

РАСЧЕТ ИНТЕНСИВНОСТИ ТУШЕКОВСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В НАКОПИТЕЛЕ ВЭПП-4М

*С. А. Никитин**, *И. Б. Николаев***

*Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 5 октября 2011 г.

Получены формулы для расчета интенсивности внутрисгусткового рассеяния электронов в нерелятивистском и релятивистском случаях в борновском приближении для одномерной и двумерной моделей столкновений. Проанализирована релятивистская двумерная модель Байера–Каткова–Страховенко с кулоновскими поправками. С ее использованием получены формулы в ультрарелятивистском пределе. Выполнено сравнение различных моделей друг с другом. С учетом условий регистрации рассеявшихся частиц счетчиком в ВЭПП-4М проведены расчеты интенсивности тушековских электронов и поляризационного вклада в сравнении с экспериментальными данными.

1. ВВЕДЕНИЕ

Метод резонансной деполяризации с использованием тушековского поляриметра [1] успешно применен для измерения энергии пучка ускорителя ВЭПП-4М [2] в диапазоне энергии 1.5–1.9 ГэВ, что позволило прецизионно измерить массы мезонов J/ψ , $\psi(2S)$ [3], $\psi(3770)$ [4], D [5], а также τ -лептона [6]. В настоящее время обсуждаются планы экспериментов в области энергии 5 ГэВ, среди которых возможным является уточнение масс частиц Υ -семейства.

Для оценки эффективности тушековского поляриметра в данной области энергии необходимо провести расчет интенсивности тушековского рассеяния и поляризационного вклада с учетом релятивистской модели в системе центра масс сталкивающихся частиц.

В работе проведены расчеты интенсивности внутрисгусткового рассеяния электронов в борновском приближении для нерелятивистского и релятивистского случаев с одномерным и двумерным распределением поперечных импульсов в пучке.

Кроме того, необходимо прояснить влияние кулоновских поправок на интенсивность внутрисгусткового рассеяния и поляризационный эффект не только для задачи измерения энергии методом резонанс-

ной деполяризации, но и для расчетов параметров пучка ВЭПП-4М. В связи с этим проанализированы формулы двумерной релятивистской теории с кулоновскими поправками Страховенко [7]. Проведено сравнение двух подходов.

Для понимания характера поведения интенсивности внутрисгусткового рассеяния с изменением энергии получены ультрарелятивистские формулы. Ультрарелятивистский случай соответствует большим по сравнению с массой электрона поперечным импульсам в пучке.

Чтобы сравнить полученные формулы с экспериментальными данными, необходимо учесть условия регистрации рассеявшихся частиц конкретным счетчиком, расположенным в конкретном месте кольца ВЭПП-4М. Эти условия регистрации описываются верхней и нижней границами переданного в результате рассеяния импульса. В работе выполнены расчеты этих границ в приближении одного и многих оборотов.

С учетом условий регистрации выполнен численный расчет интенсивности тушековских электронов и имеющегося в ней поляризационного вклада в зависимости от энергии пучка и от положения сцинтилляционного счетчика на ВЭПП-4М. Поскольку двумерность пучка существенно влияет [8, 9] на величину поляризационного вклада в интенсивность рассеяния, в работе рассмотрено влияние отношения поперечных разбросов импульсов в двумерной модели пучка ВЭПП-4М на величину поляризацион-

*E-mail: S.A.Nikitin@inp.nsk.su

**E-mail: I.B.Nikolaev@inp.nsk.su

ного эффекта. Проведено сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

2. НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЙ И РЕЛЯТИВИСТСКИЙ РАСЧЕТЫ В БОРНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

2.1. Одномерная модель столкновений

Нерелятивистская формула для сечения упругого (мёллеровского) рассеяния неполяризованного электрона на неполяризованном электроном, записанная в борновском приближении ($\alpha/\beta \ll 1$, $\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры) в системе центра масс (с.ц.м.) имеет вид [10]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{16\beta^4} \left[\frac{1}{\sin^4(\theta/2)} + \frac{1}{\cos^4(\theta/2)} - \frac{1}{\sin^2(\theta/2) \cos^2(\theta/2)} \right]. \quad (1)$$

Здесь β — величина скорости частиц в единицах скорости света, r_0 — классический радиус электрона, θ — угол рассеяния, первый член в скобках — резерфордовский, второй член необходим для симметрии формулы для упругого рассеяния, так как при смене аргумента θ на $\pi - \theta$ величина сечения должна сохраняться. Третий член описывает интерференцию прямого и обменного рассеяния двух тождественных частиц. Сечение быстро растет в области малых углов $\theta \ll 1$, где становится по виду резерфордовским: $d\sigma/d\Omega \approx (r_0^2/\beta^4)/\theta^4$.

В релятивистском варианте формула сечения без учета спиновых эффектов выглядит как [10]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{4\beta^4} \frac{(2q^2 + 1)^2}{(q^2 + 1)^3} \left[\frac{4}{\sin^4 \theta} - \frac{3}{\sin^2 \theta} + \frac{q^4}{(2q^2 + 1)^2} \left(1 + \frac{4}{\sin^2 \theta} \right) \right], \quad (2)$$

где q — начальный импульс частицы в с.ц.м. в единицах массы электрона¹⁾. При $\theta \ll 1$, как и в нерелятивистском случае, дифференциальное сечение пропорционально θ^{-4} .

Эффективность тушековского поляриметра определяется скоростью счета частиц, испытавших внутрисгустковое рассеяние. В произвольно выбранной системе отсчета число актов рассеяния dN_s в

элементе объема dV за время dt дается величиной [11]

$$dN_s = \nu dt = d\sigma \sqrt{(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 - [\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2]^2} n_1 n_2 dV dt = d\sigma \frac{\sqrt{(q_1 q_2)^2 - m^4}}{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} n_1 n_2 dV dt, \quad (3)$$

где ν — число актов рассеяния в единицу времени; $d\sigma$ — инвариантное сечение; n_1 , n_2 и \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 — плотности и скорости сталкивающихся потоков частиц с массами m ; $q_{1,2}$ — 4-импульсы; $\mathcal{E}_{1,2}$ — энергии частиц. Важно отметить, что величины $I = \sqrt{(q_1 q_2)^2 - m^4}$, $dV dt$, $n_{1,2}/\mathcal{E}_{1,2}$ инварианты, как и число событий. Импульс в системе центра масс (\mathbf{q}) для пучка в накопителе определен через поперечные к оси пучка компоненты импульсов частиц ($\mathbf{p}_{\perp 1,2}$) в лабораторной системе отсчета (л.с.о.) соотношением

$$\mathbf{q} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_{\perp 1} - \mathbf{p}_{\perp 2}),$$

которое справедливо в нерелятивистском случае ($|\mathbf{p}_{\perp 1,2}| \ll 1$), а в релятивистском ($|\mathbf{p}_{\perp 1,2}| \gtrsim 1$) верно с точностью порядка произведения разброса поперечного импульса и относительного разброса энергии в пучке [7].

В нерелятивистском случае в л.с.о. количество рассеянных частиц в единицу времени равно

$$\nu^{non-rel} = \frac{\langle 2q\sigma \rangle c N^2}{\gamma^2 V}, \quad (4)$$

где γ — лоренц-фактор; $V = 8\pi^{3/2} a_x a_y a_z$ — эффективный объем сгустка; a_x , a_y , a_z — радиальный, вертикальный и продольный гауссовы размеры сгустка в л.с.о.; N — число частиц в сгустке; σ — сечение рассеяния в заданный телесный угол, зависящее от импульса q . Скобки $\langle \dots \rangle$ означают усреднение с функцией распределения по импульсу $q > 0$, которая для одномерного (1D) разброса импульсов в с.ц.м. (плоский пучок) выглядит как [12]

$$f(q) dq = \frac{2}{\sqrt{\pi} \sigma_q} \exp\left(-\frac{q^2}{\sigma_q^2}\right) dq, \quad (5)$$

$\sigma_q = \gamma \sigma_{X'}$, $\sigma_{X'}$ — характерный угловой разброс в пучке в горизонтальной плоскости.

Пусть ψ — угол в с.ц.м. между направлением импульса рассеянного электрона и осью, совпадающей с осью y , вдоль которой движется пучок в л.с.о., а φ — азимутальный угол рассеяния относительно направления импульсов в начальном состоянии. При этом $\cos \theta = \sin \psi \cos \varphi$, а $d\Omega = \sin \psi d\psi d\varphi$. Электрон в результате рассеяния приобретает приращение импульса вдоль оси y , которое в л.с.о. равно

¹⁾ Здесь и далее импульс и энергия даны в единицах массы электрона: $m = c = 1$.

$\Delta p = \gamma q \cos \psi$. В единицах начального импульса $p \approx \approx \gamma \mathcal{E}_q$ ($\mathcal{E}_q = \sqrt{q^2 + 1}$ — энергия частицы в с.ц.м.) изменение импульса можно записать как

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{q \cos \psi}{\sqrt{q^2 + 1}} = \beta \cos \psi = \beta_{\parallel}, \quad (6)$$

где β_{\parallel} — проекция скорости рассеявшейся частицы в с.ц.м. на ось y (направление движения пучка в л.с.о.).

В нерелятивистском пределе для скоростей $\beta \ll 1$ сечение рассеяния частиц в такой телесный угол, при котором приобретает относительное приращение импульса $|\Delta p/p| = |\beta_{\parallel}| \geq \varepsilon$, равно

$$\begin{aligned} \sigma(\beta, \varepsilon) &= \int_0^{\arccos(\varepsilon/\beta)} \sin \psi d\psi \cdot 2 \int_0^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\varphi = \\ &= \frac{\pi r_0^2}{2\beta^4} \left[\frac{\beta^2}{\varepsilon^2} - 1 + \ln \frac{\varepsilon}{\beta} \right] \mathcal{H}(\beta - \varepsilon), \quad (7) \end{aligned}$$

где $\mathcal{H}(x)$ — функция Хевисайда²⁾.

Используя (4) с усреднением получившегося сечения (7) по поперечному разбросу импульсов (5) найдем интенсивность рассеяния для $|\beta_{\parallel}| > \varepsilon$:

$$\begin{aligned} \nu_{1D}^{non-rel}(\varepsilon) &= \frac{2\sqrt{\pi}r_0^2 c N^2}{\gamma^2 V \sigma_q} \times \\ &\times \int_{\varepsilon}^{\infty} \left[\frac{q^2}{\varepsilon^2} - 1 + \ln \frac{\varepsilon}{q} \right] \frac{\exp(-q^2/\sigma_q^2)}{q^3} dq. \quad (8) \end{aligned}$$

Условие регистрации рассеявшихся частиц счетчиком определяется нижней (Δp_1) и верхней (Δp_2) границами полученного при рассеянии импульса. Δp_1 характеризует минимальное отклонение энергии от равновесной, при превышении которого частицы попадают на счетчик. Δp_2 указывает на апертурные ограничения. С учетом условий регистрации скорость счета выглядит как

$$\nu = \nu(\varepsilon_1) - \nu(\varepsilon_2), \quad (9)$$

где величины $\varepsilon_1 = \Delta p_1/p$ и $\varepsilon_2 = \Delta p_2/p$ определяются соответствующими границами рассеяния по импульсу. При этом $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$, а $\nu(\varepsilon_1) > \nu(\varepsilon_2)$.

Выражение (8) записано на основе подхода, предложенного в книге [12]. Ниже этот подход модифицирован для учета релятивистских эффектов в с.ц.м., а также поляризационного вклада.

²⁾ $\mathcal{H}(x) = 1, x > 0; \mathcal{H}(x) = 0, x < 0; \mathcal{H}(x) = 1/2, x = 0$.

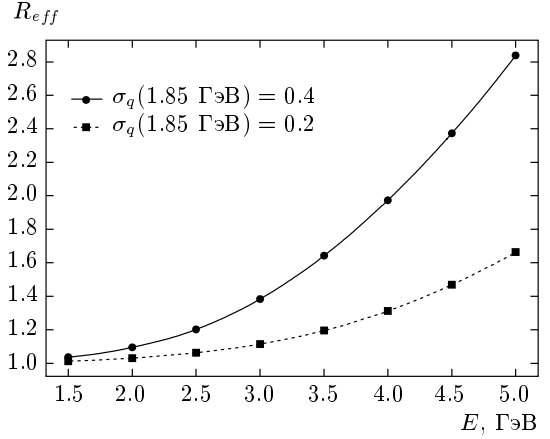


Рис. 1. Отношение $R_{eff} = \nu^{rel}/\nu^{non-rel}$ интенсивностей внутрисгусткового рассеяния, подсчитанных по релятивистской ν^{rel} (11) и нерелятивистской $\nu^{non-rel}$ (8) формулам в одномерной модели, в зависимости от энергии пучка для ВЭПП-4М. Сплошная кривая ($\sigma_q = 0.4$) соответствует параметрам ВЭПП-4М. Для иллюстрации изменения релятивистских эффектов в зависимости от поперечного разброса приведены расчеты для абстрактного случая с $\sigma_q = 0.2$

В релятивистском случае выражение для интенсивности внутрисгусткового рассеяния имеет вид

$$\nu^{rel} = \frac{\langle 2q \sqrt{q^2 + 1} \sigma \rangle c N^2}{\gamma^2 V}. \quad (10)$$

В результате вычислений, подобных проделанным выше, получим

$$\begin{aligned} \nu_{1D}^{rel}(\varepsilon) &= \frac{2\sqrt{\pi}r_0^2 c N^2}{\gamma^2 V \sigma_q} \int_{\varepsilon/\sqrt{1-\varepsilon^2}}^{\infty} \frac{(2q^2 + 1)^2}{\sqrt{q^2 + 1}} \left[\frac{q^2}{\varepsilon^2(q^2 + 1)} - \right. \\ &- 1 + \ln \frac{\varepsilon \sqrt{q^2 + 1}}{q} - \frac{q^4}{(2q^2 + 1)^2} \left(\frac{\varepsilon \sqrt{q^2 + 1}}{q} - 1 + \right. \\ &\left. \left. + 4 \ln \frac{\varepsilon \sqrt{q^2 + 1}}{q} \right) \right] \frac{\exp(-q^2/\sigma_q^2)}{q^3} dq. \quad (11) \end{aligned}$$

Рассмотрим степень влияния релятивистских поправок в сечении внутреннего рассеяния в пучке на загрузку счетчиков, используя отношение

$$R_{eff} = \frac{\nu_{1D}^{rel}}{\nu_{1D}^{non-rel}}. \quad (12)$$

На рис. 1 построена зависимость R_{eff} от энергии E в л.с.о. для параметров пучка ВЭПП-4М ($\sigma_q = 0.4(E/1.85)^2$) в диапазоне от 1.5 до 5.5 ГэВ.

При этом $\varepsilon = 1.0\%$, что соответствует типичному расстоянию счетчика до орбиты $A = 17$ мм. При энергии 2 ГэВ релятивистские поправки составляют около 10 %, а при энергии 4 ГэВ — уже 100 %. Согласно полученному результату скорость счета рассеянных неполяризованных частиц для условий экспериментов на ВЭПП-4М в области энергий $E \lesssim 2$ ГэВ можно оценивать и в нерелятивистском приближении, однако при более высокой энергии нерелятивистский подход неприменим.

Проведенный расчет релятивистской поправки позволяет предположить, что ее роль в накопителях нового поколения с эмиттантами порядка 10^{-9} м·рад и энергией в рассматриваемом нами диапазоне будет заметно ослаблена, так как поперечный разброс импульса в них будет меньше в разы по сравнению с обычными машинами.

Для учета вклада поляризации мы используем нерелятивистскую формулу в с.ц.м. [13]³⁾:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{1 + 3 \cos^2 \theta} \zeta_1 \cdot \zeta_2 \right), \quad (13)$$

где $d\sigma_0$ — сечение для неполяризованных частиц (2), $\zeta_{1,2}$ — векторы поляризации сталкивающихся электронов. Это приводит к следующему выражению для интенсивности ($\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta$):

$$\nu_{1D}^{pol}(\varepsilon) \approx \nu_{1D}(\varepsilon) + \zeta^2 \frac{2\sqrt{\pi}r_0^2 c N^2}{\gamma^2 V \sigma_q} \times \int_{\varepsilon}^{\infty} \ln \left(\frac{\varepsilon}{q} \right) \frac{\exp(-q^2/\sigma_q^2)}{q^3} dq. \quad (14)$$

2.2. Двумерная модель столкновений

В работе [14] для расчета тушековской диффузии и времени жизни пучка была введена модифицированная функция распределения по импульсу q , учитывающая двумерный (2D) характер парного взаимодействия внутри сгустка⁴⁾:

$$f(k, q) dq = \frac{2kq}{\sigma_q^2} S_k(q) dq, \quad q > 0, \quad (15)$$

³⁾ Релятивистская теория внутрисгусткового рассеяния в электрон-позитронном накопителе с учетом кулоновских поправок и поляризации рассмотрена в работах [7, 8].

⁴⁾ При выводе функции распределения так же, как и в [12], применено «гладкое» приближение для огибающей пучка и дисперсионной функции накопителя.

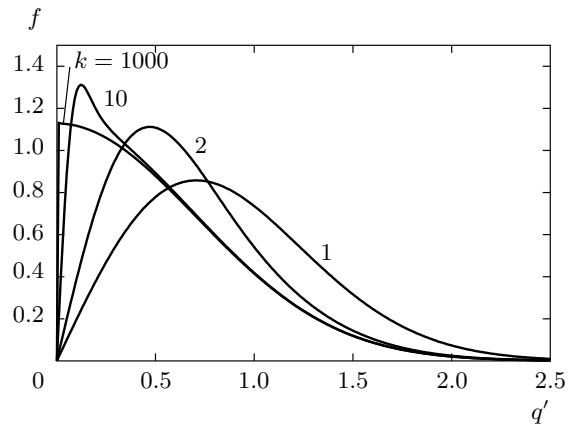


Рис. 2. Функция распределения $f(k, q')$, $q' = q/\sigma_q$

$$S_k(q) = \exp \left[-\frac{q^2}{2\sigma_q^2} (1 + k^2) \right] I_0 \left[\frac{q^2}{2\sigma_q^2} |1 - k^2| \right]. \quad (16)$$

В отличие от одномерной (1D) модели импульс q в с.ц.м. включает компоненты по двум осям — x и z — в поперечной к оси пучка плоскости⁵⁾: $q^2 = q_x^2 + q_z^2$; параметр $\sigma_q = \gamma\sigma_{x'}$ совпадает с аналогичной величиной в 1D-модели; $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя. Использован дополнительный параметр связи $k = \sigma_{x'}/\sigma_{z'}$, отношение радиального и вертикального угловых разбросов в пучке. При $k \rightarrow \infty$ («плоский пучок») функция распределения совпадает с (5). При $k \rightarrow 1$ («круглый пучок») распределение становится максвелловским по форме: $f(q) \propto q \exp(-q^2/\sigma_q^2)$. Универсальный вид функции $f(k, q)$, рассчитанной для различных значений параметра связи k , приведен на рис. 2.

С учетом модифицированной функции распределения скорость счета тушековских электронов получается равной

$$\nu_{2D}^{non-rel,pol}(\varepsilon) = \frac{2\pi r_0^2 c N^2 k}{\gamma^2 V \sigma_q^2} \times \int_{\varepsilon}^{\infty} \left[\frac{q^2}{\varepsilon^2} - 1 + (1 + \zeta^2) \ln \frac{\varepsilon}{q} \right] \frac{S_k(q)}{q^2} dq. \quad (17)$$

В релятивистском приближении интенсивность без учета поляризации имеет вид

⁵⁾ Как указано выше, импульс в с.ц.м. равен полуразности поперечных импульсов сталкивающихся частиц с точностью порядка $\sigma_{p\perp}(\sigma_E/E)$, где σ_E/E — разброс энергии [7].

$$\begin{aligned} \nu_{2D}^{rel}(\varepsilon) = & \frac{2\pi r_0^2 c N^2 k}{\gamma^2 V \sigma_q^2} \int_{\varepsilon/\sqrt{1-\varepsilon^2}}^{\infty} \frac{(2q^2+1)^2}{\sqrt{q^2+1}} \left[\frac{q^2}{\varepsilon^2(q^2+1)} - \right. \\ & - 1 + \ln \frac{\varepsilon\sqrt{q^2+1}}{q} - \frac{q^4}{(2q^2+1)^2} \left(\frac{\varepsilon\sqrt{q^2+1}}{q} - 1 + \right. \\ & \left. \left. + 4 \ln \frac{\varepsilon\sqrt{q^2+1}}{q} \right) \right] \frac{S_k(q)}{q^2} dq. \quad (18) \end{aligned}$$

Выражение (18) использовано для сравнения теоретической оценки интенсивности внутрисгусткового рассеяния с измеренной зависимостью загрузки счетчиков тушековского поляриметра от энергии пучка (см. разд. 7.2).

Вклад поляризации в релятивистском случае остается относительно малым [7]. Поэтому можно применить нерелятивистскую спиновую поправку к сечению (13) и в релятивистском случае для оценки степени убывания величины деполяризационного скачка с энергией, добавив в (18) соответствующие интегралы с множителем ζ^2 (см. (14), (17)):

$$\begin{aligned} \nu_{2D}^{rel,pol}(\varepsilon) \approx & \nu_{2D}^{rel,non-pol}(\varepsilon) + \\ & + \zeta^2 \frac{2\pi r_0^2 c N^2 k}{\gamma^2 V \sigma_q^2} \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{(2q^2+1)^2}{\sqrt{q^2+1}} \ln \left(\frac{\varepsilon}{q} \right) \frac{S_k(q)}{q^2} dq. \quad (19) \end{aligned}$$

Изложенный метод даже с учетом двумерности столкновений в сравнении с подходом [7, 8] является приближенным. В формулах для сечения (1), (2) заменен единицей множитель в числителе интерференционного слагаемого, который в общем случае равен

$$\cos \left\{ \frac{\alpha}{2\beta} \ln \left[\operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right] \right\}.$$

Этот множитель учитывает кулоновские поправки при скорости сталкивающихся частиц в с.ц.м. $\beta \lesssim \alpha$ (когда условие Борна нарушено). Кроме того, хотя основная часть сечения нами рассмотрена и в релятивистском приближении тоже, вклад поляризации учитывается в виде исключительно нерелятивистской поправки, которая относительно мала.

Применимость нашего приближенного подхода обусловлена тем, что расчет выполняется для частиц, получающих большие изменения в импульсе при рассеянии: $\varepsilon = \Delta p/p \sim 1\%$ и более. Это ведет к выполнению условия $\alpha/\varepsilon \leq 1$, что согласно численному анализу в [7, 8] позволяет использовать борновское приближение.

3. ФОРМУЛЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ С КУЛОНОВСКИМИ ПОПРАВКАМИ

В работе [7] выполнены расчеты для релятивистского случая с кулоновскими поправками для интенсивности внутрисгусткового рассеяния:

$$\begin{aligned} \nu_{BKS}(\varepsilon) = & \frac{2\pi r_0^2 c N^2 k}{\gamma^2 V \sigma_q^2 \varepsilon^2} \times \\ & \times \int_{\varepsilon}^1 d\beta S_k \left(\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \left\{ \left(\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} \right)^2 - \right. \\ & \left. - \frac{\varepsilon^2}{\beta^2} \left[\left(\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} \right)^2 + (1+\zeta^2) (1+f_c) \ln \frac{\beta}{\varepsilon} \right] \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

где $\varepsilon = \Delta p/p$ — нижняя граница рассеяния продольного импульса, β — скорость в с.ц.м., ζ — степень поляризации, $\gamma = E/m$ — лоренц-фактор, E — энергия пучка, m — масса электрона, σ_q — радиальный разброс импульсов в пучке, функция $S_k(q)$ определена в (16), $k = \sigma_x/\sigma_z$ — отношение радиального σ_x и вертикального σ_z разбросов импульсов в пучке. Формула написана в приближении $\varepsilon \ll 1$ и выполняется при любых разбросах поперечных импульсов в пучке.

Кулоновская поправка f_c в пределе больших скоростей $\beta \gg \alpha$ стремится к нулю, что соответствует борновскому приближению, причем уже при $\beta > \alpha$ поправка $|f_c| < 10^{-2}$ [7]. Поскольку мы регистрируем частицы, имеющие скорости в с.ц.м. $\beta > \varepsilon \sim \alpha$, в нашем случае кулоновской поправкой f_c можно пренебречь. Это соответствует релятивистской 2D-формуле более ранней работы [8]. Формулу (20) будем называть моделью Байера–Каткова–Страховенко (BKS).

Интенсивность внутрисгусткового рассеяния в (20) не зависит от направления поляризации сталкивающихся частиц. Кроме того, при малых ε поляризационный вклад в тушековское рассеяние становится порядка ε , что соответствует экспериментально наблюдаемой величине деполяризационного скачка скорости счета порядка 1% для условий регистрации рассеянных частиц $\varepsilon \sim 1\%$ в ВЭПП-4М.

Для расчетов размеров пучка, а также энергетической диффузии, когда рассеявшиеся частицы остаются внутри сгустка, значение нижней границы рассеянных импульсов необходимо выбирать еще более малым, $\varepsilon \lesssim 10^{-6}$, в этом случае можно пренебречь и кулоновскими поправками, и поляризационными эффектами, отбросив в (20) второе слагаемое с множителем ε^2/β^2 в выражении в фигурных скобках.

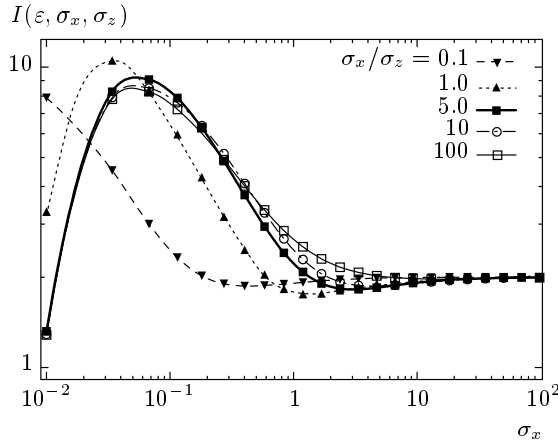


Рис. 3. Безразмерный интеграл $I(\varepsilon, \sigma_x, \sigma_z)$ (21) в зависимости от радиального разброса σ_x импульсов при разных отношениях поперечных разбросов σ_x/σ_z

4. ФОРМУЛЫ В УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОМ ПРЕДЕЛЕ

4.1. Интенсивность внутрисгусткового рассеяния

Из-за малости относительной передачи импульса, $\varepsilon \ll \sigma_{x,z}$, в формуле (20) в интеграле

$$I(\varepsilon, \sigma_x, \sigma_z) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_z} \times \int_{\varepsilon}^1 S_k \left(\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \left(\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} \right)^2 d\beta \quad (21)$$

нижний предел интегрирования можно положить равным нулю. Таким образом, интеграл (21) зависит только от разброса поперечных импульсов: $I(\varepsilon, \sigma_x, \sigma_z) \approx I(0, \sigma_x, \sigma_z)$. При больших разбросах поперечных импульсов в пучке ($\sigma_{x,z} \gg 1$) интеграл (21) стремится к 2 (см. рис. 3). Следовательно, асимптотическое поведение интенсивности внутрисгусткового рассеяния при больших разбросах поперечных импульсов выглядит следующим образом:

$$\nu(\varepsilon) \approx \frac{4\pi r_0^2 c N^2}{\gamma^2 V \varepsilon^2}. \quad (22)$$

Без учета зависимости объема пучка от энергии асимптотически интенсивность внутрисгусткового рассеяния уменьшается как E^{-2} . Для параметров ВЭПП-4М: $\varepsilon = 0.01$, $I = 1$ мА, $f_0 = 0.82$ МГц (частота обращения), размеры пучка $a_x = 0.09$ см, $a_z = 0.015$ см, $a_l = 6$ см, $V = 0.36$ см³, $E = 1.85$ ГэВ, интенсивность внутрисгусткового рассеяния составит

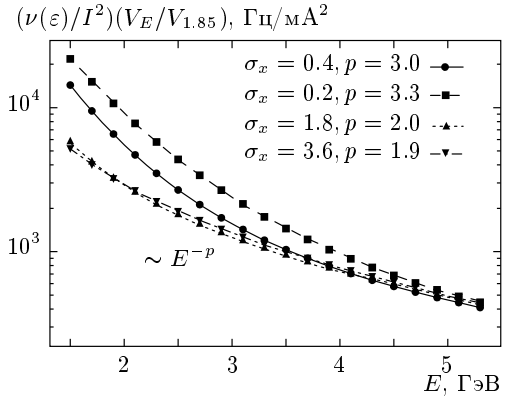


Рис. 4. Зависимости нормированной на квадрат тока и объем пучка интенсивности внутрисгусткового рассеяния от энергии при различных радиальных разбросах импульса в пучке для $\varepsilon = 1\%$. Сплошной линией обозначен случай для реального значения поперечного разброса в ВЭПП-4М ($\sigma_x(1.85 \text{ ГэВ}) = 0.4$). V_E — объем пучка при энергии E

3.7 кГц. Точный расчет по формуле (20) дает значение 7 кГц. На рис. 4 показана зависимость нормированной на квадрат тока и объем пучка интенсивности внутрисгусткового рассеяния от энергии при различных поперечных разбросах импульсов в пучке. Расчет выполнен для отношения поперечных разбросов $k = 5.5$. С увеличением энергии интенсивность внутрисгусткового рассеяния уменьшается по степенному закону с показателем степени, зависящим от величины разброса поперечных импульсов. При характерном угловом разбросе импульсов в пучке ВЭПП-4М на энергии 1.85 ГэВ $\sigma_{x'} = 10^{-4}$ ($\sigma_x = 0.4$) нормированная на объем пучка интенсивность рассеяния пропорциональна E^{-3} в диапазоне энергий от 1.85 до 5 ГэВ.

4.2. Величина деполяризованного эффекта

Скачок интенсивности внутрисгусткового рассеяния есть относительная разница величин интенсивностей рассеяния поляризованного ($\zeta \neq 0$) и неполяризованного ($\zeta = 0$) сгустка:

$$\Delta(\varepsilon) = \frac{\nu_\zeta(\varepsilon) - \nu_0(\varepsilon)}{\nu_0(\varepsilon)}. \quad (23)$$

При этом асимптотическое поведение скачка при больших разбросах поперечных импульсов ($\sigma_{x,z} \gg 1$, см. рис. 5) имеет вид

$$\frac{\Delta(\varepsilon)}{\zeta^2} \approx -0.5 \frac{\varepsilon}{\sigma_x \sigma_z}. \quad (24)$$

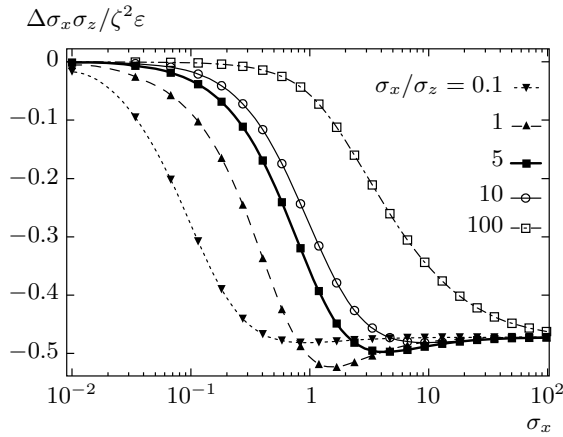


Рис. 5. Нормированная на $\sigma_x\sigma_z$ и степень поляризации ζ^2 величина эффекта при деполяризации в зависимости от радиального разброса импульсов в пучке для различных отношений радиального σ_x и вертикального σ_z разбросов импульсов

Таким образом, величина эффекта пропорциональна относительной передаче импульса ε и обратно пропорциональна поперечному разбросу импульсов в пучке. С ростом энергии каждый из поперечных разбросов по импульсам растет пропорционально E^2 , отсюда следует, что деполяризационный эффект уменьшается с увеличением энергии как E^{-4} .

5. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

5.1. Энергетическая зависимость интенсивности внутрисгусткового рассеяния

На рис. 6 построены кривые энергетической зависимости интенсивности внутрисгусткового рассеяния, вычисленной в разных подходах. Используются формулы борновского приближения: релятивистские (11), (18) соответственно в одномерной (1D) и двумерной (2D) моделях и нерелятивистская (1D) формула (8), а также формула релятивистской теории с кулоновскими поправками (20). При энергии 5 ГэВ интенсивность внутрисгусткового рассеяния для двумерного релятивистского случая в два раза превышает интенсивность в одномерном нерелятивистском приближении. Важно отметить хорошее согласие результатов расчетов, выполненных по релятивистским формулам борновского приближения и формуле полной теории.

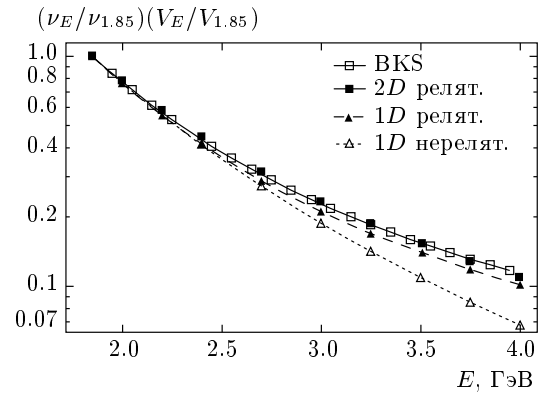


Рис. 6. Сравнение нормированных на объем пучка интенсивностей внутрисгусткового рассеяния, вычисленных в одномерной (1D) релятивистской и нерелятивистской, двумерной (2D) релятивистской моделях, а также в модели Байера – Каткова – Страховенко (BKS) с кулоновскими поправками

5.2. Энергетическая зависимость величины деполяризационного эффекта

На рис. 7 приведены результаты расчетов величины скачка (23), выполненных в борновском приближении по формулам (18), а также по формуле (20) точной теории с кулоновскими поправками. В диапазоне от 3.5 ГэВ до 5 ГэВ зависимость $\Delta(E)$ хорошо аппроксимируется степенной функцией $E^{-3.7}$, что близко к асимптотике E^{-4} при $E \rightarrow \infty$ формулы (24).

Уменьшение величины деполяризационного эффекта с увеличением энергии объясняется тем, что при увеличении поперечного импульсного разброса в интенсивность внутрисгусткового рассеяния больший вклад начинают давать малые углы и большие импульсы рассеяния, таким образом, снижается вклад поляризации. На рис. 7 показаны энергетические зависимости скачка для различных импульсных разбросов. Кроме того, величина скачка зависит от отношения поперечных импульсных разбросов k (см. разд. 7.3).

Таким образом, при энергии 5 ГэВ следует ожидать вклад поляризации приблизительно на уровне 0.1% при степени поляризации $\zeta = 80\%$. Реальное значение может быть в 2–4 раза меньше из-за наличия фоновых процессов рассеяния на остаточном газе.

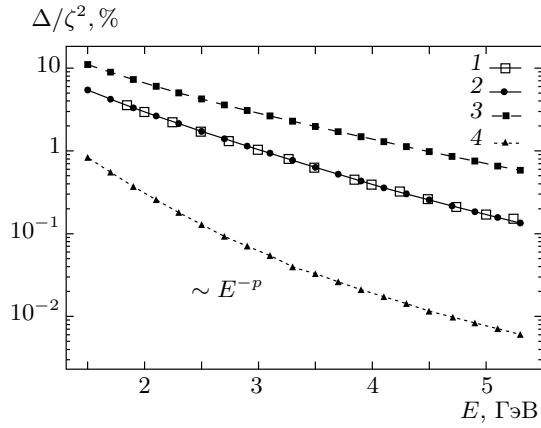


Рис. 7. Расчетные зависимости скачка в скорости счета тушековских частиц от энергии пучка ВЭПП-4М при различных импульсных разбросах в пучке: 1, 2 — $\sigma_x = 0.4$, $p = 3.7$; 3 — $\sigma_x = 0.2$, $p = 2.9$; 4 — $\sigma_x = 1.8$, $p = 4.1$. Используются релятивистская формула двумерной модели в борновском приближении (1) и модель Байера–Каткова–Страховенко (2,3,4)

6. ВЕРХНЯЯ И НИЖНЯЯ ГРАНИЦЫ ИМПУЛЬСОВ РЕГИСТРИРУЕМЫХ ЧАСТИЦ

Как отмечалось выше, скорость счета тушековских частиц определяется нижней $\varepsilon_1 = \Delta p_1/p$ и верхней $\varepsilon_2 = \Delta p_2/p$ границами переданного в результате рассеяния импульса, так что скорость счета вычисляется по формуле (9). Найдем эти границы.

Пусть электрон, рассеиваясь внутри сгустка, получает относительное приращение энергии $\Delta p/p$, из-за чего амплитуда его бетатронных колебаний изменяется. Если обозначить азимут рассеяния как s_1 , азимут положения счетчика как s_2 , то для амплитуды X возбуждаемых при этом бетатронных колебаний частицы в месте положения счетчика можно получить выражение

$$X = \left(2C\sqrt{\beta_2} + \eta_2\right) \frac{\Delta p}{p}. \quad (25)$$

Здесь $\beta_2 = \beta(s_2)$ и $\eta_2 = \eta(s_2)$ — бета- и дисперсионная функции в месте расположения счетчика s_2 , а C определяется инвариантом Куранта–Снайдера H_1 как

$$C = \frac{1}{2} \sqrt{H_1}, \quad (26)$$

где

$$H_1 = \frac{\eta_1^2 + (\alpha_1 \eta_1 + \beta_1 \eta_1')^2}{\beta_1},$$

$\beta_1 = \beta(s_1)$, $\eta_1 = \eta(s_1)$ — бета- и дисперсионная функция на азимуте рассеяния s_1 , $\eta_1' = \eta'(s_1)$, $\eta' = d\eta/ds$ — производная дисперсионной функции, $\alpha_1 = -\beta'(s_1)/2$ — производная β -функции.

Если счетчик находится на расстоянии A от равновесной орбиты, то легко получить выражение для нижней границы импульса:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta p_1}{p} = \frac{A}{2C\sqrt{\beta_2} + \eta_2}. \quad (27)$$

Верхняя граница импульса определяется апертурными ограничениями и может быть выражена через средние бета- ($\bar{\beta}$) и дисперсионную ($\bar{\eta}$) функции

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta p_2}{p} = \frac{B}{2C\sqrt{\bar{\beta}} + \bar{\eta}}, \quad (28)$$

где B — средняя апертюра камеры ускорителя в полукольцах.

В формуле (27) не учтена зависимость от фазы φ бетатронных колебаний, что означает рассмотрение многооборотных явлений. При таком рассмотрении выражение для нижней границы импульса примет вид

$$\frac{\Delta p_1}{p} = \frac{A}{2C\sqrt{\beta_2} \cos(\Delta\Psi_{12} + \varphi_0) + \eta_2}, \quad (29)$$

где $\Delta\Psi_{12}$ — набег фазы от азимута рассеяния до счетчика,

$$\Delta\Psi_{12} = \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{\beta(s)}, \quad \varphi_0 = \arccos\left(-\frac{\eta_1}{\sqrt{H_1\beta_1}}\right).$$

Выражение для верхней границы (ε_2) остается неизменным, так как в этом случае нас интересует движение по кольцу в целом и нет необходимости следить за фазой.

В области энергий, меньших 2 ГэВ, на ВЭПП-4М типичными приращениями импульса для частиц, регистрируемых тушековским поляриметром, являются значения порядка 1%, что превышает размеры ВЧ-сепаратрисы. Это значит, что многооборотные явления будут давать менее заметный вклад в скорость счета. По этой причине мы используем однооборотное приближение для нижней оценки скорости счета.

На рис. 8 представлены рассчитанные с учетом фазовых соотношений и усреднения по азимуту накопителя графики верхней $\varepsilon_2 = \Delta p_2/p$ и нижней $\varepsilon_1 = \Delta p_1/p$ границ переданного импульса в однооборотной и многооборотной моделях в зависимости от расстояния от счетчика до орбиты пучка. Верхняя

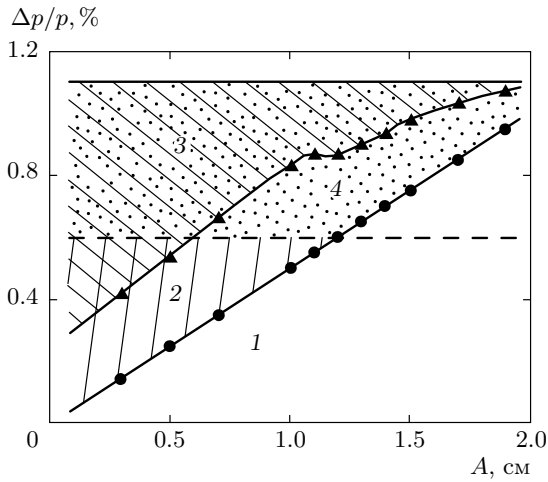


Рис. 8. Верхняя (сплошная линия) и нижние границы величины возмущения импульса рассеянных электронов, регистрируемых счетчиком в экспериментальном промежутке ВЭПП-4М, в зависимости от расстояния A от счетчика до орбиты. Нижняя граница по однооборотной модели — линия с треугольниками, по многооборотной — с кружками. Штриховой линией показана энергетическая апертура, определяемая размером ВЧ-сепаратрисы ($E = 1.84$ ГэВ, напряжение на резонаторе $U_{RF} = 400$ кэВ). 1 — область устойчивого движения (регистрация отсутствует), 2, 3 — области, соответствующие многооборотным (2), однооборотным (3) частицам, 4 — переходная область между однооборотной и многооборотной моделями

граница $\varepsilon_2 = 1.1\%$ определяется апертурными ограничениями и не зависит от положения счетчика. Показан уровень энергетической апертуры, определяемый напряжением ускоряющих резонаторов.

Область 1 фазовой диаграммы, изображенной на рис. 8, лежит ниже нижней границы импульсов многооборотной модели и ниже размера ВЧ-сепаратрисы. Эта область отвечает устойчивому движению, принадлежащие ей частицы не попадают на счетчик и не выбывают из пучка.

Область 2 ограничена снизу границей многооборотной модели, сверху — размером ВЧ-сепаратрисы. Частицы из этой области через несколько оборотов регистрируются счетчиком. Доля многооборотных частиц значительно уменьшается при относительных передачах импульса, превышающих размер ВЧ-сепаратрисы. При увеличении размера ВЧ-сепаратрисы растет также и вклад в скорость счета многооборотных частиц.

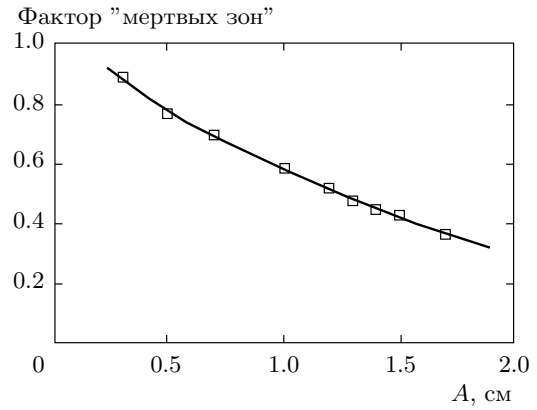


Рис. 9. Зависимость фактора «мертвых зон» от расстояния A от счетчика до орбиты пучка

Область 3, сверху ограниченная верхней границей ε_2 , а снизу — границей ε_1 однооборотного приближения, соответствует рассеявшимся частицам, попадающим на счетчик за один оборот.

Область 4, лежащая выше многооборотной границы, выше размера ВЧ-сепаратрисы и ниже верхней апертурной границы, является переходной между областями применимости однооборотной и многооборотной моделей. Частицы из этой области попадают на счетчик за небольшое число оборотов, поскольку движение в области выше ВЧ-сепаратрисы является неустойчивым.

Для адекватного описания области 4 необходимо моделирование по методу Монте-Карло внутрисгусткового рассеяния с последующим трекингом частиц в ускорителе. Кроме того, указанные границы и соответствующие им фазовые области не являются строгими, поэтому моделирование должно показать распределение плотности вероятности зарегистрированной частицы в зависимости от числа оборотов.

В однооборотной модели существуют такие участки («мертвые зоны») кольца ускорителя, с которых на одном обороте после акта рассеяния частицы не попадают на счетчик, что приводит к уменьшению скорости счета. В расчетах это учитывается фактором «мертвых зон» — коэффициентом, равным отношению длины этих зон к периметру накопителя. На рис. 9 изображена зависимость фактора «мертвых зон» от положения счетчика. При увеличении расстояния до орбиты пучка происходит увеличение размера «мертвых зон». На типичном расстоянии 1–1.5 см фактор меняется от 0.6 до 0.4.

Найденные численные соотношения для верхней и нижней границ возмущения импульса по форму-

ле (9) использованы для применения полученных в работе формул борновского приближения к расчету загрузки счетчиков тушековского поляриметра и величины поляризационного эффекта.

7. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

7.1. Загрузка счетчиков

На рис. 10 приведены данные расчетов и измерений загрузки отдельного сцинтилляционного счетчика в зависимости от расстояния A , на которое удален его край от орбиты пучка при энергии 1.55 ГэВ. Расчеты выполнены по релятивистским формулам борновского приближения (18) с учетом двумерности столкновений для двух значений отношения вертикального эмиттанта к радиальному. Использовано однооборотное приближение с верхней границей возмущения импульса, задаваемой апертурой (около 3 см) вакуумной камеры в полукольцах, и нижней границей, зависящей от A . Параметр связи колебаний выбран с учетом реально наблюдаемого соотношения вертикального и горизонтального фазовых объемов.

Экспериментально полученная кривая расположена немного выше расчетных. Расхождение увеличивается по мере приближения счетчика к орбите и достигает 20 % при $A = 16$ мм. Отличие результатов численного расчета от результатов измерения, по

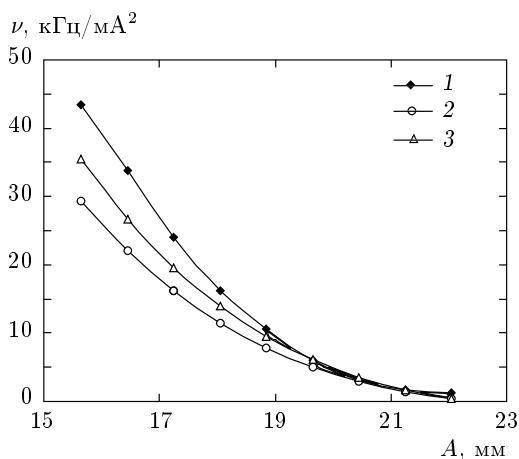


Рис. 10. Сравнение рассчитанных (2, 3) и измеренной (1) зависимостей загрузки сцинтилляционного счетчика от расстояния между ним и орбитой пучка. Параметры расчетов: $\varepsilon_2 = 1.1\%$, $k = 5.5$ (2), 6 (3). Параметры эксперимента (1): $E = 1.55$ ГэВ, $I = 3.0 \rightarrow 2.8$ мА

нашему мнению, обусловлено следующими причинами. Во-первых, в скорость счета входит вклад от рассеяния на остаточном газе. Во-вторых, происходит регистрация дополнительных частиц из гало пучка, которые не учитываются в численном расчете однооборотного приближения. Гало состоит из частиц с большими, порядка размера динамической апертуры, отклонениями энергии от равновесной. Совершив некоторое число оборотов, такие частицы либо падают на стенку вакуумной камеры накопителя, либо возвращаются обратно в пучок. Влияние гало растет с увеличением размера энергетической апертуры, определяемой напряжением ВЧ-резонаторов.

7.2. Зависимость скорости счета тушековских электронов от энергии

В работах [15, 16] представлены результаты измерения зависимости нормированной на квадрат тока и объем пучка скорости счета тушековских электронов от энергии. Измерения выполнялись в диапазоне от 1.85 до 4.0 ГэВ. Для каждого значения энергии напряжение ВЧ-резонатора выставлялось так, чтобы обеспечить постоянную длину сгустка; орбита пучка корректировалась к положению орбиты при энергии 1.85 ГэВ; положение счетчиков выбиралось таким образом, чтобы загрузка внутреннего и наружного счетчиков были равны и при этом расстояние между ними сохранялось неизменным; измерялись ток пучка и все три его размера.

В результате измерений найдено, что скорость счета уменьшается с увеличением энергии как $E^{-2.2 \pm 0.2}$, при этом степень на четыре стандартных отклонения отличается от значения, полученного численным расчетом ($E^{-3.0}$, см. рис. 4). Отличие, по нашему мнению, может быть вызвано следующими факторами: измерения в работах [15, 16] проводились без изучения фоновых условий, на которые существенным образом влияет режим работы ВЭПП-4М; при фиксации длины сгустка с увеличением энергии растет размер энергетической сепаратрисы, что увеличивает вклад многооборотных частиц в скорость счета (в вычислениях используется однооборотное приближение); при энергии меньше 2.8 ГэВ был включен вигглер, увеличивающий разброс по импульсам и, соответственно, уменьшающий интенсивность внутрисгусткового рассеяния (см. рис. 4). Таким образом, для проверки энергетической зависимости требуются дополнительные измерения.

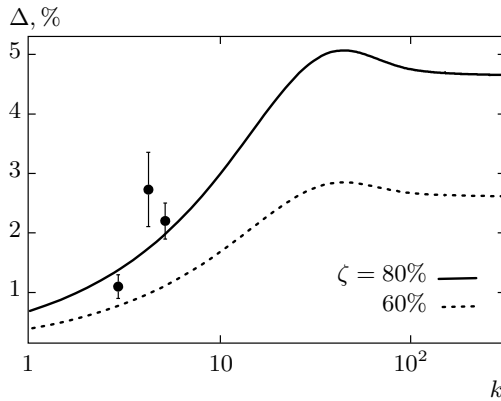


Рис. 11. Расчетная величина скачка в зависимости от параметра связи k для двух степеней поляризации при $E = 1.85$ ГэВ ($A = 1$ см). Точками представлены измеренные значения деполяризационного эффекта

7.3. Зависимость величины деполяризационного скачка от вертикального эмиттанса

В работе [9] нами представлены результаты эксперимента по измерению влияния вертикального эмиттанса пучка на величину деполяризационного скачка, а также соответствующие расчеты по нерелятивистской формуле двумерного приближения. Ранее подобная зависимость, но применительно к другой установке — ВЭПП-2М — и при другой энергии — 500 МэВ, — исследовалась в работе [8].

Из приведенных выше формул $2D$ -приближения следует, что величина поляризационного эффекта в скорости счета зависит от углового разброса в пучке по вертикали. Расчет деполяризационного скачка по формуле (20) представлен на рис. 11. Величина параметра связи в реальных условиях на ВЭПП-4М составляет около $k \approx 3-5$, что соответствует отношению вертикального фазового объема в пучке к горизонтальному, равному нескольким сотым. Расчетный эффект достигает максимума 5% при $k = 40$, а в пределе плоского пучка ($k \rightarrow \infty$) стремится к 4.6%.

На этом же рисунке представлены результаты измерения величины скачка при различных параметрах связи k . Экспериментально был измерен скачок при двух значениях вертикального размера пучка, который регулировался с помощью повернутой на 45° квадрупольной линзой. При уменьшении параметра связи в 1.6 раза величина деполяризационного эффекта снижается с 2% до 1%, что качественно

описывается расчетной кривой для степени поляризации 80%.

Можно предложить следующее объяснение эффекту уменьшения скачка с увеличением вертикального эмиттанса. Относительный вклад поляризации растет с увеличением угла рассеяния θ и максимален при $\theta = \pi/2$ (см. (13)). В то же время основная часть сечения меняется пропорционально θ^{-4} . Поэтому при фиксированном диапазоне возмущений импульса (ε) регистрируемых частиц в л.с.о. основную информацию о поляризации несут события с малыми значениями импульса (q) в с.д.м. Согласно виду функции плотности распределения двумерного приближения $f(k, q)$ (см. рис. 2) с уменьшением параметра связи k (т.е. с увеличением вертикального эмиттанса) доля таких событий должна уменьшаться из-за увеличивающегося провала функции распределения в области малых импульсов.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе модифицированного подхода [12] для расчета интенсивности внутрисгусткового рассеяния с релятивистскими эффектами можно сделать следующие выводы. Нерелятивистские формулы для расчета интенсивности внутрисгусткового рассеяния на ВЭПП-4М можно использовать до энергии 2 ГэВ, при которой релятивистская поправка составляет 10%. Добавим, что роль релятивистской поправки для накопителей нового поколения с эмиттансами порядка 10^{-9} м и энергией в указанном диапазоне будет значительно ослаблена, так как поперечный разброс импульсов в них меньше в разы в сравнении с машинами традиционного типа. В области энергий Υ -резонансов релятивистская поправка составляет более 100%. Таким образом, расчеты показывают существенное влияние релятивизма на интенсивность внутрисгусткового рассеяния при энергии выше 2 ГэВ.

Теория Байера–Каткова–Страховенко [7] показывает, что кулоновские поправки для условий регистрации тушековских частиц в ВЭПП-4М, когда переданный в результате рассеяния относительный импульс $\Delta p/p \gtrsim 1\%$, дают вклад в скорость счета меньше 10^{-4} и могут не учитываться. Кроме того, при этих условиях интенсивность внутрисгусткового рассеяния не зависит от направления поляризации, а вклад поляризации составляет порядка $\Delta p/p$. Кулоновские поправки и поляризационный вклад можно полностью отбросить при расчетах в задаче вычисления параметров пучка ВЭПП-4М. Сравне-

ние результатов расчетов по двумерной релятивистской модели борновского приближения с результатами расчетов по формулам ВКС [7] показало их хорошее согласие.

Полученные в работе формулы для ультрарелятивистского предела показывают, что интенсивность внутрисгусткового рассеяния уменьшается с увеличением энергии как E^{-2} , а величина деполяризационного скачка ведет себя как E^{-4} .

Выполнен расчет верхней и нижней границ переданных продольных импульсов рассеявшихся частиц, попадающих на сцинтилляционный счетчик. Нижняя граница зависит от расстояния от счетчика до пучка и составляет около (0.8–1.0) % при расстояниях 1–2 см.

Вычисленные зависимости скорости счета тушековских электронов от энергии и положения сцинтилляционного счетчика по порядку величины совпадают с полученными экспериментально. Различия обусловлены фоновыми процессами. Нормированная на объем интенсивность внутрисгусткового рассеяния ведет себя как $E^{-3.0}$ при экспериментально наблюдаемой $E^{-2.2}$. Расхождение, по нашему мнению, вызвано вкладом фоновых событий, несовершенством однооборотной модели регистрации, а также особенностями условий эксперимента, в частности, включением вивглера при низкой энергии.

Величина поляризационного вклада существенно зависит от отношения поперечных разбросов импульсов в пучке. Эффект максимален для плоского (одномерного) пучка и уменьшается с увеличением разброса по второй координате. Экспериментальные данные находятся в качественном согласии с данными, полученными по модели.

В заключение необходимо отметить, что применимость тушековского поляриметра при энергии 5 ГэВ определяется возможностью экспериментального наблюдения деполяризационного скачка. При этой энергии величина эффекта составит малую величину 0.1 %, что существенно (в силу уменьшения эффекта Тушека с увеличением энергии) затрудняет обнаружение деполяризационного скачка скорости счета.

Авторы благодарны В. М. Страховенко за ценные замечания, а также В. Е. Блинову и В. Н. Жиличу за всестороннее обсуждение.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ и РФФИ (грант № 11-02-01422-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Blinov, A. Bogomyagkov, S. Karnaev et al., in *8th Europ. Particle Accelerator Conf. (EPAC 2002)*, Paris, France (2002), p. 1954.
2. V. Anashin, O. Anchugov, A. Bondar et al., in *6th Europ. Particle Accelerator Conf. (EPAC 98)*, Stockholm, Sweden (1998).
3. V. M. Aulchenko, V. Balashov, E. Baldin et al. (KEDR), *Phys. Lett. B* **573**, 63 (2003); arXiv:hep-ex/0306050.
4. K. Y. Todyshev (KEDR), *Proc. of Sci. ICHEP-2010*, 218 (2010).
5. V. V. Anashin, V. M. Aulchenko, E. M. Baldin et al., *Phys. Lett. B* **686**, 84 (2010).
6. V. V. Anashin, V. Aulchenko, E. Baldin et al., *JETP Lett.* **85**, 429 (2007).
7. V. M. Strakhovenko, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14**, 012803 (2011).
8. В. Байер, В. Катков, В. Страховенко, *ДАН СССР* **241**, 797 (1978).
9. S. A. Nikitin and I. B. Nikolaev, in *Europ. Particle Accelerator Conf. (EPAC 06)*, Edinburgh, Scotland (2006).
10. А. Ахизер, В. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1981).
11. Л. Ландау, Е. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. II, Наука, Москва (1988).
12. Г. Брук, *Циклические ускорители заряженных частиц*, Атомиздат, Москва (1970).
13. В. Берестецкий, Е. Лифшиц, Л. Питаевский, *Теоретическая физика*, т. 4, Наука, Москва (1989).
14. D. Golubenko and S. Nikitin, *PAC-2001* **4**, 2845 (2001); Д. Ю. Голубенко, С. А. Никитин, Препринт ИЯФ СО РАН 99–100 (1999).
15. V. E. Blinov, A. Bogomyagkov, N. Muchnoi et al., *Nucl. Instrum. Meth. A* **598**, 23 (2009).
16. V. Blinov, V. Kiselev, S. Nikitin et al., in *Proc. Particle Accelerator Conf. (PAC-11)*, New York, USA (2011).