

# МАГНИТНЫЕ БЛОХОВСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И СПИНОВАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ В ДВУМЕРНЫХ СВЕРХРЕШЕТКАХ БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ РАШБА В ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ

*А. А. Перов\*, И. В. Пенягин*

*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 24 сентября 2013 г.

В одноэлектронном приближении во внешнем магнитном поле рассчитаны квантовые состояния носителей в двумерных двоякопериодических полупроводниковых сверхрешетках  $n$ -типа, не обладающих пространственной инверсионной симметрией. Показано, что спин-орбитальное взаимодействие и спиновое расщепление в магнитном поле могут приводить к возникновению фотогальванического эффекта в двумерном электронном газе без центра инверсии, а также к ненулевой спиновой намагниченности электронного газа в плоскости, перпендикулярной магнитному полю.

DOI: 10.7868/S004445101403015X

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Задача о квантовомеханическом движении носителей заряда в полупроводниковых структурах, помещенных во внешнее магнитное поле, имеет более чем полувековую историю [1–9]. Дело в том, что действия периодического поля кристалла и магнитного поля на электрон или дырку в полупроводнике существенно различны по своей природе. Так, магнитное поле квантует поперечное движение заряженной частицы [1], а поле кристаллической решетки приводит к образованию энергетических зон. В результате в зонах проводимости и в валентной зоне в магнитном поле формируются «лестницы» уровней Ландау. В действительности, как показывают результаты первых теоретических работ, выполненных в середине прошлого столетия (см., например, [2, 8]), уровни Ландау в кристаллах уширяются в зоны экспоненциально малой ширины. Причиной тому является снятие вырождения состояний в магнитном поле по центру орбиты вследствие взаимодействия заряженной частицы с электростатическим периодическим полем кристалла. Суть эффекта снятия

вырождения состояний электрона в магнитном поле по центру орбиты может быть выражена следующим образом (даже в рамках модели одномерного периодического потенциала). При изменении положения точки подвеса осциллятора в пределах периода электростатического потенциала каждый из уровней Ландау в параболе смещается по шкале энергий и, тем самым, формируются минизоны, энергия носителя в которых становится зависящей от квазиимпульса.

Экспериментальное наблюдение расщепленной зонной структуры в реальных кристаллах, помещенных в магнитное поле, затруднено тем, что для этого необходимо генерировать мегагауссные магнитные поля. В то же время, искусственные полупроводниковые кристаллы — сверхрешетки — с периодом в несколько десятков нанометров являются перспективными объектами для теоретического и экспериментального исследований магнитных блоховских состояний носителей [3]. Квантовые состояния электронов в них обладают богатой топологией [10]. Так, если сверхрешетка, расположенная в области гетероперехода, не обладает центром инверсии, то становится возможным управлять холловским кондактансом полностью заполненных магнитных подзон [11].

\*E-mail: wkb@inbox.ru

Учет в теории электронного спина и спин-орбитального взаимодействия в электронном газе позволяет предсказать и рассчитать новые транспортные [12], магнитооптические [13, 14] и фотогальванические эффекты в изучаемых низкоразмерных полупроводниковых решеточных структурах, в том числе и не обладающих пространственной инверсионной симметрией. Изучению квантовых состояний носителей в двоякопериодических сверхрешетках  $n$ -типа без центра инверсии во внешнем магнитном поле посвящена данная статья. Создаваемый внешним магнитным полем магнитный поток через элементарную ячейку сверхрешетки, измеренный в квантах магнитного потока, полагается рациональным числом  $p/q$  ( $p$  и  $q$  — взаимно простые числа). Модельные расчеты проведены в отсутствие вихревых токов [15] и в той области значений экспериментально реализуемых параметров системы [16], когда характерная энергия Ландау значительно превышает величины сопоставимых между собой, что важно, спинового и спин-орбитального расщеплений в спектре, а также расщепления, обусловленного действием на электрон периодического поля сверхрешетки.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Гамильтониан, описывающий квантовомеханическое движение электрона в двумерной двоякопериодической квадратной сверхрешетке, в постоянном однородном магнитном поле с учетом эффекта Зеемана и спин-орбитального взаимодействия Рашба в газе носителей имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + V(x, y) = \left( \hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 \hat{E}/2m^* + \frac{\alpha}{\hbar} [\mathbf{z} \times \hat{\sigma}] \cdot \left( \hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) - g\mu_B H \hat{\sigma}_z + V(x, y), \quad (1)$$

где  $\mu_B$  — магнетон Бора,  $\hat{E}$  — единичная матрица размерности  $2 \times 2$ ,  $m^*$  — эффективная масса,  $c$  — скорость света,  $\hat{\mathbf{p}}$  — оператор импульса,  $\hat{\sigma}$  — вектор, составленный из матриц Паули,  $\alpha$  — константа спин-орбитального взаимодействия Рашба,  $g$  — фактор Ландэ,  $\hbar$  — постоянная Планка. Для векторного потенциала магнитного поля  $\mathbf{H} \parallel z$  выбрана в дальнейшем калибровка Ландау  $\mathbf{A} = (0, H \cdot x, 0)$ . Функция

$$V(x, y) = V_1 \cos^2 \left( \frac{\pi x}{a} \right) \cos^2 \left( \frac{\pi y}{a} \right) + V_2 \left( \sin \left( \frac{2\pi x}{a} \right) + \sin \left( \frac{2\pi y}{a} \right) \right) \quad (2)$$

моделирует периодический электростатический потенциал поля двумерной сверхрешетки с периодом  $a$  в плоскости гетероперехода, перпендикулярной внешнему магнитному полю. Амплитуды потенциала  $V_1$  и  $V_2$  ответственны за его centrosymmetric и неcentrosymmetric составляющие.

В работе [12] была аналитически решена задача о квантовых состояниях электрона, описываемого гамильтонианом  $\hat{H}_0$ . Так, электронный спектр представлял собой дискретные уровни, объединенные в пары:

$$E_S^\pm = \hbar\omega_c S \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\hbar\omega_c + 2g\mu_B H)^2 + \frac{8\alpha^2}{l_H^2} S}, \quad (3)$$

$$S = 1, 2, 3, 4, \dots,$$

$$E_0^+ = \hbar\omega_c/2 + g\mu_B H.$$

Волновые функции при этом имели вид

$$\Psi_{k_y}(\mathbf{r}) = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{2}} \Phi_0 \left( \frac{x - x_0}{l_H} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

— для ветви  $E_0^+$ ,

$$\Psi_{S, k_y}^+(\mathbf{r}) = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{1 + D_S^2}} \begin{pmatrix} D_S \Phi_{S-1} \left( \frac{x - x_0}{l_H} \right) \\ \Phi_S \left( \frac{x - x_0}{l_H} \right) \end{pmatrix} \quad (5)$$

— для ветвей  $E_S^+$ ,

$$\Psi_{S, k_y}^-(\mathbf{r}) = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{1 + D_S^2}} \begin{pmatrix} \Phi_{S-1} \left( \frac{x - x_0}{l_H} \right) \\ -D_S \Phi_S \left( \frac{x - x_0}{l_H} \right) \end{pmatrix} \quad (6)$$

— для ветвей  $E_S^-$ . В выражениях (4)–(6)

$$D_S = \alpha \sqrt{2S} \left( l_H \left( E_0^+ + \sqrt{E_0^{+2} + 2S \frac{\alpha^2}{l_H^2}} \right) \right)^{-1}, \quad (7)$$

$\Phi_n(z)$  — осцилляторная функция,  $l_H = \sqrt{c\hbar/|e|H}$  — магнитная длина.

В области магнитных полей, когда энергии зеемановского расщепления в спектре, спин-орбитального взаимодействия  $E_{SO}$  и расщепления в спектре, обусловленного действием электростатического поля сверхрешетки на электрон, сопоставимы между собой, выполняется условие  $\hbar\omega_c \gg V_1, V_2$ ;  $V_{1,2} \approx E_{SO}$ . При этом становится оправданным расчет квантовых состояний электрона с гамильтонианом (1) в так

называемом двухуровневом приближении [11], когда можно пренебречь примесью состояний невозмущенных пар уровней в состояниях магнитных блоховских подзон рассматриваемой пары с заданным значением номера  $S$ . При этом ширина расщепленной зонной структуры оказывается много меньше характерной энергии Ландау  $\hbar\omega_c$ .

Проведем далее расчет электронных спиновых состояний магнитных блоховских подзон, образованных из энергетических уровней основной пары, а именно,  $E_0^+$  и  $E_1^-$ . Волновая функция электрона, удовлетворяющая обобщенным граничным условиям Блоха в магнитном поле [2], представляется в виде симметризованной линейной комбинации базисных состояний указанной пары уровней [11]:

$$\begin{aligned} \Psi_{\mathbf{k}}(x, y) &= \begin{pmatrix} \Psi_{1\mathbf{k}}(x, y) \\ \Psi_{2\mathbf{k}}(x, y) \end{pmatrix} = \\ &= \sum_{n=1}^p \sum_{l=-\infty}^{\infty} \exp\left(ik_x a \left(qa + \frac{nq}{p}\right)\right) \times \\ &\times \exp\left(2\pi i y \frac{lp+n}{a}\right) (A_n(\mathbf{k})\psi_{0nl\mathbf{k}}^+(x, y) + \\ &+ B_n(\mathbf{k})\psi_{1nl\mathbf{k}}^-(x, y)), \quad (8) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \psi_{0nl\mathbf{k}}^+(x, y) &= e^{ik_y a} \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_0(\xi_{nl}) \end{pmatrix}, \\ \psi_{1nl\mathbf{k}}^-(x, y) &= \frac{e^{ik_y a}}{\sqrt{1+D_1^2}} \begin{pmatrix} \Phi_0(\xi_{nl}) \\ -D_1\Phi_1(\xi_{nl}) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

— спиновые волновые функции электрона с энергиями соответственно  $E_0^+ = \hbar\omega_c/2 + g\mu_B H$ ,  $E_1^- = \hbar\omega_c - \sqrt{(E_0^+)^2 + 2\alpha^2/l_H^2}$ ,

$$x_0 = \frac{c\hbar k_y}{|e|H}, \quad \xi_{nl} = \frac{x - x_0 - lqa - naq/p}{l_H},$$

$\omega_c = |e|H/m^*c$  — циклотронная частота.

В представлении оператора  $\hat{H}_0$  гамильтониан (1) есть матрица размерности  $2p \times 2p$ , имеющая блочный вид. Каждый из четырех блоков представляет собой трехдиагональную матрицу размерности  $p \times p$ . Решение задачи на собственные значения и собственные векторы для рассчитанной аналитически матрицы гамильтониана (1) проводилось нами численно методом Хаусхолдера в совокупности с QL-QR-алгоритмами.

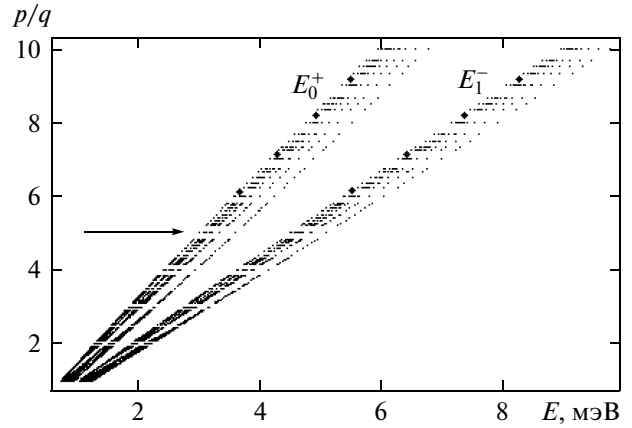


Рис. 1. Зависимость положения магнитных подзон от числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки при  $V_2 = 0.1V_1$

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Обсудим далее наиболее важные результаты расчетов. Расчетные параметры были максимально приближены к известным из экспериментов [16] для решеточных структур  $\text{In}_{0.23}\text{Ga}_{0.77}\text{As}/\text{GaAs}$ :  $m^* = 0.05m_e$ ,  $\alpha = 2.5 \cdot 10^{-11}$  эВ·м,  $a = 80$  нм,  $g = -4$ .

На рис. 1 приведен график зависимости положения магнитных подзон от числа квантов потока через элементарную ячейку сверхрешетки. Поскольку потенциал  $V(x; y)$  при  $V_{1,2} \neq 0$  не является знакопостоянным, магнитные подзоны группируются как над, так и под невозмущенными уровнями пары, отмеченными жирными точками на рис. 1. Для пяти квантов потока (стрелка на рис. 1) и амплитуды centrosymmetric составляющей потенциала  $V_1 = 1$  мэВ были рассчитаны спектр частицы и спиновая поляризация состояний в магнитной зоне Бриллюэна (МЗБ). При этом энергия Ландау составляла величину  $\hbar\omega_c = 7.5$  мэВ и напряженность магнитного поля  $H = 32500$  Э.

Проведенные нами модельные расчеты показывают, что в случае, когда потенциал сверхрешетки не обладает центром инверсии, экстремумы законов дисперсии в энергетических подзонах смещены относительно центра МЗБ вдоль линии  $k_y = -k_x$  (см. рис. 2). Здесь необходимо отметить, что экстремумы зон расположены не в одной и той же точке магнитной зоны Бриллюэна. Поэтому становится принципиально возможным возникновение предсказанного ранее в работе [17] фотогальванического эффекта при прямых переходах между подзонами в пределах данной пары уровней.

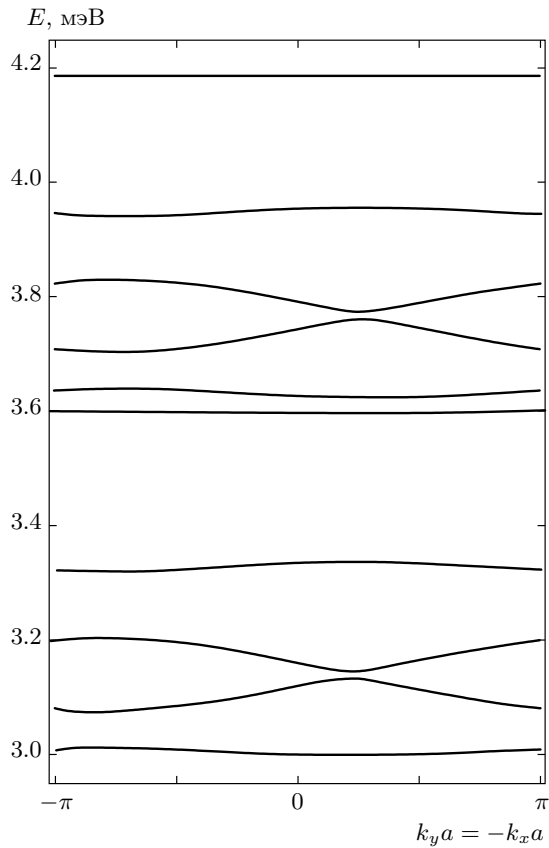


Рис. 2. Законы дисперсии в магнитных блоховских подзонах при  $V_2 = 0.1V_1$  вдоль линии  $k_y a = -k_x a$

Кроме того, непосредственными расчетами показано, что в рамках изучаемой модели (2) при соотношении между амплитудами потенциала  $V_2/V_1 \approx 0.13$  вторая и третья магнитные подзоны мгновенно касаются друг друга в некоторой точке магнитной зоны Бриллюэна. В момент касания подзон происходит смена доминирующих компонент волновых функций и, как следствие, первых чисел Черна коснувшихся подзон, определяющих, в частности, их холловский кондактанс [10, 11, 18].

В работе также был выполнен расчет средних значений проекций спина электрона в магнитных подзонах

$$\langle S_i^\mu(\mathbf{k}) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{\mathbf{k}}^{\mu*}(x, y) \hat{\sigma}_i \Psi_{\mathbf{k}}^\mu(x, y) dx dy, \quad (9)$$

где  $i = x, y, z$ ;  $\mu$  — номер подзоны. На рис. 3 приведены результаты расчетов векторного поля средних значений проекций спинов в плоскости электронного газа в случаях centrosymmetric ( $V_1 = 1$  мэВ,  $V_2 = 0$ ) и non-centrosymmetric ( $V_1 = 1$  мэВ,

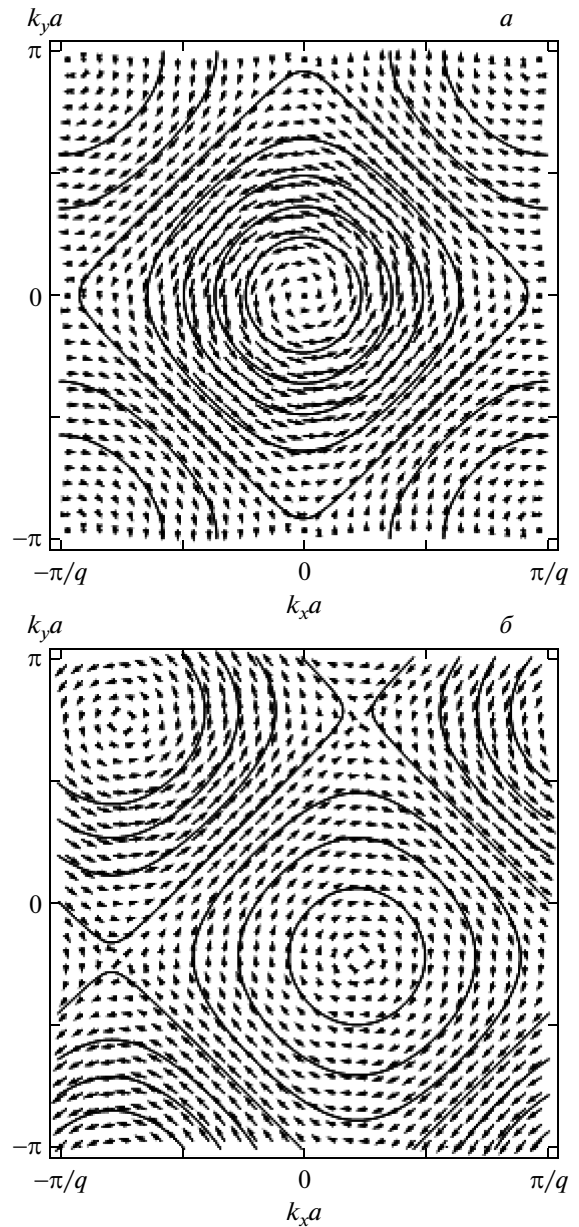


Рис. 3. Векторное поле средних значений проекций спинов в плоскости электронного газа в следующих случаях: а —  $V_1 = 1$  мэВ,  $V_2 = 0$ ; б —  $V_1 = 1$  мэВ,  $V_2 = 0.1$  мэВ

$V_2 = 0.1$  мэВ) периодического потенциала при  $p/q = 5/1$  в нижней подзоне.

Векторное поле средних спинов в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, имеет вихревую структуру, линии векторного поля являются касательными к изображенным изоэнергетическим линиям. Если потенциал сверхрешетки centrosymmetric, то спиновая намагниченность в плоскости газа

$$\sum_i^\mu = \iint_{\text{МЗБ}} \langle S_i^\mu(\mathbf{k}) \rangle dk_x dk_y \quad (i = x, y) \quad (10)$$

равна нулю. В случае нецентросимметричного периодического потенциала  $V_2 \neq 0$  в перпендикулярном магнитном поле появляется спиновая намагниченность в плоскости газа, а центр вихря векторного поля средних спинов (см. рис. 3) смещается в магнитной зоне Бриллюэна вдоль линии  $k_y = -k_x$ . Расчеты показывают, что данный управляемый посредством параметра асимметрии эффект возникает и в других моделях нецентросимметричного потенциала [19]. Отсутствие инверсионной симметрии периодического электростатического поля сверхрешетки является необходимым условием возникновения данного эффекта в электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием в изучаемых структурах. Отметим также, что при варьировании параметра  $V_2/V_1$ , когда определенные магнитные подзоны спектра касаются друг друга, изменение первых чисел Черна коснувшихся магнитных подзон не оказывает влияния на распределение в них средних спинов в магнитной зоне Бриллюэна, поскольку информация о точках ветвления фазы волновой функции [10] оказывается проинтегрированной по  $\mathbf{k}$ -пространству.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках предлагаемой модели впервые был рассчитан спектр электрона, совершающего квантовомеханическое движение в нецентросимметричном двоякопериодическом потенциале сверхрешетки и перпендикулярном магнитном поле при учете спин-орбитального взаимодействия Рашба в электронном газе. Показано, что для случая центросимметричного знакопостоянного периодического потенциала энергетические подзоны в достаточно сильном магнитном поле группируются по одну сторону от положения каждого из невозмущенных уровней энергии в парах. Исследована симметрия законов дисперсии в магнитных подзонах. На качественном уровне показано, что в изучаемых структурах возможно возникновение фотогальванического эффекта при прямых переходах между состояниями магнитных подзон как внутри одной пары уровней, так и при переходах между энергетическими подзонами различных пар уровней с энергией кванта порядка  $\hbar\omega_c$ . Данный эффект обусловлен наличием инверсионной асимметрии периодического потенциала сверхрешетки.

Расчеты средних значений проекций спинов электрона в состояниях магнитных подзон в случаях центросимметричного и нецентросимметричного модельных потенциалов сверхрешетки позво-

лили установить вихревой характер распределения спинов в плоскости электронного газа. В случае центросимметричного потенциала спиновая намагниченность газа в полностью заполненной подзоне равна нулю. Управляемый эффект ненулевой спиновой намагниченности в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, возникает вследствие отсутствия инверсионной симметрии периодического электростатического поля сверхрешетки при наличии спин-орбитального взаимодействия в газе носителей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-02-00784).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. L. D. Landau, *Z. Phys.* **64**, 629 (1930).
2. P. G. Harper, *Proc. Phys. Soc.* **68**, 874 (1955).
3. T. Schlösser, K. Ensslin, and J. P. Kotthaus, *Semicond. Sci. Technol.* **11**, 1582 (1996).
4. Г. Е. Зильберман, *ЖЭТФ* **30**, 1093 (1956).
5. Г. Е. Зильберман, *ЖЭТФ* **32**, 296 (1952).
6. Г. Е. Зильберман, *ЖЭТФ* **23**, 49 (1964).
7. D. Hofstadter, *Phys. Rev. B* **14**, 2239 (1976).
8. F. A. Butler and E. Brown, *Phys. Rev. B* **166**, 630 (1968); A. Rauh, *Phys. Stat. Sol. (b)* **69**, K9 (1975).
9. Y. Hasegawa, Y. Hatsugai, and M. Kohmoto, *Phys. Rev. B* **41**, 9174 (1990).
10. N. A. Usov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **94**, 305 (1988).
11. V. Ya. Demikhovskii and A. A. Perov, *Phys. Rev. B* **75**, 205307 (2007).
12. X. F. Wang and P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. B* **67**, 085313 (2003).
13. А. А. Перов, Л. В. Солнышкова, *ФТП* **43**, 214 (2009).
14. А. А. Перов, Л. В. Солнышкова, and D. V. Khomitsky, *Phys. Rev. B* **82**, 165328 (2010).
15. S. V. Iordanski, *Pis'ma v ZhETF* **89**, 423 (2009).
16. M. C. Geisel, J. H. Smet, V. Umansky et al., *Phys. Rev. Lett.* **92**, 256801 (2004); C. Albrecht, J. H. Smet, K. von Klitzing et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 147 (2001).
17. В. Я. Демиховский, А. А. Перов, *Int. J. Nanoscience* **2**, 593 (2003).
18. А. А. Перов, Л. В. Солнышкова, *ЖЭТФ* **88**, 717 (2008).
19. В. Я. Демиховский, А. А. Перов, *Physica E* **27**, 439 (2005).