

# ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТА В ЯЧЕЙКАХ КИРАЛЬНЫХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*Е. В. Аксенова\**, *Б. Б. Дивинский*, *А. А. Каретников*, *Н. А. Каретников*,  
*А. П. Ковшик*, *Е. В. Крюков*, *В. П. Романов*

*Санкт-Петербургский государственный университет  
198504, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 25 апреля 2013 г.

Исследуется распространение необыкновенного луча в ячейке с киральным жидким кристаллом при наклонном падении. Для ячейки с 180-градусной закруткой изучается зависимость от приложенного напряжения минимального угла падения, при котором свет еще не проходит через ячейку. Путем прямой минимизации свободной энергии рассчитана ориентационная структура жидкого кристалла во внешнем электрическом поле. Это позволило определить траектории лучей и предельные углы рефракции. Результаты расчетов согласуются с экспериментом. Показано, что для совпадения теории с экспериментом существен учет неоднородности электрического поля в киральной системе.

DOI: 10.7868/S0044451014020175

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из интересных проблем в физике жидких кристаллов (ЖК) является исследование ориентационной структуры во внешних электрических и магнитных полях, значительно превышающих порог Фредерикса. С практической точки зрения это обусловлено использованием ЖК в дисплеях, системах передачи информации и в разнообразных оптических устройствах [1–5].

Существенная особенность ЖК-систем во внешних полях состоит в том, что их оптические характеристики, как правило, не постоянны, а меняются по толщине образца. Поскольку большинство таких систем обладает сильной оптической анизотропией, возникает задача расчета интенсивностей и траекторий лучей, проходящих через эти системы, а также установления связи аномалий в распространении света с особенностями структуры среды. Это позволяет изучать изменение локальной структуры ЖК в зависимости от приложенного внешнего поля. Теоретически проблема распространения света, падающего под углом на анизотропную среду с произволь-

ным направлением оптических осей, решалась различными методами. Интенсивно используются численные методы [2, 6–9]. Большое внимание уделяется точным и приближенным аналитическим методам [10–13], методу взаимодействующих мод [14, 15] и методам геометрической оптики [1, 16].

Особенности распространения света в ЖК также изучались экспериментально. В частности, исследовалась внутренняя рефракция луча в холестерическом ЖК (ХЖК) за счет пространственного изменения направления оптической оси в среде. Впервые искривление траектории необыкновенного луча в слое ЖК со спиральной структурой было обнаружено и объяснено в работе [17]. В работах [18–21] была разработана методика исследования распределения директора в неоднородно ориентированном слое ЖК, основанная на измерении зависимости интенсивности света, отраженного от ячейки с ЖК, от угла падения. Эта зависимость обусловлена интерференцией луча, отраженного на границе стекло–ЖК, и луча, претерпевшего рефракцию внутри ячейки. Для гомеопланарной структуры эта методика была использована в работах [22–25]. Также изменялась интенсивность света, прошедшего через ячейку. Этот метод был использован для наблюдения поворота необыкновенного луча в геликоидальной

\*E-mail: aksev@mail.ru

структуре нематического ЖК (НЖК) как в отсутствие управляющего электрического поля [26, 27], так и при наличии поля для исследования динамики локальной переориентации директора [28].

Аналитическое описание изменения структуры ЖК во внешних полях представляет собой довольно сложную проблему, особенно в случае достаточно сильных полей, превышающих порог Фредерикса. Изучению эффекта Фредерикса уделяется большое внимание как для достаточно простых систем, так и для более сложных ситуаций, таких как наличие флексоэлектрического эффекта [29]. Также исследовался эффект переориентации во внешних полях в присутствии посторонних включений, таких как коллоидные частицы, ферромагнитные и сегнетоэлектрические наночастицы [30–33]. Значительное внимание уделялось анализу перехода для различных типов граничных условий. Так, в работах [34–36] рассматривался ЖК во внешнем электрическом поле при наклонных и противоположно направленных ориентациях директора на границах ячейки.

Особенно детально исследовался эффект Фредерикса в НЖК. Однако значительное внимание уделялось также изучению ХЖК. Наличие пространственной геликоидальной структуры делает проблему описания перехода во внешних полях математически более сложной. Впервые переход Фредерикса в ХЖК был рассмотрен Лесли [37]. Интересно отметить, что, в отличие от НЖК, в киральных системах описания эффекта Фредерикса в электрическом и магнитном полях существенно различаются. Причина состоит в том, что электрическое поле в ХЖК неоднородно. Детально эта проблема исследовалась в работах [35, 36, 38, 39].

Как известно, при падении необыкновенного луча на слой ХЖК под углами, большими некоторого минимального угла, имеет место поворот (отражение) необыкновенного луча внутри среды и уход его из среды [26, 27]. При этом поворот происходит внутри, а не на поверхности образца. В работе [40] было показано, что под действием электрического поля возникает деформация директора, которая изменяет характер рефракции необыкновенной волны и свет начинает проходить через слой.

Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию распространения света в ХЖК во внешнем электрическом поле, превышающем порог Фредерикса. Изучались искажение структуры ЖК и связанные с этим особенности распространения необыкновенного луча. Исследовалась внутренняя рефракция луча за счет пространственного изменения направления оптической

оси в среде. В частности, получена зависимость минимального угла падения, при котором свет еще не проходит через ячейку, от приложенного напряжения. Теоретический анализ полученных результатов показал, что измерение зависимости минимального угла от приложенного напряжения позволяет проанализировать перестройку ориентационной структуры ЖК с изменением поля.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 приведены основные соотношения, определяющие ориентационную структуру киральных ЖК во внешнем электрическом поле. Раздел 3 посвящен описанию оптических свойств одноосной анизотропной среды с изменяющимся направлением оптических осей. В разд. 4 описывается экспериментальная установка и методика измерений. В разд. 5 приведены результаты измерений и их теоретический анализ.

## 2. ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ КИРАЛЬНОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим распространение света в ячейке ХЖК во внешнем электрическом поле. Будем считать, что поле направлено вдоль оси спирали. Введем декартову систему координат с плоскостью  $xy$ , перпендикулярной оси спирали. Считаем, что плоский слой ХЖК заключен между плоскостями  $z = l_1$  и  $z = l_2$ . Толщина слоя  $L = l_2 - l_1$ . В каждой плоскости  $z = \text{const}$  система предполагается однородной, т.е. вектор директора  $\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{n}(z)$ . Оптические свойства ячейки определяются пространственным распределением директора. Это распределение находится из условия минимума свободной энергии. Свободная энергия  $F_{tot}$  ЖК может быть представлена в виде суммы трех слагаемых:

$$F_{tot} = F_e + F_f + F_{sf}. \quad (1)$$

Первое слагаемое описывает энергию искажения в объеме:

$$F_e = \frac{S_{\perp}}{2} \int_{l_1}^{l_2} [K_{11}(\text{div } \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \text{rot } \mathbf{n} + q_0)^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \text{rot } \mathbf{n})^2] dz, \quad (2)$$

где  $S_{\perp}$  — площадь поверхности верхней или нижней грани ячейки,  $K_{11}$ ,  $K_{22}$ ,  $K_{33}$  — модули Франка,  $q_0 = 2\pi/p_0$ ,  $p_0$  — шаг спирали. Второе слагаемое описывает вклад внешнего поля:

$$F_f = -\frac{S_{\perp}}{2} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}}{4\pi} dz. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{D} = \varepsilon_{\perp 0} \mathbf{E} + \varepsilon_{a0} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}$  — вектор электрической индукции,  $\varepsilon_{a0} = \varepsilon_{\parallel 0} - \varepsilon_{\perp 0}$  — анизотропия диэлектрической проницаемости, а  $\varepsilon_{\parallel 0}$  и  $\varepsilon_{\perp 0}$  — диэлектрические проницаемости соответственно вдоль и поперек вектора директора  $\mathbf{n}$ . Индекс «0» указывает на то, что диэлектрическая проницаемость берется на частоте приложенного внешнего электрического поля. Из уравнения  $\text{div } \mathbf{D}(z) = 0$  получаем, что компонента  $D_z$  не зависит от  $z$ , а из уравнения  $\text{rot } \mathbf{E}(z) = 0$  и условий на границе  $E_{x,y}(l_{1,2}) = 0$  следует, что только  $z$ -компонента вектора  $\mathbf{E}$  отлична от нуля. Таким образом, связь между вектором напряженности электрического поля и вектором электрической индукции имеет вид

$$E_z(z) = \frac{D_z}{\varepsilon_{\perp 0} + \varepsilon_{a0} n_z^2(z)}. \quad (4)$$

Последний член суммы (1) представляет собой поверхностную энергию

$$F_{sf} = \frac{S_{\perp}}{2} \sum_{j=1,2} w_j (\mathbf{n}(l_j), \mathbf{n}^{0(j)}), \quad (5)$$

где  $\mathbf{n}(l_j)$ ,  $j = 1, 2$  — векторы директора на границах, векторы  $\mathbf{n}^{0(j)}$  направлены вдоль соответствующих осей легкого ориентирования, а  $w_j$  — скалярные функции двух единичных векторов. Для дальнейших вычислений вектор директора удобно записать в виде

$$\mathbf{n}(z) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta), \quad (6)$$

где углы  $\theta$  и  $\phi$  являются функциями  $z$ ,  $\theta = \theta(z)$  и  $\phi = \phi(z)$ . Тогда выражение (2) переписывается в виде

$$F_e = \frac{V}{2} K_{22} q_0^2 + \frac{S_{\perp}}{2} \int_{l_1}^{l_2} \left[ A(\theta) \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + B(\theta) \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 - 2C(\theta) \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dz, \quad (7)$$

где  $V = S_{\perp} L$  — объем системы,

$$A(\theta) = K_{11} \sin^2 \theta + K_{33} \cos^2 \theta, \quad (8)$$

$$B(\theta) = \sin^2 \theta (K_{22} \sin^2 \theta + K_{33} \cos^2 \theta), \quad (9)$$

$$C(\theta) = q_0 K_{22} \sin^2 \theta. \quad (10)$$

Вклад внешнего поля (3) примет вид

$$F_f = \frac{S_{\perp}}{2} \int_{l_1}^{l_2} G(\theta) dz, \quad (11)$$

где

$$G(\theta) = -D_z^2 g(\theta) / 4\pi, \quad (12)$$

$$g(\theta) = (\varepsilon_{\perp 0} + \varepsilon_{a0} \cos^2 \theta)^{-1}. \quad (13)$$

Если считать, что на поверхности ЖК подано напряжение  $U$ , то

$$U = \int_{l_1}^{l_2} E_z(z) dz = D_z \int_{l_1}^{l_2} g(\theta) dz. \quad (14)$$

Таким образом, полевой вклад записывается в виде [35, 36, 38, 39]

$$F_f = -S_{\perp} U^2 \left( 8\pi \int_{l_1}^{l_2} g(\theta) dz \right)^{-1}. \quad (15)$$

### 3. ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОДНООСНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ

Распространение света в ХЖК определяется тензором диэлектрической проницаемости  $\hat{\varepsilon}(z)$  на оптической частоте. Он связан с вектором директора соотношением

$$\varepsilon_{lk} = \varepsilon_{\perp} \delta_{lk} + \varepsilon_a n_l(z) n_k(z). \quad (16)$$

Здесь  $\varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$ ,  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$  — диэлектрические проницаемости вдоль и поперек директора  $\mathbf{n}(z)$ . Как известно, поле монохроматической волны описывается уравнениями Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}) = ik_0 \hat{\mu} \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad \text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -ik_0 \hat{\varepsilon} \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (17)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — векторы напряженности электрического и магнитного полей,  $k_0 = \omega/c$ ,  $\omega$  — круговая частота,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\hat{\mu}$  — тензор магнитной проницаемости. Будем рассматривать немагнитную среду, т. е.  $\mu_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}$ . Исключая вектор напряженности магнитного поля из системы (17), получаем волновое уравнение для вектора  $\mathbf{E}$ :

$$[\text{rot rot} - k_0^2 \hat{\varepsilon}(z)] \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0. \quad (18)$$

Применим преобразование Фурье по поперечным к оси  $z$  координатам,

$$f(\mathbf{k}_\perp, z) = \int d\mathbf{r}_\perp f(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp). \quad (19)$$

Без ограничения общности считаем, что  $\mathbf{k} = (k_\perp, 0, k_z)$ , т.е. волновой вектор лежит в плоскости  $xz$ . Тогда уравнение (18) может быть записано в виде

$$\begin{pmatrix} \partial_z^2 & 0 & -ik_\perp \partial_z \\ 0 & \partial_z^2 - k_\perp^2 & 0 \\ -ik_\perp \partial_z & 0 & -k_\perp^2 \end{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{k}_\perp, z) + k_0^2 \hat{\varepsilon}(z) \mathbf{E}(\mathbf{k}_\perp, z) = 0, \quad (20)$$

где  $\partial_z = \partial/\partial z$ . Это уравнение описывает распространение света в среде с произвольным распределением направления оптической оси. Введем характерный масштаб изменения этого направления

$$\zeta = \left\langle \frac{\partial|\hat{\varepsilon}|}{\partial z} \right\rangle^{-1}. \quad (21)$$

Будем считать, что свойства среды мало меняются на расстояниях порядка длины световой волны  $\lambda$ , т.е.  $\zeta \gg \lambda$ . Если ввести безразмерную переменную  $\xi = z/\zeta$ , то систему (20) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} & \partial_\xi E_z + \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} \partial_\xi E_y - \Omega \varepsilon_{zz}^{-1} \times \\ & \times \left( i \frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zx}^2 - i \frac{k_\perp}{k_0} \varepsilon_{xx} - \Omega^{-1} \partial_\xi \varepsilon_{zx} \right) E_x - \\ & - \Omega \varepsilon_{zz}^{-1} \left( i \frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zx} \varepsilon_{zy} - i \frac{k_\perp}{k_0} \varepsilon_{xy} - \Omega^{-1} \partial_\xi \varepsilon_{zy} \right) E_y - \\ & - \Omega \varepsilon_{zz}^{-1} \left( i \frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zx} \varepsilon_{zz} - \right. \\ & \left. - i \frac{k_\perp}{k_0} \varepsilon_{xz} - i \frac{k_\perp}{k_0} \varepsilon_{zz} - \Omega^{-1} \partial_\xi \varepsilon_{zz} \right) E_z = 0, \\ & \left( \partial_\xi^2 - \frac{k_\perp^2}{k_0^2} \Omega^2 \right) E_y + \\ & + \Omega^2 (\varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z) = 0, \\ & \partial_\xi E_x - i \frac{k_\perp}{k_0} \Omega E_z + i \frac{k_0}{k_\perp} \Omega \times \\ & \times (\varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь  $\Omega = k_0 \zeta = 2\pi\zeta/\lambda$  — большой параметр. При получении системы (22) мы выразили из третьего уравнения системы (20) производную  $\partial_\xi E_x$  через компоненты поля. Дифференцируя полученное соотношение еще раз по  $\xi$ , мы нашли вторую производную  $\partial_\xi^2 E_x$ . В результате получается первое уравнение системы (22), не содержащее вторых производных. Систему (22) можно записать в виде диффе-

ренциального уравнения первого порядка для четырехкомпонентного вектора  $\Phi$ :

$$\partial_\xi \Phi = i\Omega \hat{D} \Phi + \hat{F} \Phi, \quad (23)$$

где

$$\Phi = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ -i\Omega^{-1} \partial_\xi E_y \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Здесь  $\hat{D}$  и  $\hat{F}$  — матрицы размерности  $4 \times 4$ ,

$$\begin{aligned} \hat{D} &= \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & 0 \end{pmatrix}, \\ \hat{F} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (25)$$

с элементами

$$\begin{aligned} d_{11} &= -\frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zx}, & d_{12} &= -\frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zy}, \\ d_{13} &= \frac{k_\perp}{k_0} - \frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zz}, \\ d_{31} &= \varepsilon_{zz}^{-1} \left( \frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zx}^2 - \frac{k_\perp}{k_0} \varepsilon_{xx} \right), \\ d_{32} &= \varepsilon_{zz}^{-1} \left( \frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zx} \varepsilon_{zy} - \frac{k_\perp}{k_0} \varepsilon_{xy} \right), \\ d_{33} &= \varepsilon_{zz}^{-1} \left( \frac{k_0}{k_\perp} \varepsilon_{zx} \varepsilon_{zz} - \frac{k_\perp}{k_0} \varepsilon_{xz} - \frac{k_\perp}{k_0} \varepsilon_{zx} \right), \\ d_{34} &= -\varepsilon_{zz}^{-1} \varepsilon_{zy}, & d_{41} &= \varepsilon_{yx}, \\ d_{42} &= \varepsilon_{yy} - \frac{k_\perp^2}{k_0^2}, & d_{43} &= \varepsilon_{yz}, \\ f_{31} &= \varepsilon_{zz}^{-1} \partial_\xi \varepsilon_{zx}, & f_{32} &= \varepsilon_{zz}^{-1} \partial_\xi \varepsilon_{zy}, \\ f_{33} &= \varepsilon_{zz}^{-1} \partial_\xi \varepsilon_{zz}. \end{aligned} \quad (26)$$

Уравнения (20), (23) удобно решать методом ВКБ [41]. В низшем порядке по параметру  $\Omega$  решение можно записать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\pm^{(j)}(\mathbf{r}) &= A_\pm^{(j)}(\mathbf{k}_\perp; z, z_0) \mathbf{e}_\pm^{(j)}(\mathbf{k}_\perp, z) \times \\ & \times \exp \left( i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + i \int_{z_0}^z k_{z\pm}^{(j)}(\mathbf{k}_\perp, z') dz' \right). \end{aligned} \quad (27)$$

Оно описывает распространение четырех волн в анизотропной среде — двух в положительном направлении  $z$  и двух в отрицательном. Здесь  $A_{\pm}^{(j)}$  — амплитуды волн,  $\mathbf{e}_{\pm}^{(j)}$  — единичные векторы поляризации, индекс  $j = 1, 2$  нумерует нормальные волны. Поперечная компонента волнового вектора  $k_{\perp}$  определяется углом  $\theta_i$  падения света на среду,  $k_{\perp} = k_0 \sqrt{\varepsilon} \sin \theta_i$ , где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, из которой луч попадает на анизотропную систему. Продольная компонента  $k_{z\pm}^{(j)}$  волнового вектора связана с собственными значениями  $\lambda_l$ ,  $l = 1, \dots, 4$ , матрицы  $\hat{D}$  соотношением

$$k_{z\pm}^{(j)} = k_0 \lambda_l. \quad (28)$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$\hat{\varepsilon}(z) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \cos^2 \phi \sin^2 \theta & \varepsilon_a \cos \phi \sin \phi \sin^2 \theta & \varepsilon_a \cos \phi \sin \theta \cos \theta \\ \varepsilon_a \cos \phi \sin \phi \sin^2 \theta & \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \sin^2 \phi \sin^2 \theta & \varepsilon_a \sin \phi \sin \theta \cos \theta \\ \varepsilon_a \cos \phi \sin \theta \cos \theta & \varepsilon_a \sin \phi \sin \theta \cos \theta & \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \cos^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (30)$$

Решение уравнения на собственные значения (29) дает

$$\lambda_{1,3} = \pm \sqrt{\alpha \varepsilon_{\perp}}, \quad (31)$$

$$\lambda_{2,4} = \frac{1}{\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \cos^2 \theta} \left[ -\sqrt{\varepsilon_{\perp}(1-\alpha)} \varepsilon_a \sin \theta \cos \theta \cos \phi \pm \varepsilon_{\perp} \sqrt{\varepsilon_{\parallel} \left( \alpha + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{\perp}} \cos^2 \theta \right) + (1-\alpha) \varepsilon_a \sin^2 \theta \sin^2 \phi} \right], \quad (32)$$

где

$$\alpha = 1 - k_{\perp}^2 / k_0^2 \varepsilon_{\perp}.$$

Формулы (31) и (32) позволяют построить поверхности волновых векторов для обыкновенной и необыкновенной волн. Для обыкновенной волны выражения (28) и (31) дают

$$k_z^2 + k_{\perp}^2 = \varepsilon_{\perp} k_0^2, \quad (33)$$

т. е. поверхность волновых векторов представляет собой сферу. Для фиксированного угла падения, т. е. заданного  $k_{\perp}$ , компонента  $k_z$  не зависит от  $z$  и луч распространяется прямолинейно. Для необыкновенного луча выражения (28) и (32) дают следующее уравнение для поверхности волновых векторов:

$$\begin{aligned} & \frac{k_z^2}{k_0^2} \frac{(\varepsilon_{\parallel} \cos^2 \theta + \varepsilon_{\perp} \sin^2 \theta)}{\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp}} + 2 \frac{k_z k_{\perp}}{k_0^2} \times \\ & \times \frac{\varepsilon_a \sin \theta \cos \theta \sin \phi}{\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp}} + \frac{k_{\perp}^2}{k_0^2} \times \\ & \times \frac{\varepsilon_a^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \cos^2 \phi + \varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp} \varepsilon_a \sin^2 \theta \sin^2 \phi}{\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{\perp} (\varepsilon_{\parallel} \cos^2 \theta + \varepsilon_{\perp} \sin^2 \theta)} = \\ & = 1. \quad (34) \end{aligned}$$

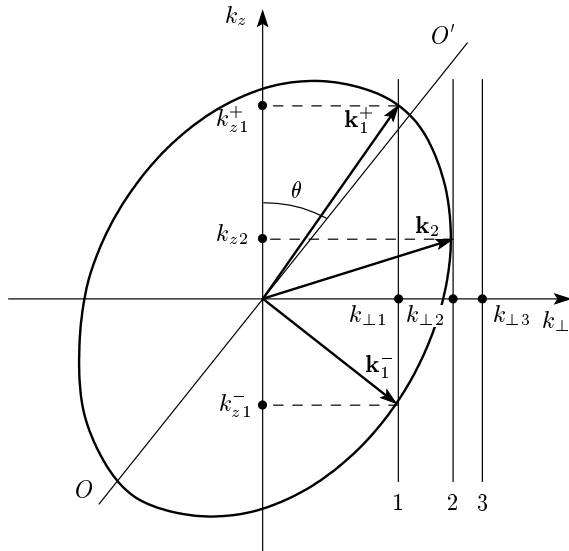
$$\begin{aligned} & \lambda^4 - \lambda^3 (d_{11} + d_{33}) + \lambda^2 (d_{11} d_{33} - d_{34} d_{43} - d_{42} - d_{31} d_{13}) + \\ & + \lambda (d_{11} d_{34} d_{43} + d_{11} d_{42} - d_{32} d_{43} + \\ & + d_{42} d_{33} - d_{41} d_{12} - d_{41} d_{13} d_{34}) + \\ & + (d_{11} d_{32} d_{43} - d_{11} d_{42} d_{33} - d_{31} d_{12} d_{43} + \\ & + d_{31} d_{42} d_{13} + d_{41} d_{12} d_{33} - d_{41} d_{32} d_{13}) = 0. \quad (29) \end{aligned}$$

Это уравнение фактически представляет собой уравнение Френеля для диэлектрического эллипсоида с произвольной ориентацией. При его решении ограничимся случаем одноосной среды. В нашем случае одноосная среда описывается вектором директора  $\mathbf{n}$ , совпадающим с направлением оптической оси. Вектор директора определен в уравнении (6) через полярный  $\theta$  и азимутальный  $\phi$  углы в выбранной системе координат. Локально одноосный тензор диэлектрической проницаемости (16) принимает вид

Эта поверхность представляет собой наклонный эллипсоид вращения, сечение которого представлено на рис. 1. Ориентация эллипсоида определяется углами  $\phi(z)$  и  $\theta(z)$ . При этом в зависимости от значения  $k_{\perp}$  в уравнении (34) возможны различные типы решений  $k_z = k_z(k_{\perp}, \phi, \theta)$ . На рис. 1 показаны три возможных ситуации. Значению  $k_{\perp 1}$  соответствуют два волновых вектора,  $\mathbf{k}_1^+$  и  $\mathbf{k}_1^-$ . Они соответствуют лучам, распространяющимся в направлении возрастания и убывания  $z$ . Значение  $k_{\perp 2}$  дает вырожденное решение  $\mathbf{k}_2$  и соответствует точке поворота. Значению  $k_{\perp 3}$  соответствуют комплексные решения уравнения (34).

Физический смысл точки поворота можно пояснить, если найти в этой точке вектор Пойнтинга  $\mathbf{S}$ , определяющий направление распространения лучей. Вектор Пойнтинга определяется соотношением [42]

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi k_0} [\mathbf{k} E^2 - \mathbf{E}^* (\mathbf{E} \cdot \mathbf{k})],$$



**Рис. 1.** Сечение поверхности волновых векторов необыкновенной волны при некотором значении  $z$  плоскостью, содержащей оси  $x$  и  $z$ .  $OO'$  — оптическая ось. Вертикальные линии 1, 2, 3 фиксируют значение поперечной компоненты волнового вектора  $k_{\perp}$ . Пересечение линии 1 с эллипсом дает два решения для распространяющихся волн,  $\mathbf{k}_1^{\pm}$ . Касание эллипса с линией 2 соответствует вырождению решения в точке поворота и одному волновому вектору  $\mathbf{k}_2$ . Линия 3 не пересекает эллипс, т. е. при заданном значении  $k_{\perp 3}$  имеет место экспоненциально затухающее решение внутри запрещенной зоны

где  $\mathbf{E} = E\mathbf{e}$ ,  $\mathbf{e}$  — единичный вектор, определяющий поляризацию волны. Для необыкновенного луча

$$\mathbf{e} = \frac{(\mathbf{k}/k)\varepsilon_{\parallel} \cos \psi - \mathbf{n}(\varepsilon_{\parallel} \cos^2 \psi + \varepsilon_{\perp} \sin^2 \psi)}{\sin \psi(\varepsilon_{\parallel}^2 \cos^2 \psi + \varepsilon_{\perp}^2 \sin^2 \psi)}.$$

Здесь  $\psi$  — угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{n}$ ,

$$\cos \psi = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{n}}{k} = \frac{k_{\perp} \sin \theta \cos \phi + k_z \cos \theta}{\sqrt{k_{\perp}^2 + k_z^2}}.$$

В точке поворота происходит вырождение собственных значений матрицы  $\hat{D}$  и  $\lambda_2 = \lambda_4$ . Последнее равенство, как видно из (32), выполняется при условии

$$\sqrt{\varepsilon_{\parallel} \left( \alpha + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{\perp}} \cos^2 \theta \right) + (1-\alpha)\varepsilon_a \sin^2 \theta \sin^2 \phi} = 0. \quad (35)$$

Тогда в точке поворота, как следует из соотношений (32) и (28), компонента

$$k_{z\pm}^{(2)} = -\frac{k_{\perp}}{\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \cos^2 \theta} \varepsilon_a \sin \theta \cos \theta \cos \phi.$$

Если использовать явный вид (30) для тензора  $\hat{\varepsilon}$  и учесть, что мы приняли  $k_{\perp} = k_x$ , то нетрудно показать, что в точке поворота  $S_z = 0$ . Это означает, что в этой точке оба луча с  $k_{z+}^{(2)}$  и  $k_{z-}^{(2)}$  направлены горизонтально. Они могут обмениваться энергией, т. е. часть энергии одного луча может переходить к другому лучу. Физически это проявляется в развороте луча, т. е. происходит внутреннее отражение.

Для комплексных решений уравнения (34) компонента  $S_z$  также равна нулю, и за счет мнимого вклада в  $k_z$  амплитуды лучей экспоненциально затухают. Однако при попадании луча в область, где значение  $k_z$  становится вещественным, волна продолжает распространяться. В оптике и акустике такой эффект принято называть просачиванием. Область, где  $k_z$  имеет мнимый вклад, соответствует запрещенным зонам. Границы зон задаются соотношением (35). Здесь параметр  $\alpha$  определяется углом падения света на образец. Для  $\alpha < -\varepsilon_a/\varepsilon_{\perp}$  и  $\varepsilon_a > 0$  величина  $k_z$  является комплексной. Это означает, что для любой ориентации диэлектрического эллипсоида, задаваемой углами  $\theta$  и  $\phi$ , поле проникает только в приповерхностный слой. Для

$$-\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{\perp}} < \alpha \leq 0$$

величина  $k_z$  может быть комплексной, и волна будет распространяться лишь в некоторых областях внутри среды. Соответствующий интервал значений  $k_{\perp}$  имеет вид

$$k_0^2 \varepsilon_{\perp} < k_{\perp}^2 < k_0^2 \varepsilon_{\parallel}.$$

Для  $\alpha > 0$  области с экспоненциальным затуханием не возникают ни при каких значениях  $\theta$  и  $\phi$ .

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТ

Исследовалась угловая зависимость прохождения света в плоскопараллельной ячейке с киральным ЖК во внешнем электрическом поле. ЖК-ячейка, показанная на рис. 2, состояла из двух трапециевидных стеклянных призм 1, 2, изготовленных из оптического стекла с показателем преломления  $n_g = 1.7002$  и углами при основании  $\alpha = 68.0^\circ$ . Такая ячейка позволяла обеспечить необходимый диапазон углов падения света на слой. Слой ЖК 7 размещался между призмами. На поверхности стекол, ограничивающих ЖК, были нанесены прозрачные токопроводящие электроды 3, 4. Планарная ориентация директора на поверхности электродов, ортогональная плоскости рисунка, была получена натиранием полиимидных

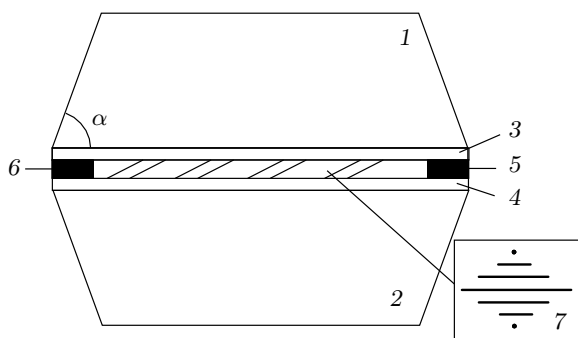


Рис. 2. Ячейка с ЖК: 1, 2 — стеклянные призмы; 3, 4 — электроды; 5, 6 — спейсеры; 7 — слой ЖК

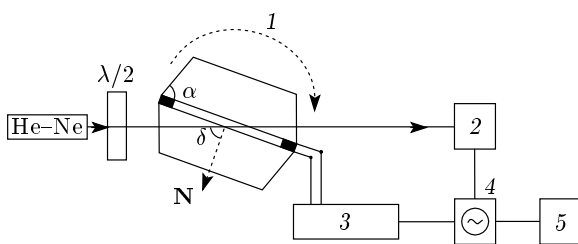


Рис. 3. Схема экспериментальной установки: He-Ne — гелий-неоновый лазер;  $\lambda/2$  — полуволновая пластинка; 1 — ЖК-ячейка; 2 — фотоприемник; 3 — генератор сигналов произвольной формы; 4 — цифровой осциллограф; 5 — компьютер; N — нормаль к слою ЖК;  $\delta$  — угол падения света на слой

покрытий в одном направлении. Такое покрытие обеспечивает жесткое сцепление директора с поверхностью. Угол между директором и поверхностью слоя ЖК, определенный поляризметрическим методом [43], составлял  $2^\circ$ . В эксперименте была использована немато-холестерическая смесь с шагом спирали  $p_0 = 32$  мкм, состоящая из нематического жидкого кристалла ЖК 1466 (НИОПИК) и киральной добавки ВИХ-3 (ВГУ, Литва). Толщина слоя ЖК составляла  $L = 18$  мкм. Смесь имела положительную диэлектрическую анизотропию с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_{\parallel 0} = 17.7$ ,  $\epsilon_{\perp 0} = 6.5$ . Показатели преломления в оптическом диапазоне  $n_e = \sqrt{\epsilon_{\parallel 0}} = 1.691$  и  $n_o = \sqrt{\epsilon_{\perp 0}} = 1.511$ .

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 3. Источником поляризованного излучения с длиной волны  $\lambda = 632.8$  нм и диаметром пучка 1 мм являлся He-Ne-лазер. Луч проходил через полуволновую пластинку  $\lambda/2$ , позволяющую устанавливать необходимое положение вектора поляризации, и попадал на входную грань ЖК-ячейки. Ячейка устанавливалась на вращающемся столике с угловым отсчетным устройством, что позволяло варь-

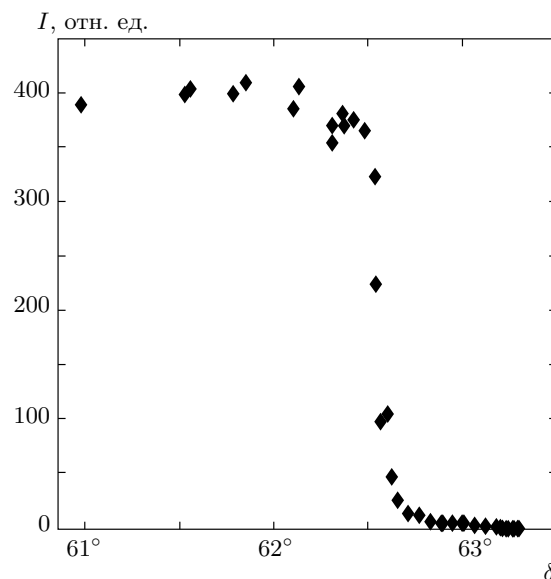


Рис. 4. Угловая зависимость пропускания необыкновенной волны ЖК-ячейкой в отсутствие внешнего поля

ровать угол  $\delta$  падения света на слой.

Интенсивность света регистрировалась фотоприемником. Управляющий электрический сигнал и оптический отклик регистрировались двухканальным цифровым осциллографом АСК-3106. В качестве источника управляющего сигнала использовался генератор сигналов произвольной формы АНР-3122, формировавший импульсы синусоидального напряжения амплитудой до 10 В, длительностью 0.1–5 с и частотой заполнения  $f = 1$  кГц.

Для выяснения влияния проводимости и свободных зарядов на результаты эксперимента исследовались частотные зависимости диэлектрических проницаемостей  $\epsilon_{\perp}$  и  $\epsilon_{\parallel}$ . Измерения проводились в диапазоне частот от 20 Гц до  $10^7$  Гц с использованием прибора НЮКИ-3532 LCR Hitester. Было обнаружено, что в интервале частот от 100 Гц до  $10^5$  Гц диэлектрические проницаемости не зависели от частоты. Это означает, что в данном диапазоне частот не наблюдается релаксационных процессов. Влияние проводимости сказывается только на частотах ниже 100 Гц. Таким образом, на частоте 1 кГц, для которой в настоящей работе выполнены все измерения, влияние свободных зарядов не существенно. Удельная проводимость на этой частоте составляла примерно  $10^{-9}$  См/см.

На рис. 4 показана зависимость интенсивности света, проходящего сквозь ячейку, от угла падения  $\delta$  в отсутствие поля. Вектор поляризации падающего

света совпадал с направлением вектора директора  $\mathbf{n}$  на границе раздела стекло–ЖК. При таком выборе поляризации в ЖК распространялась только необыкновенная волна. Из рис. 4 видно, что при увеличении угла падения до некоторого значения интенсивность проходящего света резко падает и свет не проходит сквозь слой. Экспериментальное значение предельного угла рефракции составляет  $62.7^\circ$ . Такая зависимость интенсивности проходящего света от угла падения связана с тем, что при больших углах падения имеет место разворот луча в ЖК, который в эксперименте проявляется как внутреннее отражение. Этот эффект разворота луча наблюдается в диапазоне углов от  $\delta_o = \arcsin(n_o/n_g) \approx 62.7^\circ$  до  $\delta_e = \arcsin(n_e/n_g) \approx 84.0^\circ$ .

При приложении управляющего напряжения выше порога Фредерикса,  $U > U_c$ , холестерическая спираль деформировалась, что приводило к смещению предельного угла рефракции необыкновенного луча в сторону больших углов. Исследования влияния электрического поля на рефракцию проводились в интервале углов  $\delta$  от  $62.8^\circ$  до  $79.7^\circ$ . Вначале устанавливался угол  $\delta$  в приведенном интервале, а затем находилось минимальное напряжение, при котором свет начинал проходить сквозь ячейку. Минимальное напряжение пропускания ячейки определялось по уровню пропускания 0.1 от максимального. Для данного интервала углов падения значение минимального напряжения пропускания изменялось в диапазоне от 1.32 до 3.8 В. На рис. 5 представлена связь между предельным углом рефракции и минимальным напряжением пропускания.

Необходимо подчеркнуть, что измерение предельного угла рефракции необыкновенного луча удается выполнить с достаточно высокой точностью. Это обусловлено тем, что интенсивность в окрестности предельного угла рефракции, как видно из рис. 4, меняется от нулевой до максимальной в узкой окрестности углов, порядка долей градуса.

Поляризация падающей световой волны совпадала с направлением вектора директора на границе, что соответствует поляризации необыкновенной волны. В процессе измерений проверялась поляризация волны, вышедшей из ячейки. Эта волна в основном была линейно поляризованной, и вектор поляризации также был параллелен директору на поверхности. Однако в вышедшем из слоя луче присутствовала также волна с поляризацией, ортогональной директору на поверхности ячейки. В отсутствие поля ее интенсивность была в 200–250 раз слабее, т. е. отношение интенсивностей составляло 0.5%. С ростом напряжения, приложенного к ячейке, вклад волны

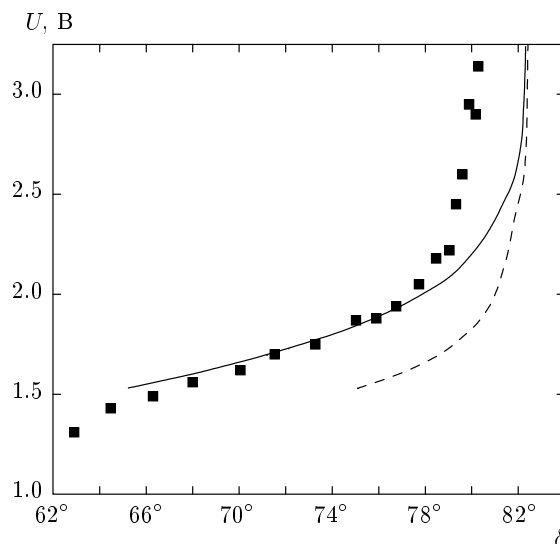


Рис. 5. Связь между предельным углом рефракции и минимальным напряжением пропускания: значки — экспериментальные данные; сплошная линия — расчет с учетом неоднородности электрического поля; штриховая — расчет в пренебрежении неоднородностью электрического поля

с поляризацией, ортогональной директору, увеличивался и доходил до 5% при напряжении  $U = 3$  В.

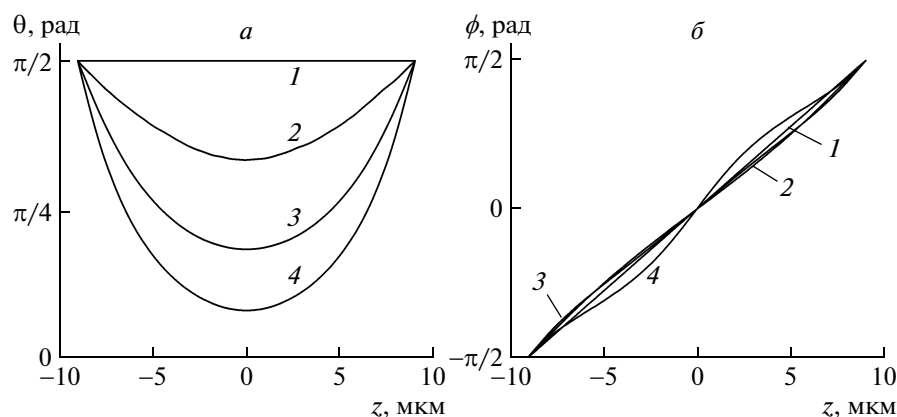
Поскольку эллиптичность невелика, при описании эксперимента будем применять изложенный выше метод ВКБ в приближении (27), соответствующем низшему порядку по параметру  $\Omega$ . Для учета эллиптичности поляризации при больших напряжениях можно либо учитывать в методе ВКБ поправки более высокого порядка, либо применять численные методы типа метода Берремана [7].

## 5. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные экспериментальные данные, приведенные на рис. 5, проанализированы с помощью теоретического подхода, изложенного в разд. 2 и 3. Для этого необходимо рассмотреть искажение ориентационной структуры во внешнем поле и проанализировать оптические характеристики получающейся структуры.

При расчетах структуры ЖК мы учитывали, что в экспериментально исследуемой ячейке граничные условия с достаточной степенью точности можно считать жесткими. Ориентационная структура рассчитывалась методом прямой минимизации свободной энергии (7), (15). Для решения данной задачи этот метод оказывается более эффек-





**Рис. 6.** Зависимости углов  $\theta(z)$  (а) и  $\phi(z)$  (б) в 180-градусной ячейке кирального ЖК в отсутствие поля и при напряжениях, превышающих порог Фредерикса. При расчетах использовались следующие значения параметров: толщина ячейки  $L = 18$  мкм,  $K_{11} = 1.1 \cdot 10^{-6}$  дин,  $K_{22} = 0.38 \cdot 10^{-6}$  дин,  $K_{33} = 0.99K_{11}$ ,  $\varepsilon_{||0} = 17.7$ ,  $\varepsilon_{\perp 0} = 6.5$ . Начало отсчета оси  $z$  выбрано в середине ячейки, т.е. ЖК занимает пространство  $-L/2 \leq z \leq L/2$ . Кривые 1 —  $U = 0$ ; 2 —  $U = 1.55$  В; 3 —  $U = 1.8$  В; 4 —  $U = 2.2$  В

тивным, чем численное решение системы интегродифференциальных уравнений Эйлера–Лагранжа. Интегральные члены в этих уравнениях возникают за счет неоднородности электрического поля внутри ЖК. При рассмотрении внешнего магнитного поля эти уравнения, естественно, являются дифференциальными.

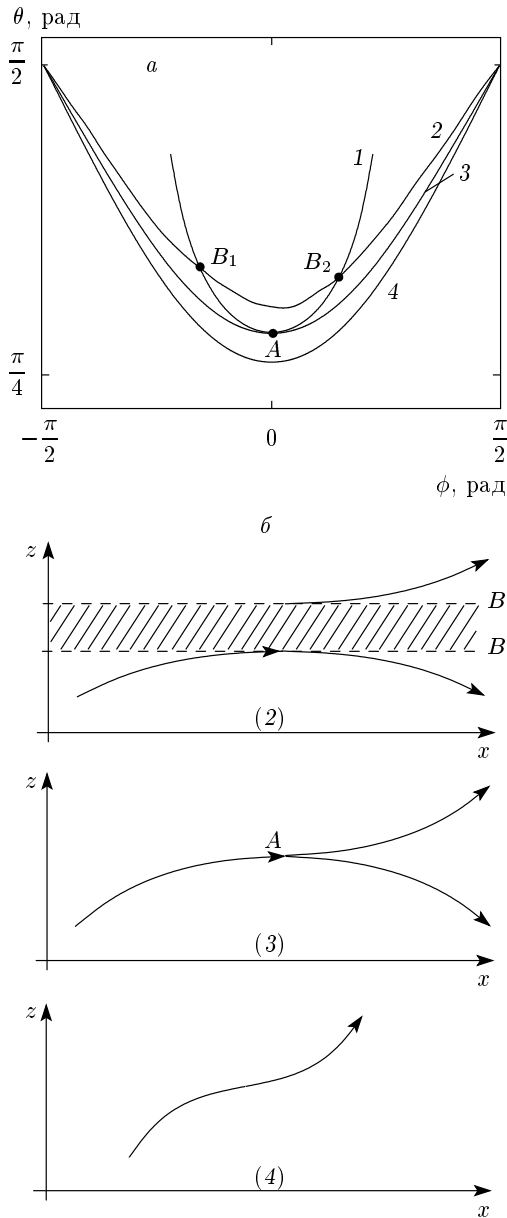
Поскольку при рассматриваемых условиях эксперимента допустимы жесткие граничные условия, находить распределения ориентаций директора во внешнем поле, превышающем порог Фредерикса, путем минимизации свободной энергии (1) можно одним из двух способов. Один состоит в том, что мы раскладываем функции  $\theta(z)$  и  $\phi(z)$ , определяющие локальную ориентацию директора, в ряд Фурье. Далее, ограничиваясь некоторым конечным числом членов ряда, можно свести задачу минимизации свободной энергии к определению коэффициентов разложения этих рядов. Другой способ состоит в использовании системы уравнений Эйлера–Лагранжа для углов  $\theta(z)$  и  $\phi(z)$ . С помощью этой системы можно выразить, например, угол  $\phi(z)$  через  $\theta(z)$ . В этом случае задача минимизации упрощается, поскольку сводится к определению коэффициентов разложения только для одной функции. Функция  $\phi(z)$  находится из уравнения связи [13]. Естественно, оба подхода дают совпадающие результаты.

На рис. 6 показаны зависимости углов ориентации директора  $\theta$  и  $\phi$  от  $z$  для разных значений приложенного напряжения. Используемые при расчетах значения модулей Франка приведены в подписи к

рисунку. Обратим внимание на то, что при напряжениях, превышающих пороговое, происходит заметное изменение угла наклона директора  $\theta$ . Что касается угла  $\phi$ , то полученные зависимости слабо отличаются от линейной  $\phi = q_0 z$ .

На рис. 7а для данного угла падения, т.е. для фиксированного  $\mathbf{k}_{\perp}$ , на плоскости  $(\theta, \phi)$  приведена кривая 1, описывающая семейство точек поворота. Эта кривая построена на основании уравнения (35), связывающего величины  $k_{\perp}$ ,  $\theta$  и  $\phi$ . Также на этом рисунке приведены кривые, описывающие распределение директора при трех разных значениях приложенного напряжения. Кривая 2 пересекается с кривой 1, что соответствует наличию запрещенной зоны между точками  $B_1$  и  $B_2$ . Кривая 3 касается кривой 1 в точке А. Эта ситуация соответствует тому, что при данном угле падения и при данном напряжении будет наблюдаться предельный угол рефракции. Обратим внимание на то, что точка касания для данной геометрии ячейки находится в середине ячейки при  $\phi = 0$ . Кривая 4 не пересекается с кривой 1, что соответствует тому, что при данном значении напряжения луч с данным углом падения свободно пройдет сквозь ячейку. Траектории лучей, соответствующих этим трем ситуациям, схематически показаны на рис. 7б.

Теоретическая зависимость минимального напряжения пропускания от предельного угла рефракции была получена следующим образом. Для каждого напряжения  $U$  путем минимизации свободной энергии была построена кривая на плоскости  $(\phi, \theta)$ ,



**Рис. 7.** а) Иллюстрация возможных ситуаций, возникающих при распространении необыкновенного луча в киральном ЖК при разных значениях приложенного напряжения. Кривая 1 построена для угла падения  $\delta = 68.5^\circ$ , показателя преломления стекла  $n_g = 1.7002$  и длины световой волны  $\lambda = 632.8$  нм, что соответствует  $k_{\perp} = 1.57 \cdot 10^5$  см $^{-1}$ . Кривые 2, 3 и 4 иллюстрируют ориентационную структуру и получены для напряжений 1.58, 1.61 и 1.65 В. б) Траектории лучей, соответствующие этим трем значениям напряжения:  $U = 1.58$  В — отражение луча и просачивание через запрещенную зону (2);  $U = 1.61$  В — предельно узкая запрещенная зона, есть отраженный и прошедший лучи (3);  $U = 1.65$  В — нет запрещенных зон, луч проходит сквозь ячейку (4)

описывающая ориентационную структуру ЖК. Затем с помощью уравнения (35) на той же плоскости находилась кривая, описывающая семейство точек поворота. Далее определялось такое значение  $k_{\perp}$ , при котором кривые касались друг друга. По найденному  $k_{\perp}$  вычислялся угол  $\delta$  падения необыкновенного луча на границу раздела стекло–ЖК.

Полученная таким образом зависимость  $U(\delta)$  приведена в виде сплошной линии на рис. 5. Видно, что в области малых напряжений экспериментальные и теоретические кривые достаточно хорошо согласуются между собой. Начиная с напряжений около 2 В, наблюдается некоторое расхождение между теорией и экспериментом. Оно может объясняться тем, что в этом случае происходит сильное изменение ориентации директора. Как видно из рис. 6а, особенно резкое изменение происходит в пристеночном слое. При этом толщина переходного слоя уже не сильно превосходит длину световой волны. В этом случае используемый нами метод ВКБ требует учета вкладов более высоких порядков или использования численного алгоритма, основанного на методе Берремана [7, 8]. Поэтому в области больших напряжений наш метод расчета не может претендовать на количественное согласие теории с экспериментом.

Другая причина расхождения теоретических и экспериментальных кривых связана с тем, что при расчетах пришлось использовать большое число параметров, описывающих упругие, диэлектрические и оптические свойства ЖК, причем некоторые из этих параметров были известны с недостаточной точностью, например  $K_{22}$ .

На рис. 5 штрихами показаны результаты расчета при пренебрежении неоднородностью электрического поля внутри кирального ЖК, т. е. при учете внешнего поля в виде  $(\epsilon_a/8\pi)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})^2$ . Видно, что учет неоднородности поля радикальным образом влияет на результаты теоретических расчетов.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано прохождение необыкновенного луча через ячейку с киральным ЖК во внешнем электрическом поле. Экспериментально изучена зависимость минимального угла падения, при котором луч еще не проходит через кристалл, от приложенного напряжения. Теоретическая обработка полученных результатов сводилась к определению ориентационной структуры путем минимизации свободной энергии ЖК и исследованию оптических свойств ячейки при известной структуре. Достаточно хорошее согла-

сие теории с экспериментом показало, что развитый подход может оказаться полезным в изучении физических свойств ЖК, например локальной ориентационной структуры ЖК во внешних полях. Использование импульсного напряжения позволяет в данной геометрии исследовать локальную динамику переориентации ЖК. В близкой окрестности порога Фредерикса подобный подход позволяет определять тип фазового перехода в киральных системах [13].

Рассмотренная в данном эксперименте ячейка с закруткой  $180^\circ$  и жесткими граничными условиями является простейшей для теоретического анализа, поскольку в этой ситуации внутреннее отражение необыкновенного луча с ростом угла падения при любых напряжениях начинается в середине образца. Для ячейки с произвольным углом закрутки задача становится более сложной, поскольку траектория луча и положение точки поворота могут оказаться достаточно сложными функциями внешнего электрического поля.

Работа выполнена при частичной поддержке СПбГУ (грант № 11.38.45.2011) и РФФИ (грант № 12-02-01016-а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. M. Avendano-Alejo, *Opt. Express* **13**, 2549 (2005).
2. Qi Hong, T. X. Wu, and Shin-Tson Wu, *Liq. Cryst.* **30**, 367 (2003).
3. W. Cai and V. Shalaev, *Optical Metamaterials*, Springer, New York (2010).
4. J. Joannopoulos, R. Meade, and J. Winn, *Photonic Crystals*, Princeton University Press, Princeton (1995).
5. K. Sakoda, *Optical Properties of Photonic Crystals*, Springer, Berlin (2001).
6. D. W. Berreman and T. J. Scheffer, *Phys. Rev. A* **5**, 1397 (1971).
7. D. W. Berreman, *J. Opt. Soc. Amer.* **62**, 502 (1972); **63**, 1374 (1973).
8. С. П. Палто, *ЖЭТФ* **119**, 638 (2001).
9. A. H. Gevorgyan, *Phys. Rev. E* **85**, 021704 (2012).
10. В. А. Беляков, В. Е. Дмитриенко, *ФТТ* **15**, 2724 (1973).
11. В. Е. Дмитриенко, В. А. Беляков, *ФТТ* **15**, 3325 (1973).
12. A. Lakhtakia and W. S. Weiglhofer, *Microwave Opt. Technol.* **12**, 245 (1996).
13. A. Yu. Val'kov, E. V. Aksenova, and V. P. Romanov, *Phys. Rev. E* **87**, 022508 (2013).
14. K. Rokushima and J. Yamakita, *J. Opt. Soc. Amer.* **73**, 901 (1983).
15. F. Wang and A. Lakhtakia, *Opt. Comm.* **235**, 133 (2004).
16. G. Panasyuk, J. Kelly, E. C. Gartland, and D. W. Allender, *Phys. Rev. E* **67**, 041702 (2003).
17. V. Freedericksz and V. Zwetkoff, *Phys. Z. Sowjetunion* **6**, 5 (1934).
18. M. Warenghem, M. Ismaili, and D. Hector, *J. de Phys. III* **2**, 765 (1992).
19. F. Simoni, F. Bloisi, L. Vicari et al., *Europhys. Lett.* **21**, 189 (1993).
20. M. Warenghem, M. Ismaili, F. Simoni et al., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **251**, 61 (1994).
21. M. Warenghem, D. Louvergneux, and F. Simoni, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **282**, 235 (1996).
22. J. A. Rayes and R. F. Rodriguez, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **317**, 135 (1998).
23. J. A. Olivares, R. F. Rodriguez, and J. A. Rayes, *Opt. Comm.* **221**, 223 (2003).
24. C. I. Mendoza, J. A. Olivares, and J. A. Rayes, *Phys. Rev. E* **70**, 062701 (2004).
25. C. I. Mendoza and J. A. Rayes, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 091912 (2006).
26. E. V. Aksenova, A. A. Karetnikov, A. P. Kovshik et al., *Europhys. Lett.* **69**, 68 (2005).
27. E. V. Aksenova, A. A. Karetnikov, A. P. Kovshik et al., *J. Opt. Soc. Amer. A* **25**, 600 (2008).
28. A. A. Karetnikov, N. A. Karetnikov, A. P. Kovshik et al., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **115**, 337 (2012).
29. C. V. Brown and N. J. Mottram, *Phys. Rev. E* **68**, 031702 (2003).
30. M. Škarabot, M. Ravnik, D. Babič et al., *Phys. Rev. E* **73**, 021705 (2006).
31. A. A. Smith, C. V. Brown, and N. J. Mottram, *Phys. Rev. E* **75**, 041704 (2007).
32. S. M. Shelestiuk, V. Y. Reshetnyak, and T. J. Sluckin, *Phys. Rev. E* **83**, 041705 (2011).

33. E. A. Babayan, I. A. Budagovsky, S. A. Shvetsov et al., *Phys. Rev. E* **82**, 061705 (2010).
34. J. Cheng, R. N. Thurston, and D. W. Berreman, *J. Appl. Phys.* **52**, 2576 (1981).
35. D. W. Berreman and W. R. Heffner, *J. Appl. Phys.* **52**, 3032 (1981).
36. R. N. Thurston, *J. Appl. Phys.* **54**, 4966 (1983).
37. F. M. Leslie, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **12**, 57 (1970).
38. R. N. Thurston and D. W. Berreman, *J. Appl. Phys.* **52**, 508 (1981).
39. R. Hering, W. Funk, H. R. Trebin et al., *J. Appl. Phys.* **70**, 4211 (1991).
40. А. А. Каретников, Н. А. Каретников, А. П. Ковшик и др., *Опт. и спектр.* **108**, 996 (2010).
41. Дж. Мэтьюз, Р. Уокер, *Математические методы физики*, Атомиздат, Москва (1972).
42. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1992).
43. А. А. Каретников, Н. А. Каретников, А. П. Ковшик, Е. И. Рюмцев, *Опт. и спектр.* **103**, 663 (2007).