

КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ВОЗБУЖДАЕМОЕ РАСХОДЯЩИМСЯ ПУЧКОМ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В МОНОКРИСТАЛЛЕ

*С. В. Блажевич, А. В. Носков**

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет
308015, Белгород, Россия*

Поступила в редакцию 31 августа 2014 г.

Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения, генерируемого в монокристаллической пластине расходящимся пучком релятивистских электронов. Исследована зависимость спектрально-угловой плотности когерентного рентгеновского излучения от угла расходимости электронного пучка для случая, когда угловой разброс описывается двумерным распределением Гаусса. Построенная теория позволяет проводить расчеты когерентного излучения и для произвольного углового распределения электронов в пучке.

DOI: 10.7868/S0044451015050018

1. ВВЕДЕНИЕ

При обработке и интерпретации экспериментальных данных в физике взаимодействия релятивистских электронов с веществом очень важно учитывать пространственное и угловое распределение частиц в пучке падающих на мишень ускоренных электронов, в частности, такую его характеристику как расходимость. В этой связи важной задачей является разработка методов получения оперативной информации о характеристиках используемого в эксперименте пучка. Одним из направлений создания таких методов, активно исследуемых в последнее время, является использование различных типов излучения, возбуждаемых при взаимодействии релятивистских заряженных частиц с веществом. Возможности использования параметрического рентгеновского излучения (PXR) для диагностики пучков релятивистских электронов недавно экспериментально исследовалась в работах [1, 2]. Влияние расходимости электронного пучка на PXR было экспериментально исследовано в Томске и Токио [3] для энергии электронов соответственно 600 и 800 МэВ. Было показано, что зависимость PXR от ориентации кристалла чувствительна к расходимости пучка, и предложено использовать PXR в качестве простого средства для определения угловой расходимо-

сти пучков заряженных частиц высокой энергии. В работе [4] для получения оперативной информации о положении и размерах электронного пучка предложено использовать параметрическое рентгеновское излучение, генерируемое в тонких кристаллах. Возможность использования переходного излучения (TR) в диапазоне вакуумного ультрафиолета для измерения поперечных размеров пучка была показана в работе [5]. В работе [6] для диагностики размеров пучка предлагается использовать рентгеновское черенковское излучение ультрарелятивистских заряженных частиц в диапазоне энергий фотонов, включающем края поглощения некоторых материалов. В работе [7] исследованы характеристики резонансного переходного излучения и дифрагированного резонансного переходного излучения релятивистской заряженной частицы для диагностики поперечного размера и расходимости пучка релятивистских электронов и других заряженных частиц. Необходимо отметить, что в цитируемых работах [1, 2] оценка параметров пучка проводилась с использованием кинематической теории PXR. Так как расходимость электронного пучка влияет, прежде всего, на ширину спектра PXR, которая не рассматривается в рамках кинематической теории PXR, представляется актуальным рассмотрение этого излучения в рамках динамической теории дифракции и исследование влияния эффектов динамической дифракции на характеристики когерентного излучения реляти-

*E-mail: noskovbupk@mail.ru

вистских электронов в монокристаллической мишени и их связи с параметрами используемых электронных пучков. Необходимо также отметить, что в рамках динамической теории дифракции следует рассматривать и дифрагированное переходное излучение (DTR), спектрально-угловая плотность которого также зависит от расходимости электронного пучка.

Параметрическое рентгеновское излучение возникает вследствие рассеяния кулоновского поля релятивистского электрона на системах параллельных атомных плоскостей кристалла [8–10]. При пересечении заряженной частицей поверхности пластинки возникает переходное излучение [11, 12]. Переходное излучение, возникающее на границе кристалла, далее дифрагирует на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, образуя в узком спектральном диапазоне DTR [13–16], фотоны которого движутся вблизи направления рассеяния Брэгга.

Процесс когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона в кристалле в рамках динамической теории дифракции рентгеновских волн описан в работах [17–20]. В этих работах динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона в кристалле построена для общего случая асимметричного относительно поверхности мишени отражения поля электрона, когда система параллельных отражающих слоев мишени может располагаться под любым заданным углом к поверхности мишени. При этом когерентное рентгеновское излучение в направлении рассеяния Брэгга рассматривалось как результат действия двух механизмов когерентного излучения, а именно PXR и DTR.

В настоящей работе влияние расходимости электронного пучка на спектрально-угловые характеристики PXR и DTR последовательно рассматривается впервые. Для геометрии рассеяния Лауэ развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения, генерируемого в монокристаллической мишени пучком релятивистских электронов конечной расходимости. В работе получены выражения, описывающие спектрально-угловые распределения PXR и DTR релятивистского электрона, движущегося прямолинейно и пересекающего кристаллическую пластинку под заданным углом относительно оси электронного пучка. Выражение для спектрально-угловой плотности излучения, генерируемого пучком электронов, выводится с использованием усреднения сечения излучения, генерируемого одним электроном по угловому распределению электронов в пучке.

Далее с помощью полученных выражений исследуется влияние расходимости электронного пучка на спектрально-угловые характеристики когерентного излучения.

2. СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим пучок релятивистских электронов пересекающих кристаллическую пластинку (рис. 1). Введем угловые переменные ψ , θ и θ_0 в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона \mathbf{V} и единичных векторов: в направлении импульса фотона \mathbf{n} , излученного вблизи скорости электрона, и в направлении рассеяния Брэгга \mathbf{n}_g :

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\psi^2\right) \mathbf{e}_1 + \psi, & \mathbf{e}_1 \cdot \psi &= 0, \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta_0^2\right) \mathbf{e}_1 + \theta_0, & \mathbf{e}_1 \cdot \theta_0 &= 0, \\ \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 &= \cos 2\theta_B, \\ \mathbf{n}_g &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \mathbf{e}_2 + \theta, & \mathbf{e}_2 \cdot \theta &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где θ — угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения \mathbf{e}_2 , ψ — угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , θ_0 — угол между направлением распространения падающего фотона и осью \mathbf{e}_1 , $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2}$ — фактор Лоренца частицы. Угловые переменные рас-

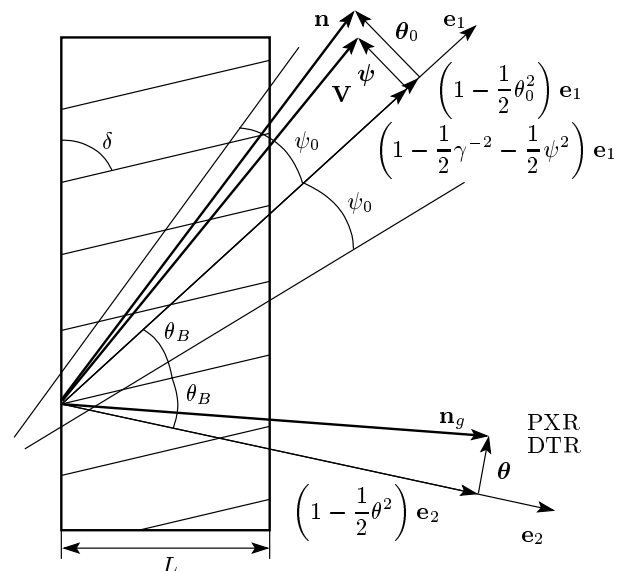


Рис. 1. Геометрия процесса излучения

кладываются на составляющие параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка: $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{\parallel} + \boldsymbol{\theta}_{\perp}$, $\boldsymbol{\theta}_0 = \boldsymbol{\theta}_{0\parallel} + \boldsymbol{\theta}_{0\perp}$, $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_{\parallel} + \boldsymbol{\psi}_{\perp}$.

При решении задачи будем рассматривать уравнение для фурье-образа

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3r \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

электромагнитного поля, возбуждаемого электроном в кристалле, следующее из системы уравнений Максвелла

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0)) \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)) - \omega^2 \sum_g' \chi_{-g} \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) = 4\pi i \omega \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega), \quad (2)$$

где $\mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega) = 2\pi e \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{V})$ — фурье-образ плотности тока излучающего электрона, $\chi_0(\omega)$ — средняя диэлектрическая восприимчивость, χ_g и χ_{-g} — коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки \mathbf{g}

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = 1 + \chi_0(\omega) + \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g} \cdot \mathbf{r}), \quad (3)$$

где $\chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0$, $\chi_g = \chi'_g + i\chi''_g$.

Поскольку излучаемое релятивистским электроном электромагнитное поле является поперечным в рентгеновском диапазоне частот, то падающая $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$ и дифрагированная $\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega)$ в кристалле электромагнитные волны, определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) &= E_g^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(1)} + E_g^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где векторы $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_0^{(2)}$ перпендикулярны вектору \mathbf{k} , а векторы $\mathbf{e}_1^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Векторы $\mathbf{e}_0^{(2)}$, $\mathbf{e}_1^{(2)}$ лежат в плоскости векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g (π -поляризация), а векторы $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ -поляризация); \mathbf{g} — вектор обратной решетки, определяющий систему отражающих атомных плоскостей кристалла. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции уравнение (2) сводится к хорошо известной системе уравнений [21]:

$$\begin{aligned} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2) E_0^{(s)} + \omega^2 \chi_{-g} C^{(s)} E_g^{(s)} &= \\ &= 8\pi^2 i e \omega \mathbf{e}_0^{(s)} \cdot \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{V}), \\ \omega^2 \chi_g C^{(s)} E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2) E_g^{(s)} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Будем рассматривать кристалл с центральной симметрией ($\chi_g = \chi_{-g}$), χ'_g и χ''_g определяются следующим образом:

$$\chi'_g = \chi'_0 \frac{F(g)}{Z} \frac{S(\mathbf{g})}{N_0} \exp\left(-\frac{g^2 u_{\tau}^2}{2}\right), \quad (6a)$$

$$\chi''_g = \chi''_0 \exp\left(-\frac{1}{2} g^2 u_{\tau}^2\right), \quad (6b)$$

где $F(g)$ — формфактор атома, содержащего Z электронов, $S(\mathbf{g})$ — структурный фактор элементарной ячейки, содержащей N_0 атомов, u_{τ} — среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов кристалла. В работе рассматривается рентгеновская область частот ($\chi'_g < 0$, $\chi''_g < 0$).

Величины $C^{(s)}$ и $P^{(s)}$ в системе (5) определены следующим образом:

$$\begin{aligned} C^{(s)} &= \mathbf{e}_0^{(s)} \cdot \mathbf{e}_1^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B, \\ P^{(1)} &= \sin \varphi, \quad P^{(2)} = \cos \varphi, \\ \mathbf{e}_0^{(1)} \cdot \mathbf{V} &= (\theta - \psi) P^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \\ \mathbf{e}_0^{(2)} \cdot \mathbf{V} &= (\theta + \psi) P^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}, \end{aligned} \quad (7)$$

где θ_B — угол между осью пучка электронов и системой кристаллографических плоскостей (угол Брэгга), φ — азимутальный угол излучения, отсчитываемый от плоскости, образованной векторами \mathbf{V} и \mathbf{g} . Величина вектора обратной решетки определяется выражением $g = 2\omega_B \sin \theta_B / V$, где ω_B — частота Брэгга. Система уравнений (5) при $s = 1$ описывает поля σ -поляризованные, а при $s = 2$ — поля π -поляризованные.

Выполнив для направления распространения излученного фотона $\mathbf{k}_g = k_g \mathbf{n}_g$ (см. рис. 1) аналитические процедуры аналогичные представленным в работах [19, 20], получим выражения для спектрально-угловых плотностей PXR и DTR с учетом отклонения направления скорости электрона \mathbf{V} относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 :

$$\begin{aligned} \omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2} \times \\ &\times \frac{(\mathbf{e}_0^{(s)} \cdot \mathbf{V})^2}{(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi_0')^2} R_{PXR}^{(s)}, \end{aligned} \quad (8a)$$

$$R_{PXR}^{(s)} = \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}\right)^2 \times \left\{1 + \exp\left(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right) - 2 \exp\left(-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right) \times \cos\left(b^{(s)}\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)\right)\right\} \times \left\{\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)^2 + \rho^{(s)2}\Delta^{(1)2}\right\}^{-1}, \quad (8b)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \left(\mathbf{e}_0^{(s)} \cdot \mathbf{V}\right)^2 \times \left(\frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi_0'}\right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (9a)$$

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{\varepsilon^2}{\xi(\omega)^2 + \varepsilon} \left[\exp\left(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right) + \exp\left(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(2)}\right) - 2 \exp\left(-b^{(s)}\rho^{(s)}\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right) \times \cos\left(\frac{2b^{(s)}\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)\right], \quad (9b)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta^{(2)} &= \frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}} + \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}, \\ \Delta^{(1)} &= \frac{\varepsilon+1}{2\varepsilon} - \frac{1-\varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}, \\ \sigma^{(s)} &= \frac{1}{|\chi_g' C^{(s)}|} (\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi_0'), \\ \varepsilon &= \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi_0''}{|\chi_g' C^{(s)}|}, \\ b^{(s)} &= \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{L}{L_{ext}^{(s)}}, \quad \nu^{(s)} = \frac{\chi_g' C^{(s)}}{\chi_0'}, \\ \kappa^{(s)} &= \frac{\chi_g'' C^{(s)}}{\chi_0''}, \quad \xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1-\varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \\ \eta^{(s)}(\omega) &= \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi_g' C^{(s)}|} \left(1 - \frac{\omega(1 - \theta_{\parallel} \operatorname{ctg} \theta_B)}{\omega_B}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Выражения (8) и (9) описывают спектрально-угловую плотность PXR и DTR релятивистского

электрона, пересекающего кристаллическую пластинку под углом ψ относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 . Выражения получены в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции с учетом угла между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхности мишени (угол δ).

Важным параметром в выражениях (8)–(10) является параметр ε , определяющий степень асимметрии отражения поля в кристаллической пластинке относительно поверхности мишени, δ — угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Параметр $\rho^{(s)}$, характеризующий степень поглощения рентгеновских волн в кристалле, равен отношению длины экстинкции $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega|\chi_g' C^{(s)}|$ к длине поглощения $L_{abs} = 1/\omega\chi_0''$ рентгеновских волн: $\rho^{(s)} = L_{ext}^{(s)}/L_{abs}$. Параметр $b^{(s)}$, характеризующий толщину кристаллической пластинки, равен отношению половины пути электрона в мишени $L_e = L/\sin(\delta - \theta_B)$ к длине экстинкции $L_{ext}^{(s)}$. Параметр $\nu^{(s)}$, принимающий значения в промежутке $0 \leq \nu^{(s)} \leq 1$, определяет степень отражения волн от кристалла, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей (конструктивным ($\nu^{(s)} \approx 1$) или деструктивным ($\nu^{(s)} \approx 0$)). Параметр $\kappa^{(s)}$ определяет степень проявления эффекта аномального слабого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских фотонов излучений PXR и DTR через кристаллическую мишень [22, 23]. Необходимым условием проявления аномально слабого поглощения (эффекта Бормана) является условие $\kappa^{(s)} \approx 1$, а аномально сильного поглощения — $\kappa^{(s)} \approx 0$. Из выражения для $\Delta^{(1)}$ в (10) следует, что при увеличении параметра $\kappa^{(s)}$ величина $\Delta^{(1)}$ уменьшается, а вместе с ней уменьшается и затухание волн PXR (см. (8b)) и первой ветви DTR, поскольку при этом уменьшается характеризующее поглощение произведение $\rho^{(s)}\Delta^{(1)}$, $\eta^{(s)}(\omega)$ — быстро меняющаяся с частотой излучения спектральная функция.

Чтобы не конкретизировать материал кристалла, нормируем угловые переменные и γ^{-1} на величину $\sqrt{|\chi_0'|}$:

$$\begin{aligned} \theta_{\perp}^n &= \frac{\theta_{\perp}}{\sqrt{|\chi_0'|}}, \quad \theta_{\parallel}^n = \frac{\theta_{\parallel}}{\sqrt{|\chi_0'|}}, \quad \psi_{\perp}^n = \frac{\psi_{\perp}}{\sqrt{|\chi_0'|}}, \\ \psi_{\parallel}^n &= \frac{\psi_{\parallel}}{\sqrt{|\chi_0'|}}, \quad \Gamma = \frac{1}{\gamma\sqrt{|\chi_0'|}}. \end{aligned} \quad (11)$$

При этом выражения (8) и (9) примут следующий вид для различных поляризаций:

$$\omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{1}{|\chi'_0|} F_{PXR}^{(s)}, \quad (12a)$$

$$F_{PXR}^{(s)} = \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Sigma + 1)^2} R_{PXR}^{(s)}, \quad (12b)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{1}{|\chi'_0|} F_{DTR}^{(s)}, \quad (13a)$$

$$F_{DTR}^{(s)} = \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Sigma} - \frac{1}{\Sigma + 1} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (13b)$$

где $\Omega^{(1)} = \theta_{\perp}^n - \psi_{\perp}^n$, $\Omega^{(2)} = \theta_{\parallel}^n + \psi_{\parallel}^n$, $\Sigma = \Gamma^2 + \Omega^{(1)2} + \Omega^{(2)2}$, выражение для $\sigma^{(s)}$ из (10) принимает вид

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{\nu^{(s)}} \left(\Gamma^2 + (\theta_{\perp}^n - \psi_{\perp}^n)^2 + (\theta_{\parallel}^n + \psi_{\parallel}^n)^2 + 1 \right).$$

Чтобы найти угловую плотность PXR, проинтегрируем выражение (12) по частотной функции $\xi^{(s)}(\omega)$ с учетом (8b) и соотношения

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{|\chi'_g| C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} d\xi^{(s)},$$

следующего из выражения (10). Так как $\rho^{(s)} \Delta^{(1)} \ll \ll 1$, такое интегрирование может быть выполнено с использованием аппроксимации

$$\frac{1}{x^2 + a^2} (1 + e^{-2ba} - 2a^{-ba} \cos(bx)) \rightarrow \rightarrow \frac{\pi}{a} (1 - e^{-2ba}) \delta(x). \quad (14)$$

Результат интегрирования представим в виде

$$\begin{aligned} \frac{dN_{PXR}^{(s)}}{d\Omega} &= \frac{e^2 \nu^{(s)}}{4\pi \sin^2 \theta_B} \frac{\Omega^{(s)2}}{\rho^{(s)}} \varepsilon^2 \times \\ &\times \left(1 - \exp \left\{ -2b^{(s)} \rho^{(s)} \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. \frac{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} \nu^{(s)} (\Sigma + 1) + \nu^{(s)2}}{\nu^{(s)2} + (\Sigma + 1)^2 \varepsilon} \right\} \right) \times \\ &\times \left\{ (\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)} \nu^{(s)} (\Sigma + 1) + \nu^{(s)2} \right\}^{-1}. \quad (15) \end{aligned}$$

Рассмотрим предельный случай $b^{(s)} \rho^{(s)} = = L\omega \chi''_0 / 2 \sin(\delta - \theta_B) \ll 1$. Используем приближение для рентгеновских волн $\chi'_g \approx -\omega_g^2 / \omega^2$, $\chi'_0 \approx -\omega_0^2 / \omega^2$. С учетом (11) в случае симметричного отражения $\varepsilon = 1$, $\delta = \pi/2$ из (15) следует хорошо известная формула традиционной динамической теории для тонкого кристалла:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{PXR}^{(s)}}{d\Omega} &= \frac{e^2 \omega_g^4}{\pi g^2 \omega_B} \frac{L}{\cos \theta_B} \left(\mathbf{e}_0^{(s)} \cdot \mathbf{V} \right)^2 C^{(s)2} \times \\ &\times \left\{ \left(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega_B^2} \right)^2 + \right. \\ &\left. + \frac{\omega_g^4 C^{(s)2}}{\omega_B^4} \right\}^{-1}. \quad (16) \end{aligned}$$

Найдем угловую плотность DTR, проинтегрировав (13) по частотной функции $\xi^{(s)}(\omega)$:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} &= \frac{e^2 \nu^{(s)}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Sigma} - \frac{1}{\Sigma + 1} \right)^2 \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega). \quad (17) \end{aligned}$$

Можно показать, что в случае слабого фотопоглощения рентгеновских волн в кристаллической пластинке ($b^{(s)} \rho^{(s)} \ll 1$) справедливо соотношение

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega) \approx \begin{cases} 2\varepsilon \sqrt{\varepsilon} \pi, & b^{(s)} \gg \sqrt{\varepsilon}, \\ 4\pi \varepsilon b^{(s)}, & b^{(s)} \ll \sqrt{\varepsilon}, \end{cases} \quad (18)$$

которое удобно использовать в некоторых частных случаях. Выражения (8) и (9), описывающие соответственно спектрально-угловые плотности PXR и DTR, а также выражения (15) и (17), описывающие угловые плотности PXR и DTR, являются главным результатом настоящей работы. Эти выражения получены в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции с учетом возможного отклонения (угол ψ) направления скорости электрона \mathbf{V} от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 (см. рис. 1). Полученные выражения учитывают асимметрию отражения поля электрона относительно поверхности мишени, характеризуемую углом между поверхностью мишени и системой дифрагирующих атомных плоскостей кристалла (угол δ).

3. УСРЕДНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВОЙ ПЛОТНОСТИ

Рассмотрим влияние расходимости пучка электронов на спектрально-угловые характеристики излучений. Для этого усредним излучение одного электрона по его возможным прямолинейным траекториям в пучке. Для примера проведем усреднение спектрально-угловых плотностей PXR и DTR по функции распределения Гаусса

$$f(\psi) = \frac{1}{\pi \psi_0^2} \exp \left\{ -\frac{\psi^2}{\psi_0^2} \right\}, \quad (19)$$

где параметр ψ_0 будем называть расходимостью пучка излучающих электронов (см. рис. 1). Угол ψ_0 определяет конус, ограничивающий часть пучка электронов, за пределами которого плотность электронов уменьшается более чем в ϵ раз по сравнению с плотностью на оси пучка.

В этом случае формулы для усреднения выражений (8) и (9) принимают следующий вид:

$$\left\langle \omega \frac{d^2 N_{PXR,DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{1}{|\chi'_0|} \langle F_{PXR,DTR}^{(s)} \rangle, \quad (20a)$$

$$\begin{aligned} \langle F_{PXR,DTR}^{(s)} \rangle &= \frac{1}{\pi\psi_0^{n^2}} \iint d\psi_{\perp}^n d\psi_{\parallel}^n \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{\psi_{\perp}^{n^2} + \psi_{\parallel}^{n^2}}{\psi_0^{n^2}} \right\} F_{PXR,DTR}^{(s)}, \quad (20b) \end{aligned}$$

где

$$\psi_0^n = \frac{\psi_0}{\sqrt{|\chi'_0|}}.$$

Выражения для $\langle F_{PXR}^{(s)} \rangle$ и $\langle F_{DTR}^{(s)} \rangle$ описывают усредненные по расширяющемуся пучку электронов спектрально-угловые плотности PXR и DTR, рассчитанные на один электрон.

Усредненные по расширяющемуся пучку электронов угловые плотности излучения запишем в виде

$$\left\langle \frac{dN_{PXR}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} \langle Y_{PXR}^{(s)} \rangle, \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} \langle Y_{PXR}^{(s)} \rangle &= \frac{2\pi\nu^{(s)}}{\rho^{(s)}\pi\psi_0^{n^2}} \iint d\psi_{\perp}^n d\psi_{\parallel}^n \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{\psi_{\perp}^{n^2} + \psi_{\parallel}^{n^2}}{\psi_0^{n^2}} \right\} \Omega^{(s)^2} \times \\ &\times \varepsilon^2 \left(1 - \exp \left\{ -2b^{(s)}\rho^{(s)} \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. \frac{(\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)}\nu^{(s)}(\Sigma + 1) + \nu^{(s)^2}}{\nu^{(s)^2} + (\Sigma + 1)^2 \varepsilon} \right\} \right) \times \\ &\times \left\{ (\Sigma + 1)^2 - 2\kappa^{(s)}\nu^{(s)}(\Sigma + 1) + \nu^{(s)^2} \right\}^{-1}, \quad (21b) \end{aligned}$$

$$\left\langle \frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} \right\rangle = \frac{e^2}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} \langle Y_{DTR}^{(s)} \rangle, \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} \langle Y_{DTR}^{(s)} \rangle &= \frac{\nu^{(s)}}{\pi\psi_0^{n^2}} \int_{-\infty}^{\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi^{(s)}(\omega) \iint d\psi_{\perp}^n d\psi_{\parallel}^n \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{\psi_{\perp}^{n^2} + \psi_{\parallel}^{n^2}}{\psi_0^{n^2}} \right\} \Omega^{(s)^2} \left(\frac{1}{\Sigma} - \frac{1}{\Sigma + 1} \right)^2. \quad (22b) \end{aligned}$$

Выражения для $\langle Y_{DTR}^{(s)} \rangle$ и $\langle Y_{PXR}^{(s)} \rangle$ описывают усредненные по расширяющемуся пучку электронов угловые плотности PXR и DTR электрона.

4. ВЛИЯНИЕ РАСХОДИМОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим влияние расходимости электронного пучка на спектрально-угловые характеристики излучений PXR и DTR. Численные расчеты будем проводить для σ -поляризованных волн ($s = 1$).

Так как формулы для разных поляризаций в общем случае различаются только множителями $\Omega^{(1)} = \theta_{\perp}^n - \psi_{\perp}^n$, $\Omega^{(2)} = \theta_{\parallel}^n + \psi_{\parallel}^n$, то после усреднения результаты для двух различных поляризаций будут совпадать. Однако если рассматривать конкретный кристалл и определенный угол Брэгга θ_B , то коэффициент $C^{(2)} = \cos 2\theta_B$ (см. (7)), который содержится в формулах, описывающих π -поляризованные волны ($s = 2$), может значительно отличаться от коэффициента $C^{(1)} = 1$, описывающего σ -поляризованные волны. В этом случае и спектрально-угловые распределения для двух различных поляризаций будут существенно отличаться.

На рис. 2 приведены построенные по формуле (20b) кривые, описывающие усредненные спектральные распределения PXR релятивистского электрона в пучке для различных значений расходимости пучка ψ_0^n при фиксированном угле наблюдения ($\theta_{\perp}^n = 1$, $\theta_{\parallel}^n = 0$). На рисунке видно, что влияние расходимости электронного пучка на спектр PXR в рассматриваемых условиях оказывается существенным. Видно, что с увеличением расходимости пучка электронов максимум спектральной плотности на один электрон падает. При увеличении толщины мишени (параметр $b^{(s)}$) зависимость спектрально-угловой плотности PXR от расходимости пучка становится более резкой, что показывают кривые, представленные на рис. 3.

Интересный результат показан на рис. 4, где представлены кривые спектра σ -поляризованных волн PXR, построенные для тех же условий, что и на рис. 3, но для угла наблюдения θ с компонента-

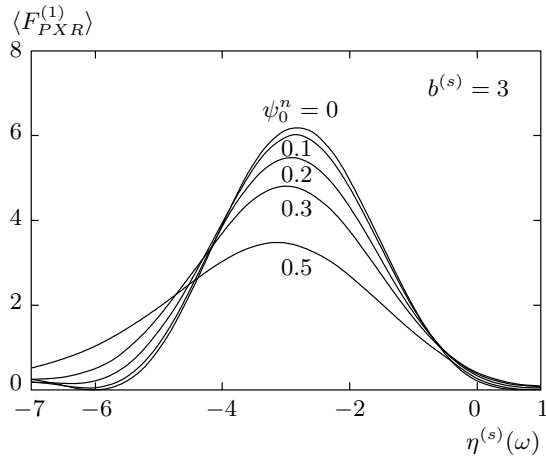


Рис. 2. Влияние расходимости электронного пучка на спектрально-угловую плотность PXR при $\theta_{\perp}^n = 1, \theta_{\parallel}^n = 0, \varepsilon = 3, \nu^{(s)} = 0.8, \kappa^{(s)} = 0.8, \rho^{(s)} = 0.1, b^{(s)} = 3, \Gamma = 0.5$

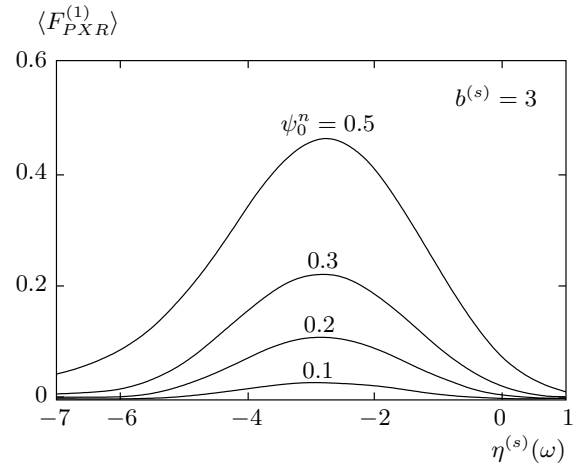


Рис. 4. Влияние расходимости электронного пучка на спектрально-угловую плотность PXR при $\theta_{\perp}^n = 0, \theta_{\parallel}^n = 1, \varepsilon = 3, \nu^{(s)} = 0.8, \kappa^{(s)} = 0.8, \rho^{(s)} = 0.1, b^{(s)} = 3, \Gamma = 0.5$

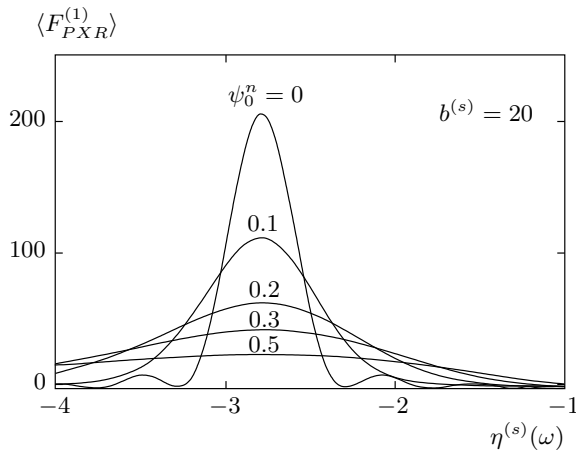


Рис. 3. То же, что на рис. 2, но для значения $b^{(s)} = 20$

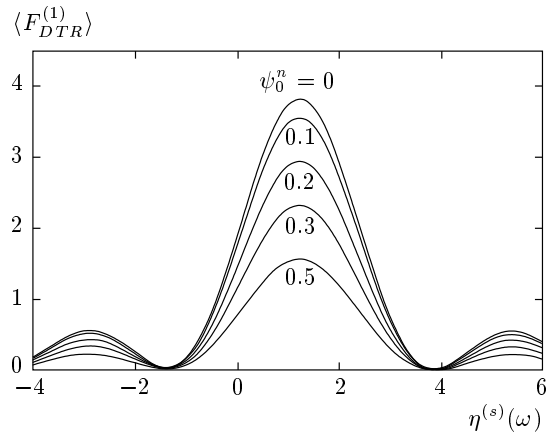


Рис. 5. Влияние расходимости электронного пучка на спектрально-угловую плотность DTR при $\theta_{\perp}^n = 0.4, \theta_{\parallel}^n = 0, \varepsilon = 3, \nu^{(s)} = 0.8, \kappa^{(s)} = 0.8, \rho^{(s)} = 0.1, b^{(s)} = 3, \Gamma = 0.5$

ми ($\theta_{\perp}^n = 0, \theta_{\parallel}^n = 1$). При таком угле наблюдения σ -поляризованные волны не должны давать вклада в выход PXR в отсутствие угловой расходимости электронного пучка ($\psi = 0$), что следует из формулы (12b), где в этом случае $\Omega^{(1)} = \theta_{\perp}^n - \psi_{\perp}^n = 0$ (в этом направлении могут наблюдаться только π -поляризованные волны PXR релятивистского электрона). При возникновении угловой расходимости электронного пучка ($\psi \neq 0$) амплитуда спектра PXR для рассматриваемой σ -поляризации становится не нулевой и растет при увеличении расходимости, что видно на рис. 4.

Рассмотрим влияние расходимости электронного пучка на спектр дифрагированного переходного

излучения при фиксированном угле наблюдения. Кривые, представленные на рис. 5, 6, построены по формуле (20b) для спектрально-угловой плотности DTR (параметры соответственно те же, что и на рис. 3, 4), но для значений компонент угла наблюдения ($\theta_{\perp}^n = 0.4, \theta_{\parallel}^n = 0$), соответствующих максимуму угловой плотности DTR в рассматриваемых условиях (см. рис. 5), и ($\theta_{\perp}^n = 0, \theta_{\parallel}^n = 0.4$), соответствующих нулевому вкладу σ -поляризованных волн в выход DTR при нулевой расходимости пучка электронов (см. рис. 6). Видно, что спектр DTR, как и спектр PXR, существенно зависит от расходимости

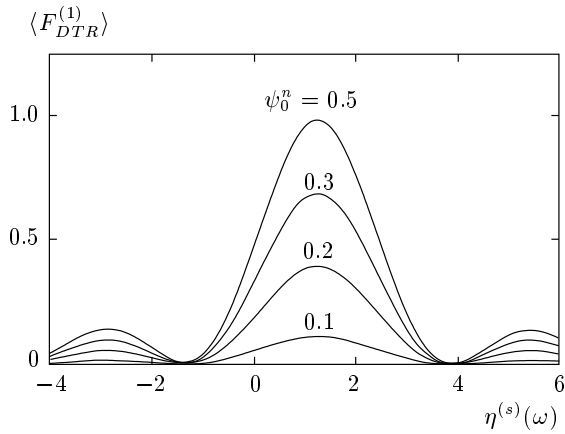


Рис. 6. Влияние расходимости электронного пучка на спектрально-угловую плотность DTR при $\theta_{\perp}^n = 0$, $\theta_{\parallel}^n = 0.4$, $\varepsilon = 3$, $\nu^{(s)} = 0.8$, $\kappa^{(s)} = 0.8$, $\rho^{(s)} = 0.1$, $b^{(s)} = 3$, $\Gamma = 0.5$

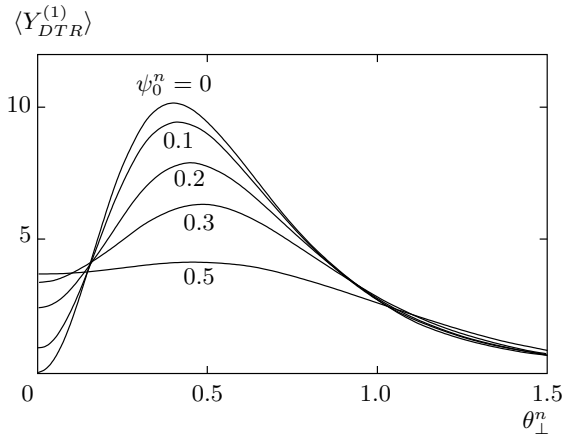


Рис. 8. Влияние расходимости электронного пучка на угловую плотность DTR при $\theta_{\parallel}^n = 0$, $\varepsilon = 3$, $\nu^{(s)} = 0.8$, $\kappa^{(s)} = 0.8$, $\rho^{(s)} = 0.1$, $b^{(s)} = 3$, $\Gamma = 0.5$

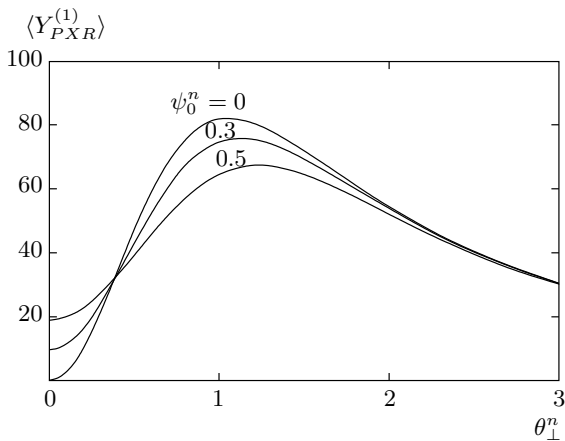


Рис. 7. Влияние расходимости электронного пучка на угловую плотность PXR при $\theta_{\parallel}^n = 0$, $\varepsilon = 3$, $\nu^{(s)} = 0.8$, $\kappa^{(s)} = 0.8$, $\rho^{(s)} = 0.1$, $b^{(s)} = 20$, $\Gamma = 0.5$

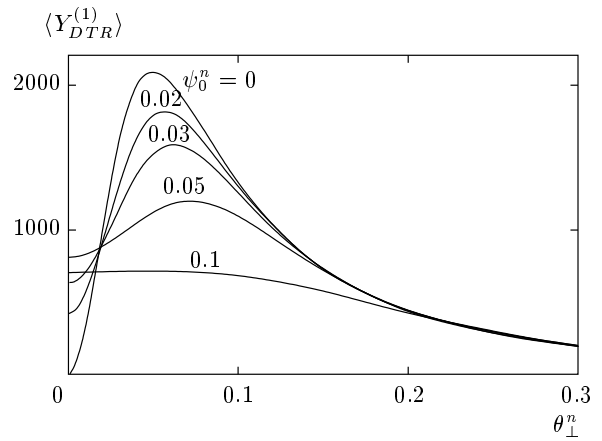


Рис. 9. То же, что на рис. 8, но для значения $\Gamma = 0.05$

электронного пучка. При увеличении расходимости амплитуда спектра в максимуме для направления наблюдения ($\theta_{\perp}^n = 0.4$, $\theta_{\parallel}^n = 0$) убывает (см. рис. 5), а для направления ($\theta_{\perp}^n = 0$, $\theta_{\parallel}^n = 0.4$) растет (см. рис. 6).

Рассмотрим зависимость угловых плотностей PXR и DTR от расходимости электронного пучка релятивистских электронов. На рис. 7 представлены кривые, описывающие угловую плотность PXR (кривые рассчитаны по формуле (21b)). Кривые, описывающие угловую плотность DTR, построенные по формуле (22b), представлены на рис. 8. На рисунках видно, что угловая плотность PXR зависит от расходимости электронного пучка (см. рис. 7)

значительно слабее, чем угловая плотность DTR (см. рис. 8). Этот факт объясняется тем, что DTR имеет более узкое угловое распределение, и расходимость электронного пучка более заметно влияет на его угловую плотность. При увеличении энергии излучающих электронов в пучке угловой разброс фотонов DTR уменьшается, а зависимость от расходимости электронного пучка усиливается, что демонстрируют кривые, представленные на рис. 9.

Полученные в настоящей работе выражения (12), (13), (15) и (17) позволяют вычислять спектрально-угловые характеристики PXR и DTR каждого электрона в пучке с учетом угла между его траекторией и осью пучка электронов в предположении, что он прямолинейно пересекает монокристаллическую

пластинку, а затем с помощью процедуры усреднения по угловому распределению электронов в пучке находить интегральные спектрально-угловые характеристики излучения пучка как целого.

В качестве примера в работе усреднение проводилось в предположении гауссова распределения частиц в пучке по углам. Однако результаты работы могут использоваться для вычисления спектрально-угловых характеристик излучений пучков электронов с произвольным распределением электронов в пучке.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения расходящегося пучка релятивистских электронов, пересекающих монокристаллическую пластинку. Определены выражения для спектрально-угловой плотности параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения релятивистского электрона с учетом отклонения направления скорости электрона относительно оси электронного пучка, а также выражения, описывающие угловую плотность PXR и DTR, которые получены в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции для общего случая асимметричного отражения псевдофотонов кулоновского поля электрона (асимметрия определяется углом между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхностью мишени). На основе данных соотношений для спектрально-угловой и угловой плотностей излучения одного из электронов пучка с использованием усреднения по угловому распределению электронов получены соответствующие выражения для излучения пучка электронов как целого. Исследовано влияние расходимости электронного пучка на спектрально-угловые характеристики PXR и DTR. Для демонстрации влияния расходимости электронного пучка на возбуждаемое им в монокристаллической пластине когерентное рентгеновское излучение проведены численные расчеты с использованием усреднения по угловому распределению релятивистских электронов в пучке в виде двумерного распределения Гаусса. Показано существенное влияние расходимости электронного пучка на спектр PXR, причем увеличение толщины мишени усиливает зависимость спектрально-угловой плотности PXR от расходимости пучка. Показано также, что угловая плотность DTR зависит от расходимости электронного пучка сильнее, чем угловая плот-

ность PXR. Выявлено, что при увеличении энергии излучающих электронов угловой разброс фотонов DTR уменьшается, а зависимость от расходимости электронного пучка усиливается.

Необходимо отметить, что ранее всегда считалось, что расходимость электронного пучка является негативным фактором. Авторы считают, что изменяя расходимость электронного пучка можно изменять спектрально-угловые характеристики PXR и DTR, что может дать дополнительную информацию о свойствах излучений. Например, при увеличении расходимости электронного пучка амплитуда угловой плотности DTR убывает более существенно, чем угловая плотность PXR, что можно использовать в экспериментальном исследовании PXR.

Полученные результаты могут составить теоретическую основу для решения обратной задачи, а именно, задачи определения расходимости электронного пучка по спектрально-угловой плотности PXR и DTR.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проектная часть государственного задания № 3.500.2014/К в сфере научной деятельности и государственное задание № 2014/420).

ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Takabayashi, Phys. Lett. A **376**, 2408 (2012).
2. Y. Takabayashi and K. Sumitani, Phys. Lett. A **377**, 2577 (2013).
3. B. N. Kalinin, A. P. Potylitsin, V. A. Verzilov, I. E. Vnukov et al., Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res. A **350**, 601 (1994).
4. A. Gogolev, A. Potylitsyn, and G. Kube, J. Phys. Conference Series **357**, 012018 (2012).
5. L. G. Sukhikh, S. Yu. Gogolev, and A. P. Potylitsyn, J. Phys.: Conference Series **236**, 012011 (2010).
6. A. S. Konkov, P. V. Karataev, A. P. Potylitsyn, and A. S. Gogolev, J. Phys.: Conference Series **517**, 012003 (2014).
7. V. V. Kaplin and S. R. Uglov, Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B **145**, 253 (1998).
8. М. Л. Тер-Микаэлян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, АН АрмССР, Ереван (1969).

9. Г. М. Гарибян, Ян Ши, ЖЭТФ **61**, 930 (1971).
10. В. Г. Барышевский, И. Д. Феранчук, ЖЭТФ **61**, 944 (1971).
11. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946); V. Ginzburg and I. Frank, J. Phys. (USSR) **9**, 353 (1945).
12. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, *Переходное излучение и переходное рассеяние*, Наука, Москва (1984).
13. A. Caticha, Phys. Rev. A **40**, 4322 (1989).
14. V. Baryshevsky, Nucl. Instr. and Meth. A **122**, 13 (1997).
15. X. Artru and P. Rullhusen, Nucl. Instr. and Meth. B **145**, 1 (1998).
16. N. Nasonov, Phys. Lett. A **246**, 148 (1998).
17. S. Blazhevich and A. Noskov, Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B **252**, 69 (2006).
18. S. V. Blazhevich and A. V. Noskov, Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B **266**, 3770 (2008).
19. С. В. Блажевич, А. В. Носков, ЖЭТФ **136**, 1043 (2009).
20. С. В. Блажевич, И. В. Колосова, А. В. Носков, Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования № 4, 65 (2012).
21. В. А. Базылев, Н. К. Жеваго, *Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях*, Наука, Москва (1987), с. 272.
22. Н. Н. Насонов, А. В. Носков, В. И. Сергиенко, В. Г. Сыщенко, Изв. ВУЗов. Физика **44**, 75 (2001).
23. S. V. Blazhevich and A. V. Noskov, Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res. B **266**, 3777 (2008).