

КОНВЕКЦИЯ В КОЛЛОИДНОЙ СУСПЕНЗИИ В ЗАМКНУТОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ

Б. Л. Смородин, И. Н. Черепанов*

*Пермский государственный национальный исследовательский университет
614990, Пермь, Россия*

Поступила в редакцию 11 августа 2014 г.

Проведено численное моделирование обнаруженных экспериментально [1] колебательных режимов конвекции коллоидной суспензии наночастиц с большим аномальным коэффициентом термодиффузии в подогреваемой снизу замкнутой горизонтальной ячейке. Доказано, что источником колебательных режимов (бегущих волн) служит неоднородность концентрации вблизи вертикальных границ полости, возникающая за счет взаимодействия термодиффузионного разделения и конвективного перемешивания. Установлена зависимость числа Рэлея на границе существования режима бегущих волн от аспектного соотношения замкнутой полости. Определены пространственные характеристики возникающих бегущих волн.

DOI: 10.7868/S0044451015020157

1. ВВЕДЕНИЕ

Конвекция коллоидных суспензий представляет собой объект интенсивного исследования, особенно в последнее десятилетие [1–10]. Интерес к этой проблеме связан, в частности, с возможностью управлять тепло- и массопереносом за счет обнаруженной в эксперименте бистабильности конвективных состояний [1, 2], что может быть использовано в различных технологических ситуациях.

Коллоидные частицы, плотность которых превышает в несколько раз плотность среды носителя, подвержены гравитационной сегрегации, влияющей на характер конвективных течений [2, 5, 8, 9]. Наночастицы, стабилизированные сурфактантом, обладают положительным коэффициентом термодиффузии. В случае подогрева слоя снизу наночастицы в состоянии механического равновесия мигрируют к верхней холодной границе, усиливая неустойчивую стратификацию. Если при этом термодиффузионный поток превышает гравитационное оседание, то устанавливается стационарная конвекция, если преобладает гравитационное оседание, в некотором интервале чисел Рэлея существуют волновые режимы [10].

Коллоидная суспензия, частицы которой ионно стабилизированы, обладает отрицательным коэффициентом разделения смеси. В этом случае при нагреве снизу термодиффузионная сегрегация и гравитационная седиментация направлены в одну сторону: в отсутствие конвективного перемешивания тяжелые наночастицы оседают и собираются у нижней нагретой границы слоя. В двухкомпонентной модели конвекции коллоидной суспензии (среда носитель — примесь наночастиц) [5] учитывается не только конвективное перемешивание и разделение смеси, связанное с термодиффузией коллоидных частиц, но и гравитационная стратификация суспензии. Однако в случае больших по модулю значений коэффициента разделения смеси и в случае тонких слоев, толщина которых много меньше седиментационной длины [7], гравитационным оседанием частиц можно пренебречь и рассматривать только термодиффузионное разделение и конвективное перемешивание [6].

Большое различие в размерах молекул и коллоидных частиц, и, следовательно, большое различие диффузионных времен приводит к различному поведению конвективных течений в коллоидных суспензиях и молекулярных смесях на больших временах. Известно, что состояние механического равновесия горизонтального слоя в молекулярных бинарных смесях с коэффициентом разделения смеси $\psi < -1$ устойчиво, конвекция в этом случае

*E-mail: bsmorodin@yandex.ru

не возникает. Экспериментальные исследования конвекции коллоидной суспензии с параметром разделения $\psi < -7.5$ в замкнутой ячейке [1] продемонстрировали существование долгоживущих колебательных режимов течения. В работе [1] отмечалось, что наблюдаемые результаты лишь частично объясняются известными теориями.

В данной работе представлены результаты численного изучения конвекции коллоидной суспензии, заполняющей замкнутую горизонтальную ячейку и обладающей отрицательной термодиффузией. Анализ нелинейных течений на основе предложенного в работах [9, 10] подхода показывает возможность существования не только переходных, но и устойчивых колебательных режимов конвекции. Изучено влияние аспектного соотношения ячейки на границу области существования бегущей волны. Критическое значение числа Рэлея, при котором колебательный режим становится устойчивым, хорошо согласуется с экспериментальными данными [1].

2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим коллоидную жидкость, заполняющую прямоугольную ячейку с высотой h и длиной l_x , находящуюся в поле тяжести \mathbf{g} . На твердых идеально теплопроводных непроницаемых границах $z = 0, z = h$ (h — толщина слоя) поддерживаются разные постоянные температуры $T(0) = \Theta/2$ и $T(h) = -\Theta/2$, что задает градиент температуры в жидкости, направленный вниз. В неподвижной жидкости неоднородность концентрации коллоидных частиц создается благодаря отрицательному эффекту термодиффузии Соре, наночастицы мигрируют к горячей границе. Введем систему координат следующим образом: ось x направлена вдоль длинной стороны ячейки, ось z перпендикулярно слою. На боковых границах ячейки поддерживается линейное распределение температуры.

В приближении Буссинеска [11, 12] предполагается линейная зависимость плотности суспензии от температуры и концентрации:

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha\delta T + \beta\delta C), \quad (1)$$

где ρ_0 — средняя плотность; $\delta T, \delta C$ — отклонение температуры и концентрации тяжелой компоненты от своих средних значений T^* , и C^* ; α, β — коэффициенты соответственно теплового и концентрационного расширения.

Рассмотрим случай большой аномальной термодиффузии, когда седиментационный и термодиффузионный потоки сонаправлены. Если при этом гравитационная седиментация мала, то она, как отмечалось выше, не изменяет характер течения и ей можно пренебречь.

После использования безразмерных переменных на основе следующих масштабов: расстояния — h , времени — h^2/χ , скорости — χ/h , температуры — Θ , концентрации — $\alpha\Theta\beta$, давления — $\rho\chi^2/h^2$ (ν и χ — коэффициенты соответственно кинематической вязкости и температуропроводности) система уравнений конвекции смеси, приведенная к безразмерному виду, в приближении Буссинеска запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} &= -\nabla p + \text{Pr} \Delta \mathbf{v} + \text{Pr} \mathbf{R}(T - C)\mathbf{e}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T &= \Delta T, \quad \mathbf{e} = (0, 0, 1), \\ \frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)C &= \text{Le}[\Delta(C + \psi T)], \\ \text{div} \mathbf{v} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{v} — скорость жидкости, p — отклонение давления от гидростатического.

Система уравнений (2) содержит следующие безразмерные параметры: $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля, $\text{Le} = D/\chi$ — число Льюиса, $\mathbf{R} = g\alpha\Theta h^3/\nu\chi$ — число Рэлея, $\psi = S_T\beta/\alpha$ — параметр разделения смеси, D — коэффициент диффузии, S_T — коэффициент термодиффузии Соре. Кроме того, параметром задачи является аспектное соотношение горизонтального и вертикального размеров ячейки $L = l_x/h$.

Наличие аномальной термодиффузии приводит к тому, что концентрация тяжелой примеси становится больше в более нагретой жидкости. При увеличении разности температур увеличивается и интенсивность термодиффузионного разделения.

Рассматривается случай твердых и идеально теплопроводных горизонтальных,

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq L: \quad v(x, 0) = v(x, 1) = 0, \\ T(x, 0) = 0.5, \quad T(x, 1) = -0.5, \end{aligned} \quad (3a)$$

и вертикальных,

$$\begin{aligned} 0 \leq z \leq 1: \quad v(0, z) = v(L, z) = 0, \\ T(0, z) = T(L, z) = 0.5 - z, \end{aligned} \quad (3b)$$

границ слоя. Граничным условием для концентрации является обращение в нуль нормальной составляющей потока вещества на твердых горизонтальных,

$$\frac{\partial C}{\partial z} + \psi \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad z = 0, 1, \quad (4a)$$

и вертикальных,

$$\frac{\partial C}{\partial x} + \psi \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = 0, L, \quad (4b)$$

границах. Уравнения (2) с граничными условиями (3), (4) удовлетворяют условию отсутствия конвекции и допускают решение, при котором жидкость покоится. Распределения температуры и концентрации в состоянии механического равновесия не зависят от горизонтальной координаты и линейно зависят от вертикальной координаты:

$$T_0 = 0.5 - z, \quad C_0 = -\psi(0.5 - z). \quad (5)$$

При подстановке равновесных распределений температуры и концентрации (5) в уравнение для плотности (1), записанное в безразмерной форме, мы получим равновесное распределение плотности и его вертикальный градиент в коллоидной суспензии:

$$\rho = 1 - \alpha\Theta(T - C) = 1 - \alpha\Theta(0.5 - z)(1 + \psi),$$

$$\partial\rho/\partial z = \alpha\Theta(1 + \psi).$$

Видно, что при $\psi = -1$ градиент плотности обращается в нуль. Это говорит о том, что плотность является постоянной во всей ячейке. При нагреве снизу, $\Theta > 0$ и $\psi < -1$, градиент плотности направлен вниз, что соответствует устойчивой вертикальной стратификации плотности. Таким образом, состояние механического равновесия с распределениями температуры и концентрации (5) является устойчивым относительно бесконечно малых возмущений даже при очень больших значениях градиента температуры.

Однако результаты эксперимента [1] свидетельствуют о том, что в случае однородного распределения концентрации наночастиц (при отсутствии начального градиента концентрации) в коллоидных суспензиях возможно существование устойчивых течений. Возникновение существенных неоднородностей концентрации происходит за диффузионное время. Для коллоидных жидкостей отношение характерного теплового τ_T и диффузионного $\tau_D = h^2/\pi^2 D$ [13] времен $\tau_T/\tau_D = \chi/D \sim 10^4$. В связи с этим на временах много меньших диффузионного времени течения коллоидной суспензии схожи с течениями однородной жидкости. Однако возникающая в неоднородном тепловом поле за счет больших значений параметра разделения смеси большая неоднородность концентрации изменяет распределение сил плавучести и, как следствие, приводит к возникновению волновых режимов. Для получения ин-

формации о конечно-амплитудных течениях и нахождения областей параметров, в которых они существуют, необходимо решать нелинейную задачу (2) с граничными условиями (3), (4).

3. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ. УСТАНОВЛЕНИЕ ВОЛНОВОГО РЕЖИМА

Для коллоидных жидкостей характерны малые значения коэффициента диффузии. Например, в случае коллоидной суспензии Nyflon MFA величина $D = 1.30 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2/\text{с}$ [1]. Таким образом, характерное время, за которое протекают диффузионные процессы, $\tau_D = h^2/\pi^2 D$, очень большое. Для ячейки высотой $h = 0.29 \text{ см}$, которая использовалась в экспериментальной работе [1], $(\tau_D)_{max} = h^2/\pi^2 D \approx 6.47 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 18 \text{ ч}$. Однако при установившемся конвективном течении диффузионные процессы протекают не только на масштабах толщины всей ячейки, но и в тонких пограничных слоях. Переходные процессы, возникающие при изменении внешних параметров, протекают за меньшее чем $(\tau_D)_{max}$ время, но это время все же остается довольно большим в сравнении с характерными гидродинамическим и тепловым временами.

Значения безразмерных параметров системы (2)–(4) в численном моделировании были выбраны в соответствии с параметрами реальной коллоидной суспензии Nyflon MFA [1]: $Le = 8.84 \cdot 10^{-5}$, $\psi = -7.5$, $Pr = 6.0$.

Задача решалась методом конечных разностей с использованием двухполюсного метода, в терминах функция тока Ψ , завихренности φ [9, 10]:

$$\mathbf{v} = (-\partial\Psi/\partial z, \partial\Psi/\partial x), \quad \varphi = (\text{rot } \mathbf{v})_z.$$

При этом пространственные производные уравнения движения и теплопроводности аппроксимировались центральными разностями. Конечноразностная аппроксимация уравнения концентрации из (2) должна удовлетворять закону сохранения массы. Это достигается использованием консервативной формы записи уравнения и аппроксимации его при помощи метода контрольного объема [14]. Конвективное слагаемое при этом аппроксимируется центральными разностями. Уравнение Пуассона решалось методом последовательной верхней релаксации. Для основных расчетов была выбрана ячейка с соотношением сторон $L = l_x/h = 4.14$ и сетка 342×82 . Для проверки результатов сделаны несколько расчетов на сетке 682×178 , которые подтверждают результаты, полученные на сетке 342×82 . Кроме

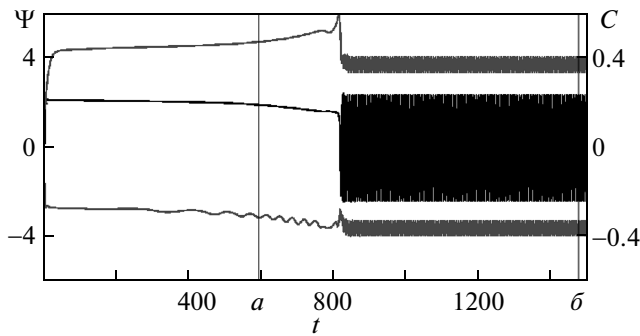


Рис. 1. Временная эволюция Ψ_{loc} (центральная линия), C_{max} (верхняя линия), C_{min} (нижняя линия) $R = 3600, L = 4.14$

того, были проведены вычисления и для других соотношений сторон: $L = 2, 3, 4, 5, 6, 8$. При расчетах пространственный шаг между узлами сетки сохранялся, т. е. при увеличении длины ячейки увеличивалось и число узлов по горизонтали в расчетной области.

Обсудим результаты численного моделирования.

Конвекция в данной задаче сильно зависит от начальных условий. Если в качестве начальных условий задается полностью установившееся термодиффузионное распределение концентрации (5), то все возмущения затухают. Данный результат согласуется с результатами экспериментальной работы [1].

При однородном начальном распределении концентрации наночастиц возможно возникновение устойчивых конвективных течений. Рисунок 1 показывает временную эволюцию минимального и максимального отклонений концентрации от среднего значения, а также функции тока в фиксированной точке $\Psi_{loc} = \Psi(x = 3/2, z = 1/2)$ для случая $R = 3600$. При $R > 1708$ на фоне равновесия нарастают монотонные возмущения и некоторое время существует стационарная конвекция. Несмотря на конвективное перемешивание, в первоначально однородной жидкости за счет термодиффузии возникает градиент концентрации. Отклонения концентрации от среднего значения растут довольно медленно ($50 < t < 750$). Концентрация тяжелой примеси увеличивается на нижней границе (уменьшается на верхней). Интенсивность стационарной конвекции при этом уменьшается, так как имеется поток тяжелых частиц в более нагретые области. При некоторой неоднородности концентрации стационарное течение становится неустойчивым и образуется бегущая волна. В

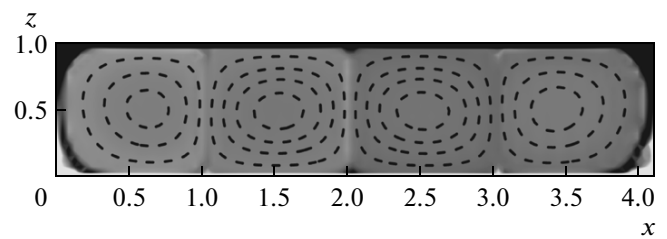


Рис. 2. Поля концентрации коллоидных наночастиц в режиме однородной стационарной конвекции $R = 3600, L = 4.14$

силу симметрии задачи направление движения волн вправо и влево являются эквивалентными. Все дальнейшие результаты относятся к волнам, бегущим вправо.

Отметим, что переходный процесс от стационарного течения к бегущей волне занимает менее 10 единиц безразмерного времени, в то время как стационарный режим существует порядка 800 единиц безразмерного времени для значения числа Рэлея $R = 3.6 \cdot 10^3$. Время существования режима стационарной конвекции уменьшается при уменьшении числа Рэлея (уменьшении интенсивности конвекции) и для $R = 2.5 \cdot 10^3$ составляет порядка 170 единиц.

На рис. 2, 3 приведены поля концентрации для различных режимов, обозначенных линиями *a* и *b* на рис. 1. Штриховыми линиями на рис. 2 изображены изолинии функции тока. В момент времени *a* наблюдается режим стационарной однородной конвекции, представляющий собой стационарное четырехвихревое течение. Коллоид в центре слоя практически однороден. Существуют области с повышенной и пониженной концентрациями. Граница данных областей проходит между конвективными вихрями и является очень тонкой. Концентрация внутри одной области практически однородна, и отклонение от среднего значения концентрации мало в сравнении с отклонением на границах ячейки. В пристеночном слое наблюдается сильный градиент концентрации, обусловленный эффектом Соре. Наибольшее отклонение концентрации от среднего значения наблюдается в углах ячейки.

В режиме бегущих волн (например, сечение *b* на рис. 1) картина течения существенно изменяется. На рис. 3 представлена динамика полей концентрации и температуры бегущей волны в два момента времени с интервалом $\Delta t = 9$, позволяющая заключить, что конвективные структуры движутся вдоль оси *x*

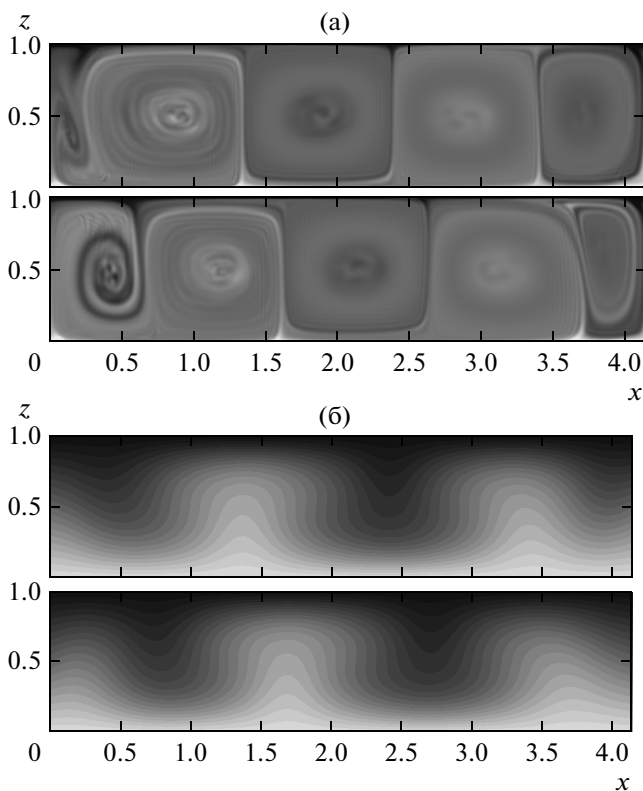


Рис. 3. Поля концентрации коллоидных наночастиц (а) и температуры (б) в режиме бегущей волны в различные моменты времени; $R = 3600, L = 4.14$

слева направо. Поля концентрации хорошо визуализируют зарождение нового вихря у левой вертикальной границы и умирание вихря, достигшего правой вертикальной границы (рис. 3а). Таким образом, бегущая волна образуется вблизи левой границы ячейки и разрушается на правой, а каждый конвективный вихрь существует лишь в ограниченном интервале времени. Примесь захватывается конвективными валами у левой вертикальной границы и закручивается в спирали разной закрутки. Так как диффузия слабая, неоднородности концентрации сглаживаются очень медленно, и тонкая спиральная структура существует внутри вихря вплоть до его разрушения на правой границе ячейки. Существование скопления частиц в центре вихря обусловлено тем, что в ядре вихря скорость конвективного перемешивания близка к нулю.

На рис. 4 на характеристической плоскости (x, t) представлены траектории узлов вертикальной скорости, соответствующих координате $z = 1/2$. Величина, обратная тангенсу угла наклона касательной к траектории, определяет скорость соответствующего узла.

При больших интенсивностях нагрева ($R > 2620$) имеется слабая модуляция скорости бегущей волны (рис. 4а). С уменьшением интенсивности нагрева (числа Рэлея) средняя скорость бегущей волны растет. Так, при $R = 2800$ средняя скорость различных узлов модулированной бегущей волны приблизительно одинакова $\langle v \rangle \approx 0.05$, а при $R = 2650$ имеем $\langle v \rangle \approx 0.34$ (рис. 4а).

Уменьшение числа Рэлея в области $R < 2620$ приводит к усложнению режима бегущей волны. Для $R = 2550$ на характеристической плоскости (рис. 4б) чередуются интервалы времени, где наблюдается быстрое ($\langle v \rangle \approx 0.56$) или медленное ($\langle v \rangle \approx 0.28$) движение узлов, что соответствует сильно модулированной бегущей волне.

На рис. 5 приведены бифуркационные диаграммы (зависимости максимального значения функции тока в ячейке от числа Рэлея) для различных значений аспектного соотношения $L = l_x/h$. Устойчивое волновое решение существует при $R > R_{TW}$, которое зависит от аспектного соотношения ячейки. При $L \leq 2$ бегущая волна не образуется. С увеличением аспектного соотношения величина R_{TW} растет. Например, при $L = 4, R_{TW} = 2450$, а при $L = 8, R_{TW} = 2800$. Согласно результатам экспериментов, описанных в работе [1], граница существования устойчивого волнового режима течения в плоской кювете с соотношением высоты к длине 8.14 составляет $R_{TW} = 3400$, что отличается от результата, полученного путем численного моделирования на основе уравнений (2) на 17%.

В качестве предельного случая бесконечно длинного канала, мы можем рассматривать часть канала с периодическими граничными условиями. На вертикальных границах вместо условий (3б) и (4б) для каждой переменной задачи, характеризующей конвективный режим, запишем условие

$$f(x, z, t) = f(x + L, z, t).$$

Мы рассматривали ячейки длиной $L = 2$ и $L = 4$. Для данной геометрии не удалось получить устойчивых течений в области $2400 < R < 6000$. Этот факт свидетельствует о том, что причиной возникновения волны является взаимодействие течения с вертикальной стенкой и искажение поля концентрации в замкнутой ячейке по сравнению со случаем кольцевых каналов.

Если в замкнутой ячейке число Рэлея меньше, чем R_{TW} , также можно наблюдать формирование режима бегущих волн из режима стационарной конвекции, но с течением времени бегущие волны затухают. После переходного процесса устанавливается

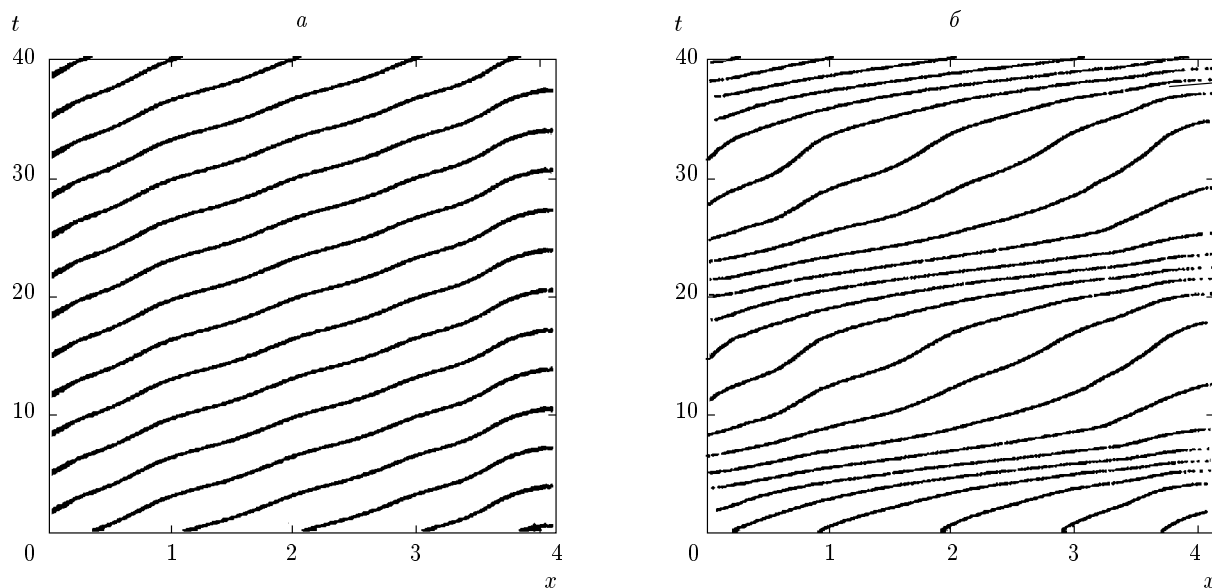


Рис. 4. Траектории узлов вертикальной скорости на характеристической плоскости: *a* — $R = 2650$, *б* — $R = 2550$; $L = 4.14$

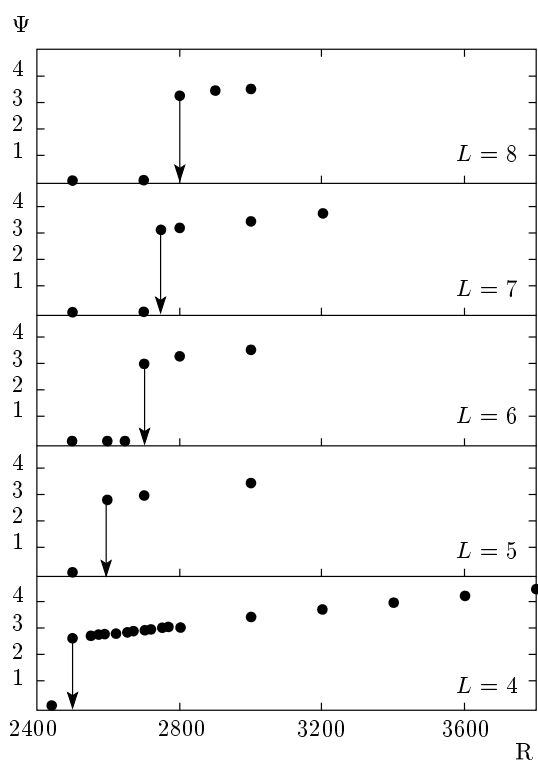


Рис. 5. Бифуркационные диаграммы волновой конвекции при разных длинах конвективной ячейки

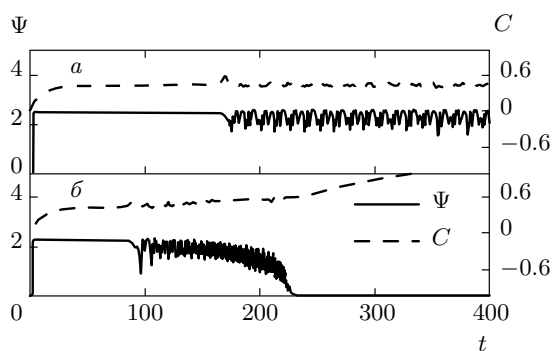


Рис. 6. Эволюция максимального значения концентрации и функции тока: *a* — $R = 2500$, *б* — $R = 2400$; $L = 4.14$

состояние механического равновесия. Этот результат согласуется с выводами линейной теории. В бес-

конечном слое (кольцевых каналах) при данном значении параметра Co устойчиво состояние механического равновесия. На рис. 6 показаны эволюция максимальной концентрации C_{max} и максимальной в замкнутой полости функции тока Ψ_{max} во времени для чисел Рэлея $R = 2500$ (*a*) и $R = 2400$ (*б*) при однородной начальной концентрации в ячейке с $L = 4.14$. Видно, что бегущая волна возникает после переходного процесса, начинающегося после установления режима стационарной конвекции однородной жидкости вследствие эволюции поля концентрации. При $R = 2400 < R_{TW}$ скорость конвективного перемешивания, характеризующаяся значе-

нием функции тока, уже недостаточна, чтобы противостоять термодиффузионному потоку, поэтому волновой режим существует в ограниченном временном интервале, порядка 170 единиц теплового безразмерного времени. Для жидкости Nuflon MFA и высоте канала $h = 2.9$ мм данному безразмерному времени соответствует размерное время $\tau = 5700$ с, что согласуется с экспериментальными данными, полученными в работе [1].

4. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

Для более детального изучения структуры конвективных течений был применен фурье-анализ по пространственным координатам. Для этого функция $\Psi(x, z)$ раскладывалась в ряд по одной из переменных, при фиксированном значении второй, например так:

$$\Psi(x, z = z^*) = \sum_{n_x=0}^{N_x} A_n \sin\left(\frac{\pi n_x}{l_x} x\right) \quad (6)$$

или

$$\Psi(x = x^*, z) = \sum_{n_z=0}^{N_z} A_n \sin(\pi n_z z),$$

где $z^* = 1/2$ (или $x^* = 2$) — фиксированные значения координат, N_x (N_z) — числа вдоль переменных x (или z), n_x (n_z) — номера гармоник, которым соответствует волновое число $k = \pi n_x / l_x$ ($k = \pi n_z$). Использование разложения по синусам обусловлено типом граничных условий. Функция тока на границах обращается в нуль, следовательно, разложение не может содержать косинус. В результате данного преобразования получается дискретный набор амплитуд A_n , характеризующий пространственную структуру течения в фиксированный момент времени.

Для анализа среднего по времени вклада каждой гармоники в общее течение мы используем следующую величину:

$$\hat{A}_n = \frac{1}{T} \int_0^T A_n^2(t) dt. \quad (7)$$

Так как нам важны отношения амплитуд, а не их истинные значения, будем пользоваться приведенной усредненной по времени квадратичной амплитудой, которая показывает относительный вклад каждой гармоники:

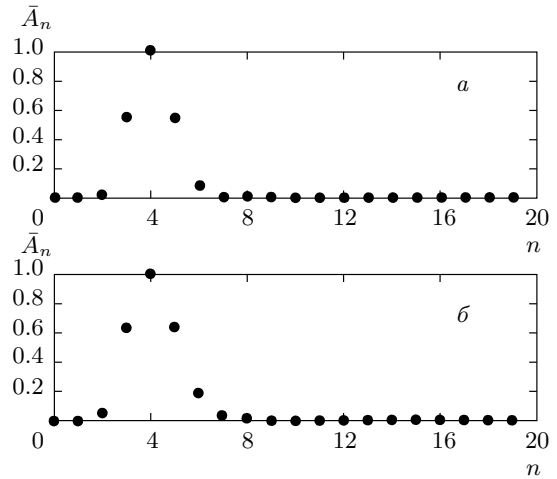


Рис. 7. Усредненные по времени квадраты амплитуд горизонтальных пространственных гармоник \bar{A}_n : $a - R = 2800$, $b - R = 2550$; $L = 4.14$

$$\bar{A}_n = \frac{\hat{A}_n}{\max\{\hat{A}_n\}}. \quad (8)$$

Распределение амплитуд гармоник \bar{A}_n при значениях числа Рэлея $R = 2800$; 2500 , соответствующих различным режимам распространения бегущей волны, приведено на рис. 7. Нормировка проведена по четвертой моде $\hat{A}_4 = \max\{\hat{A}_n\}$, которая в обоих случаях дает основной вклад в течение. Это объясняется тем, что для возникающей первоначально монотонной конвекции и для конвекции бинарной смеси критическое волновое число растущих возмущений $k \approx \pi$ (длина волны $\lambda = 2$), и в ячейку помещается четыре конвективных валика, что видно на рис. 2б. При большем значении числа Рэлея $R = 2800$ (рис. 7а), отличными от нуля являются моды 3, 4, 5, 6: $\bar{A}_3 \approx 0.54$; $\bar{A}_5 \approx 0.55$; $\bar{A}_6 \approx 0.09$. При $R = 2550$ (рис. 7б) появляется вклад второй пространственной моды, а относительные вклады 3-й, 5-й и 6-й мод увеличиваются: $\bar{A}_2 \approx 0.05$; $\bar{A}_3 \approx 0.64$; $\bar{A}_5 \approx 0.64$; $\bar{A}_6 \approx 0.19$. Это свидетельствует о том, что при меньшем значении числа Рэлея реализуется более сложный пространственный режим течения.

Различие режимов еще более наглядно отражается на поведении амплитуд пространственных гармоник во времени. На рис. 8 представлена временная эволюция только 3, 4, 5, 6 мод. При $R = 2800$ (рис. 8а) амплитуды пространственных гармоник A_n изменяются во времени практически гармонически. С увеличением номера пространственной гармоники происходит фазовый сдвиг примерно на $\pi/2$: экстремумам четных гармоник соответствуют нули

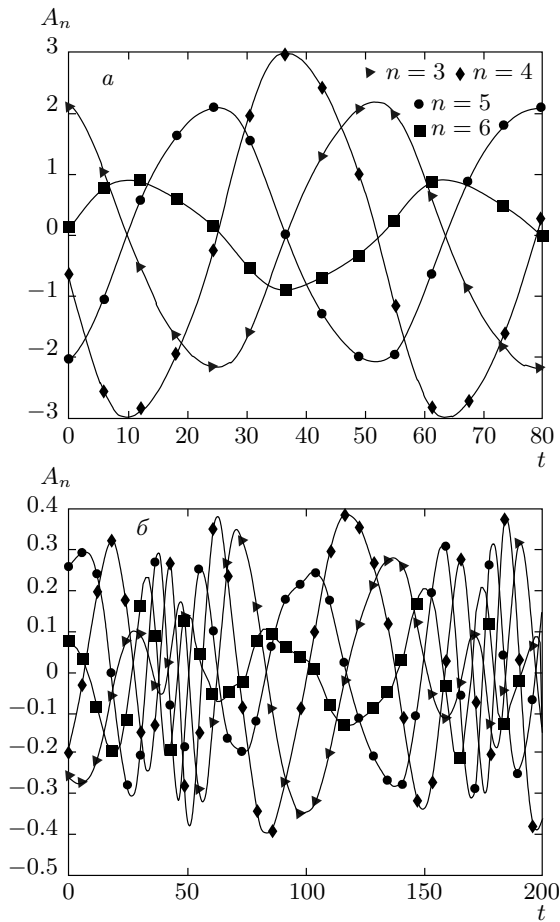


Рис. 8. Эволюция пространственных гармоник во времени: *a* — $R = 2800$, *б* — $R = 2550$; $L = 4.14$

нечетных. Гармоники с одинаковой четностью колеблются в противофазе. Таким образом, энергия течения с течением времени переходит от четных гармоник к нечетным и обратно. При этом амплитуды третьей и пятой пространственных гармоник $\bar{A}_3 \approx \bar{A}_5$ приблизительно равны в каждый момент времени.

При меньшей интенсивности нагрева ($R = 2550$, рис. 8*б*) режим течения имеет не только более сложную пространственную структуру, но характеризуется более сложным временным поведением. Поведение пространственных амплитуд \bar{A}_n оказывается модулированным по амплитуде и по частоте. Происходит рассинхронизация гармоник, разность фаз между четными и нечетными модами не равняется $\pi/2$, а становится функцией времени. Однако регулярное и повторяющееся поведение траекторий узлов на характеристической плоскости (рис. 4*б*) свидетельствует о сложном динамическом, но не хаотическом поведении бегущей волны. Данный режим,

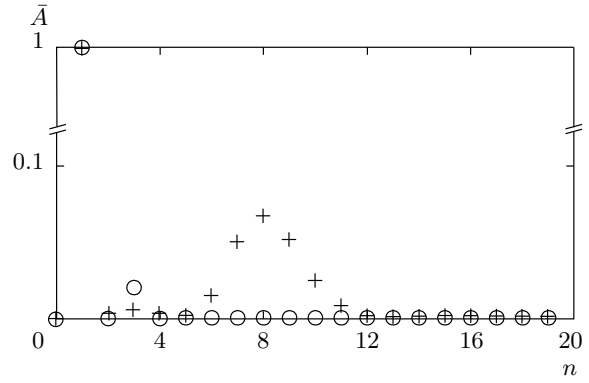


Рис. 9. Усредненные по времени квадраты амплитуд вертикальных пространственных гармоник \bar{A} : \circ — $R = 2800$, $+$ — $R = 2550$; $L = 4.14$

на наш взгляд, соответствует сильно модулированной бегущей волне.

Сравнение фурье-спектров вдоль координаты z при $x = 2$ (рис. 9) показывает, что для обоих режимов основной гармоникой является первая. Но для режима течения при $R = 2800$ существует также и третья гармоника с гораздо меньшей амплитудой. Для режима при $R = 2550$ третья гармоника вносит меньший вклад, но существует небольшой спектр коротковолновых гармоник с центром в восьмой моде, однако их амплитуда на порядок меньше амплитуды основной гармоник. Присутствие высших гармоник в разложении по z может объясняться тем, что при разрушении волны в результате удара о вертикальную стенку вдоль верхней и нижней границ возникают возвратные течения.

Более сложная структура течения при меньшей интенсивности нагрева (числа Рэлея) лишь только на первый взгляд противоречит концепции Л. Д. Ландау об усложнении гидродинамических режимов с ростом управляющего параметра [12]. Дело в том, что при меньшей интенсивности нагрева и, следовательно, меньшей интенсивности конвективного перемешивания поле концентрации наночастиц обладает большей неоднородностью, создавая более сложное распределение сил плавучести, влияющее на конфигурацию конвективных валов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучена нелинейная эволюция и получены характеристики различных конвективных режимов, возникающих и существующих в коллоидной бинарной смеси при учете конвективного перемешивания и отрицательной термодиффузии, а именно, переходных колебательных режимов и режимов мо-

дулированных бегущих волн. Доказано, что режимы бегущих волн возникают благодаря неоднородности концентрации вблизи вертикальных границ полости. Установлена зависимость критического числа Рэлея на границе существования устойчивого режима бегущих волн от длины замкнутой полости. Определены масштабы пространственных гармоник, характеризующих возникающие бегущие волны. Показано, что уменьшение интенсивности нагрева приводит к усложнению пространственно-временного поведения бегущей волны.

Исследования выполнены при частичной финансовой поддержке РФФИ (№ № 14-01-96027, 14-01-31299).

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Donzelli, R. Cerbino, and A. Vailati, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 104503 (2009).
2. Г. Ф. Путин, в сб.: *Материалы 11-го Рижского совещания по магнитной гидродинамике*, Рига (1984), т. 3, с. 15.
3. M. I. Shliomis and M. Souhar, *Europhys. Lett.* **49**(1), 55 (2000).
4. M. I. Shliomis, B. L. Smorodin, and S. Kamiyama, *Philosoph. Mag.* **83**, № 17–18, 2139 (2003).
5. M. I. Shliomis and B. L. Smorodin, *Phys. Rev. E* **71**, 036312 (2005).
6. B. Huke, H. Pleiner, and M. Lücke, *Phys. Rev. E* **75**, 036203 (2007).
7. F. Winkel, S. Messlinger, W. Schöpf et al., *New J. Phys.* **12**, 053003 (2010).
8. A. Ryskin and H. Pleiner, *Int. J. Bifurc. Chaos* **20**, 225 (2010).
9. B. L. Smorodin, I. N. Cherepanov, B. I. Myznikova et al., *Phys. Rev. E* **84**, 026305 (2011).
10. И. Н. Черепанов, Б. Л. Смородин, *ЖЭТФ* **144**, 1099 (2013).
11. J. K. Platten and J. C. Legros, *Convection in Fluids*, Springer-Verlag, Berlin (1984).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
13. Yu. L. Raikher and M. I. Shliomis, *J. Magn. Magn. Mater.* **122**, 93 (1993).
14. П. Роуч, *Вычислительная гидродинамика*, Мир, Москва (1980).