (2). Возникает вопрос: какое влияние оказывает диффузионный ток на поведение системы и ВАХ в этой области?

На рис. 8 показаны зависимости всех рассматриваемых усредненных токов, а именно, сверхпроводящего I_s^l , квазичастичного I_{qp}^l , диффузионного I_{diff}^l токов и тока смещения I_{disp}^l (см. формулы (7)) от величины базового тока через первый ДП в области параметрического резонанса, рассчитанные в рамках ССJJ+DC-модели. Для остальных переходов эти зависимости имеют аналогичный характер. Данные получены при тех же значениях параметров, что и результаты, представленные на рис. 2. Наблюдается тонкая структура ВАХ в области параметрического резонанса, связанная с характерным поведением продольной плазменной волны в дискретной системе [14]. Как мы видим, в этой области основной вклад в величину базового тока дает квазичастичный ток, который более чем на порядок превышает сверхпроводящий. Усредненный ток смещения, приведенный на рис. 8г, по величине существенно меньше сверхпроводящего и квазичастичного токов и осциллирует при уменьшении базового тока. Можно заметить проявление особенностей тонкой структуры ВАХ на приведенной зависимости, отмеченных на рисунке стрелками.

Диффузионный ток (рис. 8в) до начала области параметрического резонанса отсутствует (существует на уровне шума). При подходе к резонансу (при уменьшении полного тока через слоистую систему) амплитуда зарядовых осцилляций в сверхпроводящих слоях нарастает, и это приводит к появлению

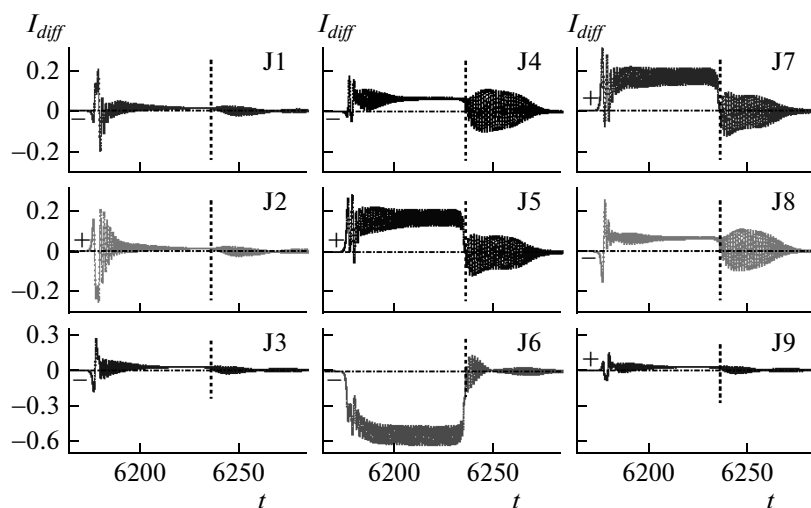


Рис. 5. Временные зависимости диффузионного тока во всех ДП

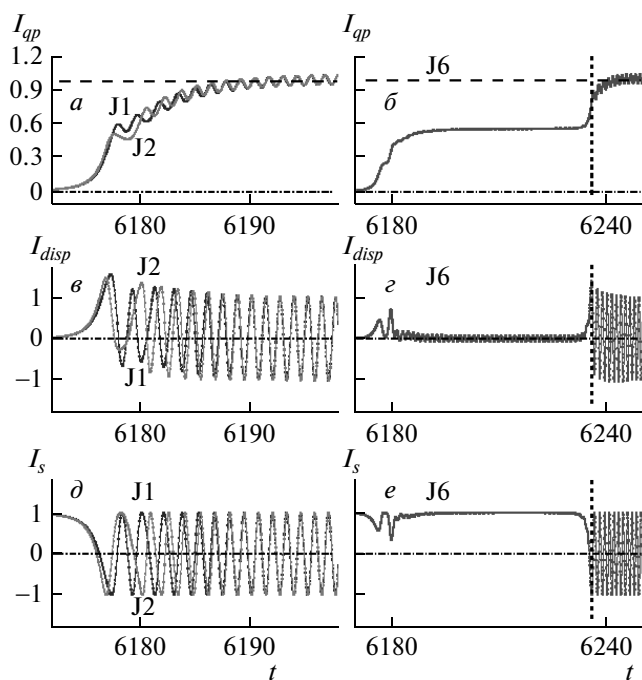


Рис. 6. Временные зависимости квазичастичного тока (а,б), тока смещения (в,з) и сверхпроводящего тока (д,е) в первом, втором и шестом ДП, рассчитанные в рамках ССJJ+ДС-модели

диффузионного тока. В резонансной области усредненный диффузионный ток осциллирует, меняя свое направление в данном ДП. Вклад диффузионного тока в базовый ток в этой области достаточно мал по величине. Однако, как мы увидим ниже из сравнения этих результатов с ССJJ-моделью, этот вклад

качественно меняет тонкую структуру ВАХ в области параметрического резонанса.

На рис. 9 приведены зависимости усредненных сверхпроводящего, квазичастичного токов и тока смещения от величины базового тока через первый ДП в области параметрического резонанса, рассчитанные в рамках ССJJ-модели.

Подчеркнем, что наличие параметрического резонанса в системе связанных ДП не является следствием учета диффузионного тока: он возникает и в ССJJ-модели, его не учитывающей. Отсутствие диффузионного тока сказывается на тонкой структуре ВАХ в данной области. В ССJJ+ДС-модели ширина области тонкой структуры по току составляет около 0.015 единиц, тогда как в ССJJ-модели ее величина значительно больше и равна примерно 0.2 единицам базового тока. По-видимому, возникновение электрического заряда на сверхпроводящих слоях и проявление резонанса наблюдались в работе [9], в которой на рис. 2 демонстрируется характерное отклонение ВАХ в гистерезисной области при переходе с верхней ветки.

7. ОБЛАСТЬ ВЕТВЛЕНИЯ

Перейдем теперь к описанию третьей области ВАХ, отмеченной на рис. 2. Эта область в значительной степени определяет расхождение экспериментальных данных [18] и теоретических оценок тока возврата I_r , сделанных как на основе модели Запале [21] (не учитывающей связь между переходами), так и на основе ССJJ-модели (не учитывающей диф-

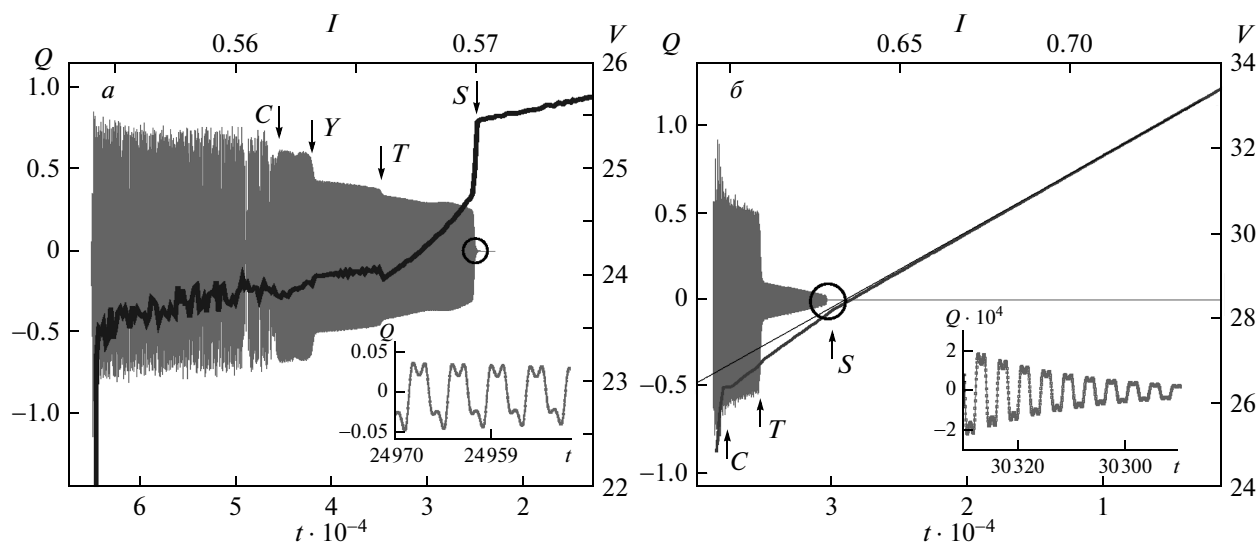


Рис. 7. ВАХ и временные зависимости электрического заряда на слое в области параметрического резонанса, рассчитанные в рамках моделей CCJJ+DC (а) и CCJJ (б). Стрелки указывают на особенности C, Y, T, S тонкой структуры [14]. Вставки демонстрируют характер осцилляций заряда в выделенных кружками областях резонанса

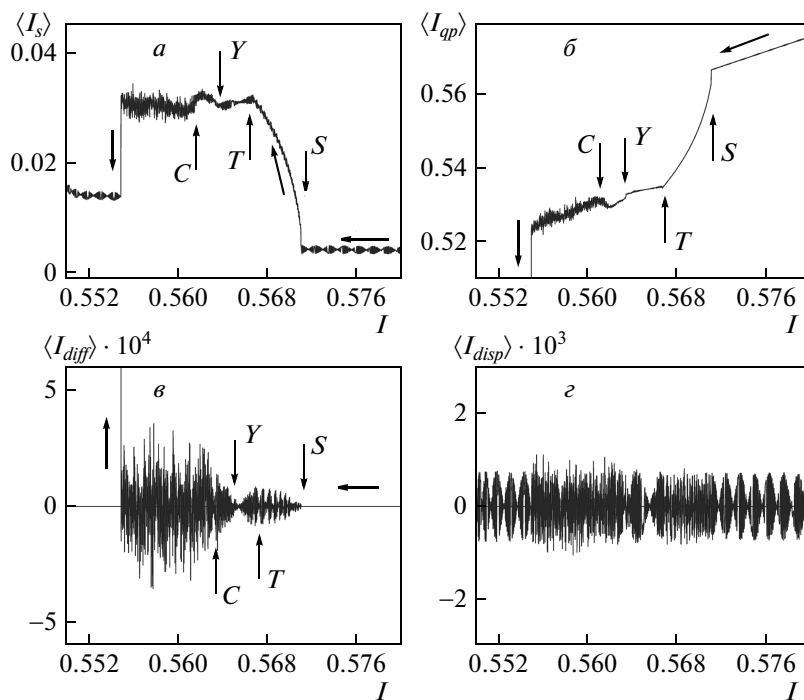


Рис. 8. Зависимости усредненных значений сверхпроводящего I_s (а), квазичастичного I_{qp} (б), диффузионного I_{diff} (в) токов и тока смещения I_{disp} (г) от величины базового тока через первый ДП в области параметрического резонанса, рассчитанные в рамках CCJJ+DC-модели

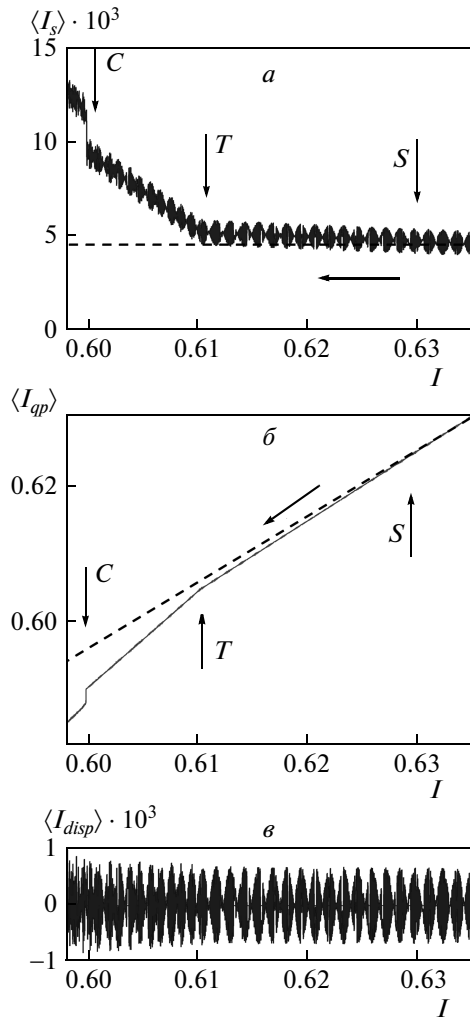


Рис. 9. Зависимости усредненных значений сверхпроводящего (а), квазичастичного (б) токов и тока смещения (в) от величины базового тока в области параметрического резонанса, рассчитанные в рамках ССJJ-модели. Штриховая линия демонстрирует отклонение кривой $\langle I_{qp} \rangle(I)$ от линейной зависимости

ти). Ниже покажем, что учет диффузионного тока является принципиально важным, поскольку он приводит к сокращению области гистерезиса на ВАХ, и продемонстрируем эффективность метода усредненных токов для исследования ВАХ связанных ДП.

7.1. ССJJ+DC-модель

Сначала проанализируем поведение токов в двух произвольно взятых ДП, а затем приведем результаты для всех ДП. Зависимости усредненных сверхпроводящего I_s , квазичастичного I_{qp} , диффузион-

ного I_{diff} токов и тока смещения I_{disp} для первого и девятого ДП от величины полного тока I через слоистую систему, полученные в рамках ССJJ+DC-модели, показаны на рис. 10.

Мы видим, что в области параметрического резонанса (описанной в предыдущем разделе и отмеченной на рис. 10а стрелкой ВР (break point)) сверхпроводящий ток в обоих переходах нарастает с уменьшением базового тока практически одинаковым образом. Далее эта зависимость в рассматриваемых ДП различна: девятый ДП переходит в осциллирующее состояние при $I = 0.555$, а первый ДП продолжает оставаться во вращательном состоянии до значения тока возврата данной системы. Квазичастичный ток в обоих ДП также ведет себя по-разному. Он уменьшается скачкообразно с уменьшением величины базового тока, отражая уменьшение числа ДП в R-состоянии, однако остается конечным в обоих ДП вплоть до тока возврата. Важное различие рассматриваемых ДП связано с диффузионным током: в первом контакте он положительный, а в девятом — отрицательный. Как мы увидим ниже, разнонаправленность диффузионного тока имеет место и в других соседних ДП. Мы полагаем, что именно это обстоятельство играет определяющую роль в сокращении области гистерезиса! Ток смещения осциллирует с медленно нарастающей амплитудой при уменьшении I (рис. 10в), давая вклад в компенсацию осцилляций других токов.

Обсудим теперь ситуацию во всей слоистой системе. На рис. 11 приведены зависимости сверхпроводящего и квазичастичного токов от величины базового тока для всех ДП. На вставках к этим рисункам показано в увеличенном масштабе поведение данных токов в области ветвления.

На зависимости $\langle I_s \rangle(I)$ после области параметрического резонанса наблюдается поэтапное переключение ДП из R-состояний в O-состояния. Таких переключений в исследованном случае четыре: они обозначены на рисунке буквами А, В, С и D. В частности, переключение А соответствует переходу пятого и девятого ДП в O-состояние, остальные ДП остаются в R-состоянии. Эти переключения находятся в корреляции с изменениями квазичастичного тока. Квазичастичный ток при переключениях А, В и С не исчезает полностью ни в одном из ДП. Очевидно, что при переключении А он минимален в пятом и девятом ДП. Следует сравнить данную картину переходов с результатами, приведенными в работе [15]. Там были исследованы зависимости составляющих базового тока от его величины и получено, что компонента, соответствующая I_{qp} , исчезает при

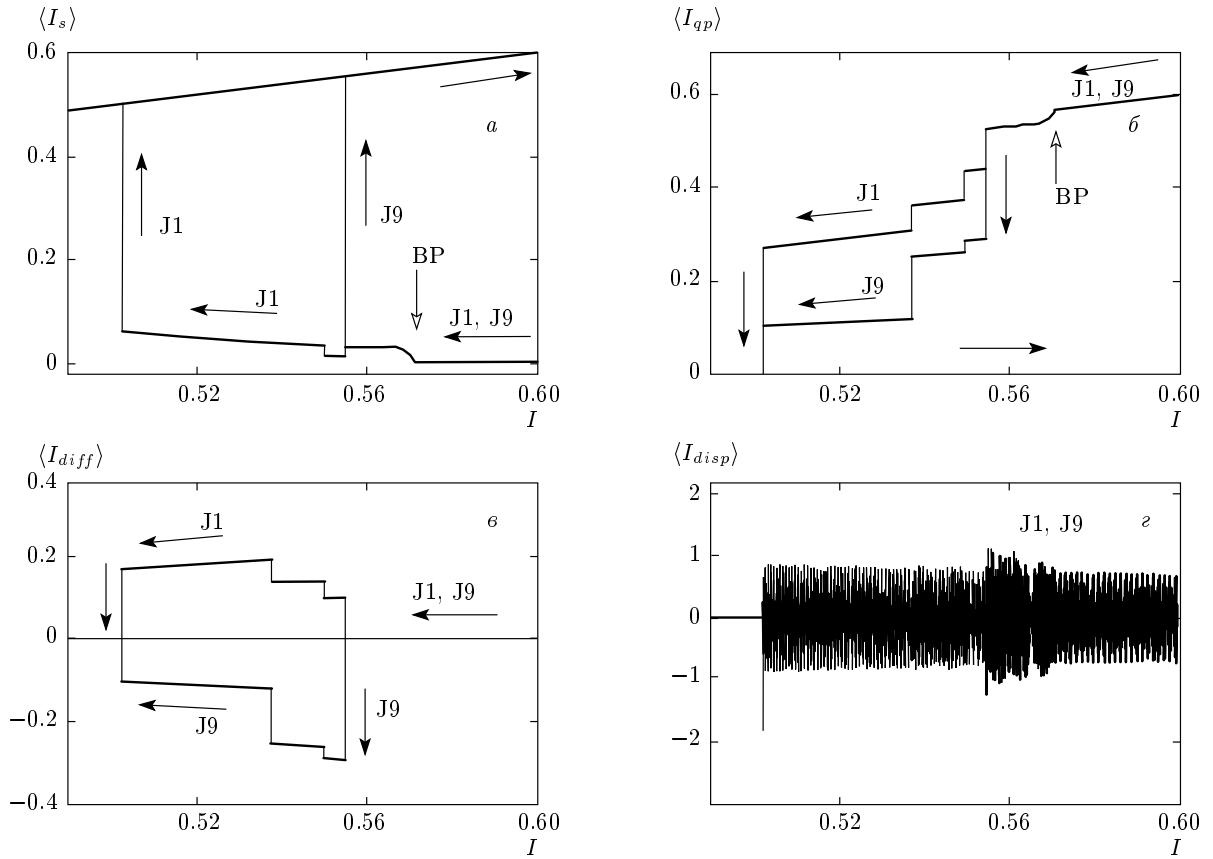


Рис. 10. Зависимости усредненных токов от величины базового тока через первый и девятый ДП, рассчитанные в рамках ССJJ+DC-модели: *a* — сверхпроводящий ток I_s ; *б* — квазичастичный ток I_{qp} ; *в* — диффузионный ток I_{diff} ; *г* — ток смещение I_{disp} . Стрелки указывают направление изменения токов в соответствующих ДП

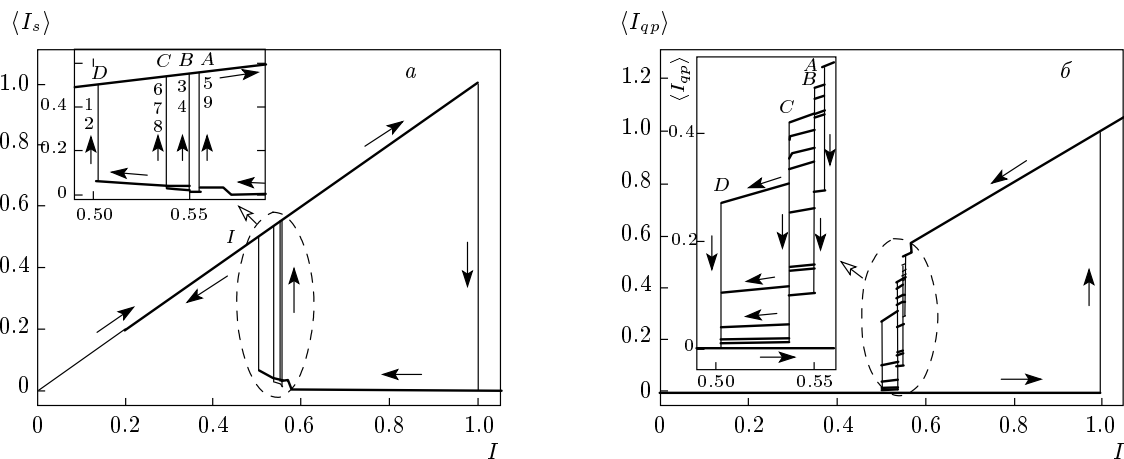


Рис. 11. Зависимости сверхпроводящего (*a*) и квазичастичного (*б*) токов для всех ДП системы от величины базового тока, полученные в рамках ССJJ+DC-модели

разных значениях I в разных ДП. В нашем случае квазичастичный ток во всех ДП исчезает лишь при переключении D (при $I = I_r$): квазичастичный ток во всех ДП отличен от нуля, пока хотя бы один ДП находится во вращательном состоянии.

Наблюдаемые особенности зависимостей усредненных токов от I и ВАХ в целом связаны с поведением диффузионного тока. Зависимость усредненного диффузионного тока $\langle I_{diff} \rangle$ от величины базового тока I для всех ДП показана на рис. 12. Данные получены при тех же значениях параметров модели, что и результаты, представленные выше на рис. 2. При уменьшении полного тока через слоистую систему диффузионный ток отсутствует до области параметрического резонанса, где он, как мы указывали выше, осциллирует (см. рис. 8в), отражая тонкую структуру ВАХ в этой области. Важным моментом, который демонстрирует рис. 12, является то, что ток $\langle I_{diff} \rangle$ в ряде соседних ДП имеет противоположное направление. Наблюдается следующее характерное поведение: уменьшение величины диффузионного тока вызывает переключение соответствующего ДП в О-состояние. Мы видели на рис. 10в, что если диффузионный ток в девятом ДП становится отрицательным, то, согласно рис. 10а, сверхпроводящий ток резко возрастает и этот ДП переключается в О-состояние. На рис. 12 продемонстрировано такое поведение и для других ДП.

Таким образом, мы приходим к выводу, что диффузионный ток оказывает существенное влияние на ветвление ВАХ в гистерезисной области. В этой области его величина сопоставима с величиной сверхпроводящего и квазичастичного токов. Зависимость $\langle I_{diff} \rangle(I)$ для всех ДП также демонстрирует, что диффузионный ток отличен от нуля в каждом ДП во всей области ветвления и исчезает лишь при $I = I_r$.

Важной чертой зависимости $\langle I_{diff} \rangle(I)$ является скачкообразное изменение величины и направления диффузионного тока. Как было отмечено выше для девятого ДП, уменьшение диффузионного тока в конкретном ДП приводит к переходу данного ДП в осциллирующее состояние! Убедиться в этой корреляции можно, сопоставив рис. 12 с рис. 11, где представлена зависимость $\langle I_s \rangle(I)$. В частности, с уменьшением I усредненное значение $\langle I_{diff} \rangle$ становится отрицательным в пятом и девятом ДП. В соответствии с этим мы видим на рис. 11, что при данном значении базового тока пятый и девятый ДП переходят в О-состояние. При дальнейшем уменьшении базового тока I диффузионный ток $\langle I_{diff} \rangle$ при переключении B становится отрицательным в тре-

тьем и четвертом ДП, которые также переходят в О-состояние.

7.2. ССJJ-модель

Чтобы убедиться в правильности высказанного предположения об определяющей роли диффузионного тока в гистерезисном поведении системы связанных ДП, обсудим ситуацию в ССJJ-модели, где этот ток не учитывается. Рассмотрим изменение токов в отдельных ДП при изменении величины полного тока через слоистую систему. На рис. 13 представлены зависимости сверхпроводящего и квазичастичного токов от величины базового тока в первом и девятом ДП.

Как мы видим, величина сверхпроводящего тока достигает максимального значения в обоих ДП при одном и том же значении базового тока, а именно при $I = I_r$. Однако в ССJJ+ДС-модели, как было указано выше (см. рис. 11), разные джозефсоновские контакты переходят в О-состояние при разных значениях базового тока. Учет диффузионного тока приводит к большей, в сравнении с результатом ССJJ-модели, величине тока возврата I_r , что согласуется с экспериментальными результатами, приведенными в работах [18–20]. Следует также отметить, что переход в осциллирующее состояние не сопровождается полным исчезновением квазичастичного тока, как это происходит в случае соответствующей компоненты полного тока, включающей вклад соседних ДП [15].

В работе [18] приведены результаты экспериментальных исследований ВАХ и тока возврата в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_y$ при температуре $T = 77$ К. Ветви на экспериментальной ВАХ системы из восьми внутренних ДП были близки к линейным, наблюдался гистерезис, и величина критического тока во всех переходах была практически одинакова. Оценка величины параметра МакКамбера $\beta_c(77 \text{ К})$ составила примерно 560. На основе модели Запсе [21, 24], не учитывающей связи между ДП, с использованием соотношения $I_r/I_c = 4/\pi\beta_c^{-1/2}$ при $\beta_c \gg 1$ было получено, что $I_r \approx 13$ мкА (или $I_r/I_c = 0.054$). Эта величина существенно отличается от экспериментального значения $I_r = 45$ мкА (или $I_r/I_c = 0.188$). Учет диффузионного тока в ССJJ+ДС-модели существенно уменьшает гистерезис в системе, приводя к росту тока возврата на ВАХ, что соответствует приведенным в работе [18] экспериментальным результатам.

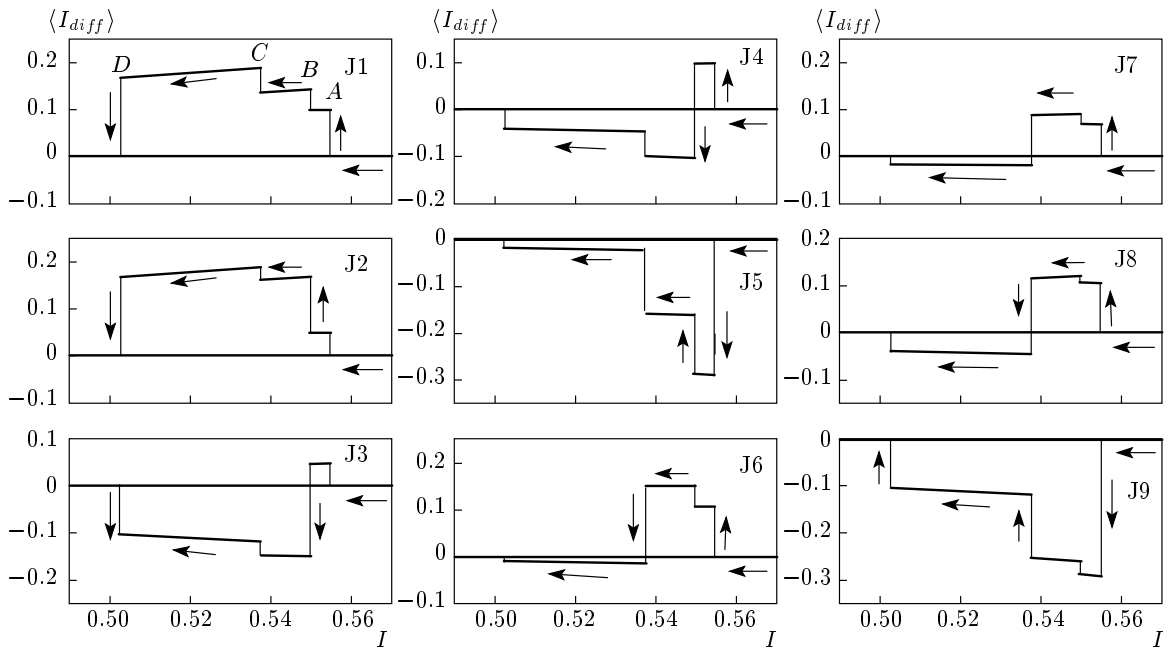


Рис. 12. Зависимости диффузионного тока от величины базового тока для всех ДП

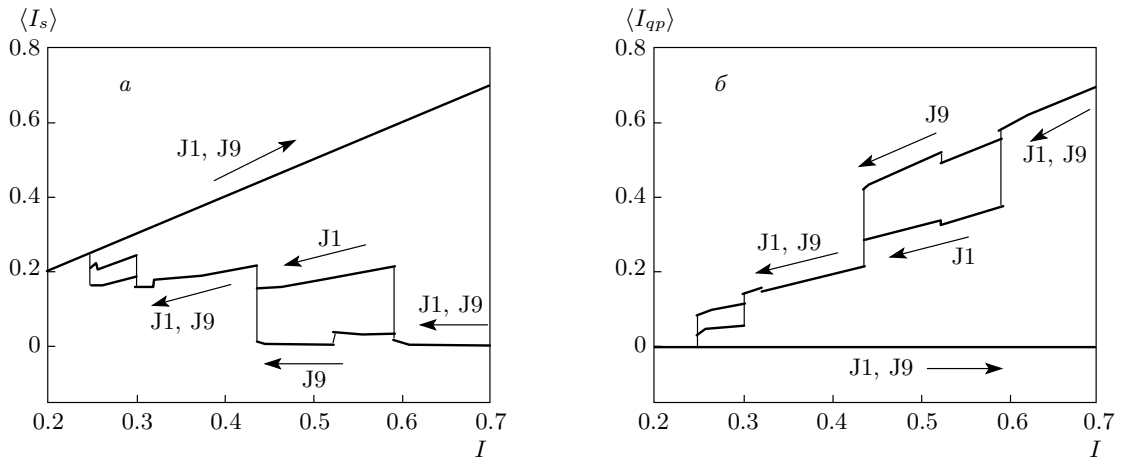


Рис. 13. Зависимости сверхпроводящего I_s (а) и квазичастичного I_{qp} (б) токов от величины базового тока, полученные в рамках ССJJ-модели

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построение модели, обеспечивающей адекватное описание внутренних ДП в ВТСП, является одной из актуальных проблем современной физики сверхпроводимости, поскольку в этих материалах сверхпроводящие слои вместе с промежуточными диэлектрическими слоями образуют систему связанных ДП. Экспериментальные исследования приводят к широкому многообразию ВАХ, требующему деталь-

ного анализа всех наблюдаемых особенностей. Проведенные нами исследования в рамках двух моделей с емкостной связью между ДП (ССJJ и ССJJ+DC) позволили выявить роль диффузионного тока в формировании ВАХ системы связанных ДП. Показано, что учет диффузионного тока в ССJJ+DC-модели препятствует ветвлению ВАХ при $I = I_c$ и приводит к непосредственному переключению системы из состояния с нулевым напряжением в состояние, в котором все ДП находятся во вращательном состо-

янии, что соответствует верхней ветви ВАХ. Такие переключения обычно и наблюдаются в эксперименте. Продемонстрировано также, что диффузионный ток играет важную роль в формировании ВАХ в области гистерезиса, где он обеспечивает более узкую область ветвления в сравнении с результатами других моделей и приводит к большей величине тока возврата, что также согласуется с экспериментальными данными. Показано, что использование усредненных по временному домену токов является эффективным и позволяет прояснить механизм ветвления ВАХ в гистерезисной области.

Проведенные исследования ставят ряд новых задач. В частности, гипотеза о сокращении области ветвления в гистерезисной части ВАХ при наличии разнонаправленного диффузионного тока в различных ДП системы требует своего обоснования. Особый интерес вызывает разработка механизма перехода (переключения) из сверхпроводящего в резистивное состояние при $I = I_c$, связанного с интенсивно исследуемыми в настоящее время эффектом макроскопического квантования в джозефсоновских структурах и квантовыми битами информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Kleiner, F. Steimmeyer, G. Künkel, and P. Müller, Phys. Rev. Lett. **68**, 2394 (1992).
2. S. O. Katterwe, A. Rydh, and V. M. Krasnov, Phys. Rev. Lett. **101**, 087003 (2008).
3. V. M. Krasnov, Phys. Rev. Lett. **103**, 227002 (2009).
4. T. Koyama and M. Tachiki, Phys. Rev. B **54**, 16183 (1996).
5. D. A. Ryndyk, Phys. Rev. Lett. **80**, 3376 (1998).
6. A. A. Yurgens, Supercond. Sci. Technol. **13**, R85 (2000).
7. V. M. Krasnov, Phys. Rev. B **83**, 174517 (2011).
8. C. Kurter, A. P. Zhuravel, A. V. Ustinov, and S. M. Anlage, Phys. Rev. B **84**, 104515 (2011).
9. T. M. Benseman, A. E. Koshelev, K. E. Gray et al., Phys. Rev. B **84**, 064523 (2011).
10. A. E. Koshelev, Phys. Rev. B **82**, 174512 (2010).
11. J. Pfeiffer, A. A. Abdumalikov, Jr., M. Schuster, and A. V. Ustinov, Phys. Rev. B **77**, 024511 (2008).
12. L. Ozyuzer, A. E. Koshelev, C. Kurter et al., Science **318**, 1291 (2007).
13. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, Phys. Rev. Lett. **98**, 157001 (2007).
14. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and M. Suzuki, Phys. Rev. B **78**, 134521 (2008).
15. Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, Письма в ЖЭТФ **92**, 364 (2010).
16. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and P. Seidel, Physica C **449**, 62 (2006).
17. M. Machida, T. Koyama, A. Tanaka, and M. Tachiki, Physica C **331**, 85 (2000).
18. A. Irie, Yu. M. Shukrinov, and G. I. Oya, Appl. Phys. Lett. **93**, 152510 (2008).
19. H. B. Wang, P. H. Wu, and T. Yamashita, Appl. Phys. Lett. **78**, 4010 (2001).
20. K. Okanoue and K. Hamasaki, Appl. Phys. Lett. **87**, 252506 (2005).
21. H. H. Zappe, J. Appl. Phys. **44**, 1371 (1973).
22. J. Keller and D. A. Ryndyk, Phys. Rev. B **71**, 054507 (2005).
23. S. N. Artemenko and A. G. Kobelkov, Phys. Rev. Lett. **78**, 3551 (1997).
24. К. К. Лихарев, *Введение в динамику джозефсоновских переходов*, Наука, Москва (1985), с. 64.
25. H. Matsumoto, S. Sakamoto, F. Wajima et al., Phys. Rev. B **60**, 3666 (1999).