

# НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЧЕРНО-БЕЛЫХ ДЫРАХ (ДИНАМИЧЕСКИХ КРОВОТЫХ НОРАХ)

*Н. С. Кардашев<sup>a</sup>, Л. Н. Липатова<sup>a</sup>, И. Д. Новиков<sup>a,b</sup>, А. А. Шацкий<sup>a\*</sup>*

<sup>a</sup> *Астрокосмический центр, Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук  
117997, Москва, Россия*

<sup>b</sup> *The Nielse Bohr International Academy, The Nielse Bohr Institute  
DK-2100, Copenhagen, Denmark*

Поступила в редакцию 19 января 2014 г.

Рассматриваются модели кротовых нор с топологией на основе черно-белой дыры типа Рейсснера–Нордстрема. В этих моделях имеется один вход в одной Вселенной (черная дыра) и соответствующий этому входу один выход в другую Вселенную (белая дыра). Проходимость материи сквозь кротовую нору в этих моделях возможна только в одном направлении (от прошлого к будущему). Все модели рассматриваются в предположении сферической симметрии. Показано, что все модели без горловины не нарушают нулевого энергетического условия. Построена модель черной дыры типа Рейсснера–Нордстрема, не содержащая сингулярностей под горизонтом. Для простейшей черно-белой дыры Рейсснера–Нордстрема построены траектории частиц и лучей света, проходящих из одной Вселенной в другую. Найдены отличительные особенности для изображений объектов из другой Вселенной, наблюдаемых через такие объекты. Проведено сравнение характеристик этих изображений с аналогичными характеристиками для обычных кротовых нор.

DOI: 10.7868/S0044451014070086

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Еще в 1960-х гг. прошлого века были рассмотрены модели многих Вселенных, соединенных кротовыми норами, причем эти норы проходимы только в одном направлении (от прошлого к будущему) [1–6]. Будем называть такие кротовые норы динамически-кротовыми норами (ДКН).

Данная работа посвящается анализу физических особенностей ДКН и особенно проблеме видимости других Вселенных при наблюдении их сквозь ДКН.

Будем рассматривать сферически-симметричные объекты в рамках общей теории относительности (ОТО).

Произвольная сферически-симметричная метрика, зависящая только от одной координаты, всегда может быть записана в виде

$$ds^2 = f(r) dt^2 - \frac{dr^2}{f(r)} - R^2(r)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (1)$$

\*E-mail: shatskiy@asc.rssi.ru

Во многих случаях такая метрика может обладать физической сингулярностью, характеризуемой бесконечной кривизной пространства-времени. Простейшим индикатором наличия сингулярности может являться бесконечное значение так называемого скаляра Кречмана  $K$ :

$$K = R_{ijkl} R^{ijkl}. \quad (2)$$

Здесь  $R_{ijkl}$  — тензор Римана.

Будем считать, что конечность  $K$  во всем диапазоне координат свидетельствует об отсутствии сингулярностей. Основным объектом нашего исследования будет ДКН, являющаяся заряженной черной дырой (ЧД) Рейсснера–Нордстрема (РН) — см., например, [7]. Также мы рассмотрим обобщение решения для ЧД РН в ОТО. Эти решения являются важнейшими примерами ДКН.

Если частица уже захвачена ЧД (см. следующий раздел), то для пространства-времени Шварцшильда сингулярность будет достигнута за конечное собственное время (см. [8], §102). Однако достигнуть сингулярности в пространстве-времени РН практически невозможно. Это происходит по причине того,

что в пространстве-времени РН вблизи сингулярности действуют гравитационные силы отталкивания. Но если слегка модифицировать метрику РН внутри ЧД, то можно построить модели, в которых сингулярность либо является достижимой, либо отсутствует (вместо нее появляется «размытая» сингулярность — центральная особенность) — см. ниже.

Подобное «размытие» может быть результатом квантово-гравитационных эффектов, возникающих вблизи сингулярности.

Метрика заряженной ЧД обычного решения РН (1), для которой

$$f(r) = \left(1 - \frac{r_c}{r}\right) \left(1 - \frac{r_h}{r}\right), \quad R^2(r) = r^2, \quad (3)$$

обладает двумя горизонтами: внутренним горизонтом Коши  $r_c$  и внешним горизонтом событий  $r_h$ .

Для пространства-времени РН справедлива следующая связь между радиусами горизонтов и характеристиками ЧД, такими как асимптотические заряд  $Q$  и масса<sup>1)</sup>  $M$ :

$$M = \frac{r_c + r_h}{2}, \quad Q^2 = r_c r_h. \quad (4)$$

## 2. СЕЧЕНИЕ ЗАХВАТА ЧЕРНОЙ ДЫРОЙ РЕЙССНЕРА – НОРДСТРЕМА

Вычислим сечение захвата частицы ЧД РН — см. аналогичную задачу в работе [9]. В центрально-симметричном поле закон движения частицы с массой покоя  $m$  содержит два интеграла движения: энергию  $E$  и угловой момент  $L$  частицы (см. [7, 8]).

Обозначая удельную энергию  $\epsilon := E/m$  и прицельный параметр частицы  $h := L/E$ , имеем из уравнений движения (см. [7]):

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = f^2 \left[1 - f \left(\frac{1}{\epsilon^2} + \frac{h^2}{r^2}\right)\right]. \quad (5)$$

Точка поворота<sup>2)</sup> частицы  $r_0$  соответствует тому, что правая часть этого уравнения обращается в нуль.

Рассмотрим сначала ультрарелятивистский случай:  $\epsilon \rightarrow \infty$ . Отбрасывая в полученном уравнении член  $1/\epsilon^2$ , стремящийся к нулю, получаем

$$1 - \frac{h^2}{r_0^2} + \frac{2Mh^2}{r_0^3} - \frac{Q^2 h^2}{r_0^4} = 0. \quad (6)$$

<sup>1)</sup> Здесь и далее мы рассматриваем систему единиц, в которой скорость света  $c = 1$  и гравитационная постоянная  $G = 1$ .

<sup>2)</sup> Точкой поворота мы называем смену направления движения частицы по  $r$ -координате.

Минимум функции  $h^2(r_0)$  соответствует корню:

$$r_0 = \frac{1}{2} \left(3M + \sqrt{9M^2 - 8Q^2}\right) \Leftrightarrow h_{ext}^2(r_0) = \frac{r_0^4}{Q^2 - 2Mr_0 + r_0^2}. \quad (7)$$

Рассмотрим теперь существенно нерелятивистский случай:  $\epsilon \rightarrow 1$ . Аналогичное (6) уравнение для этого случая имеет вид

$$h^2(r_0) = \frac{2Mr_0^3 - Q^2 r_0^2}{Q^2 - 2Mr_0 + r_0^2}. \quad (8)$$

Отсюда для определения минимального  $h^2$  и  $r_0$  получаем уравнение

$$Mr_0^3 - 4M^2 r_0^2 + 4MQ^2 r_0 - Q^4 = 0. \quad (9)$$

Определение корня  $r_0^{\epsilon \rightarrow 1}$  для этого выражения является трансцендентной задачей, но в двух частных случаях этот корень может быть легко найден:

$$\begin{aligned} r_{0(Q=0)}^{\epsilon \rightarrow 1} &= 4M, & h_{(Q=0)}^{\epsilon \rightarrow 1} &= 4M; \\ r_{0(Q \rightarrow M)}^{\epsilon \rightarrow 1} &= M, & h_{(Q \rightarrow M)}^{\epsilon \rightarrow 1} &\rightarrow +\infty. \end{aligned} \quad (10)$$

Сопоставим эти два результата с ультрарелятивистскими выражениями из (7):

$$\begin{aligned} r_{0(Q=0)}^{\epsilon \rightarrow \infty} &= 3M, & h_{(Q=0)}^{\epsilon \rightarrow \infty} &= 3\sqrt{3}M; \\ r_{0(Q \rightarrow M)}^{\epsilon \rightarrow \infty} &= 2M, & h_{(Q \rightarrow M)}^{\epsilon \rightarrow \infty} &= 4M. \end{aligned} \quad (11)$$

## 3. РЕШЕНИЕ ПОД ГОРИЗОНТОМ

Рассмотрим движение частицы для произвольной метрики (1) под горизонтом Коши ( $r < r_c$ ), эта область, так же как и область вне горизонтов, является  $R$ -областью (в отличие от  $T$ -области между горизонтами  $r_c$  и  $r_h$ , где  $f < 0$ ). Поэтому смысл координат  $t$  и  $r$  в этой области (вблизи центральной особенности) остается тем же, что и вне черной дыры.

Без потери общности предполагаем дальше, что движение частицы происходит в экваториальной плоскости ( $\theta = \pi/2$ ). Запишем уравнение геодезической для частицы (см. [8], § 87 и [10]):

$$\frac{du_i}{ds} = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i} u^k u^l. \quad (12)$$

Отсюда для метрики (1) и для  $i$ , соответствующего  $t$ -координате, имеем интеграл движения  $u_t = \epsilon = \text{const}$ ; а для  $i$ , соответствующего  $\varphi$ -координате, — интеграл движения  $u_\varphi = L/m = h\epsilon = \text{const}$ .

Из уравнений (12) с учетом тождества  $u_i u^i = 1$  получаем

$$\frac{dr}{ds} \equiv u^r = \pm \sqrt{\epsilon^2 - f \left( 1 + \frac{h^2 \epsilon^2}{R^2} \right)}. \quad (13)$$

Это выражение является аналогом формулы (5) для внешней  $R$ -области в ЧД РН, поэтому точке поворота частицы  $r_0$  соответствует равенство

$$f(r_0) = \frac{\epsilon^2}{1 + (h\epsilon)^2/R^2(r_0)}. \quad (14)$$

Легко видеть, что для любых  $h$  в отсутствие горловины (см. ниже) во внутренней  $R$ -области (т.е. там, где  $f > 0$ ), всегда есть точка поворота ( $r_0 > 0$ ) и, следовательно, центральная особенность недостижима. Для вырожденного случая  $h = 0$  и  $\epsilon \rightarrow \infty$  (соответствующего радиальному фотону) центральная особенность достижима, но мера таких начальных условий для любой частицы есть нуль на множестве всех возможных значений начальных условий. Поэтому такой вырожденный случай ( $h = 0$ ) не дает вклада ни в какие физические эффекты и дальше мы его не рассматриваем.

Как уже отмечалось выше, квантово-гравитационные эффекты вблизи сингулярности могут изменить вид функции  $f(r)$  вблизи  $r = 0$ . Для того чтобы достигнуть точки центральной особенности ( $r = 0$ ), можно обобщить функцию  $f(r)$ :

$$f(r) = \left( 1 - \frac{r_c}{R_1} \right) \left( 1 - \frac{r_h}{R_1} \right), \quad (15)$$

$$R_1 := \sqrt{b^2 + r^2}, \quad R^2 = r^2.$$

В этом случае должны выполняться условия  $r_c \leq b < r_h$ , т.е. мы должны убрать из такой модели ДКН внутреннюю  $R$ -область (получающаяся при этом модель становится похожа на модель ЧД Шварцшильда).

Заметим, что для расчета движения частиц в  $T$ -области (см. [11, 12], где  $r_c \leq r \leq r_h$ ) можно пользоваться теми же уравнениями (12), (13). Только в этой области  $f(r) < 0$  и  $t$  является пространственной координатой, а  $r$  — координатой времени [13].

Обратим внимание еще на один важный вырожденный случай:  $b = Q^2/2M$ . Легко убедиться, что для такой (вырожденной) метрики  $1 - f \rightarrow 0$  ( $\propto r^2$ ). Скаляр Кречмана  $K(r)$  этой метрики является всюду конечной функцией и при  $r = 0$  получаем, что  $K_0 = 1536M^8/Q^{12}$ . Но в этом случае всегда существуют внутренняя  $R$ -область и соответствующая ей точка поворота  $r_0 > 0$ . Следовательно, центральная

особенность для такого вырожденного случая недостижима для частиц и фотонов (так же, как и в модели ЧД обычного типа РН). Как и для вырожденного случая  $h = 0$  (соответствующего радиальному фотону), мера таких ЧД (типа РН) есть нуль на множестве всех возможных ЧД (типа РН).

#### 4. РЕШЕНИЯ С ГОРЛОВИНОЙ

Одновременно избавиться от сингулярности и обеспечить достижимость центральной особенности ( $r = 0$ ) можно, обобщив выражения для угловых компонент метрики (1):

$$R(r) = \sqrt{r^2 + a^2}, \quad a < r_c. \quad (16)$$

Полученная метрика описывает пространство-время непроходимой в одном направлении (от будущего к прошлому) кротовой норы с радиусом горловины, равным  $a$ . Заметим, что сама горловина ( $r = 0$ ) проходима в обоих направлениях.

Для наиболее общей сферически-симметричной метрики вида (1) скаляр Кречмана принимает вид

$$K = [f''']^2 + \frac{4f'R'(f'R' + 2fR'')}{R^2} + \frac{4\{1 + f[R']^2(f[R']^2 - 2) + 2f^2R^2[R'']^2\}}{R^4}. \quad (17)$$

Из этого выражения видно, что при  $a > 0$  скаляр Кречмана оказывается всюду регулярной функцией.

#### 5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ

«Расплатой» за одновременное выполнение условий достижимости центральной особенности и конечности приливных сил<sup>3)</sup> является нарушение энергетических условий в модели. Покажем, что энергетические условия в наших моделях могут нарушаться только для моделей с горловинами ( $a > 0$ ).

Проверим, выполняется ли для рассматриваемых в настоящей работе моделей нулевое энергетическое условие NEC (Null Energy Condition) для любого нулевого вектора  $V_i$ :

$$\text{NEC} := T_j^i V^j V_i \geq 0, \quad V_i V^i = 0. \quad (18)$$

Для метрики РН компоненты тензора энергии-импульса имеют вид

$$T_t^t = T_r^r = \frac{Q^2}{8\pi r^4}, \quad T_\theta^\theta = T_\varphi^\varphi = -\frac{Q^2}{8\pi r^4}. \quad (19)$$

<sup>3)</sup> Т.е. конечности интеграла по всей траектории  $\int \sqrt{K} ds$  за счет изменения метрики (15), (16).

Рассмотрим падение частицы в метрике (1) в экваториальной плоскости ( $\theta = \pi/2$ ). Пусть нулевой вектор  $V_i$  имеет следующие компоненты:

$$V_t = 1, \quad V_r = -\frac{1}{f} \sqrt{1 - \frac{fh_{ph}^2}{R^2}}, \quad (20)$$

$$V_\theta = 0, \quad V_\varphi = h_{ph}.$$

Выбор компонент  $V_t$  и  $V_\varphi$  в выражениях (20) обусловлен тем, что эти величины являются интегралами движения для фотона (см. разд. 3). Соответствие выражений (20) и формулы (13) определяется ультрарелятивистским пределом<sup>4)</sup>  $\epsilon \rightarrow \infty$ .

Максимальное значение для прицельного параметра, захваченного ЧД фотона, можно определить из выражения (14) при  $\epsilon \rightarrow \infty$ . Для ЧД РН это будет соответствовать величине  $h_{ext}$  в выражении (7), которая в точности есть минимум функции  $r^2/|f|$ . По этой причине выражение для компоненты  $V_r$  всегда является действительной величиной в метрике РН и  $NEC \geq 0$ .

Для случая общей метрики вида (1) нахождение компонент тензора энергии-импульса требует написания уравнений Эйнштейна:

$$8\pi T_t^t = -\frac{f'R'}{R} - \frac{fR'^2}{R^2} + \frac{1}{R^2} - \frac{2fR''}{R}, \quad (21)$$

$$8\pi T_r^r = -\frac{f'R'}{R} - \frac{fR'^2}{R^2} + \frac{1}{R^2}, \quad (22)$$

$$8\pi T_\theta^\theta = 8\pi T_\varphi^\varphi = -\frac{f''}{2} - \frac{f'R'}{R} - \frac{fR''}{R}. \quad (23)$$

На рис. 1 представлены графики величины NEC для модели вырожденной ЧД (см. разд. 3) без горловины во всем возможном диапазоне прицельного параметра  $h_{ph}$  (фотона).

Компоненты тензора (21), (22) отличаются друг от друга только одним слагаемым, которое равно нулю для моделей без горловины (при  $R^2 = r^2$ ). Поэтому с помощью выражений (21)–(23) легко показать, что для «самого опасного» (в смысле нарушения нулевого энергетического условия) случая  $h_{ph} = 0$  для моделей без горловины всегда имеем  $NEC = 0$ . Отсюда можно сделать вывод: для моделей без горловины нулевое энергетическое условие не нарушается, а для моделей с горловиной ( $a > 0$ ) условие (18) нарушается как минимум при  $h_{ph} = 0$ .

<sup>4)</sup> Для этого необходимо определить величину  $\epsilon$  как общий множитель в (20) и разделить на него все компоненты нулевого вектора (что обеспечивает равенство  $V_i V^i = 0$ ).

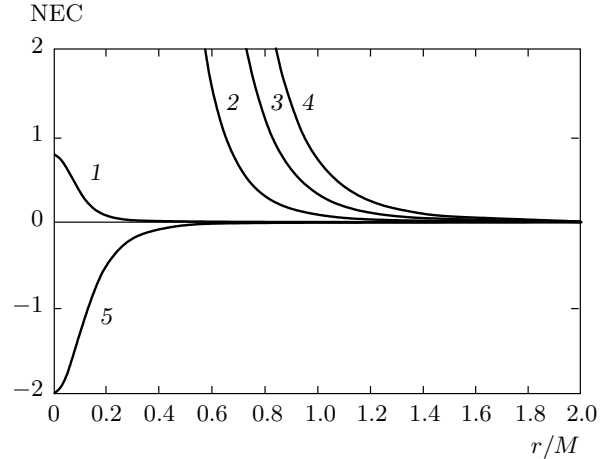


Рис. 1. Для параметров модели  $r_c = 0.20M$  и  $r_h = 1.80M$  построена величина  $NEC(r/M)$  для вырожденного случая ( $a = 0, b = 0.18M, h_{ext} \approx 4.86M$ ) при разных прицельных параметрах  $h_{ph}$  у нулевого вектора  $V_i$ :  $h_{ph} = 0.005h_{ext}$  (1),  $h_{ext}/3$  (2),  $2h_{ext}/3$  (3),  $h_{ext}$  (4). Кривая 5 соответствует величине NEC для той же модели с горловиной  $a = 0.2M$  при  $h_{ph} = 0$

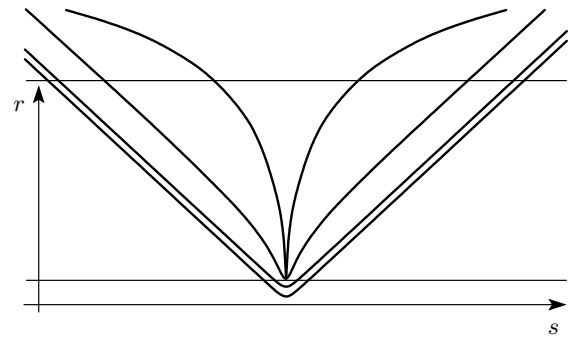
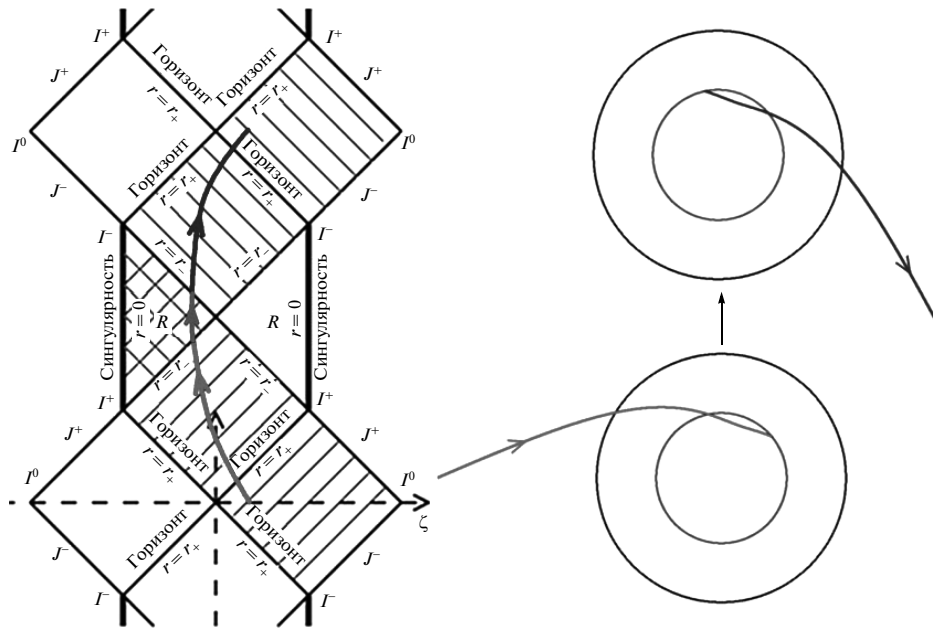


Рис. 2. Зависимости  $r(s)$  для ультрарелятивистских частиц с  $\epsilon = 10^6$ , при  $Q = 0.6M$  и различных значениях прицельного параметра  $h/h_{ext} = 0.001, 0.01, 0.1, 1$  (от нижних кривых к верхним),  $h_{ext} \approx 4.86M$ . Представленный на рисунке диапазон изменения  $s$  примерно равен  $0.0047M$ . Горизонтальные прямые линии соответствуют  $r = 0, r_c, r_h$  (снизу вверх)

## 6. ВИДИМОСТЬ ОБЪЕКТОВ ИЗ ДРУГОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Построим траектории ультрарелятивистских частиц ( $\epsilon \rightarrow \infty$ ), захваченных черной дырой РН и выброшенных белой дырой ДКН, т.е. рассчитаем функции  $r(s)$  и  $\varphi(r)$  — см. рис. 2, 3. Предположим,



**Рис. 3.** Слева: диаграмма Картера–Пенроуза, демонстрирующая две системы отсчета (постоянно сжимающуюся и постоянно расширяющуюся) внутри черно-белой дыры. Справа: зависимости  $\varphi(r)$  для фотона при  $Q = 0.95M$ ,  $h = 0.3h_{ext}$  в этих двух системах отсчета (постоянно сжимающаяся — внизу и постоянно расширяющаяся — сверху). Внутренняя окружность соответствует  $r = r_c$ , внешняя —  $r = r_h$ . Участок траектории фотона во внутренней  $R$ -области совпадает для обеих систем отсчета

что частица движется в экваториальной плоскости ( $\theta = \pi/2$ ). Пусть  $r_s$  — расстояние от источника до ДКН, а  $r_{ob}$  — расстояние от ДКН до наблюдателя. Учитывая, что  $u^\varphi = -h\epsilon/R^2$ , из (13) при  $\epsilon \rightarrow \infty$ ,  $h = \text{const}$  получаем для угла отклонения частицы:

$$\varphi(h) = \int_{r_s}^{r_0} \frac{-h dr}{r^2 \sqrt{1 - fh^2/R^2}} + \int_{r_0}^{r_{ob}} \frac{h dr}{r^2 \sqrt{1 - fh^2/R^2}}. \quad (24)$$

Нас интересует случай достаточно удаленных от черной дыры источника и от белой дыры наблюдателя, т. е.  $r_s \gg r_h$  и  $r_{ob} \gg r_h$ , при этом величина  $r_0(h)$  определяется из выражения

$$1 - f(r_0)h^2/R^2(r_0) = 0.$$

Собственное время  $s$  для траектории любой частицы должно постоянно увеличиваться, поэтому и угол  $\varphi(s)$  также должен монотонно меняться с ростом  $s$  (постоянно увеличиваться или постоянно уменьшаться). При этом максимально возможное значение  $h_{ext}$  для фотона внутри ДКН определяется его минимально возможным значением, при котором фотон еще не захвачен черной дырой, см. (7).

Пусть в другой Вселенной есть  $N \gg 1$  звезд, ко-

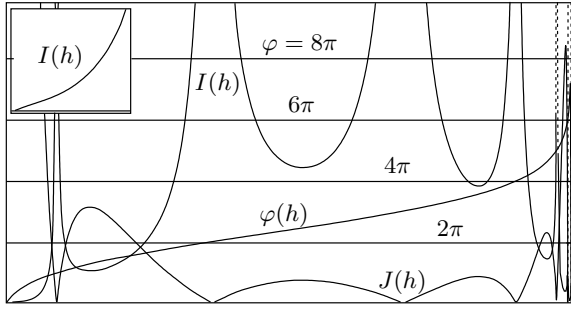
торые равномерно распределены вокруг ЧД и вблизи нее имеют одинаковую яркость  $I_0$ .

Наблюдатель в нашей Вселенной, смотря на эти звезды (в белой дыре), видит уже их неравномерное распределение (по  $h$ ). Это связано с тем, что ДКН искривляет лучи света от этих звезд (и меняет их яркость). Очевидно, что эти искажения света будут центрально-симметричными, с центром в кажущемся центре симметрии черно-белой дыры.

Пусть теперь наблюдатель смотрит только на часть этих звезд, видимых ему через тонкое кольцо, центр которого совпадает с центром ДКН, радиус этого кольца  $h$  и толщина  $dh$ . Тем самым наблюдатель обзоревает телесный угол  $d\Omega$  неба другой Вселенной, причем  $d\Omega = 2\pi |\sin \varphi| d\varphi$ . Здесь  $\varphi(h)$  — угол отклонения лучей света, проходящих через ДКН, от своего прямолинейного распространения<sup>5)</sup>. Поскольку полный телесный угол равен  $4\pi$ , наблюдатель видит в этом кольце  $dN = N d\Omega/4\pi$  звезд<sup>6)</sup>. При

<sup>5)</sup> Под прямолинейным распространением считается (по определению) прохождение луча с  $h = 0$ .

<sup>6)</sup> Угол отклонения света  $\varphi$  может быть больше  $\pi$ , поэтому и полный телесный угол оказывается больше  $4\pi$ , но эта замечание сводится к другой константе (вместо  $4\pi$ ) и не влияет на итоговый результат.



**Рис. 4.** Кривые для зависимостей плотности звезд  $J(h)$ , их видимой яркости  $I(h)$  и угла отклонения фотонов  $\varphi(h)$  при  $Q = 0.6M$ . По горизонтальной оси:  $h_{ext} \approx 4.86M$  (определяется из формулы (7)). Величина  $\varphi(h)$  стремится к бесконечности при  $h \rightarrow h_{ext}$ . Горизонтальные прямые линии соответствуют  $\varphi = 2\pi, 4\pi, 6\pi, 8\pi$ . Слева вверху показан начальный участок графика  $I(h)$  в увеличенном масштабе, для того чтобы была видна линейная зависимость видимой яркости  $I$  при малых  $h$

этом видимая плотность звезд (на единицу площади  $dS = 2\pi h dh$  этого кольца) равна  $J = dN/dS$ . Таким образом, получаем

$$J(h) = \frac{N |\sin \varphi|}{4\pi h} \frac{d\varphi}{dh}. \quad (25)$$

Используя формулы (24), (25), можно построить функцию  $J(h)$  для видимой плотности звезд в ДКН.

Искажение лучей света, прошедших через ДКН, связано не только с перераспределением плотности звезд, но и с изменением их видимой яркости, а именно: с увеличением прицельного параметра  $h$  видимая яркость каждой звезды  $I$  меняется — см. рис. 4. Это связано с тем, что при увеличении радиуса кольца  $h$ , через которое проходит свет звезды, изменяется и элемент телесного угла, в который этот свет рассеивается. Соответствующее изменение видимой яркости отдельной звезды  $I(h)$  обратно пропорционально изменению элемента телесного угла, в который рассеивается свет от звезды:  $I(h) \propto (d\Omega)^{-1} \propto J^{-1}$ .

При  $N \rightarrow \infty$  отдельных звезд уже становится не видно — они «размазываются» из-за ограниченного углового разрешения наблюдательного прибора. При этом средняя яркость звезд, видимых с единицы площади описанного выше кольца, равна  $(I dN/dS)\pi h_{ext}^2/N$ . Поэтому из равенства  $I dN/dS = I(h)J(h) = \text{const}$  следует независимость от  $h$  средней яркости излучения, т. е. ее однородности при  $N \rightarrow \infty$  (так как  $I(h) \propto J^{-1}$ ). Таким образом получаем, что при  $N \rightarrow \infty$  видимая яркость участка ДКН

не зависит от прицельного параметра и ДКН выглядит как однородное пятно во всех диапазонах длин волн света и независимо от модели ДКН. Этот результат универсален — он не зависит от выбора конкретной модели ДКН, доказательство этого утверждения в самом общем случае можно найти в работах [14, 15].

Если число звезд велико, но не бесконечно, то наблюдатель увидит свет от них в виде колец, яркость и толщина которых будут зависеть от конкретной модели ДКН.

При малых же значениях  $N$  в ДКН будут видны отдельные звезды, т. е. однородность будет отсутствовать. В соответствии с рис. 4, каждый точечный источник во Вселенной со стороны черной дыры виден как бесконечное число изображений во Вселенной со стороны белой дыры. При этом каждое изображение соответствует своему прицельному параметру  $h$  (чем больше  $h$ , тем больше полный угол отклонения фотонов  $\varphi$  на пути от источника до наблюдателя). Главные два изображения источника соответствуют полному отклонению фотонов на углы  $\varphi_1 < 2\pi$  и  $\varphi'_1 = 2\pi - \varphi_1$ , что отвечает обходу центра ДКН фотонами с разных сторон (соответственно эти два изображения будут видны на одной линии с центром ДКН и по разные стороны от него). Следующие два изображения (с большими прицельными параметрами  $h$ ) соответствуют углам отклонения фотонов  $\varphi_2 = 2\pi + \varphi_1$  и  $\varphi'_2 = 2\pi + \varphi'_1$ . Следующая пара:  $\varphi_3 = 4\pi + \varphi_1$  и  $\varphi'_3 = 4\pi + \varphi'_1$ , и т. д. При этом яркость всех этих изображений разная: начиная со второй пары изображений яркость последующих пар изображений быстро уменьшается, см. рис. 4.

При малых значениях прицельного параметра фотона можно аналитически рассчитать видимую яркость главного изображения отдельной звезды  $I(h)$  (для минимального угла отклонения  $\varphi$ ). Выполним этот расчет в главном приближении по  $h$  для модели ЧД РН. Выражение (24) в главном приближении по  $h$  переписывается в виде  $\varphi(h) \approx 2h/r_0$ . Для точки поворота тогда получаем  $r_0(h) \approx \sqrt{Qh}$ .

В нашей Вселенной на расстоянии  $l_1$  от ДКН каждая звезда будет иметь видимую яркость  $I(h) = I_0 dS/(l_1^2 d\Omega)$ . Отсюда получаем для видимой яркости отдельной звезды:

$$I(h) \approx \frac{I_0 Q h}{2l_1^2}, \quad (26)$$

т. е. при  $h \ll M$  видимая яркость линейно растёт от нуля. Этот вывод можно сравнить с аналогичными результатами для обычной (проходимой) кротовой

норы — см. [16]: в отличие от обычных кротовых нор (у которых при  $h \ll M$  величины  $J$  и  $I$  являются константами), у динамической кротовой норы РН средняя плотность звезд и их видимая яркость зависят от  $h$  соответственно обратно пропорционально и линейно.

Этот признак (Шацкого) можно использовать для наблюдательного отличия обычных кротовых нор от динамических кротовых нор РН.

## 7. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Мы рассмотрели модели динамических кротовых нор с топологией на основе заряженной черно-белой дыры типа Рейсснера–Нордстрема. Простотой материи сквозь ДКН в этих моделях возможна только в одном направлении (от прошлого к будущему).

Обобщенная топологическая теорема Мориса–Торна [17], доказанная для любой стационарной кротовой норы (независимо от ее вращения), утверждает, что вокруг горловины кротовой норы должна быть фантомная материя (нарушающая нулевое энергетическое условие). Нами было доказано обратное утверждение (по крайней мере) для сферически-симметричного случая: все модели ЧД или динамических кротовых нор без горловины (т.е. у которых  $R^2 = r^2$ ) не нарушают нулевого энергетического условия, т.е. материя, поддерживающая такие объекты, не является фантомной.

Для простейшей ДКН Рейсснера–Нордстрема нами были построены траектории частиц и лучей света, проходящих из одной Вселенной в другую. Найденные особенности в гравитационном линзировании для изображений объектов из другой Вселенной (наблюдаемых через ДКН) позволяют отличить черно-белую дыру Рейсснера–Нордстрема от других моделей ДКН и от обычных кротовых нор. Была рассчитана и построена система изображений от точечного источника в другой Вселенной. Была рассмотрена возможность прохождения частиц через времениподобную сингулярность в заряженной черной дыре, «размытую» квантово-гравитационными процессами вблизи сингулярности.

Также нами была построена модель ЧД типа Рейсснера–Нордстрема, не содержащая сингулярностей под горизонтом.

Авторы благодарны всем участникам семинаров в АКЦ ФИАН и в ГАИШ МГУ за многочисленные полезные дискуссии по этой теме и за высказанные ценные предложения и замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 12-02-00276-а, 11-02-00244-а, 11-02-12168-офи-м-2011, 13-02-00757-а, Научной школы-2915.2012.2 «Образование крупномасштабной структуры Вселенной и космологические процессы»).

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. Д. Новиков, Письма в ЖЭТФ **3**, 223 (1966).
2. И. Д. Новиков, Астрон. ж. **43**, 911 (1966).
3. De la Cruz and W. Israel, Nuovo Cim. A **51**, 744 (1967).
4. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Релятивистская астрофизика*, Наука, Москва (1967).
5. M. Bardeen, Bul. Amer. Phys. Soc. **13**, 41 (1968).
6. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Теория тяготения и эволюция звезд*, Наука, Москва (1971).
7. V. P. Frolov and I. D. Novikov, *Black Hole Physics*, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht (1998).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика, т. 2, Теория поля*, Наука, Москва (1988).
9. A. F. Zakharov, Class. Quant. Grav. **11**, 1027 (1994).
10. G. C. Graves and D. R. Brill, Phys. Rev. **120**, 1507 (1960).
11. И. Д. Новиков, Вестник МГУ **3**, 61 (1962).
12. И. Д. Новиков, Сообщения ГАИШ **120**, 42 (1962).
13. И. Д. Новиков, Астрон. ж. **38**, 564 (1961).
14. I. M. H. Etherington, Phil. Mag. Ser. 7 **15**, 761 (1933).
15. I. M. H. Etherington, Gen. Relativ. Grav. **39**, 1055 (2007).
16. А. А. Шацкий, УФН **179**, 861 (2009).
17. J. Friedmann, K. Schleich, and D. Witt, Phys. Rev. Lett. **71**, 1486 (1993).