

# ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ ПОЛЯРИТОНОВ В ОДНОМЕРНОМ КАНАЛЕ

*И. Г. Савенко*<sup>a,b,d,\*</sup>, *И. В. Иорш*<sup>a,c</sup>, *М. А. Калитеевский*<sup>a,e</sup>, *И. А. Шелых*<sup>b,d</sup>

<sup>a</sup> *Академический университет — Научно-образовательный центр нанотехнологий Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия*

<sup>b</sup> *Science Institute, University of Iceland  
Dunhagi, Reykjavik, Iceland*

<sup>c</sup> *Department of Physics, Durham University  
Durham, United Kingdom*

<sup>d</sup> *Division of Physics and Applied Physics, Nanyang Technological University  
637371, Singapore*

<sup>e</sup> *Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 9 июля 2012 г.

Изучается временная эволюция пространственной когерентности ансамбля поляритонов в квантовой нити (одномерном канале) в режиме постоянной однородной резонансной накачки. С использованием теоретического подхода, основанного на уравнении Линдблада для одночастичной матрицы плотности, учитывающего поляритон-фононное и экситон-экситонное взаимодействия, исследуется поведение функции когерентности первого порядка  $g^1$  для различных интенсивностей накачки и температуры в диапазоне 1–20 К. Демонстрируется наличие бистабильности и гистерезиса в зависимости функции когерентности первого порядка от интенсивности накачки.

DOI: 10.7868/S0044451013010040

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Экситон-поляритоны — это бозонные квазичастицы, существующие в микрорезонаторе в режиме сильной связи между фотонами и возбуждениями в материи (экситонами) [1]. Ввиду чрезвычайной малости их эффективной массы (в  $10^8$  раз меньшей массы атома водорода), поляритоны способны проявлять квантовые свойства при неожиданно высоких температурах (вплоть до комнатной для структур, основанных на широкозонных полупроводниках) [2, 3]. Формирование макроскопического когерентного состояния в микрорезонаторе обычно называют поляритонной бозе-эйнштейновской конденсацией (БЭК) [4, 5]. В результате конденсации представляется возможным получить когерентное излучение посредством спонтанной эмиссии из состоя-

ния поляритонного конденсата. Этот эффект получил название поляритонной лазерной генерации [6]. Он был экспериментально обнаружен в разных микрорезонаторных системах в образцах с трехмерной [7, 8], а также двумерной [9] активными областями, основанными на квантовых ямах.

Необходимо, однако, отметить в данном ключе, что БЭК поляритонов не является абсолютным аналогом термодинамической БЭК, и на это есть две причины. Во-первых, поляритоны являются двумерными квазичастицами, для которых, согласно теореме Мермина–Вагнера, в термодинамическом пределе переход в состояние БЭК возможен только при температуре абсолютного нуля [10]. Таким образом, поляритоны способны образовывать только локальные сгустки квазиконденсата, размер которых определяется конечной длиной когерентности, которая обычно имеет порядок размера пятна накачки [4, 11]. Во-вторых, время жизни поляритонов конечно, оно составляет единицы пикосекунд и для дости-

\*E-mail: savenko.j@mail.ru

жения равновесного состояния — конденсата — система нуждается в постоянной накачке, оптической или электрической [12].

Важно также упомянуть тот факт, что наблюдение когерентного излучения микрорезонатора не является достаточным подтверждением/условием формирования БЭК в системе [13]. По этой причине были сформулированы дополнительные критерии появления поляритонной конденсации, в частности, условие уменьшения значения функции когерентности второго порядка  $g^{(2)}$  от 2 до 1 [14, 15], кроме того, спонтанное появление линейной поляризации излучения поляритонов при неполяризованной накачке [16] и установление недиагонального дальнего порядка (НДДП)<sup>1)</sup>, который описывается асимптотическим поведением функции когерентности первого порядка  $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . Последний критерий является ключевым объектом исследования в ряде теоретических [17, 18] и экспериментальных [19–21] работ.

Несмотря на то что экспериментальная установка для измерения пространственной когерентности, а именно опыт Юнга с дифракцией пучка света на двойной щели, известна довольно давно, до сих пор не существует единого подхода для теоретического описания и расчета пространственной когерентности. Причиной этого являлось отсутствие метода описания (формализма), который бы одновременно учитывал, с одной стороны, когерентную эволюцию волнового пакета поляритонов в прямом пространстве и, с другой стороны, процессы дефазирования, обусловленные взаимодействием с термализованным резервуаром акустических фононов. Для описания системы взаимодействующих поляритонов до настоящего момента использовались два подхода, а именно, полностью когерентный подход, основанный на решении уравнения Гросса–Питаевского [22, 23], и подход, основанный на полуклассическом уравнении Больцмана для случая полного отсутствия когерентности в системе [12, 24, 25].

Совсем недавно некоторыми из авторов настоящей работы был предложен и развит альтернативный формализм, основанный на уравнении Линдблада, пригодный для описания эволюции одночастичной матрицы плотности системы. Этот подход включает в себя рассмотрение как когерентных, так и некогерентных процессов, происходящих в микрорезонаторе, и позволяет моделировать динамику

<sup>1)</sup> В англоязычной литературе введен термин ODLRO — off-diagonal long range order.

одномерной поляритонной системы в прямом пространстве и обратном (пространстве волновых векторов) [26].

Одномерные поляритонные микроканалы совсем недавно были выращены и экспериментально исследованы [27]. Оказывается, они способны проявлять ряд новых свойств. Капля конденсата в таких системах может распространяться на большие расстояния, на порядки превышающие характерный размер пятна накачки, при этом сохраняя пространственную когерентность. Более того, такой каплей можно эффективно управлять при помощи внешних оптических импульсов [28]. Совсем недавно была опубликована работа, посвященная экспериментальному наблюдению поляритонной конденсации при комнатной температуре в одномерном канале на базе соединения ZnO [29]. Перечисленные научные и технологические достижения способствуют реализации логических элементов и целых интегральных схем, основанных на поляритонах, которые могут появиться уже в ближайшем будущем [30, 31]. В настоящей работе мы исследуем поведение функции когерентности первого порядка в поляритонном канале в режиме постоянной во времени (cw) и однородной в (прямом) пространстве резонансной накачки при различных температурах.

## 2. ФОРМАЛИЗМ

Объектом исследования является функция когерентности первого порядка

$$g^{(1)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \frac{\chi(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')}{\sqrt{\chi(\mathbf{r}', \mathbf{r}')\chi(\mathbf{r}'', \mathbf{r}'')}} \quad (1)$$

где  $\chi(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$  обозначает элемент одночастичной матрицы плотности в прямом пространстве:

$$\chi(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}'') \rangle \equiv \text{Tr}[\rho \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}'')]. \quad (2)$$

Здесь  $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$ ,  $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$  — полевые операторы для поляритонов,  $\rho$  — полная матрица плотности системы. Матрица плотности для  $r$ -пространства может быть найдена как преобразование Фурье от матрицы плотности системы в  $k$ -пространстве,

$$\chi(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^d \times \int \exp\{-i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}' - \mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r}'')\} \chi(\mathbf{k}', \mathbf{k}'') d\mathbf{k}' d\mathbf{k}'', \quad (3)$$

где

$$\chi(\mathbf{k}', \mathbf{k}'') = \langle a_{\mathbf{k}'}^\dagger a_{\mathbf{k}''} \rangle \equiv \text{Tr}[\rho a_{\mathbf{k}'}^\dagger a_{\mathbf{k}''}], \quad (4)$$

$d$  — размерность системы ( $d = 1$  для случая одномерного канала),  $L$  — длина микронити, а  $a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ ,  $a_{\mathbf{k}}$  — операторы рождения и уничтожения поляритонов с волновым вектором  $\mathbf{k}$ . Нормировочная константа в уравнении (3) была выбрана таким образом, чтобы одночастичная матрица плотности была безразмерной в  $k$ -пространстве (т. е. ее диагональные элементы соответствовали бы числам заполнения состояний с выбранным волновым вектором  $\mathbf{k}$ ), при этом в  $r$ -пространстве одночастичная матрица плотности имеет размерность концентрации,  $n(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ .

Для пространственно-однородной системы когерентность первого порядка зависит лишь от абсолютного значения разности ее аргументов,  $g^{(1)}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = g^{(1)}(r)$ , где  $r = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}''|$ . При этом фаза НДЦП (или фаза конденсата) отлична от нуля, если  $\lim_{r \rightarrow \infty} g^{(1)}(r) \neq 0$  [32].

Для исследования поведения функции  $g^{(1)}$  при разных температурах необходима замкнутая система уравнений для элементов одночастичной матрицы плотности. В этой системе должны быть учтены процессы поляритон-поляритонного и поляритон-фононного взаимодействий, а также когерентная накачка и конечное время жизни частиц. (Мы начали развивать эту теорию в наших предыдущих работах [26, 33].) Система описывается полной матрицей плотности, разделенной на поляритонную и фононную части с помощью приближения Борна:  $\rho = \rho_{ph} \otimes \rho_{ph}$ , где фононная часть матрицы плотности системы считается термализованной (корреляторы между состояниями равны нулю) и независимой от времени,  $\rho_{ph} = \exp\{-\beta H_{ph}\}$ . Динамика поляритонной части матрицы плотности определяется гамильтонианом системы, который может быть записан в виде

$$H = \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} \left( P_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} + P_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}} \right) + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{p}} \frac{U_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'(\mathbf{p})}}{2} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}'}^{\dagger} a_{\mathbf{k}+\mathbf{p}} a_{\mathbf{k}'-\mathbf{p}} + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} D_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} (b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^{\dagger}), \quad (5)$$

где  $\mathbf{p}$  — волновой вектор частиц. Здесь первый член в правой части описывает свободное движение поляритонов (кинетическую энергию), второй ответствен за когерентную накачку, третий учитывает поляритон-поляритонное взаимодействие (кулоновское взаимодействие между экситонами в поляритонах), а последний член соответствует некогерентным процессам в системе и описывает взаимодействие с акустическими фононами.

Параметр  $E_{\mathbf{k}}$  здесь обозначает дисперсию свободных поляритонов,  $U(\mathbf{p})$  и  $D(\mathbf{q})$  отвечают амплитудам рассеяния поляритонов на других поляритонах и фононах соответственно. Эти параметры (функции) можно найти, например, в работах [34, 35] для случая двумерных экситонов. Умножая их далее на коэффициенты Хопфилда [36], получаем полные скорости рассеяния<sup>2)</sup>:

$$U_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'(\mathbf{p})} \approx 6E_b \frac{a_B^2}{S} X_{\mathbf{k}} X_{\mathbf{k}'} X_{\mathbf{k}+\mathbf{p}} X_{\mathbf{k}'-\mathbf{p}},$$

$$D_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) = i \sqrt{\frac{\hbar (|\mathbf{q}_{\parallel}|^2 + q_z^2)^{1/2}}{2\rho_m V c_s}} \times \left( d_e I_e^{\parallel} I_e^{\perp} - d_h I_h^{\parallel} I_h^{\perp} \right) X_{\mathbf{k}} X_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}. \quad (6)$$

Здесь  $E_b$  и  $a_B$  — энергия связи экситона в квантовой яме и двумерный боровский радиус,  $X_{\mathbf{p}}$  — экситонный коэффициент Хопфилда,  $q_z$  — перпендикулярная плоскости квантовой ямы компонента волнового вектора,  $w$  — ширина квантовой ямы,  $\rho_m$  — плотность материала квантовой ямы,  $V = Ldw$  — объем квантования,  $c_s$  — скорость звука в исследуемом материале,  $d_e$  и  $d_h$  — деформационные потенциалы для электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне. Формулы для интегралов перекрытия для волновых функций экситона и фотона имеют вид

$$I_{e(h)}^{\parallel} = \left[ 1 + \left( \frac{m_{h(e)}}{2(m_e + m_h)} |\mathbf{q}_{\parallel}| a_B \right)^2 \right]^{-3/2},$$

$$I_{\perp}^{e(h)} = \frac{\pi^2}{\frac{q_z w}{2} \left( \pi^2 - \left( \frac{q_z w}{2} \right)^2 \right)} \sin \frac{q_z w}{2}.$$

В формуле (5)  $b^{\dagger}$ ,  $b$  — операторы соответственно рождения и уничтожения фононов. Коэффициенты  $P_{\mathbf{k}}$  являются интенсивностями резонансной накачки. Физически резонансная накачка означает связь системы с электромагнитным полем с определенной фазой. Накачка проводится, например, лазерным пучком, сфокусированным на квантовой нити. Коэффициенты  $P_{\mathbf{k}}$  являются преобразованиями Фурье от амплитуды накачки в прямом пространстве  $P(\mathbf{x}, t)$ , которая в случае  $cw$  может быть представлена в виде

$$P(\mathbf{x}, t) = P_0(\mathbf{x}) \exp(i\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{x}) \exp(-i\omega_p t). \quad (7)$$

<sup>2)</sup> Коэффициент Хопфилда представляет собой долю экситона в поляритоне для данного волнового вектора  $\mathbf{k}$ .

Здесь  $P_0(\mathbf{x})$  — профиль пятна накачки в  $r$ -пространстве,  $\mathbf{k}_p$  — волновой вектор излучения накачки в плоскости квантовой ямы (угол наклона лазерного пучка по отношению к образцу),  $\omega_p$  — частота излучения накачки.

Гамильтониан (5) можно разделить на когерентную и некогерентную части,  $H = H_{co} + H_{deco}$ . Когерентный член  $H_{co}$  включает в себя кинетическую энергию, резонансную накачку и поляритон-поляритонное взаимодействие (три первых члена в формуле для полного гамильтониана системы). Некогерентная часть  $H_{deco}$  состоит из членов поляритон-фононного взаимодействия (последний член в формуле для полного гамильтониана). Эти две части необходимо рассматривать независимо друг от друга, а полное уравнение для матрицы плотности, учитывающее как когерентные, так и некогерентные процессы, можно затем записать в виде

$$\partial_t \rho = (\partial_t \rho)^{(co)} + (\partial_t \rho)^{(deco)}, \quad (8)$$

где когерентная часть эволюции описывается с помощью уравнения Лиувилля–фон Неймана:

$$i\hbar (\partial_t \rho)^{(co)} = [H_{co}; \rho], \quad (9)$$

а некогерентная часть записывается в виде линдбладовских членов [37]:

$$\begin{aligned} (\partial_t \rho)^{(deco)} &= \\ &= -\frac{1}{\hbar^2} \int_{-\infty}^t [H_{deco}(t); [H_{deco}(t'); \rho(t)]] dt' = \\ &= \delta_{\Delta E} [2 (H^\dagger \rho H^- + H^- \rho H^\dagger) - \\ &- (H^\dagger H^- + H^- H^\dagger) \rho - \rho (H^\dagger H^- + H^- H^\dagger)]. \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь символ  $\delta_{\Delta E}$  означает сохранение энергии, члены  $H^\dagger$  и  $H^-$  соответствуют процессам создания и разрушения частиц внешнего фононного резервуара,

$$\begin{aligned} H_{deco} &= H^\dagger + H^-, \quad H^\dagger = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} D_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{q}}^\dagger, \\ H^- &= (H^\dagger)^\dagger. \end{aligned}$$

Сшивая полученные выше уравнения, можно получить полную систему уравнений для эволюции поляритонной системы (эволюции одночастичной матрицы плотности):

$$\partial_t \chi(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \text{Tr} \left\{ (\partial_t \rho) a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}'} \right\} \equiv \partial_t \langle a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}'} \rangle, \quad (11)$$

где след берется по всем степеням свободы системы. В явном виде динамика диагональных и недиагональных элементов описывается как

$$\begin{aligned} \{\partial_t \chi(\mathbf{k}, \mathbf{k}')\} &= \frac{i}{\hbar} (E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'}) \chi(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + \\ &+ \frac{i}{\hbar} (P_{\mathbf{k}}^* \langle a_{\mathbf{k}'} \rangle - P_{\mathbf{k}'} \langle a_{\mathbf{k}} \rangle^*) - \left( \frac{1}{2\tau_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{2\tau_{\mathbf{k}'}} \right) \chi(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + \\ &+ i \frac{U}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{p}} \chi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_1 - \mathbf{p}) [\chi(\mathbf{k} - \mathbf{p}, \mathbf{k}') - \chi(\mathbf{k}, \mathbf{k}' + \mathbf{p})] + \\ &+ \chi(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \left\{ \sum_{\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}} < E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) [\chi(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \mathbf{k} + \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph}] + \right. \\ &+ \sum_{\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}} > E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) [-\chi(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \mathbf{k} + \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph} - 1] + \\ &+ \sum_{\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}'} < E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) [\chi(\mathbf{k}' + \mathbf{q}, \mathbf{k}' + \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph}] + \\ &\left. + \sum_{\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}'} > E_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) [-\chi(\mathbf{k}' + \mathbf{q}, \mathbf{k}' + \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph} - 1] \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

где первый член в правой части учитывает кинетическую энергию свободных частиц, второй и третий члены отвечают за резонансную накачку и конечное время жизни поляритонов в резонаторе, четвертый описывает поляритон-поляритонное взаимодействие, а остальная часть уравнения описывает рассеяние поляритонов на акустических фононах. Здесь  $n_{\mathbf{q}}^{ph}$  соответствует числу фононов с волновым вектором  $\mathbf{q}$  и находится из распределения Бозе, а  $W(\mathbf{q})$  — скорость перехода поляритонов между состояниями в  $k$ -пространстве в процессе взаимодействия с фононами. Последний параметр определяется матричными элементами поляритон-фононного взаимодействия [35],

$$\begin{aligned} W(\mathbf{q}) &= \frac{2\pi}{\hbar} \frac{w}{2\pi} \int |D(\mathbf{q}_{\parallel}, q_z)|^2 \times \\ &\times \delta\{E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'} - \hbar\omega_{ph}(\mathbf{q}_{\parallel}, q_z)\} dq_z, \quad (13) \end{aligned}$$

где  $w$  — ширина квантовой ямы, локализирующей экситон поляритона. Дельта-функция в выражении (13) может быть аппроксимирована, например, лоренцианом. Скорость рассеяния  $W(\mathbf{q})$  зависит не только от разности волновых векторов  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ , но и от их абсолютных значений, поскольку аргумент  $\delta$ -функции содержит значения энергий свободных поляритонов  $E_{\mathbf{k}}$ . Необходимо отметить, что при выводе членов кулоновского взаимодействия между поляритонами мы «расцепляли» четверные корреляторы на двойные. Например, коррелятор

$$\langle a_{k_1}^\dagger a_{k_2}^\dagger a_{k_3} a_{k_4} \rangle \approx \langle a_{k_1}^\dagger a_{k_3} \rangle \langle a_{k_2}^\dagger a_{k_4} \rangle.$$

Такое приближение можно считать обоснованным, если речь не идет о так называемом режиме «ультрасильной связи».

Из формулы (12) видно, что для того, чтобы учесть когерентную накачку, необходимо также знать динамику параметров порядка  $\langle a_{\mathbf{k}} \rangle$ . Система уравнений становится полной, если добавить  $N$  уравнений:

$$\begin{aligned} \partial_t \langle a_{\mathbf{k}} \rangle = & -\frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{k}} \langle a_{\mathbf{k}} \rangle - \frac{i}{\hbar} P_{\mathbf{k}} - \frac{\langle a_{\mathbf{k}} \rangle}{2\tau_{\mathbf{k}}} - \\ & - \frac{i}{\hbar} U \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{p}} \chi(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \mathbf{k} + \mathbf{q} - \mathbf{p}) \langle a_{\mathbf{k}+\mathbf{p}} \rangle + \\ & + \left\{ \sum_{\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}} < E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) (\chi(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \mathbf{k} + \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph}) + \right. \\ & \left. + \sum_{\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}} > E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) (-\chi(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \mathbf{k} + \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph} - 1) \right\} \langle a_{\mathbf{k}} \rangle. \end{aligned} \quad (14)$$

После того как одночастичная матрица плотности найдена в  $k$ -пространстве, переход к  $r$ -пространству совершается при помощи обычного преобразования Фурье (см. уравнение (3)). Далее, в режиме  $\sigma\omega$  резонансной накачки представляется возможным исследовать поведение функции когерентности первого порядка (1) для различных температур кристаллической решетки и накачек.

В рассматриваемом случае однородной в пространстве постоянной накачки систему уравнений можно сильно упростить и для стационарного состояния найти интересующие нас зависимости. Действительно, поскольку  $g^1 = g^1(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) = g^1(r)$ , необходимо знать матрицу плотности как функцию разности двух координат, а не как функцию двух координат независимо. Тогда вместо уравнений (12), (14) для стационарного состояния мы можем записать:

$$\begin{aligned} \chi(\mathbf{k}, \mathbf{k}) = & \frac{2}{\hbar} \text{Im} \{ (P_{\mathbf{k}}^* \langle a_{\mathbf{k}} \rangle) \} \delta_{\mathbf{k}=0} \times \\ & \times \left\{ -\frac{1}{\tau_{\mathbf{k}}} + \sum_{\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}} < E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) [\chi(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \mathbf{k} + \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph}] + \right. \\ & \left. + \sum_{\mathbf{q}, E_{\mathbf{k}} > E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) [-\chi(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \mathbf{k} + \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph} - 1] \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (15)$$

и уравнение для параметра порядка изменится и примет вид

$$\begin{aligned} \langle a_{\mathbf{k}=0} \rangle = & \frac{i}{\hbar} P_{\mathbf{k}} \delta_{\mathbf{k}=0} \times \\ & \times \left\{ -\frac{i}{\hbar} (E_{\mathbf{k}} - \omega_p) - \frac{i}{\hbar} U \sum_{\mathbf{p}} \chi(\mathbf{p}, \mathbf{p}) - \frac{1}{2\tau_{\mathbf{k}}} + \right. \\ & + \sum_{\mathbf{q}, E_0 < E_{\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) (\chi(\mathbf{q}, \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph}) + \\ & \left. + \sum_{\mathbf{q}, E_0 > E_{\mathbf{q}}} W(\mathbf{q}) (-\chi(\mathbf{q}, \mathbf{q}) - n_{\mathbf{q}}^{ph} - 1) \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Расчет можно проводить, решая либо систему дифференциальных уравнений (12), (14), либо систему нелинейных алгебраических уравнений (15), (16). Мы использовали первый способ, однако в принципе оба метода равноправны. В уравнениях (15), (16) члены релаксации энергии на акустических фонах входят в обе формулы, а член кулоновского взаимодействия есть только в уравнении для параметра порядка (16). Этот член и обуславливает синий сдвиг поляритонной дисперсии и приводит к бистабильному поведению концентрации основного состояния (состояния с  $\mathbf{k} = 0$ ).

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассматриваемая система представляет собой одномерную квантовую нить (шириной 2, длиной 100 мкм), находящуюся в квантовой яме GaAs в микрорезонаторе (см. рис. 1). Расчетное расщепление Раби составляет 11 мэВ. Как уже говорилось выше, резонансная накачка взята однородной в прямом пространстве (размер пятна накачки предполагается большим, чем длина канала). Результаты расчетов представлены на рис. 2, 3.

Рисунок 2 служит иллюстрацией распределения функции пространственной когерентности в  $r$ -пространстве в зависимости от интенсивности резонансной накачки, которая накачивает основное состояние  $k = 0$ . Вставка иллюстрирует поведение  $g^{(1)}(r)$  для разных температур. Видно, что пространственная когерентность монотонно убывает с увеличением расстояния  $r$ . Для  $r \rightarrow \infty$  она приходит к значению насыщения  $g_{\infty}$ , определяющему процент когерентных частиц в системе. Значение насыщения когерентности всецело определяется интенсивностью накачки и температурой. Уменьшение температуры приводит к возрастанию  $g_{\infty}$  (см. вставку), и для  $T = 0$  имеем  $g_{\infty} = 1$  (этот график не показан на рисунке). Зависимость  $g_{\infty}$  от интенсивности накачки  $P$  несколько сложнее. При некотором значении  $P$  система демонстрирует бистабиль-

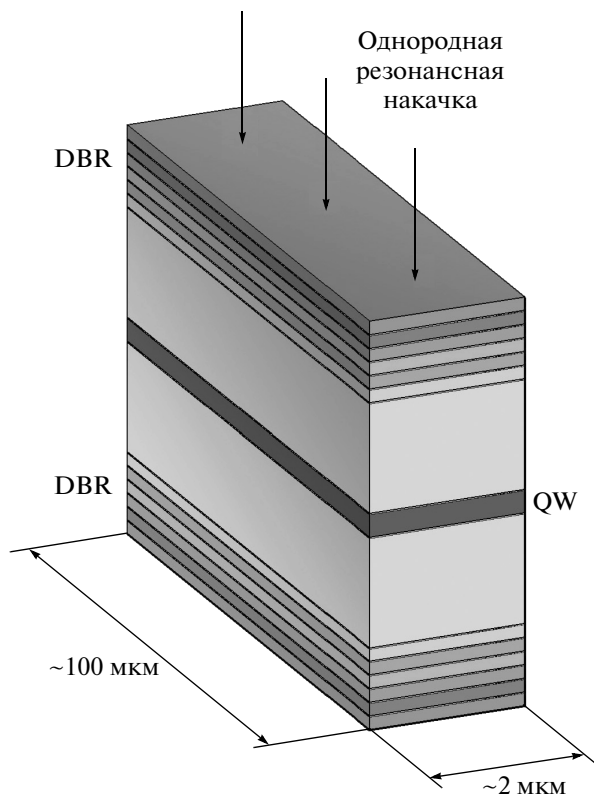


Рис. 1. Схематическое изображение одномерного поляритонного канала в микрорезонаторе в режиме однородной в  $r$ -пространстве резонансной накачки. DBR — распределенное брэгговское зеркало, QW — квантовая яма

ный «прыжок»  $g_\infty$ . Бистабильное поведение при резонансной накачке было широко изучено в микрорезонаторных системах теоретически [33, 38] и экспериментально [39]. В полупроводниковых микрорезонаторах бистабильность возникает ввиду конкуренции между так называемым синим сдвигом поляритонов, обусловленным их взаимодействием, и усилением резонансного поглощения накачки, когда энергия поляритонов входит в резонанс с энергией оптической моды. В частности, если возбуждающий лазер несколько расстроен по отношению к нижней поляритонной дисперсии, поглощение света частично ограничено из-за расстройки. Но по мере увеличения концентрации поляритонов в системе процессы их рассеяния друг на друге приводят к возрастанию энергий частиц, и в результате положительной обратной связи в какой-то момент система снова приходит к резонансному поглощению.

Если начальная расстройка превышает некоторое критическое значение, спектр эмиссии поляр-

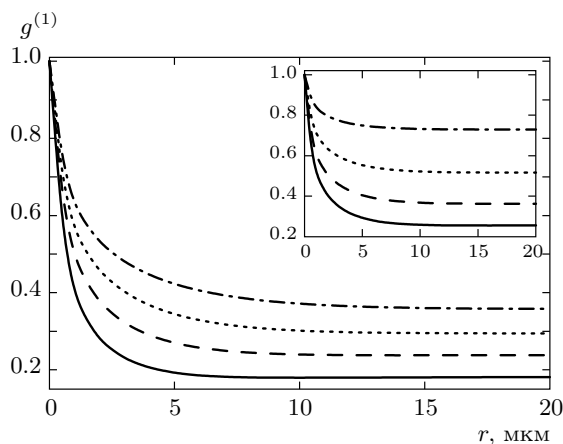


Рис. 2. Пространственная когерентность в системе в режиме постоянной резонансной накачки: функция  $g^{(1)}(r)$  для различных интенсивностей накачки  $P = 24, 27, 32, 40 \text{ ps}^{-1}$  (соответствуют кривым сверху вниз) при  $T = 20 \text{ K}$ . На вставке — функция  $g^{(1)}(r)$  для различных температур  $T = 5, 10, 15, 20 \text{ K}$  (сверху вниз) при  $P = 30 \text{ ps}^{-1}$

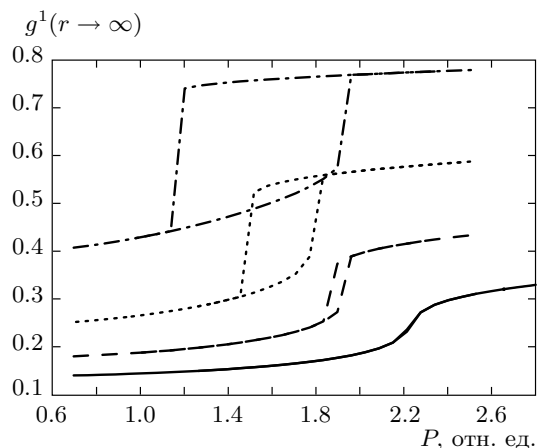


Рис. 3. Пространственная когерентность в системе в режиме постоянной резонансной накачки: зависимость  $g_\infty^{(1)}$  от интенсивности накачки демонстрирует бистабильное поведение и гистерезис. Кривые представлены для разных температур  $T = 5, 10, 15, 20 \text{ K}$  (сверху вниз)

тонов в ответ на изменение интенсивности накачки принимает S-форму с неустойчивостью в центральной части, которая соответствует диапазону накачек, где для одного и того же значения интенсивности накачки существуют два устойчивых состояния. Выбор системой того или иного состояния зависит не только от интенсивности накачки, но и от

предыстории системы — в полной аналогии с ферромагнитными металлами, которые проявляют бистабильное поведение и гистерезис. Гистерезис концентрации поляритонов приводит и к гистерезису функции  $g_\infty$ , что и проиллюстрировано на рис. 3. Необходимо отметить, что параметры петли гистерезиса поляритонной системы сильно зависят от температуры. Увеличение температуры приводит к уменьшению уширения петли гистерезиса и к ее исчезновению при температуре несколько десятков кельвинов [33]. Это сказывается и на зависимости функции  $g^1$  от интенсивности накачки, на которой петля гистерезиса постепенно исчезает с увеличением роли фононов в динамике системы. На настоящий момент изучаемый в данной работе подход (основанный на одночастичной матрице плотности) является единственным, позволяющим исследовать зависимость пространственной когерентности от температуры. И поскольку, как обсуждалось во Введении, экспериментальные данные свидетельствуют о сильном влиянии температуры на поведение системы, предложенная нами теория представляет значительный интерес.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием подхода, основанного на одночастичной матрице плотности, исследована пространственная когерентность первого порядка для одномерной поляритонной нанонити для различных значений интенсивности однородной резонансной накачки и температуры. Продемонстрированы бистабильное поведение и гистерезис пространственной когерентности.

Авторы выражают благодарность И. Б. Магнуссону (E. V. Magnusson) за помощь в численных расчетах. Работа выполнена при поддержке проектов FP7 IRSES «POLAPHEN» и «POLALAS», а также Rammis «Center of Excellence in Polaritonics».

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 10-02-01184, 11-02-12268). И. Г. С. выражает благодарность Eimskip Foundation.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. Kavokin, J. Baumberg, G. Malpuech, and F. Laussy, *Microcavities*, Clarendon Press, Oxford (2006).
2. S. Christopoulos, G. B. H. von Högersthal, A. J. D. Grundy et al., *Phys. Rev. Lett.* **98**, 126405 (2007).
3. D. D. Solnyshkov, T. Weiss, G. Malpuech, and N. A. Gippius, *Appl. Phys. Lett.* **99**, 111110 (2011).
4. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann et al., *Nature* **443**, 409 (2006).
5. R. Balili et al., *Science* **316**, 1007 (2007).
6. A. Imamoglu, R. Ram, S. Pau, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. A* **53**, (1996).
7. S. Christopoulos, G. Baldassarri, H. von Hogersthal et al., *Phys. Rev. Lett.* **98**, 126405 (2007).
8. J. J. Baumberg, A. V. Kavokin, S. Christopoulos et al., *Phys. Rev. Lett.* **101**, 136409 (2008).
9. G. Christmann, R. Butte, E. Feltn, J.-F. Carlin, and N. Grandjean, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 051102 (2008).
10. P. Hohenberg, *Phys. Rev.* **158**, (1967).
11. M. Richard, J. Kasprzak, R. Romestain, R. André, and L. S. Dang, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 187401 (2005).
12. J. Kasprzak, D. D. Solnyshkov, R. Andre, Le Si Dang, and G. Malpuech, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 146404 (2008).
13. L. V. Butov and A. V. Kavokin, *Nature Photonics* **6**, 2 (2012).
14. Hui Deng, G. Weihs, C. Santori, J. Bloch, and Y. Yamamoto, *Science* **4**, 199 (2002).
15. F. P. Laussy, G. Malpuech, A. Kavokin, and P. Bigenwald, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 016402 (2004).
16. F. Laussy, I. A. Shelykh, A. V. Kavokin, and G. Malpuech, *Phys. Rev. B* **73**, 035315 (2006).
17. D. Sarchi and V. Savona, *Phys. Rev. B* **75**, 115326 (2007).
18. T. D. Doan, H. T. Cao, D. B. T. Thoai, and H. Haug, *Phys. Rev. B* **78**, 205306 (2008).
19. A. Baas, J.-P. Karr, M. Romanelli, A. Bramati, and E. Giacobino, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 176401 (2006).
20. H. Deng, G. S. Solomon, R. Hey, K. H. Ploog, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 126403 (2007).
21. G. Nardin, K. G. Lagoudakis, M. Wouters et al., *Phys. Rev. Lett.* **103**, 256402 (2009).
22. I. Carusotto and C. Ciuti, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 166401 (2004).
23. I. A. Shelykh, Y. G. Rubo, G. Malpuech, D. D. Solnyshkov, and A. Kavokin, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 066402 (2006).

24. D. Porras, C. Ciuti, J. J. Baumberg, and C. Tejedor, *Phys. Rev. B* **66**, 085304 (2002).
25. T. D. Doan, H. T. Cao, D. B. T. Thoi, and H. Haug, *Phys. Rev. B* **72**, 085301 (2005).
26. I. G. Savenko, E. B. Magnusson, and I. A. Shelykh, *Phys. Rev. B* **83**, 165316 (2011).
27. E. Wertz, L. Ferrier, D. D. Solnyshkov et al., *Nature Phys.* **6**, 860 (2010).
28. G. Tosi, G. Christmann, N. G. Berloff et al., *Nature Phys.* **8**, 190 (2012).
29. A. Trichet, L. Sun, G. Pavlovic et al., *Phys. Rev. B* **83**, 041302 (2011).
30. T. C. H. Liew, I. A. Shelykh, and G. Malpuech, *Physica E* **43**, 1543 (2011); M. Kaliteevski, S. Brand, R. A. Abram, I. Iorsh, A. V. Kavokin, and I. A. Shelykh, *Appl. Phys. Lett.* **95**, 251108 (2009).
31. T. C. H. Liew, A. V. Kavokin, T. Ostatnicky, M. Kaliteevski, I. A. Shelykh, and R. A. Abram, *Phys. Rev. B* **82**, 033302 (2010).
32. A. J. Leggett, *Quantum Liquids: Bose Condensation and Cooper Pairing in Condensed-Matter Systems*, Oxford Univ. Press, Oxford (2006).
33. E. B. Magnusson, I. G. Savenko, and I. A. Shelykh, *Phys. Rev. B* **84**, 195306 (2011).
34. F. Tassone and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. B* **59**, 16 (1999).
35. C. Piermarocchi et al., *Phys. Rev. B* **53**, 15834 (2004).
36. D. D. Solnyshkov, I. A. Shelykh, N. A. Gippius, A. V. Kavokin, and G. Malpuech, *Phys. Rev. B* **77**, 045314 (2008).
37. H. Carmichael, *An Open Systems Approach to Quantum Optics*, Springer, New York (1993).
38. N. A. Gippius, I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov et al., *Phys. Rev. Lett.* **98**, 236401 (2007).
39. A. Baas, J.-Ph. Karr, M. Romanelli, A. Bramati, and E. Giacobino, *Phys. Rev. B* **70**, 161307(R) (2004).