

# СКЕЙЛИНГ В РЕЖИМЕ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА В НАНОСТРУКТУРАХ $n$ -InGaAs/GaAs

Ю. Г. Арапов, С. В. Гудина, А. С. Клепикова, В. Н. Неверов\*,  
С. Г. Новокшионов, Г. И. Харус, Н. Г. Шелушинина, М. В. Якунин

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук  
620041, Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 22 октября 2012 г.

Экспериментально исследовано продольное  $\rho_{xx}(B)$  и холловское  $\rho_{xy}(B)$  магнитосопротивления в режиме целочисленного квантового эффекта Холла в наноструктурах  $n$ -InGaAs/GaAs с двойной квантовой ямой в диапазоне магнитных полей  $B = (0-16)$  Тл и температур  $T = (0.05-70)$  К до и после ИК-подсветки. Проведен анализ полученных результатов в рамках гипотезы скейлинга с учетом эффектов межэлектронного взаимодействия.

DOI: 10.7868/S0044451013070171

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Режим квантового эффекта Холла (КЭХ) можно рассматривать как последовательность квантовых фазовых переходов диэлектрик–металл–диэлектрик при сканировании уровнем Ферми плотности состояний неупорядоченной  $2D$ -системы в квантующем магнитном поле. В рамках концепции скейлинга [1, 2] (см., например, обзор [3]) ширина перехода между соседними плато КЭХ, так же как и ширина соответствующего пика на зависимости  $\rho_{xx}(B)$ , должны стремиться к нулю по степенному закону  $T^\kappa$ . Здесь  $\kappa = p/2\xi$ , множитель  $p$  определяет температурную зависимость времени неупругого рассеяния  $\tau_{in} \propto T^{-p}$ ,  $\xi$  — критический индекс длины локализации.

Первые экспериментальные исследования гетероструктур  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{InP}$  с низкой подвижностью [4] показали справедливость скейлинговой гипотезы: температурные зависимости ширины пиков  $\rho_{xx}$  и величины, обратной максимальному наклону на ступеньках  $\rho_{xy}$ ,  $(d\rho_{xy}/dB)_{max}^{-1}$ , для этих структур хорошо описываются степенным законом  $T^\kappa$  с показателем  $\kappa = 0.42 \pm 0.05$  при  $T = (0.1-4.2)$  К для уровней Ландау с номерами  $0^-$ ,  $1^+$ ,  $1^-$ . В более поздних работах также наблюдалась скейлинговая зависимость для переходов плато–плато в режиме

КЭХ с показателем степени  $\kappa = (0.42-0.46)$  для гетероструктур GaAs/AlGaAs и квантовых ям  $p$ -SiGe. Но в некоторых экспериментальных работах ставился вопрос об универсальности данного значения  $\kappa$  (см. обзорную статью [3]).

Более того, в работе Шахара и др. [5] обнаружены зависимости, существенно отличающиеся от критического поведения, предсказанного теорией скейлинга, вплоть до самых низких температур. При изучении перехода плато КЭХ–изолятор на серии гетероструктур GaAs/AlGaAs и InGaAs/InP при температурах до 70 мК найдена экспоненциальная зависимость  $\rho_{xx}$  от фактора заполнения  $\nu = n/n_B$  ( $n$  — концентрация электронов,  $n_B = eB/h$ ) с обеих сторон от критического значения  $\nu_c$ :

$$\rho_{xx} = \exp\left(-\frac{\Delta\nu}{\nu_0(T)}\right), \quad (1)$$

где  $\Delta\nu = |\nu - \nu_c|$ , а эффективная ширина перехода  $\nu_0(T)$  меняется с изменением температуры по линейному закону  $(\alpha T + \beta)$ . Это означает, что при  $T \rightarrow 0$  ширина перехода остается конечной, что не соответствует концепции квантового фазового перехода.

С другой стороны, подробное исследование фазового перехода плато КЭХ–изолятор для набора гетероструктур InGaAs/InP и квантовой ямы InGaAs/GaAs в работах Пруискена и де Визера с соавторами [6] выявило универсальное скейлинговое поведение ширины перехода со средним значением критического индекса  $\kappa = 0.56 \pm 0.02$ .

\*E-mail: neverov@imp.uran.ru

В нашей предыдущей работе [7] проведен сравнительный анализ температурных зависимостей ширины переходов плато-плато в режиме КЭХ для двойных квантовых ям  $n$ -InGaAs/GaAs и гетероструктур  $p$ -Ge/GeSi. В то время как истинно скейлинговое поведение со значением критического индекса  $\kappa = 0.48 \pm 0.04$  обнаружено в системе InGaAs/GaAs, в системах Ge/GeSi, как и в работе Шахара и др. [5], наблюдалась линейная по температуре зависимость  $\nu_0(T)$ . Мы связали разницу в поведении  $\nu_0(T)$  с разным характерным масштабом примесного потенциала в этих системах: короткодействующий примесный потенциал в InGaAs/GaAs (сплавное рассеяние в слоях твердого раствора InGaAs) и сравнительно плавный потенциал для электронов в слоях Ge (рассеяние электронов на удаленных примесях в барьерах).

Целью данной работы является подробное исследование переходов плато-плато квантового эффекта Холла в наноструктуре  $n$ -InGaAs/GaAs в рамках теории скейлинга.

## 2. ХАРАКТЕРИСТИКА ОБРАЗЦОВ

Исследованы  $2D$ -структуры с двойными квантовыми ямами GaAs/In<sub>0.2</sub>Ga<sub>0.8</sub>As/GaAs, выращенные методом металлоорганической газофазной эпитаксии на полуизолирующей подложке GaAs в НИФТИ Нижегородского университета группой Звонкова. Гетероструктуры представляли собой последовательность эпитаксиальных слоев, формирующих две квантовые ямы In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As шириной 5 нм, разделенные барьером 10 нм. Структуры симметрично  $\delta$ -легированы Si в барьерах на расстоянии 19 нм от гетерограниц.

Проведены измерения продольной и холловской компонент тензора сопротивления  $\rho_{xx}(B, T)$  и  $\rho_{xy}(B, T)$  в магнитных полях  $B \leq 16$  Тл, в интервале температур  $T = 0.05$ –70 К и при разной концентрации электронов, которая изменялась путем подсветки образцов инфракрасным (ИК) излучением при наивысшей температуре эксперимента. Электрофизические параметры исследованных образцов приведены в табл. 1. Обратим внимание на резкое возрастание как концентрации, так и подвижности носителей тока после воздействия ИК-подсветки.

Темновой образец представляет собой структуру с двойной сильно связанной квантовой ямой, где присутствуют носители двух типов от подзон симметричных и антисимметричных состояний с раз-

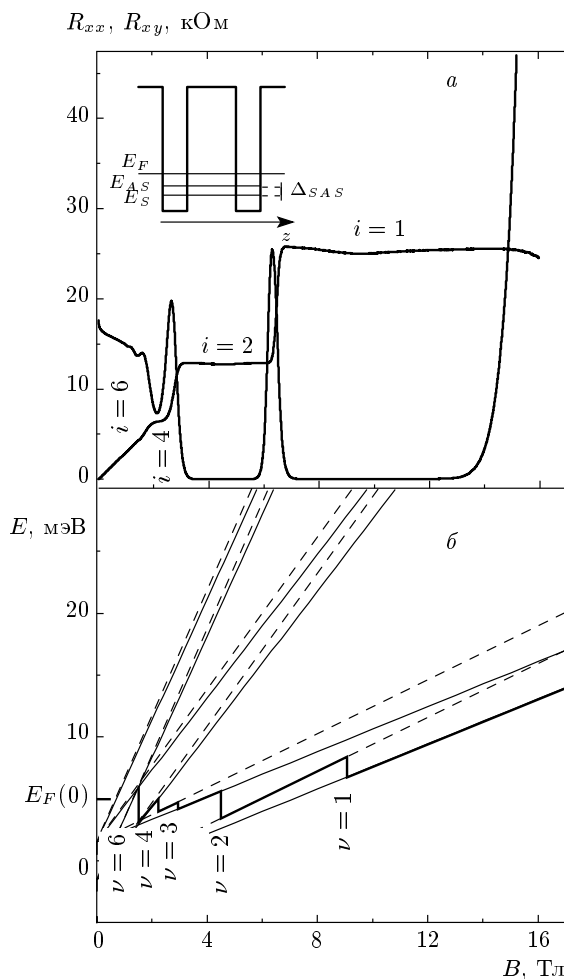


Рис. 1. Зависимости компонент тензора магнитосопротивления  $R_{xx}(B, T)$  и  $R_{xy}(B, T)$  в режиме квантового эффекта Холла при  $T = 0.05$  К (а) и рассчитанная картина уровней Ландау для темнового образца с двойной квантовой ямой № 3892а (б). На вставке: схематическая диаграмма профиля потенциала для образца № 3892а,  $\Delta_{SAS}$  — энергетическая щель между симметричным ( $E_S$ ) и антисимметричным ( $E_{AS}$ ) подуровнями пространственного квантования

личающимися подвижностями [8]. В этом образце параметры носителей заряда в подзонах были определены при  $T \geq 10$  К по квазиклассическому положительному магнитосопротивлению и эффекту Холла по формулам для носителей двух типов [9]. При  $T < 10$  К наблюдается отрицательное магнитосопротивление, связанное с вкладом квантовой интерференционной поправки, который не позволил нам разделить носители двух типов квазиклассическим методом при низких температурах.

На рис. 1 приведены зависимости компонент тен-

**Таблица 1.** Концентрация  $n$  и подвижность  $\mu$  носителей заряда в структурах в зависимости от воздействия ИК-излучения

Образец	$T$ , К	$n \cdot 10^{-15}$ , $\text{м}^{-2}$			$\mu$ , $\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$
		1	2	3	
№ 3892a	1.7 (He4)	2.2	2.1	2.3	1.2
№ 3892b	0.05 (He3–He4)	5.0	4.7	4.8	2.7
	1.6 (He4)	5.1	4.9	5.0	2.8

*Примечание.* 3892a — темновой образец; 3892b — засвеченный образец. Приведены значения концентрации, определенные разными методами: 1 — квантовый эффект Холла; 2 — осцилляции Шубникова–де Гааза; 3 — коэффициент Холла в слабом поле. Во втором столбце указаны температуры, при которых определялись параметры образцов, в скобках указан способ получения температуры для засвеченных образцов: He4 — жидкий гелий 4; He3–He4 — рефрижератор растворения He3–He4

зора магнитосопротивления  $R_{xx}(B, T)$  и  $R_{xy}(B, T)$  в режиме квантового эффекта Холла при  $T = 0.05$  К и рассчитанная картина уровней Ландау для темнового образца с двойной квантовой ямой. Жирной линией схематически показано движение уровня Ферми,  $E_F$ , по уровням Ландау с изменением магнитного поля.

После освещения ИК-излучением структура оказывается выведенной из баланса [8], туннельный эффект сильно ослабевает и система представляет собой две почти независимые квантовые ямы с разной концентрацией носителей. Параметры носителей в ямах были определены методом фурье-анализа осцилляций Шубникова–де Гааза [10].

На рис. 2 приведены зависимости компонент тензора магнитосопротивления  $R_{xx}(B, T)$  и  $R_{xy}(B, T)$  в режиме квантового эффекта Холла при  $T = 0.05$  К и рассчитанная картина уровней Ландау для образца с двойной квантовой ямой после освещения. Жирной линией схематически показано движение уровня Ферми по уровням Ландау с изменением магнитного поля.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Явление целочисленного квантового эффекта Холла (КЭХ), обнаруженного фон Клитцингом с соавторами [11], оказалось тесно связанным с проблемой локализации электронов в  $2D$ -системе в квантующем магнитном поле  $B$ . В работах Лафлина [12] и Гальперина [13] было показано, что для существования КЭХ необходимо наличие узких полос делокализованных состояний вблизи середины каждой из

подзон Ландау, при условии что все остальные состояния являются локализованными.

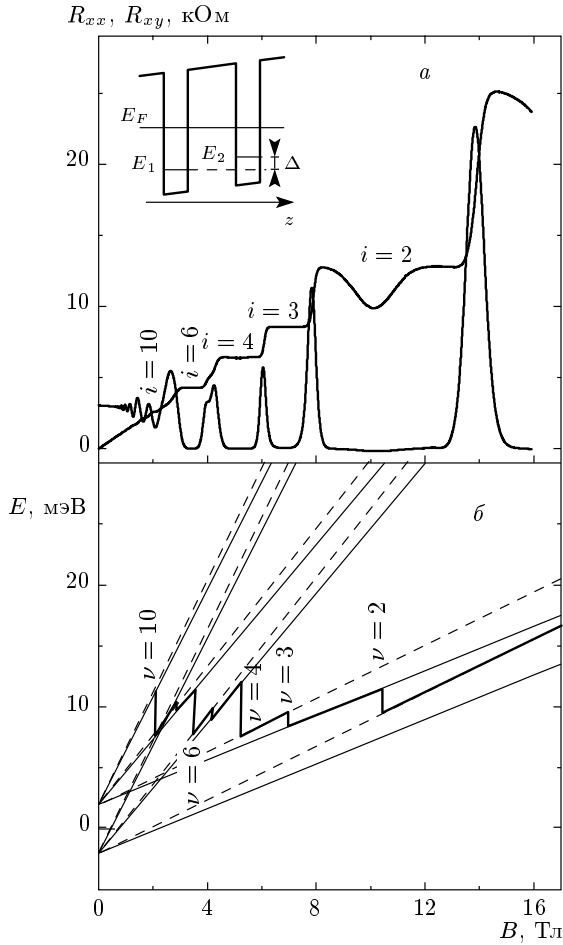
В работе Левине, Либби и Пруискена (LLP) [1] для объяснения КЭХ была предложена гипотеза двухпараметрического скейлинга, приводящая к существованию как локализованных, так и делокализованных (вблизи середины подзон Ландау) состояний в спектре неупорядоченной  $2D$ -системы в квантующем магнитном поле. Подробное изложение концепции двухпараметрического скейлинга можно найти в работах Пруискена [2], а также Хмельницкого [14].

Квантовые фазовые переходы плато–плато в режиме КЭХ происходят при строго определенных значениях магнитного поля, при которых уровень Ферми совпадает с энергией делокализованных состояний  $E_c$  в центре подзоны Ландау, и проводимость  $\sigma_{xx}(B)$  достигает максимального (пикового) значения. Равенство  $E_F = E_c$  соответствует полуцелым значениям степени заполнения  $\nu = \nu_c = i + 1/2$ , а также полуцелым значениям  $\sigma_{xy}$  (в единицах  $e^2/h$ ). В этой работе будут исследованы именно области переходов плато–плато КЭХ в окрестности критических значений магнитного поля.

При изучении перехода плато–плато в наших образцах использовалась методика описания  $\sigma_{xy}(B)$  с помощью параметра  $s$  [15, 16]:

$$s(\nu) = \exp(-\Delta\nu/\nu_0(T)). \quad (2)$$

Здесь  $\Delta\nu = |\nu - \nu_c|$  — отклонение фактора заполнения от критического значения, а  $\nu_0(T)$  — ширина полосы делокализованных состояний при температуре  $T$ . Для описания перехода между плато КЭХ с номерами  $(i - 1)$  и  $i$  ( $\nu_c = i - 0.5$ ) мы использовали функциональную зависимость недиагональной

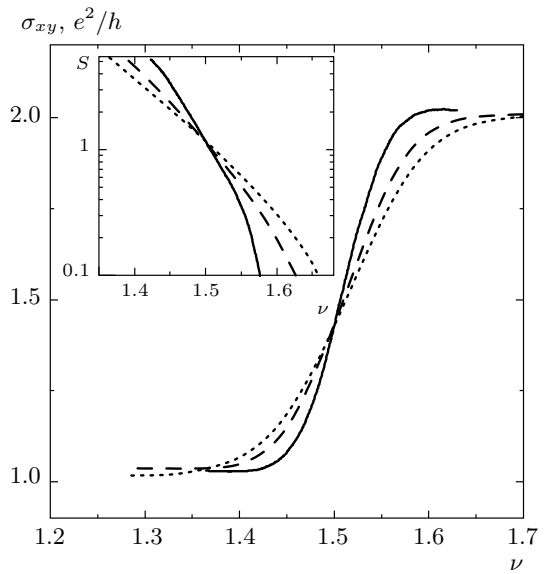


**Рис. 2.** Зависимости компонент тензора магнетосопротивления  $R_{xx}(B, T)$  и  $R_{xy}(B, T)$  в режиме квантового эффекта Холла при  $T = 0.05$  К (а) и рассчитанная картина уровней Ландау для образца № 3892b с двойной квантовой ямой после максимальной засветки (б). На вставке схематическая диаграмма профиля потенциала для образца № 3892b,  $\Delta$  — энергетическая щель между уровнями пространственного квантования  $E_1$  и  $E_2$  в отдельных ямах

компоненты тензора проводимости от параметра  $s$  в следующем виде [15] (в единицах  $e^2/h$ ):

$$\sigma_{xy} = i - \frac{s^2}{1 + s^2}. \quad (3)$$

В работе [16] для описания переходов плато–плато КЭХ предложены более общие формулы  $\rho_{xx}(s, \eta)$  и  $\rho_{xy}(s, \eta)$ , учитывающие зависимость от двух скейлинговых параметров: «существенного» (relevant)  $s$  и «несущественного» (irrelevant)  $\eta$ . При  $\eta \approx 0$  эти



**Рис. 3.** Зависимость холловской проводимости  $\sigma_{xy}$  в зависимости от фактора заполнения  $\nu$  в области перехода  $1 \rightarrow 2$  при  $T = 0.2$  К (сплошная линия); 0.5 К (штриховая); 1 К (пунктир). На вставке зависимость параметра  $s$  от фактора заполнения в полулогарифмическом масштабе

выражения при пересчете на  $\sigma_{xx}(s)$  и  $\sigma_{xy}(s)$  эквивалентны формуле (3)<sup>1</sup>.

Анализируя зависимость  $\sigma_{xy}(\nu)$  в окрестности точки  $\nu_c$ , можно получить зависимость  $s(\nu)$ , а из нее определить ширину полосы делокализованных состояний при данной температуре  $\nu_0(T)$ .

Нами был проведен анализ экспериментальных данных для образцов №№ 3892a, b по схеме, описанной выше, для переходов между плато 1 и 2 ( $1 \rightarrow 2$ ) в темновом образце № 3892a и для переходов  $1 \rightarrow 2$ ;  $2 \rightarrow 3$ ;  $3 \rightarrow 4$  в образце № 3892b с максимальной засветкой. Для примера на рис. 3 приведены зависимости  $\sigma_{xy}(\nu)$  и  $s(\nu)$  для перехода  $1 \rightarrow 2$  в образце № 3892b при различных температурах.

Для темнового образца № 3892a обнаружено, что температурная зависимость ширины полосы делокализованных состояний для перехода  $1 \rightarrow 2$  описывается степенной зависимостью  $\nu_0 \sim T^\kappa$  с показателем степени  $\kappa = 0.48 \pm 0.04$  (рис. 4), что достаточно хо-

<sup>1</sup> Следуя работе [17], параметр  $\eta = \pm(T/T_1)^{2.5}$  можно оценить из значений  $\rho_{xx}(1, \eta)$  и  $\rho_{xy}(1, \eta)$  по формулам (83), (84) работы [16]. Наши оценки дают  $\eta(1 \text{ К}) \leq 0.01$  ( $T_1 \geq 6.3 \text{ К}$ ) для перехода  $2 \rightarrow 3$  и  $\eta(1 \text{ К}) \leq 0.02$  ( $T_1 \geq 4.8 \text{ К}$ ) для перехода  $3 \rightarrow 4$  в образце № 3892b, что находится в пределах ошибки измерений. При дальнейшей обработке результатов мы пренебрегли поправкой от  $\eta$ .

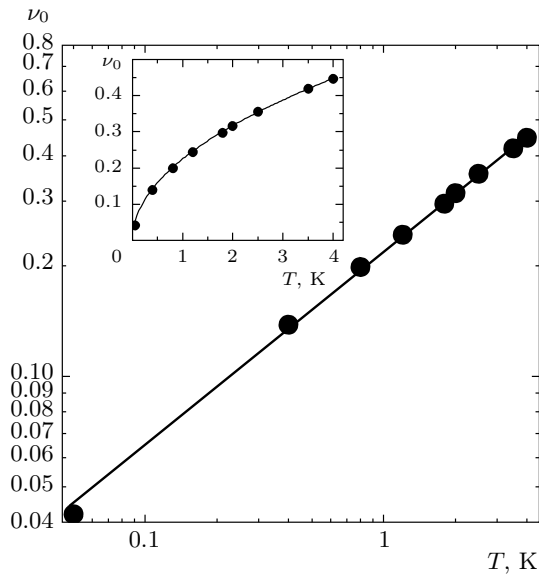


Рис. 4. Зависимость ширины полосы делокализованных состояний от температуры для темного образца № 3892a для перехода  $1 \rightarrow 2$  в двойном логарифмическом масштабе. На вставке та же зависимость в линейном масштабе

рошо соответствует классическому результату Вея и др. [4]:  $\kappa = 0.42 \pm 0.05$ .

При исследовании переходов  $2 \rightarrow 3$  и  $3 \rightarrow 4$  в образце № 3892b с максимальной концентрацией электронов также наблюдалась степенная зависимость ширины полосы делокализованных состояний от температуры, однако с другими значениями показателя степени:  $\kappa = 0.22 \pm 0.01$  для перехода  $2 \rightarrow 3$  и  $\kappa = 0.21 \pm 0.01$  для перехода  $3 \rightarrow 4$  (рис. 5).

В отличие от результата для темного образца № 3892a, в случае засвеченного образца № 3892b для перехода  $1 \rightarrow 2$  наблюдается линейная зависимость ширины полосы делокализованных состояний от температуры ( $\alpha T + \beta$ ) с параметрами  $\alpha = 0.045 \pm 0.03$  и  $\beta = 0.049 \pm 0.02$  (вставка на рис. 5).

В табл. 2 представлены значения критических магнитных полей  $B_c$ , оценка магнитной длины  $l_B$  для этих полей, а также наблюдаемый тип температурной зависимости  $\nu_0(T)$  в системе с двойной квантовой ямой до (образец № 3892a) и после (образец № 3892b) подсветки.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В теоретических и экспериментальных работах [6, 18–21] отмечена существенная роль короткодей-

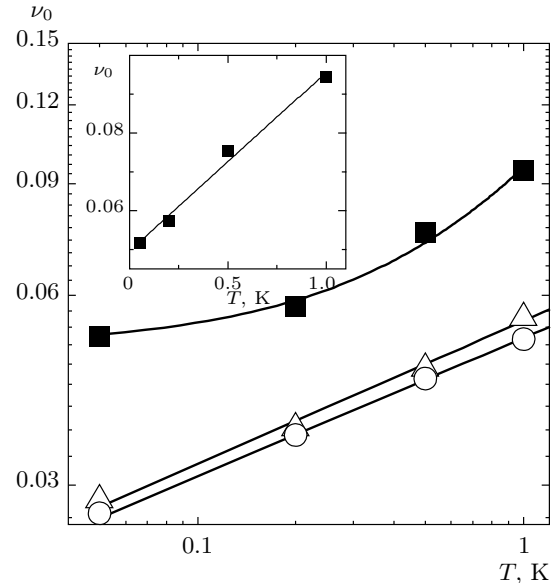


Рис. 5. Зависимость ширины полосы делокализованных состояний от температуры для засвеченного образца № 3892b  $n$ -InGaAs/GaAs для переходов  $1 \rightarrow 2$  (■);  $2 \rightarrow 3$  (△);  $3 \rightarrow 4$  (○) в двойном логарифмическом масштабе. На вставке  $\nu_0(T)$  для перехода  $1 \rightarrow 2$  в линейном масштабе

ствующего случайного примесного потенциала для обнаружения скейлинговых зависимостей, тогда как крупномасштабный примесный потенциал значительно усложняет наблюдение критических квантовых явлений. В экспериментальной работе [20] на квантовых ямах  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$  с контролируемым короткодействующим сплавным потенциалом наблюдается универсальная скейлинговая зависимость с параметром  $\kappa = 0.42 \pm 0.01$  для переходов плато–плато в области концентраций  $0.0065 < x < 0.016$ , с хорошей точностью воспроизводящая результат Вея и др. [4]. При больших величинах  $x$  показатель степени  $\kappa$  увеличивается примерно до 0.58, что, по-видимому, вызвано образованием кластеров атомов Al и, тем самым, изменением характера рассеивающего потенциала.

В продолжение работы [20] в работе [21] проведены тщательные исследования переходов плато–плато КЭХ (переход  $3 \rightarrow 4$ ) в образце  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{Al}_{0.32}\text{Ga}_{0.68}\text{As}$  с  $x = 0.85\%$  при сверхнизких температурах. С хорошей точностью подтверждено существование скейлинговой зависимости с  $\kappa = 0.42 \pm 0.01$  в широком интервале температур от 1.2 К до 12 мК.

В исследованной нами системе  $n$ -InGaAs/GaAs с

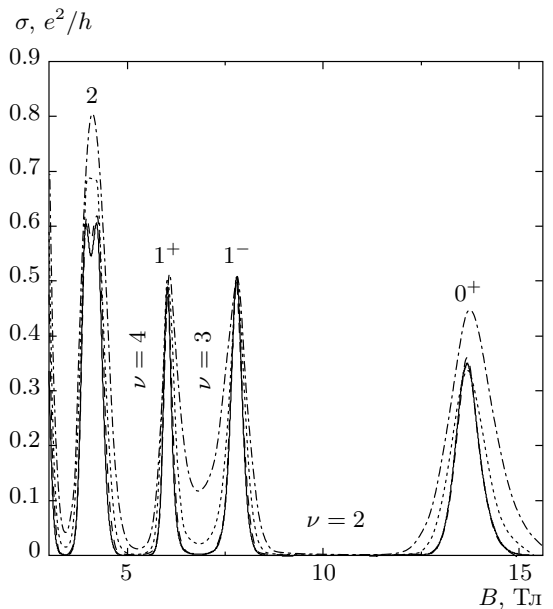
**Таблица 2.** Критические магнитные поля  $B_c$  для исследованных переходов плато–плато КЭХ, величины магнитных длин  $l_B$  для этих полей и вид температурной зависимости  $\nu_0(T)$  для исследуемых образцов

Образец	Переход	$B_c$ , Тл	$l_B$ , Å	$\nu_0(T)$	Значения параметров
№ 3892a	1 → 2	7.0	97	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^\kappa$	$\kappa = 0.48 \pm 0.04$ $T_0^\kappa = 4.5 \pm 0.1$
№ 3892b	2 → 3	7.8	92	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^\kappa$	$\kappa = 0.22 \pm 0.01$ $T_0^\kappa = 18.2 \pm 0.2$
№ 3892b	3 → 4	6.0	105	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^\kappa$	$\kappa = 0.21 \pm 0.01$ $T_0^\kappa = 19.4 \pm 0.2$
№ 3892b	1 → 2	14.1	68	$\alpha T + \beta$	$\alpha = 0.045 \pm 0.003$ $\beta = 0.049 \pm 0.002$

двойной квантовой ямой даже в отсутствие подсветки (образец № 3892a) для перехода 1 → 2 наблюдается реальное скейлинговое поведение с показателем степени  $\kappa = 0.48 \pm 0.04$ , что близко к экспериментальным результатам работ [4, 20, 21]. Такое поведение, как и в работе Ли с соавторами [20, 21], может быть обусловлено решающей ролью короткодействующего потенциала сплавного рассеяния, в данном случае на атомах In в твердом растворе InGaAs.

Уникальные результаты получены для системы с двойной квантовой ямой с максимальной концентрацией электронов и максимальной подвижностью после инфракрасной подсветки (см. рис. 6). Критическое поведение  $\nu_0(T)$  для переходов 2 → 3 и 3 → 4 прекрасно соответствует значению  $\kappa = 0.21$ , что ранее наблюдалось лишь для перехода между нерасщепленными по спину уровнями Ландау (переход 2 → 4 в гетероструктурах  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{InP}$  [22]). Напомним, что  $\kappa = p/2\xi$  есть комбинация двух микроскопических параметров, а именно, коэффициента  $p$ , определяющего температурную зависимость времени неупругого рассеяния,  $\tau_{in} \propto T^{-p}$ , и критического индекса длины локализации  $\xi$ . В связи с этим в работе [22] обсуждается вопрос, на какой из процессов (неупругое рассеяние или локализация) оказывает влияние изменение спинового вырождения.

Теоретические представления [1, 2] относятся к системе невзаимодействующих электронов, тогда как в реальных системах необходимо учитывать электрон-электронное ( $e-e$ ) взаимодействие. Попытки учесть влияние  $e-e$ -взаимодействия на критические свойства переходов плато–плато в режиме целочисленного КЭХ предпринимались и ранее (см., например, [23]), однако последовательный подход развит в работах [24, 25] и изложен в рабо-



**Рис. 6.** Низкотемпературные зависимости продольной проводимости от магнитного поля для ИК-засвеченного образца № 3892b InGaAs/GaAs при  $T = 0.05$  К (сплошная кривая), 0.2 К (штриховая), 0.5 К (пунктир), 1 К (штрихпунктир);  $n = 5.1 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$ ,  $\mu = 2.7 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$

те [26]. Обобщенный подход [24–26] согласовывает LLP-механизм делокализации в условиях сильного квантующего магнитного поля [1] с теорией Финкельштейна для эффектов локализации и  $e-e$ -взаимодействия [27]. При этом обосновывается применимость скейлинговой концепции при рассмотрении ширины переходов плато–плато КЭХ для взаимодействующих электронов (трехпараметрический

скейлинг). В частности, для случая короткодействующего потенциала  $e$ - $e$ -взаимодействия фиксированная точка, соответствующая делокализованному состоянию при  $\sigma_{xy} = i + 1/2$ , остается стабильной относительно взаимодействия [23–25].

Теория двухпараметрического скейлинга (для невзаимодействующих электронов) [1, 2] или трехпараметрического скейлинга (с учетом  $e$ - $e$ -взаимодействия) [24–26], решая принципиальные вопросы, не дает конкретных значений критических индексов. Результаты численных расчетов критического индекса длины локализации для модели невзаимодействующих электронов, полученные Хакестейном и Крамером [28] и подтвержденные во многих последующих работах (см. обзор [3], а также ссылку [6] в работе [26]), таковы:  $\xi = 2.35 \pm 0.03$ . Эти результаты в последнее время подвергнуты ревизии, что привело к большему значению  $\xi = 2.62 \pm 0.06$  (см. [29], а также [30] и ссылки там).

Количественные оценки предполагаемого значения параметра  $\kappa$  в моделях с учетом короткодействующего  $e$ - $e$ -взаимодействия немногочисленны и разноречивы. Приведем оценки, сделанные разными авторами.

1. Ли и Ванг [23]:  $\kappa = 0.21$  ( $\xi = 2.3$ ,  $z = 2$  — динамический критический индекс,  $\kappa = 1/z\xi$ );

2. Пруискен, Баранов [24]:  $\kappa = 0.21$  ( $\xi = 2.3$ ,  $p = 1$ );

3. Пруискен, Бурмистров [26]:  $\kappa = 0.29 \pm 0.04$  ( $\xi = 2.30$ – $2.38$ ,  $p = 1.22$ – $1.48$ ); если взять  $\xi = 2.62 \pm 0.06$ , то получим  $\kappa = 0.26 \pm 0.05$ ;

4. Бурмистров и др. [31]:  $p \approx 1.62$ ;  $\kappa \approx 0.346$  (при  $\xi \approx 2.35$ ) и  $\kappa \approx 0.314$  (при  $\xi \approx 2.59$ ).

Отметим, что в работах [24, 31] предлагается способ экспериментальной реализации  $2D$ -системы с конечным радиусом действия  $e$ - $e$ -потенциала, а именно, введение в образец параллельного металлического слоя [24] (внешнего металлического затвора [31]), что привело бы к эффективному экранированию дальнедействующего кулоновского потенциала.

В случае кулоновского потенциала  $e$ - $e$ -взаимодействия для теоретических значений критических индексов в области переходов плато–плато КЭХ ( $\kappa$ ,  $\xi$ ,  $p$ ) в настоящее время не существует ни аналитических предсказаний, ни развитых приближенных численных методов [31]. Более того, в работах [25, 26] на фундаментальном уровне доказывается, что дальнедействующий кулоновский потенциал (в отличие от потенциала с конечным радиусом действия) переводит проблему переходов плато–плато КЭХ в другой (не фермижидкостный) класс универсальности.

Сообразуясь с неоднозначными предсказаниями существующей теории, мы выскажем два предположения о причинах изменения температурного поведения ширины переходов плато–плато КЭХ в исследуемой системе после ИК-подсветки.

а) Причина «фундаментальная», принимающая во внимание особенности движения электронов в двойной квантовой яме.

В темновом образце с сильной туннельной связью между одиночными ямами состояния электронов определяются симметричной (S) и антисимметричной (AS) комбинациями волновых функций отдельных ям (см. вставку на рис. 1а) [8, 32]. В результате электроны с равной вероятностью находятся в обеих одиночных ямах, составляющих двойную квантовую яму. Ситуация практически эквивалентна движению электронов в единой яме, как, например, в экспериментах Вея и др. [4] или Ли с соавторами [20, 21].

С другой стороны, как показывают наши предыдущие исследования [33, 34], ИК-подсветка выводит систему из баланса (см. вставку на рис. 2а), и электроны в  $z$ -направлении локализуются преимущественно в пределах той или иной одиночной ямы. В реальном пространстве система представляет собой два практически независимых проводящих слоя, параллельных друг другу. Хотя микроскопическое описание ситуации пока отсутствует, мы видим, что наблюдаемое поведение системы (реальный скейлинг с  $\kappa \approx 0.21$ ) соответствует выводам работ [23, 24] или оценкам работы [26] (в пределах ошибки измерений и расчетов) для случая  $e$ - $e$ -потенциала с конечным радиусом действия.

б) Причина «тривиальная».

ИК-подсветка существенно увеличивает концентрацию и подвижность носителей, и, тем самым, улучшается однородность системы. В результате, в освещенном образце проявляется реальный скейлинг с  $\kappa \approx 0.21$ , а в темновом происходит искажение реальной картины из-за неоднородности образца. При этом близость «искаженного» значения  $\kappa \approx 0.48 \pm 0.04$  к классическому  $\kappa \approx 0.42$  является случайной.

Если справедливо предположение (а), то могут оказаться перспективными исследования скейлинговых зависимостей в режиме КЭХ именно в системах с двойными квантовыми ямами. При этом величину туннельной связи (степень независимости отдельных слоев) можно регулировать с помощью затвора [35] и/или продольного магнитного поля [32, 36].

Как следует из табл. 2, в рассмотренных системах скейлинговый закон нарушается в сильных маг-

нитных полях  $B \approx 14$  Тл, где для перехода  $1 \rightarrow 2$  в засвеченном образце наблюдается линейная зависимость  $\nu_0(T)$  (см. вставку на рис. 5). Мы полагаем, что переход от степенной зависимости к линейной с ростом магнитного поля в соответствии с квантовой моделью двумерной перколяционной сетки, развитой Пруискенем с соавторами [18], обусловлен изменением соотношения магнитной длины  $l_B = (\hbar c/eB)^{1/2}$  и величины  $a$  — корреляционной длины случайного примесного потенциала.

Действительно, в работе [18] показано, что для плавного случайного потенциала с  $a > l_B$  эффективная ширина полосы состояний, вносящих вклад в проводимость в режиме КЭХ,  $W_{eff}$ , остается конечной даже при  $T \rightarrow 0$  из-за квантового туннелирования в окрестности седловых точек. При конечной температуре, согласно работе [18],

$$W_{eff} = W_0 + \tau_{in}^{-1}, \quad (4)$$

где  $W_0$  — ширина полосы делокализованных состояний при  $T = 0$ . Выражение (4) соотносится с экспериментальной зависимостью  $(\alpha T - \beta)$  в засвеченном образце как  $\beta = W_0/W$ , где  $W$  — полная ширина уровня Ландау, а наблюдаемая линейная температурная зависимость соответствует зависимости  $\tau_{in} \propto T^{-1}$ .

Из данных, приведенных в табл. 2, видно, что магнитная длина для перехода  $1 \rightarrow 2$  в образце с подсветкой по крайней мере в 1.5 раза меньше, чем для всех остальных случаев. Таким образом, действительно можно полагать, что смена степенной зависимости  $\nu_0(T)$  на линейную связана с переходом к движению электронов в плавном случайном потенциале с  $a/l_B > 1$ . Оценка в поле  $B = 14$  Тл дает  $a \geq l_B \approx 70 \text{ \AA}$ , т.е. можно полагать, что величина характерного масштаба случайного примесного потенциала в данной структуре порядка  $70 \text{ \AA}$ .

В исследуемой системе  $n$ -InGaAs/GaAs с максимальной концентрацией и подвижностью после ИК-подсветки уникальные результаты получены также и для продольной проводимости  $\sigma_{xx}$  в режиме КЭХ. На рис. 6 представлены зависимости  $\sigma_{xx}(B)$  при низких температурах,  $T \leq 1$  К, для образца № 3892b. Замечательно, что для спин-расщепленных пиков  $1^-$  и  $1^+$  (соответствующих переходам  $2 \rightarrow 3$  и  $3 \rightarrow 4$  между плато КЭХ) при  $T \leq 0.05$  К мы имеем  $\sigma_{xx}^c = (0.5 \pm 0.05)e^2/h$  для максимальных (критических) значений  $\sigma_{xx}$ :  $\sigma_{xx}^c \equiv \sigma_{xx}(B_c)$ . Это наблюдение находится в прекрасном соответствии с результатами численного моделирования для различных моделей примесного потенциала:  $\sigma_{xx}^c = (0.5 \pm 0.05)e^2/h$  [3, 37, 38]. Эти расчеты

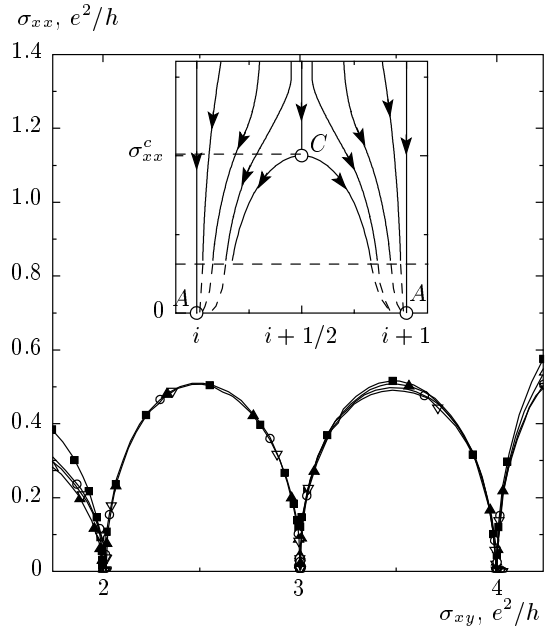


Рис. 7. График зависимости  $\sigma_{xx}(\sigma_{xy})$  для образца № 3892b. На вставке интегральные кривые системы уравнений двухпараметрического скейлинга согласно теоретическим представлениям [1, 2]: A — фиксированные точки, соответствующие плато квантового эффекта Холла; C — фиксированная точка, соответствующая делокализованному состоянию в центре подзоны Ландау

обычно плохо подтверждаются экспериментом, большинство исследователей сообщает о критических значениях амплитуды пиков  $\sigma_{xx}$  в режиме КЭХ,  $\sigma_{xx}^c(T \rightarrow 0)$ , на (40–80) % меньше теоретически ожидаемого значения  $0.5e^2/h$  (см., например, обзоры [39, 40]). Такое расхождение, как и наблюдаемые отклонения от скейлингового поведения температурной зависимости ширины переходов КЭХ  $\nu_0(T)$ , обычно связывается с недостаточной однородностью исследуемых образцов [6, 19].

Из рис. 6 видно также, что спиновое расщепление пика  $2^\pm$  становится все более и более выраженным по мере понижения температуры (что соответствует формированию плато КЭХ с  $i = 5$ ), при этом для каждого из этих пиков  $\sigma_{xx}^c \rightarrow 0.6e^2/h$  при  $T \rightarrow 0.05$  К. С другой стороны, в ультраквантовом пределе магнитных полей для пика  $0^-$  мы имеем  $\sigma_{xx}^c \approx 0.35e^2/h$ , что существенно меньше теоретического значения  $0.5e^2/h$ , как и во многих других экспериментальных работах [39–41].

Для образца № 3892b на рис. 7 представлены экспериментальные данные для продольной проводимости  $\sigma_{xx}$  как функции холловской проводимости



$\sigma_{xy}$  при различных температурах. Данные приведены для интервала  $1.8 \leq \sigma_{xy} \leq 0.42$  (в единицах  $e^2/h$ ), что соответствует заполнению подуровней Ландау  $0^-$  ( $1 \leq \sigma_{xy} \leq 2$ );  $1^+$  ( $2 \leq \sigma_{xy} \leq 3$ ) и  $1^-$  ( $3 \leq \sigma_{xy} \leq 4$ ). Проведены также огибающие кривые для фиксированных температур.

Зависимости  $\sigma_{xx}(\sigma_{xy})$  для пиков  $1^+$  и  $1^-$  соответствуют представлениям теории двухпараметрического скейлинга (см. вставку на рис. 7). Максимальное (пиковое) значение  $\sigma_{xx}(B) = \sigma_{xx}^c$  должно достигаться, когда уровень Ферми совпадает с энергией делокализованных состояний  $E_c$  в центре подзоны Ландау, что соответствует полужелым значениям степени заполнения  $\nu_c$  (а также полужелым значениям  $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}^c = i + 1/2$ ). На рис. 7 видно, что огибающие кривые  $\sigma_{xx}(\sigma_{xy})$  симметричны относительно линий  $\sigma_{xy} = 2.5$ ,  $\sigma_{xy} = 3.5$  (в единицах  $e^2/h$ ), что свидетельствует о хорошем качестве (однородности) исследованных образцов. Как уже говорилось выше, для пиков  $1^-$  ( $\sigma_{xy}^c = 3.5e^2/h$ ) и  $1^+$  ( $\sigma_{xy}^c = 2.5e^2/h$ ) наблюдаемое пиковое значение  $\sigma_{xx}^c = (0.5 \pm 0.05)e^2/h$  находится в соответствии с результатами численных расчетов для режима КЭХ [3, 37, 38].

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально изучены магнитопольевые зависимости продольного  $\rho_{xx}(B)$  и холловского  $\rho_{xy}(B)$  сопротивлений в режиме целочисленного квантового эффекта Холла в наноструктурах  $n$ -InGaAs/GaAs с двойной квантовой ямой в широком диапазоне магнитных полей и температур до и после ИК-подсветки.

Исследована температурная зависимость ширины переходов плато-плато КЭХ и, тем самым, получены сведения о температурной зависимости ширины полосы делокализованных состояний  $\nu_0(T)$  вблизи середины подзон Ландау в режиме КЭХ. Реальное скейлинговое поведение  $\nu_0(T) \propto T^\kappa$  наблюдается для перехода  $1 \rightarrow 2$  в неосвещенном образце ( $\kappa = 0.48 \pm 0.04$ ) и для переходов  $2 \rightarrow 3$  ( $\kappa = 0.22 \pm 0.01$ ) и  $3 \rightarrow 4$  ( $\kappa = 0.21 \pm 0.01$ ) в образце после воздействия ИК-излучения. Найденные значения  $\kappa$  находятся в хорошем соответствии с экспериментально наблюдаемыми величинами критического индекса в классических [4, 22] и новых работах [20, 21], в которых исследовались  $2D$ -системы с короткодействующим примесным потенциалом.

Наблюдаемую в сильных магнитных полях  $B > 14$  Тл линейную зависимость  $\nu_0(T) = \alpha T + \beta$  (с конечным значением  $\beta$ ) мы связываем с изменением

соотношения масштаба случайного потенциала и длины волны электрона (магнитной длины) и с эффективным переходом к крупномасштабному потенциалу ( $a > l_B$ ) в ультраквантовой области магнитных полей.

Построены диаграммы скейлинга в координатах  $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$  в интервале значений  $\sigma_{xy} = (2 - 4)e^2/h$ . Симметрия огибающих кривых  $\sigma_{xx}(\sigma_{xy})$  относительно полужелых значений ( $\sigma_{xy} = 2.5$  и  $\sigma_{xy} = 3.5$  в единицах  $e^2/h$ ), а также независимые от номера пика значения критических величин  $\sigma_{xx}^c = (0.5 \pm 0.05)e^2/h$  для пиков  $1^-$  и  $1^+$  соответствуют предсказаниям теории скейлинга в режиме КЭХ, что позволяет сделать вывод о хорошем качестве (однородности) исследованных образцов, особенно, после ИК-подсветки.

Измерения частично были проведены в ЦКП УрО РАН «Испытательный центр нанотехнологий и перспективных материалов».

Работа выполнена в рамках Программы президента РАН (12-П-2-1051) и при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 11-02-00427, 12-02-00202).

## ЛИТЕРАТУРА

1. H. Levine, S. Libby, and A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. Lett. **51**, 1915 (1983).
2. A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. Lett. **61**, 1297 (1988); *Квантовый эффект Холла*, под ред. Р. Пренджа и С. Гирвина, Мир, Москва (1989), с. 127.
3. B. Huckestein, Rev. Mod. Phys. **67**, 367 (1995).
4. H. P. Wei, D. C. Tsui, M. A. Paalanen et al., Phys. Rev. Lett. **61**, 1294 (1988).
5. D. Shahar, M. Hilke, C. C. Li et al., Sol. St. Comm. **107**, 19 (1998).
6. A. de Visser, L. A. Ponomarenko, G. Galistu et al., arXiv:cond-mat/0608482 и ссылки там.
7. Yu. G. Arapov, G. I. Narus, I. V. Karskanov et al., Physica B **404**, 5192 (2009).
8. Ю. Г. Арапов, И. В. Карсканов, В. Н. Неверов, Г. И. Харус, Н. Г. Шелушина, М. В. Якунин, ФНТ **35**, 44 (2009).
9. R. Fletcher, M. Tsaousidou, T. Smith et al., Phys. Rev. B **71**, 155310 (2005).
10. S. Yamada et al., J. Appl. Phys. **72**, 569 (1992).

11. K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
12. R. B. Laughlin, *Phys. Rev. B* **23**, 563 (1981).
13. B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **25**, 2185 (1982).
14. Д. Е. Хмельницкий, *Письма в ЖЭТФ* **38**, 454 (1983).
15. P. T. Coleridge, *Phys. Rev. B* **60**, 4493 (1999).
16. B. Karmakar, M. R. Gokhale, A. P. Shah et al., *Physica E* **24**, 187 (2004).
17. A. M. M. P. Pruisken, D. T. N. de Lang, L. A. Ponomarenko, and A. de Visser, *Sol. St. Comm.* **137**, 540 (2006).
18. A. M. M. P. Pruisken, B. Scoric, and M. A. Baranov, *Phys. Rev. B* **60**, 16838 (1999).
19. A. M. M. P. Pruisken, D. T. N. de Lang, L. A. Ponomarenko et al., *Sol. St. Comm.* **137**, 540 (2006).
20. W. Li, G. A. Csáthy, D. C. Tsui et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 206807 (2005).
21. W. Li, C. L. Vicente, J. S. Xia et al., *Phys. Rev. Lett.* **102**, 216801 (2009).
22. S. W. Hwang, H. P. Wei, L. W. Engel et al., *Phys. Rev. B* **48**, 11416 (1993).
23. D.-H. Lee and Z. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4014 (1996).
24. A. M. M. P. Pruisken and M. A. Baranov, *Europhys. Lett.* **31**, 543 (1995).
25. A. M. M. P. Pruisken and I. S. Burmistrov, *Ann. Phys. (N. Y.)* **322**, 1265 (2007).
26. A. M. M. P. Pruisken and I. S. Burmistrov, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 252 (2008).
27. A. M. Finkelstein, *Int. J. Mod. Phys. B* **24**, 1855 (2010) и ссылки там.
28. B. Huckestein and B. Kramer, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1437 (1990).
29. K. Slevin and T. Ohtsuki, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 382 (1999).
30. H. Obuse, I. A. Gruzberg, and F. Evers, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 206804 (2012).
31. I. S. Burmistrov, S. Bera, F. Evers, I. V. Gornyi, and A. D. Mirlin, *Ann. Phys. (N. Y.)* **326**, 1457 (2011).
32. Ю. Г. Арапов, С. В. Гудина, В. Н. Неверов, С. М. Подгорных, М. В. Якунин, *ФНТ* **39**, 58 (2013).
33. Ю. Г. Арапов, С. В. Гудина, В. Н. Неверов, С. М. Подгорных, М. В. Якунин, *Труды XIX Уральской международной зимней школы по физике полупроводников*, Екатеринбург (2012), с. 104.
34. Ю. Г. Арапов, С. В. Гудина, В. Н. Неверов, С. М. Подгорных, М. В. Якунин, *ФНТ* **39**, № 4 (2013).
35. A. Palevski, F. Beltram, F. Capasso et al., *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1929 (1990); Y. Berk, A. Kamenev, A. Palevski, L. N. Pfeiffer, and W. West, *Phys. Rev. B* **50**, 15420 (1994).
36. Y. Berk, A. Kamenev, A. Palevski, L. N. Pfeiffer, and W. West, *Phys. Rev. B* **51**, 2604 (1995); M. Slutzky, O. Entin-Wohlman, Y. Berk, A. Palevski, and H. Shtrikman, *Phys. Rev. B* **53**, 4065 (1996).
37. Y. Huo, R. E. Hetzel, and R. N. Bhatt, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 481 (1993).
38. D. H. Lee, Z. Wang, and S. Kivelson, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 4130 (1993).
39. S. L. Sondhi, S. M. Girvin, J. P. Carini et al., *Rev. Mod. Phys.* **69**, 315 (1997).
40. S. Das Sarma, in: *Perspectives in Quantum Hall Effect*, ed. by S. Das Sarma, A. Pinczuk, Wiley, (1997), p. 1.
41. H. P. Wei, D. C. Tsui, and A. M. M. P. Pruisken, in: *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics*, ed. by G. Landwehr, Springer, Berlin (1987), p. 11.