

ЭКРАНИРОВАНИЕ ЗАРЯДА ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ В ПЛАЗМЕ СУХОГО ВОЗДУХА, СОЗДАВАЕМОЙ ВНЕШНИМ ИСТОЧНИКОМ ИОНИЗАЦИИ

*И. Н. Дербенев, А. В. Филиппов**

*ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований
142190, Троицк, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 13 января 2015 г.

Проведено исследование ионного состава плазмы, создаваемой внешним источником ионизации в сухом воздухе при атмосферном давлении и комнатной температуре, и экранирования электрического поля пылевой частицы в такой плазме. Для решения задачи об экранировании использовалась модель точечного стока на основе диффузионно-дрейфового приближения. Установлено, что основными сортами ионов в рассматриваемой плазме являются O_4^+ , O_2^- и O_4^- , а распределение потенциала пылевой частицы описывается суперпозицией четырех экспонент с четырьмя различными постоянными. Показано, что первая постоянная совпадает с обратным радиусом Дебая, вторая описывается обратной длиной амбиполярной диффузии положительных и отрицательных компонент плазмы за характерное время их рекомбинации, третья определяется процессами конверсии отрицательных ионов, четвертая — процессами прилипания и рекомбинации электронов и двухатомных ионов.

DOI: 10.7868/S0044451015080222

рушения квазинейтральности и взаимного влияния заряженных макрочастиц друг на друга.

1. ВВЕДЕНИЕ

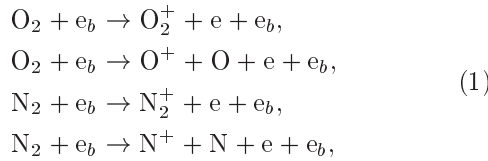
Изучение пылевой плазмы, создаваемой внешним источником ионизации в электроотрицательных газах, имеет большое значение в физике атмосферных явлений [1, 2], при разработке автономного источника энергии на основе пылевой плазмы [3–5] и лазеров на галогенидах инертных газов [6]. В первом случае ионизация происходит за счет космических лучей и продуктов радиоактивного распада элементов земной коры и воздуха и имеет среднее значение скорости $10\text{--}15\text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$ над сушей [7]. Во втором случае ионизация газа осуществляется продуктами распада α - или β -активной пыли со скоростью $10^{13}\text{--}10^{15}\text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$ [3–5], а в третьем — скорость ионизации газа пучком быстрых электронов достигает до $10^{20}\text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$ и выше [6]. Отметим также работу [8], в которой пылевая плазма в воздухе с наночастицами использовалась для уничтожения раковых клеток. Знание характера экранирования в такой плазме позволит оценить размеры области на-

Задача об экранировании электрического поля пылевой частицы, помещенной в создаваемый внешним источником ионизации плазму электроположительных газов, решалась ранее в работах [9–12]. Было показано, что экранирование макрочастицы в инертных газах описывается суперпозицией двух и более дебаевских экспонент. Причем количество экспонент определяется числом уравнений, которыми описывается зарядка при данных условиях. Процесс зарядки в плазме с внешним источником ионизации газа в случае электроотрицательных газов с одним сортом отрицательных ионов был численно изучен в работах [13, 14] (в канале стримера — в [15]), а экспериментально — в работе [16]. В настоящей работе на основе модели точечного стока проведено исследование экранирования электрического поля заряженной пылевой частицы или сферического зонда в плазме, создаваемой внешним источником ионизации в сухом воздухе при атмосферном давлении и комнатной температуре. Скорость ионизации варьировалась в пределах $10^1\text{--}10^{20}\text{ см}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$.

*E-mail: fav@triniti.ru

2. ИОННЫЙ СОСТАВ ПЛАЗМЫ СУХОГО ВОЗДУХА

Будем рассматривать плазму, создаваемую внешним источником ионизации, например, пучком быстрых электронов. В качестве примера рассмотрим сухой воздух, который представляет собой смесь молекулярных азота и кислорода в соотношении концентраций $N_2 : O_2 = 4 : 1$. Анализ ион-молекулярных процессов проведем на основе обзора [17]. Добавим процессы ионизации под действием электронов пучка:



где e_b — электрон пучка с высокой энергией, e — электрон плазмы. Объемная скорость образования каждого вида ионов вычислялась следующим образом:

$$Q_{ion}(M^+) = \frac{\varepsilon_{\Sigma}}{\varepsilon_M} Q_{ion},$$

$$\frac{1}{\varepsilon_{\Sigma}} = \frac{1}{\varepsilon_{N^+}} + \frac{1}{\varepsilon_{N_2^+}} + \frac{1}{\varepsilon_{O^+}} + \frac{1}{\varepsilon_{O_2^+}},$$

где энергетические цены образования соответствующих ионов следующие [18]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{N^+} &= 240 \text{ эВ}, \quad \varepsilon_{N_2^+} = 52.5 \text{ эВ}, \\ \varepsilon_{O^+} &= 487 \text{ эВ}, \quad \varepsilon_{O_2^+} = 198 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

Тогда, при заданной полной скорости ионизации воздуха, Q_{ion} , скорости образования каждого сорта ионов можно вычислить следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_{ion}(O_2^+) &= 0.167Q_{ion}, \\ Q_{ion}(O^+) &= 0.068Q_{ion}, \\ Q_{ion}(N_2^+) &= 0.628Q_{ion}, \\ Q_{ion}(N^+) &= 0.137Q_{ion}. \end{aligned} \quad (2)$$

Электрическое поле в атмосфере и в несамостоятельном газовом разряде обычно мало, поэтому полагаем, что внешнее поле равно нулю. Поскольку концентрации азота и кислорода на несколько порядков превышают стационарные концентрации других нейтральных соединений, их химические превращения также не учитываются. Таким образом, ионный состав в плазме сухого воздуха с внешним источником ионизации будет определяться процессами (1) и процессами, приведенными в табл. 1, выбранными из работы [17].

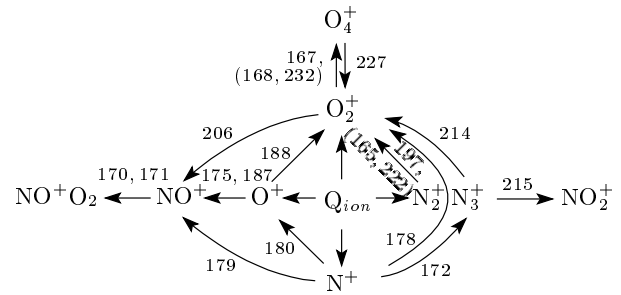


Рис. 1. Процессы образования и конверсии основных положительных ионов плазмы сухого воздуха. Числа — индексы констант скоростей реакций в табл. 1

Система нестационарных кинетических уравнений, учитывающая данные процессы, решалась численно. В табл. 2 приведены стационарные значения концентраций электронов и ионов для трех значений скорости ионизации внешним источником. Как видно из этой таблицы, основным сортом положительных ионов является O_4^+ , а сумма концентраций остальных положительных ионов на порядок меньше. Ввиду быстрых процессов конверсии и перезарядки можно положить, что он образуется со скоростью ионизации Q_{ion} . Для наглядности процессы образования и конверсии положительных ионов показаны схематически на рис. 1.

Также учтем, что отрицательные ионы O_2^- и O_4^- преимущественно гибнут за счет рекомбинации с ионами O_4^+ , а каналом их гибели за счет отлипания электронов можно пренебречь. Тогда систему уравнений, описывающих баланс заряженных компонент плазмы, можно свести к четырем уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} &= Q_{ion} - \beta_{ei}n_en_i - \alpha n_e, \\ \frac{\partial n_i}{\partial t} &= Q_{ion} - \beta_{ei}n_en_i - \beta_{ii2}n_in_2 - \beta_{ii4}n_in_4, \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} &= \alpha n_e - \nu_{24}n_2 + \nu_{42}n_4 - \beta_{ii2}n_in_2, \\ \frac{\partial n_4}{\partial t} &= \nu_{24}n_2 - \nu_{42}n_4 - \beta_{ii4}n_in_4. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введены следующие обозначения: n_i — концентрация ионов O_4^+ , n_2 — ионов O_2^- , n_4 — ионов O_4^- , $\beta_{ei} \equiv k_{30}$, $\beta_{ii2} \equiv k_{II}$, $\beta_{ii4} \equiv k_{IV}$, $\alpha \equiv (k_{45}[O_2] + k_{46}[N_2])[O_2]$, $\nu_{24} \equiv k_{234}[O_2]([O_2] + [N_2])$, $\nu_{42} \equiv k_{262}([O_2] + [N_2])$.

Для того чтобы проверить применимость такого упрощения, проведем сравнение результатов расчетов системы кинетических уравнений для всех процессов из табл. 1 и усеченной системы уравнений (3).

Таблица 1. Процессы в плазме сухого воздуха, создаваемого внешним источником ионизации ($t_e = 300/T_e$, $\theta_e = \sqrt{300/T_e}$, $t_g = 300/T$, T_e [K] — температура электронов, T [K] — температура воздуха)

Процесс	Константа скорости*, $\text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ для двухчастичных процессов, $\text{см}^6 \cdot \text{с}^{-1}$ для трехчастичных
$\text{N}_4^+ + e \rightarrow \text{N}_2 + \text{N}_2$	$k_{29} = 2 \cdot 10^{-6} \theta_e$
$\text{O}_4^+ + e \rightarrow \text{O}_2 + \text{O}_2$	$k_{30} = 1.4 \cdot 10^{-6} \theta_e$
$\text{NO}^+ \text{N}_2 + e \rightarrow \text{NO} + \text{N}_2$	$k_{32} = 1.3 \cdot 10^{-6} \theta_e$
$\text{NO}^+ \text{O}_2 + e \rightarrow \text{NO} + \text{O}_2$	$k_{33} \approx k_{32}$
$\text{O}_2^+ \text{N}_2 + e \rightarrow \text{O}_2 + \text{N}_2$	$k_{34} \approx k_{32}$
$\text{NO}_2^+ + e \rightarrow \text{NO} + \text{O}$	$k_{35} = 2 \cdot 10^{-7} \theta_e$
$\text{N}_3^+ + e \rightarrow \text{N}_2 + \text{N}$	$k_{37} \approx k_{35}$
$\text{N}_2^+ + e \rightarrow \text{N} + \text{N}$	$k_{38} = 2.8 \cdot 10^{-7} \theta_e$
$\text{O}_2^+ + e \rightarrow \text{O} + \text{O}$	$k_{40} = 2 \cdot 10^{-7} t_e$
$\text{NO}^+ + e \rightarrow \text{N} + \text{O}$	$k_{41} = 4 \cdot 10^{-7} \theta_e^3$
$e + e + \text{A}^+ \rightarrow e + \text{A}$ $\text{A}^+ = \text{N}_2^+, \text{O}_2^+, \text{NO}^+, \text{N}^+, \text{O}^+$	$k_{43} = 10^{-19} t_e^{4.5}$
$e + \text{A}^+ + \text{M} \rightarrow \text{A} + \text{M}$ $\text{A}^+ = \text{N}_2^+, \text{O}_2^+, \text{NO}^+, \text{N}^+, \text{O}^+;$ $\text{M} = \text{N}_2, \text{O}_2$	$k_{44} = 6 \cdot 10^{-27} \theta_e^3$
$e + \text{O}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^- + \text{O}_2$	$k_{45} = 1.4 \cdot 10^{-29} t_e e^{-2t_g} e^{7(t_g - t_e)/3}$
$e + \text{O}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{O}_2^- + \text{N}_2$	$k_{46} = 1.07 \cdot 10^{-32} t_e^2 e^{-70/T} e^{5 \cdot (t_g - t_e)}$
$\text{O}_2^- + \text{N}_2 \rightarrow \text{O}_2 + \text{N}_2 + e$	$k_{56} = 1.9 \cdot 10^{-12} \theta_e e^{-4990/T}$
$\text{O}_2^- + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2 + \text{O}_2 + e$	$k_{57} = 2.7 \cdot 10^{-10} \theta_e e^{-5590/T}$
$\text{N}_2^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{N}_4^+ + \text{N}_2$	$k_{165} = 5 \cdot 10^{-29}$
$\text{O}_2^+ + \text{O}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_4^+ + \text{O}_2$	$k_{167} = 2.4 \cdot 10^{-30} t_g^{3.2}$
$\text{O}_2^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ \text{N}_2 + \text{N}_2$	$k_{168} = 0.9 \cdot 10^{-30} t_g^2$
$\text{NO}^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+ \text{N}_2 + \text{N}_2$	$k_{169} = 2 \cdot 10^{-31} t_g^{4.4}$
$\text{NO}^+ + \text{O}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+ \text{O}_2 + \text{N}_2$	$k_{170} = 3 \cdot 10^{-31}$
$\text{NO}^+ + \text{O}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO}^+ \text{O}_2 + \text{O}_2$	$k_{171} = 0.9 \cdot 10^{-31}$
$\text{N}^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{N}_3^+ + \text{N}_2$	$k_{172} = 0.9 \cdot 10^{-29} e^{400/T}$
$\text{O}^+ + \text{N}_2 + \text{M} \rightarrow \text{NO}^+ + \text{N} + \text{M},$ $\text{M} = \text{N}_2, \text{O}_2$	$k_{175} = 6 \cdot 10^{-29} t_g^2$
$\text{N}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{N}$	$k_{178} = 2.8 \cdot 10^{-10}$

Таблица 1. Продолжение

Процесс	Константа скорости*, $\text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ для двухчастичных процессов, $\text{см}^6 \cdot \text{с}^{-1}$ для трехчастичных
$\text{N}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO}^+ + \text{O}$	$k_{179} = 2.5 \cdot 10^{-10}$
$\text{N}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}^+ + \text{NO}$	$k_{180} = 2.8 \cdot 10^{-11}$
$\text{O}^+ + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+ + \text{N}$	$k_{187} = 3 \cdot 10^{-12} e^{-0.00311T}$
$\text{O}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{O}$	$k_{188} = 3.3 \cdot 10^{-11} e^{-0.00169T}$
$\text{N}_2^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{N}_2$	$k_{197} = 6 \cdot 10^{-11} t_g^{0.5}$
$\text{O}_2^+ + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+ + \text{NO}$	$k_{206} = 10^{-17}$
$\text{N}_3^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{N} + \text{N}_2$	$k_{214} = 2.3 \cdot 10^{-11}$
$\text{N}_3^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO}_2^+ + \text{N}_2$	$k_{215} = 4.4 \cdot 10^{-11}$
$\text{N}_4^+ + \text{N}_2 \rightarrow \text{N}_2^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2$	$\log k_{221} = -14.6 + 0.0036(T - 300),$ $300 \leq T \leq 900$
$\text{N}_4^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2$	$k_{222} = 2.5 \cdot 10^{-10}$
$\text{O}_4^+ + \text{N}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ \text{N}_2 + \text{O}_2$	$k_{226} = 4.61 \cdot 10^{-12} t_g^{2.5} e^{-2650/T}$
$\text{O}_4^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{O}_2 + \text{O}_2$	$k_{227} = 3.3 \cdot 10^{-6} t_g^4 e^{-5030/T}$
$\text{O}_2^+ \text{N}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{O}_2^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2$	$k_{231} = 1.1 \cdot 10^{-6} t_g^{5.3} e^{-2357/T}$
$\text{O}_2^+ \text{N}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{O}_4^+ + \text{N}_2$	$k_{232} = 10^{-9}$
$\text{NO}^+ \text{N}_2 + \text{N}_2 \rightarrow \text{NO}^+ + \text{N}_2 + \text{N}_2$	$k_{233} = 1.5 \cdot 10^6 T^{-5.4} e^{-2450/T}$
$\text{O}_2^- + \text{O}_2 + \text{M} \rightarrow \text{O}_4^- + \text{M}, \text{M} = \text{N}_2, \text{O}_2$	$k_{234} = 3.5 \cdot 10^{-31} t_g$
$\text{O}_4^- + \text{M} \rightarrow \text{O}_2^- + \text{O}_2 + \text{M}, \text{M} = \text{N}_2, \text{O}_2$	$k_{262} = 10^{-10} e^{-1044/T}$
$\text{O}_2^- + \text{B}^+ \rightarrow \text{O}_2 + \text{B}$ $\text{B}^+ = \text{N}_2^+, \text{O}_2^+, \text{N}^+, \text{O}^+, \text{NO}^+, \text{NO}_2^+$	$k_{\text{I}} \approx 2 \cdot 10^{-7} t_g^{0.5}$
$\text{O}_2^- + (\text{BC})^+ \rightarrow \text{O}_2 + \text{B} + \text{C}$ $(\text{BC})^+ = \text{N}_2^+, \text{O}_2^+, \text{NO}^+, \text{NO}_2^+, \text{N}_3^+, \text{N}_4^+,$ $\text{O}_4^+, \text{NO}^+ \text{N}_2, \text{NO}^+ \text{O}_2, \text{O}_2^+ \text{N}_2$	$k_{\text{II}} \approx 10^{-7}$
$\text{O}_4^- + \text{C}^+ \rightarrow \text{O}_2 + \text{O}_2 + \text{C}$ $\text{C}^+ = \text{N}_2^+, \text{O}_2^+, \text{N}^+, \text{O}^+, \text{NO}^+, \text{NO}_2^+$	$k_{\text{III}} \approx k_{\text{II}}$
$\text{O}_4^- + \text{CD}^+ \rightarrow \text{O}_2 + \text{O}_2 + \text{C} + \text{D}$ $\text{C-D} = \text{N-N}_2, \text{N}_2\text{-N}_2, \text{O}_2\text{-O}_2, \text{NO-N}_2, \text{NO-O}_2, \text{O}_2\text{-N}_2$	$k_{\text{IV}} \approx 10^{-7}$
$\text{O}_2^- + \text{B}^+ + \text{M} \rightarrow \text{O}_2 + \text{B} + \text{M}$ $\text{M} = \text{N}_2, \text{O}_2; \text{B} = \text{N}_2, \text{O}_2, \text{N}, \text{O}, \text{NO}$	$k_{\text{V}} \approx 2 \cdot 10^{-25} t_g^{2.5}$
$\text{O}_2^- + \text{B}^+ + \text{M} \rightarrow \text{O}_2\text{-B} + \text{M}$ $\text{M} = \text{N}_2, \text{O}_2; \text{B} = \text{N}, \text{O}, \text{NO}$	$k_{\text{VI}} \approx k_{\text{V}}$

Примечание: * индекс при константе скорости указывает на номер процесса в работе [17].

Таблица 2. Стационарные значения концентраций электронов и ионов при трех различных скоростях ионизации газа

	Q_{ion}	$10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$	$10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$	$10^{18} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$
1	n_e	$2.077 \cdot 10^6$	$2.058 \cdot 10^8$	$1.929 \cdot 10^{10}$
2	O_2^-	$1.856 \cdot 10^{10}$	$1.841 \cdot 10^{11}$	$1.720 \cdot 10^{12}$
3	O_4^-	$1.054 \cdot 10^{10}$	$1.045 \cdot 10^{11}$	$9.735 \cdot 10^{11}$
4	O_4^+	$2.515 \cdot 10^{10}$	$2.506 \cdot 10^{11}$	$2.401 \cdot 10^{12}$
5	NO^+O_2	$2.707 \cdot 10^9$	$2.564 \cdot 10^{10}$	$1.727 \cdot 10^{11}$
6	NO_2^+	$1.132 \cdot 10^9$	$1.140 \cdot 10^{10}$	$1.212 \cdot 10^{11}$
7	O_2^+	$1.138 \cdot 10^8$	$1.168 \cdot 10^9$	$1.451 \cdot 10^{10}$
8	$O_2^+N_2$	$3.055 \cdot 10^6$	$3.135 \cdot 10^7$	$3.888 \cdot 10^8$
9	NO^+	$2.446 \cdot 10^5$	$2.316 \cdot 10^7$	$1.577 \cdot 10^9$
10	NO^+N_2	$5.464 \cdot 10^4$	$5.175 \cdot 10^6$	$3.521 \cdot 10^8$
11	N_4^+	$4.952 \cdot 10^4$	$4.451 \cdot 10^6$	$4.948 \cdot 10^8$
12	N_3^+	$3.406 \cdot 10^4$	$3.406 \cdot 10^6$	$3.400 \cdot 10^8$
13	N_2^+	$3.095 \cdot 10^3$	$3.095 \cdot 10^5$	$3.094 \cdot 10^7$
14	N^+	$8.356 \cdot 10^2$	$8.355 \cdot 10^4$	$8.347 \cdot 10^6$
15	O^+	$2.287 \cdot 10^2$	$2.287 \cdot 10^4$	$2.286 \cdot 10^6$

На рис. 2 показана эволюция во времени концентрации основных заряженных частиц плазмы сухого воздуха, полученные в расчетах по полной и усеченной моделям процессов.

При расчетах в полной системе были исключены повторяющиеся процессы с константами k_I и k_{II} для одних и тех же пар положительных и отрицательных ионов. Процессы с константами k_V и k_{VI} также не учитывались, так как согласно [19] значение коэффициента рекомбинации отрицательных и положительных ионов в воздухе не превышает $2.5 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{с}$. На графиках (рис. 2) видно хорошее согласие результатов решения полной и усеченной систем, поэтому мы можем сделать вывод о том, что усеченная система будет с хорошей точностью описывать свойства плазмы в сухом воздухе.

3. ЭКРАНИРОВАНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПЛАЗМЕ ЭЛЕКТРООТРИЦАТЕЛЬНОГО ГАЗА

Следуя асимптотической теории экранирования, созданной в работе [9], поместим макрочастицу в центр сферической системы координат. Согласно

анализу сортов ионов в плазме воздуха в предыдущем разделе, для нахождения потенциала вокруг макрочастицы будем решать следующую систему уравнений баланса числа электронов и ионов в диффузионно-дрейфовом приближении:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j}_e &= Q_{ion} - \beta_{ei}n_en_i - \alpha n_e - S_e \delta(\mathbf{r}), \\
 \frac{\partial n_i}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j}_i &= Q_{ion} - \beta_{ei}n_en_i - \beta_{ii2}n_in_2 - \\
 &\quad - \beta_{ii4}n_in_4 - S_i \delta(\mathbf{r}), \\
 \frac{\partial n_2}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j}_2 &= \alpha n_e - \nu_{2A}n_2 + \nu_{42}n_4 - \\
 &\quad - \beta_{ii2}n_in_2 - S_2 \delta(\mathbf{r}), \\
 \frac{\partial n_4}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j}_4 &= \nu_{24}n_2 - \nu_{42}n_4 - \beta_{ii4}n_in_4 - S_4 \delta(\mathbf{r}),
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

дополненную уравнением Пуассона

$$\Delta \phi = -4\pi e (n_i - n_2 - n_4 - n_e) - eq \delta(\mathbf{r}). \tag{5}$$

Здесь

$$\mathbf{j}_\sigma = -\text{sign}(e_\sigma) \mu_\sigma n_\sigma \text{grad } \phi - D_\sigma \text{grad } n_\sigma$$

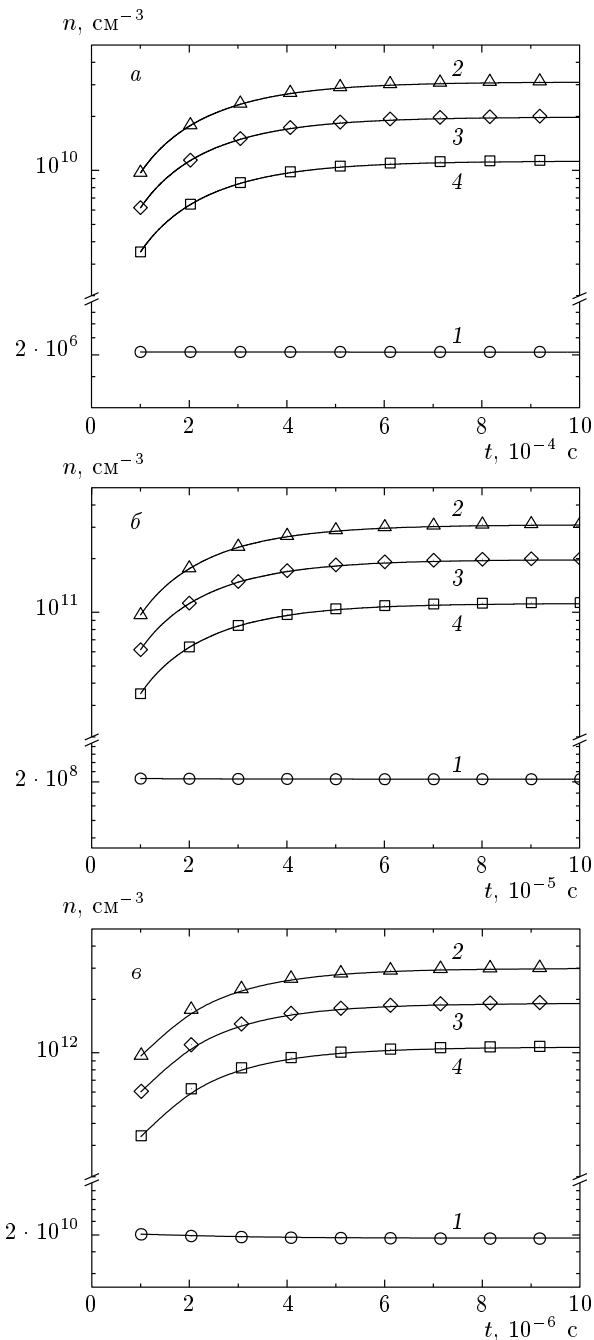


Рис. 2. Временная эволюция концентраций компонент плазмы: 1 — электронов; 2 — всех положительных ионов или O_4^+ (треугольники); 3 и 4 — отрицательных ионов соответственно O_2^- и O_4^- . Сплошные кривые — расчеты по полной системе (табл. 2), символы — расчеты по усеченной системе (3); $Q_{ion} = 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (а), $10^{16} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (б), $10^{18} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (в)

— потоки соответствующего сорта частиц ($\sigma = e, i, 2, 4$); e_σ — заряд σ -частиц, e — элементарный заряд ($e_i = e, e_e = e_2 = e_4 = -e$); β_{ei} — коэффициент диссоциативной рекомбинации электронов и ионов O_4^+ , β_{ii2} и β_{ii4} — коэффициенты ион-ионной рекомбинации O_4^+ соответственно с O_2^- и O_4^- ; α — коэффициент трехтельного прилипания электронов к молекулам кислорода; ν_{24} и ν_{42} — коэффициенты конверсии двухатомных отрицательных ионов в четырехатомные и четырехатомных в двухатомные, соответственно; S_e, S_i, S_2 и S_4 — стоки электронов, ионов O_4^+, O_2^- и O_4^- на пылевую частицу, в стационаре $S_i = S_e + S_2 + S_4$; q — заряд пылевой частицы; D_σ и μ_σ — соответственно коэффициент диффузии и подвижность σ -компоненты плазмы; $\delta(\mathbf{r})$ — дельта-функция.

Из системы (4) найдем стационарные значения концентраций электронов и ионов вдали от макро-частицы с учетом квазинейтральности плазмы:

$$\begin{aligned} Q_{ion} - \beta_{ei}n_{e0}n_{i0} - \alpha n_{e0} &= 0, \\ Q_{ion} - \beta_{ei}n_{e0}n_{i0} - \beta_{ii2}n_{i0}n_{20} - \beta_{ii4}n_{i0}n_{40} &= 0, \\ \alpha n_{e0} - \nu_{24}n_{20} + \nu_{42}n_{40} - \beta_{ii2}n_{i0}n_{20} &= 0, \\ \nu_{24}n_{20} - \nu_{42}n_{40} - \beta_{ii4}n_{i0}n_{40} &= 0, \\ n_{i0} - n_{20} - n_{40} - n_{e0} &= 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Последнее уравнение системы является следствием условия квазинейтральности в невозмущенной плазме, а одно из первых четырех уравнений — следствием трех остальных.

Система (6) сводится к уравнению четвертой степени для концентрации положительных ионов:

$$A_4 n_{i0}^4 + A_3 n_{i0}^3 + A_2 n_{i0}^2 + A_1 n_{i0} + A_0 = 0, \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= Q_{ion} (\nu_{24} + \nu_{42}), \\ A_1 &= Q_{ion} (\alpha \beta_{ii4} + \nu_{42} \beta_{ii2} + \nu_{24} \beta_{ii4}), \\ A_2 &= Q_{ion} \beta_{ii2} \beta_{ii4} - \alpha (\nu_{42} \beta_{ii2} + \nu_{24} \beta_{ii4}), \\ A_3 &= -[\alpha \beta_{ii2} \beta_{ii4} + \beta_{ei} (\nu_{42} \beta_{ii2} + \nu_{24} \beta_{ii4})], \\ A_4 &= -\beta_{ei} \beta_{ii2} \beta_{ii4}. \end{aligned}$$

Согласно правилу знаков Декарта, это уравнение имеет только один положительный корень вне зависимости от знака A_2 . Следовательно, в невозмущенной плазме система (6) имеет только единственное стационарное решение. Концентрации остальных компонент плазмы определяются уравнениями

$$\begin{aligned} n_{e0} &= \frac{Q_{ion}}{\beta_{ei}n_{i0} + \alpha}, \\ n_{20} &= \frac{\alpha n_{e0} + \nu_{42}n_{i0} - \nu_{42}n_{e0}}{\nu_{24} + \nu_{42} + \beta_{ii2}n_{i0}}, \\ n_{40} &= n_{i0} - n_{e0} - n_{20}. \end{aligned} \quad (8)$$

Проведем аналитические оценки стационарных значений концентраций носителей зарядов в невозмущенной области плазмы. Для рассматриваемых в настоящей работе скоростях ионизации воздуха выполнены соотношения

$$\alpha n_e \gg \beta_{ei}n_e n_i, \quad \nu_{24} \gg \beta_{ii4}n_{i0}, \quad \nu_{42} \gg \beta_{ii4}n_{i0}.$$

Как следствие, из первого уравнения системы (6) находим

$$n_{e0} \approx Q_{ion}/\alpha, \quad (9)$$

а из четвертого уравнения —

$$n_{20} \approx \nu_{42}n_{40}/\nu_{24}.$$

Используя это соотношение и пренебрегая концентрацией электронов по сравнению с концентрациями положительных и отрицательных ионов, из остальных трех уравнений системы (6) имеем

$$\begin{aligned} n_{20} &\approx \frac{n_{i0}\nu_{24}}{\nu_{24} + \nu_{42}}, \quad n_{40} \approx \frac{n_{i0}\nu_{42}}{\nu_{24} + \nu_{42}}, \\ n_{i0} &\approx \sqrt{\frac{Q_{ion}}{\beta_{eff}}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\beta_{eff} = (\beta_{ii2}\nu_{42} + \beta_{ii4}\nu_{24}) / (\nu_{42} + \nu_{24})$. Результаты численного решения уравнений (7) и (8) и приближенного решения системы (6) представлены на рис. 3. Видно, что формулы (9), (10) хорошо описывают численные решения и что во всем исследованном диапазоне концентрация электронов много меньше концентраций отрицательных ионов. Тем не менее ниже будет показано, что при средних и высоких скоростях ионизации газа электроны играют важную роль в процессе зарядки пылевых частиц.

Для ионов из-за их высокой скорости обмена энергией с буферным газом функция распределения с высокой точностью является максвелловской, поэтому для них выполнены соотношения Эйнштейна $T_\sigma = eD_\sigma/\mu_\sigma$, $\sigma = i, 2, 4$. Положим, что соотношения Эйнштейна выполнены и для электронов, $T_e = eD_e/\mu_e$. В результате линеаризации системы (4) получим

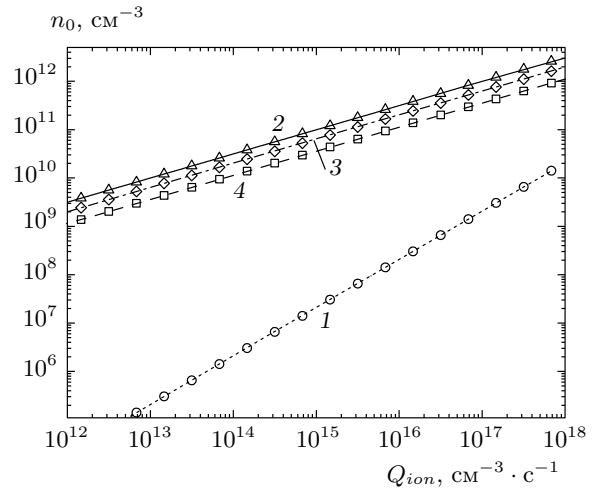


Рис. 3. Зависимости невозмущенных концентраций компонент плазмы от скорости ионизации Q_{ion} воздуха: 1 — электронов; 2 — положительных ионов O_4^+ ; 3 и 4 — отрицательных ионов соответственно O_2^- и O_4^- . Линии — численное решение уравнений (7) и (8), символы — аналитические оценки (9) и (10)

$$\begin{aligned} \frac{e}{T_e}n_{e0}\Delta\delta\phi - \Delta\delta n_e &= -\left(\frac{\beta_{ei}n_{i0}}{D_e} + \frac{\alpha}{D_e}\right)\delta n_e - \\ &\quad - \frac{\beta_{ei}n_{e0}}{D_e}\delta n_i - \frac{S_e}{D_e}\delta(\mathbf{r}), \\ -\frac{e}{T_i}n_{i0}\Delta\delta\phi - \Delta\delta n_i &= -\frac{\beta_{ei}n_{i0}}{D_i} - \\ &\quad - \left(\frac{\beta_{ei}n_{e0}}{D_i} + \frac{\beta_{ii2}n_{20}}{D_i} + \frac{\beta_{ii4}n_{40}}{D_i}\right)\delta n_i - \\ &\quad - \frac{\beta_{ii2}n_{i0}}{D_i}\delta n_2 - \frac{\beta_{ii4}n_{i0}}{D_i}\delta n_4 - \frac{S_i}{D_i}\delta(\mathbf{r}), \\ \frac{e}{T_2}n_{20}\Delta\delta\phi - \Delta\delta n_2 &= \frac{\alpha}{D_2}\delta n_e - \\ &\quad - \left(\frac{\nu_{24}}{D_2} + \frac{\beta_{ii2}n_{i0}}{D_2}\right)\delta n_2 + \frac{\nu_{42}}{D_2}\delta n_4 - \\ &\quad - \frac{\beta_{ii2}n_{20}}{D_2}\delta n_i - \frac{S_2}{D_2}\delta(\mathbf{r}), \\ \frac{e}{T_4}n_{40}\Delta\delta\phi - \Delta\delta n_4 &= \frac{\nu_{24}}{D_4}\delta n_2 - \\ &\quad - \left(\frac{\nu_{42}}{D_4} + \frac{\beta_{ii4}n_{i0}}{D_4}\right)\delta n_4 - \frac{\beta_{ii4}n_{40}}{D_4}\delta n_i - \frac{S_4}{D_4}\delta(\mathbf{r}), \\ \Delta\delta\phi &= -4\pi e[\delta n_i - \delta n_2 - \delta n_4 - \delta n_e + q\delta(\mathbf{r})]. \end{aligned} \quad (11)$$

Применим к полученной системе трехмерное преобразование Фурье:

$$U_{\sigma\mathbf{k}} = \int \delta n_\sigma(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \int \phi(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

После приведения подобных членов в уравнениях непрерывности (11), находим

$$\begin{aligned} (k^2 + a_{11}) U_{e\mathbf{k}} + a_{12} U_{i\mathbf{k}} + a_{13} U_{2\mathbf{k}} + a_{14} U_{4\mathbf{k}} &= b_1, \\ a_{21} U_{e\mathbf{k}} + (k^2 + a_{22}) U_{i\mathbf{k}} + a_{23} U_{2\mathbf{k}} + a_{24} U_{4\mathbf{k}} &= b_2, \\ a_{31} U_{e\mathbf{k}} + a_{32} U_{i\mathbf{k}} + (k^2 + a_{33}) U_{2\mathbf{k}} + a_{34} U_{4\mathbf{k}} &= b_3, \\ a_{41} U_{e\mathbf{k}} + a_{42} U_{i\mathbf{k}} + a_{43} U_{2\mathbf{k}} + (k^2 + a_{44}) U_{4\mathbf{k}} &= b_4, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e}{k^2} (U_{i\mathbf{k}} - U_{2\mathbf{k}} - U_{4\mathbf{k}} - U_{e\mathbf{k}} + q). \quad (13)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} k_{D\sigma}^2 &= 4\pi e^2 n_{\sigma 0} / T_{\sigma}, \quad \sigma = e, i, 2, 4, \\ a_{11} &= k_{De}^2 + \frac{\beta_{ei} n_{i0} + \alpha}{D_e}, \quad a_{12} = -k_{De}^2 + \frac{\beta_{ei} n_{e0}}{D_e}, \\ a_{13} &= a_{14} = k_{De}^2, \quad b_1 = k_{De}^2 q - \frac{S_e}{D_e}; \\ a_{21} &= -k_{Di}^2 + \frac{\beta_{ei} n_{i0}}{D_i}, \\ a_{22} &= k_{Di}^2 + \frac{\beta_{ei} n_{e0} + \beta_{ii2} n_{20} + \beta_{ii4} n_{40}}{D_i}, \\ a_{23} &= -k_{Di}^2 + \frac{\beta_{ii2} n_{i0}}{D_i}, \quad a_{24} = -k_{Di}^2 + \frac{\beta_{ii4} n_{i0}}{D_i}, \\ b_2 &= -k_{Di}^2 q - \frac{S_i}{D_i}; \\ a_{31} &= k_{D2}^2 - \frac{\alpha}{D_2}, \quad a_{32} = -k_{D2}^2 + \frac{\beta_{ii2} n_{20}}{D_2}, \\ a_{33} &= k_{D2}^2 + \frac{\nu_{24} + \beta_{ii2} n_{i0}}{D_2}, \\ a_{34} &= k_{D2}^2 - \frac{\nu_{42}}{D_2}, \quad b_3 = k_{D2}^2 q - \frac{S_2}{D_2}; \\ a_{41} &= k_{D4}^2, \quad a_{42} = -k_{D4}^2 + \frac{\beta_{ii4} n_{40}}{D_4}, \\ a_{43} &= k_{D4}^2 - \frac{\nu_{24}}{D_4}, \quad a_{44} = k_{D4}^2 + \frac{\nu_{42} + \beta_{ii4} n_{i0}}{D_4}, \\ b_4 &= k_{D4}^2 q - \frac{S_4}{D_4}. \end{aligned}$$

Интересно отметить, что при выполнении условия $k_{De}^2 |q| \gg S_e / D_e$ (в воздухе, как показывают численные расчеты, это условие при атмосферном давлении выполнено при $Q_{ion} \geq 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$), ввиду большого значения D_e из первого уравнения системы (12) и уравнения (13) следует

$$k^2 U_{e\mathbf{k}} \approx k_{De}^2 (U_{i\mathbf{k}} - U_{e\mathbf{k}} - U_{2\mathbf{k}} - U_{4\mathbf{k}} + q) \equiv \frac{k_{De}^2}{4\pi e} k^2 \Phi_{\mathbf{k}}.$$

Следовательно,

$$U_{e\mathbf{k}} \approx \frac{k_{De}^2 \Phi_{\mathbf{k}}}{4\pi e}.$$

Это говорит о том, что распределение электронов в самосогласованном поле пылевой частицы и плазмы при $Q_{ion} > 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ (на самом деле уже при $Q_{ion} > 10^{11} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$) с хорошей точностью описывается линеаризованным распределением Больцмана.

Детерминант системы (11) равен

$$D = k^8 + \alpha_3 k^6 + \alpha_2 k^4 + \alpha_1 k^2 + \alpha_0, \quad (14)$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ и α_3 — коэффициенты, зависящие от параметров плазмы и коэффициентов переноса, рождения и гибели электронов и ионов в невозмущенной области. Явные выражения этих коэффициентов приведены в Приложении А.

Расчеты с использованием формул (А.1)–(А.4) показали, что коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ и α_3 положительны в рассмотренном в настоящей работе диапазоне скоростей ионизации воздуха. Следовательно, по правилу знаков Декарта уравнение

$$k^8 + \alpha_3 k^6 + \alpha_2 k^4 + \alpha_1 k^2 + \alpha_0 = 0 \quad (15)$$

не имеет положительных действительных корней для k^2 . В случае действительных однократных корней детерминант (14) можно представить в виде

$$D = (k^2 + k_{sh1}^2) (k^2 + k_{sh2}^2) (k^2 + k_{sh3}^2) (k^2 + k_{sh4}^2).$$

Тогда распределение потенциала вокруг пылевой частицы будет описываться суперпозицией четырех экспонент:

$$\phi(r) = \frac{eq}{r} \sum_{j=1}^4 C_j \exp(-k_{shj} r). \quad (16)$$

Расчеты показали, что существуют две области значений Q_{ion} , где постоянные экранирования становятся комплексными. Это имеет место при совпадении действительных частей пар корней k_{sh2}, k_{sh3} ($k_{sh2} = \kappa_2 + i\kappa_3, k_{sh3} = \kappa_2 - i\kappa_3$) и k_{sh3}, k_{sh4} ($k_{sh3} = \kappa_3 + i\kappa_4, k_{sh4} = \kappa_3 - i\kappa_4$). В последнем случае распределение потенциала будет описываться выражением

$$\begin{aligned} \phi(r) &= \frac{eq}{r} \left\{ C_1 \exp(-k_{sh1} r) + C_2 \exp(-k_{sh2} r) + \right. \\ &\left. + \exp(-\kappa_3 r) [Q_3 \cos(\kappa_4 r) + Q_4 \sin(\kappa_4 r)] \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

где

$$\kappa_3 = \frac{1}{2} (k_{sh3} + k_{sh4}), \quad \kappa_4 = \frac{i}{2} (k_{sh4} - k_{sh3}),$$

$$Q_3 = \frac{1}{2} (C_3 + C_4), \quad Q_4 = \frac{i}{2} (C_4 - C_3).$$

Поведение решения (17) при подходе к границам области комплексных корней, где $\kappa_4 \rightarrow 0$, подробно рассмотрено в работе [12].

4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ И ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ПОСТОЯННЫХ ЭКРАНИРОВАНИЯ

Константы $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ и α_3 в уравнении (15) сложным образом зависят от транспортных и кинетических коэффициентов компонент плазмы, поэтому данное уравнение решалось численно. Физический смысл постоянных экранирования можно установить на основе аналитических решений частных случаев системы (4), (5).

Сложим первое уравнение системы (4) с третьим и четвертым:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_i}{\partial t} + \text{div} \mathbf{j}_i &= Q_{ion} - \beta_{ei} n_e n_i - \beta_{ii2} n_i n_2 - \\ &\quad - \beta_{ii4} n_i n_4 - S_i \delta(\mathbf{r}), \\ \frac{\partial (n_e + n_2 + n_4)}{\partial t} + \text{div} (\mathbf{j}_e + \mathbf{j}_2 + \mathbf{j}_4) &= \\ &= Q_{ion} - \beta_{ei} n_e n_i - \\ &\quad - \beta_{ii2} n_i n_2 - \beta_{ii4} n_i n_4 - (S_e + S_2 + S_4) \delta(\mathbf{r}), \\ \Delta \phi &= -4\pi e (n_i - n_2 - n_4 - n_e) - eq \delta(\mathbf{r}). \end{aligned} \tag{18}$$

Поскольку концентрация электронов в исследуемом в настоящей работе диапазоне скоростей ионизации газа много меньше концентраций ионов, пренебрежем слагаемыми, содержащими n_e и S_e . Поскольку коэффициенты ион-ионной рекомбинации и диффузии отрицательных ионов близки, положим их равными друг другу и введем обозначения

$$\begin{aligned} \beta_{ii} &\equiv \beta_{ii2} = \beta_{ii4}, \quad D_a \equiv D_2 = D_4, \\ T &\equiv T_e = T_2 = T_4, \end{aligned} \tag{19}$$

$$n_a \equiv n_2 + n_4, \quad \mathbf{j}_a = \mathbf{j}_2 + \mathbf{j}_4, \quad S_a = S_2 + S_4.$$

В стационарном режиме из уравнений (18) находим

$$\begin{aligned} \text{div} \mathbf{j}_i &= Q_{ion} - \beta_{ii} n_i n_a - S_i \delta(\mathbf{r}), \\ \text{div} \mathbf{j}_a &= Q_{ion} - \beta_{ii} n_i n_a - S_a \delta(\mathbf{r}), \\ \Delta \phi &= -4\pi e (n_i - n_a) - eq \delta(\mathbf{r}). \end{aligned} \tag{20}$$

В невозмущенной пылевой частицей области плазмы

$$n_{i0} = n_{a0} \equiv n_0 = \sqrt{Q_{ion} / \beta_{ii}}.$$

После линеаризации и преобразования Фурье из системы (20) получим

$$\begin{aligned} \left(k_{Di}^2 + \frac{\beta_{ii} n_0}{D_i} + k^2 \right) U_{i\mathbf{k}} + \\ + \left(-k_{Di}^2 + \frac{\beta_{ii} n_0}{D_i} \right) U_{a\mathbf{k}} &= -k_{Di}^2 q - \frac{S_i}{D_i}, \\ \left(-k_{Da}^2 + \frac{\beta_{ii} n_0}{D_a} \right) U_{i\mathbf{k}} + \\ + \left(-k_{Da}^2 + \frac{\beta_{ii} n_0}{D_a + k^2} \right) U_{a\mathbf{k}} &= k_{Da}^2 q - \frac{S_a}{D_a}, \end{aligned} \tag{21}$$

где $k_{Da}^2 = k_{D2}^2 + k_{D4}^2 = k_{Di}^2$. Приравняв нулю определитель этой системы, находим две постоянные экранирования:

$$\begin{aligned} k_D^2 &= k_{Di}^2 + k_{D2}^2 + k_{D4}^2, \\ k_s^2 &= \beta_{ii} n_0 (D_i^{-1} + D_a^{-1}). \end{aligned} \tag{22}$$

Первая — это обратный радиус Дебая, вторая — характерная обратная длина амбиполярной диффузии положительных и отрицательных ионов за характерное время их рекомбинации. Эти выражения можно обобщить на случай учета всех компонент плазмы:

$$k_D^2 = k_{De}^2 + k_{Di}^2 + k_{D2}^2 + k_{D4}^2, \tag{23}$$

$$\begin{aligned} k_s^2 &= \beta_{ii2} n_{20} (D_i^{-1} + D_2^{-1}) + \\ &\quad + \beta_{ii4} n_{40} (D_i^{-1} + D_4^{-1}). \end{aligned} \tag{24}$$

Для нахождения двух оставшихся постоянных вернемся к системе (12). Сложим в ней третье и четвертое уравнения и вычтем одно из другого с учетом (19):

$$\begin{aligned}
& \left(k^2 + k_{De}^2 + \frac{\beta_{ei}n_{i0} + \alpha}{D_e} \right) U_{e\mathbf{k}} + \\
& \quad + \left(-k_{De}^2 + \frac{\beta_{ei}n_{e0}}{D_e} \right) U_{i\mathbf{k}} + \\
& \quad + k_{De}^2 U_{+\mathbf{k}} = k_{De}^2 q - \frac{S_e}{D_e}, \\
& \left(\frac{\beta_{ei}n_{i0}}{D_i} - k_{Di}^2 \right) U_{e\mathbf{k}} + \\
& \quad + \left(k^2 + k_{Di}^2 + \frac{\beta_{ei}n_{e0} + \beta_{ii}n_{a0}}{D_i} \right) U_{i\mathbf{k}} + \\
& \quad + \left(\frac{\beta_{ii}n_{i0}}{D_i} - k_{Di}^2 \right) U_{+\mathbf{k}} = -k_{Di}^2 q - \frac{S_i}{D_i}, \quad (25) \\
& \left(k_{Da}^2 - \frac{\alpha}{D_a} \right) U_{e\mathbf{k}} + \left(-k_{Da}^2 + \frac{\beta_{ii}n_{a0}}{D_a} \right) U_{i\mathbf{k}} + \\
& \quad + \left(k^2 + k_{Da}^2 + \frac{\beta_{ii}n_{i0}}{D_a} \right) U_{+\mathbf{k}} = k_{Da}^2 q - \frac{S_+}{D_a}, \\
& \left(k_{D-}^2 - \frac{\alpha}{D_a} \right) U_{e\mathbf{k}} + \left(k_{D-}^2 + \frac{\beta_{ii}n_{-}}{D_a} \right) U_{i\mathbf{k}} + \\
& \quad + \left(k_{D-}^2 + \frac{\nu_{24} - \nu_{42}}{D_a} \right) U_{+\mathbf{k}} + \\
& \quad + \left(k^2 + \frac{\beta_{ii}n_{i0} + \nu_{24} + \nu_{42}}{D_a} \right) U_{-\mathbf{k}} = k_{D-}^2 q - \frac{S_-}{D_a}.
\end{aligned}$$

Здесь дополнительно введены обозначения

$$n_{-} \equiv n_{20} - n_{40}, \quad k_{D-}^2 \equiv k_{D2}^2 - k_{D4}^2, \quad S_{+} \equiv S_2 + S_4,$$

$$S_{-} \equiv S_2 - S_4, \quad U_{+\mathbf{k}} \equiv U_{2\mathbf{k}} + U_{4\mathbf{k}}, \quad U_{-\mathbf{k}} \equiv U_{2\mathbf{k}} - U_{4\mathbf{k}},$$

$$U_{2\mathbf{k}} = \frac{1}{2}(U_{+\mathbf{k}} + U_{-\mathbf{k}}), \quad U_{4\mathbf{k}} = \frac{1}{2}(U_{+\mathbf{k}} - U_{-\mathbf{k}}).$$

В результате получилась система, в которой неизвестная величина $U_{-\mathbf{k}}$ входит только в последнее уравнение, поэтому в определителе этой системы выделится множитель $k^2 + (\beta_{ii}n_{i0} + \nu_{24} + \nu_{42})/D_a$. Так как $\beta_{ii}n_{i0} \ll \nu_{24} + \nu_{42}$ в исследуемом в настоящей работе диапазоне скоростей ионизации, получим выражение

$$k_{con}^2 \approx \nu_{24} D_2^{-1} + \nu_{42} D_4^{-1}, \quad (26)$$

которое с высокой точностью описывает наибольшую постоянную экранирования в диапазоне скоростей ионизации $10 - 10^{20} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, найденную путем численного решения уравнения (15). Это согласие сохраняется при изменении отношения коэффициентов диффузии D_2 и D_4 в полтора раза в большую и меньшую сторону. Причем эта постоянная экранирования в исследованном диапазоне Q_{ion} практически не зависит от значений β_{ii2} и β_{ii4} . Из выражения (26) видно, что эта константа определяется процессами конверсии и диффузии отрицательных ионов.

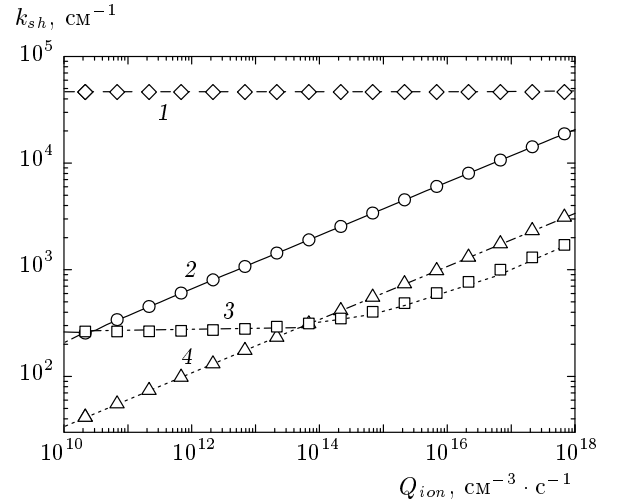


Рис. 4. Сравнение численных и аналитических расчетов постоянных экранирования. Действительные части постоянных экранирования, найденные путем численного решения уравнения (15): кривая 1 — k_{sh1} ; 2 — k_{sh2} ; 3 — k_{sh3} ; 4 — k_{sh4} ; символы — их приближенные значения: \circ — k_D (23); Δ — k_s (24); \diamond — k_{con} (26); \square — k_{e2} (28)

Чтобы найти четвертую постоянную, рассмотрим коэффициент α_3 в определителе (14). Согласно теореме Виета, он представляет собой сумму корней уравнения (15):

$$\alpha_3 = a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} \equiv k_D^2 + k_s^2 + k_{con}^2 + k_{e2}^2. \quad (27)$$

Анализ соотношения (27) с использованием полученных выше приближенных выражений для трех постоянных экранирования и результатов численного решения уравнения (15) показал, что четвертая постоянная определяется процессами прилипания, рекомбинации электронов и двухатомных ионов кислорода:

$$k_{e2}^2 \approx (\alpha + \beta_{ei}n_{i0}) D_e^{-1} + \beta_{ii2}n_{20} D_2^{-1}. \quad (28)$$

Сравнение результатов численных расчетов постоянных экранирования с аналитическими выражениями (23)–(26), (28) проводится на рис. 4. В расчетах использованы следующие значения коэффициентов диффузии [20]: $D_e = 700 \text{ см}^2/\text{с}$, $D_i = 0.052 \text{ см}^2/\text{с}$, $D_2 = D_4 = 0.055 \text{ см}^2/\text{с}$. Значения кинетических коэффициентов взяты из работы [17]. Интересно отметить, что наибольший пространственный масштаб нарушения квазинейтральности при малых скоростях ионизации воздуха определяется преимущественно амбиполярной диффузией положительных и отрицательных ионов, а при

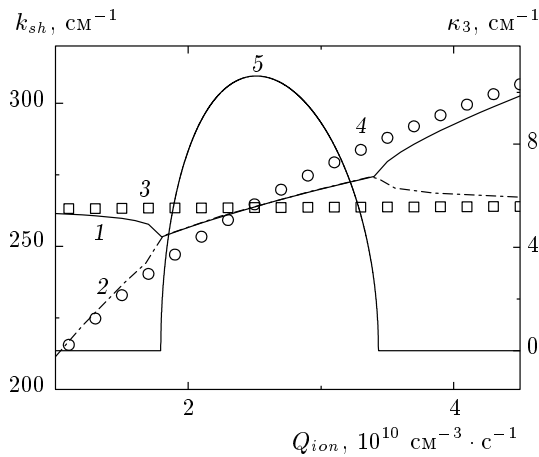


Рис. 5. Зависимости постоянных экранирования от Q_{ion} в области пересечения второго и третьего корней: 1 — k_{sh2} ; 2 — k_{sh3} ; 3 — k_{e2} (28); 4 — k_D (23); 5 — мнимая часть κ_3 постоянных экранирования k_{sh2} и k_{sh3}

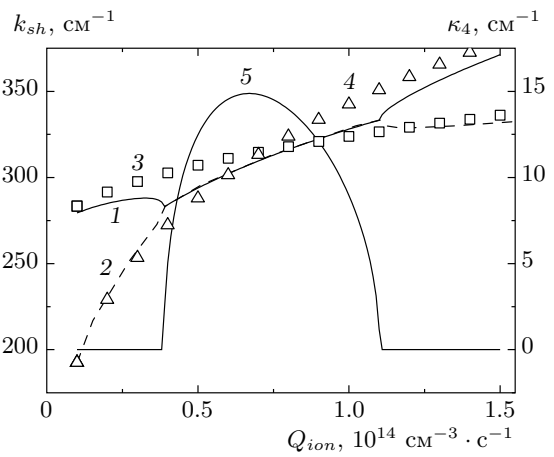


Рис. 6. Зависимости постоянных экранирования от Q_{ion} в области пересечения третьего и четвертого корней: 1 — k_{sh3} ; 2 — k_{sh4} ; 3 — k_s (24); 4 — k_{e2} (28); 5 — мнимая часть κ_4 постоянных экранирования k_{sh3} и k_{sh4}

больших — обычной диффузией электронов и двухатомных отрицательных ионов.

Из рис. 4 видно, что в двух областях скорости ионизации газа, $(1.8-3.4) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ и $(0.4-1.1) \times 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, две из четырех постоянных экранирования имеют совпадающие друг с другом действительные части. Нужно отметить, что совпадение постоянных k_{sh2} и k_{sh3} в первом случае и k_{sh3} и k_{sh4} во втором приводит к появлению мнимых частей, а сами постоянные являются комплексными. Более подробно поведение постоянных в областях совпадения и их мнимые части κ_3 и κ_4 как функции скорости ионизации воздуха приведены соответственно на рис. 5 и 6.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ЗАРЯДКИ ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА

Получим приближенные выражения для оценки заряда пылевых частиц и потоков на них электронов и ионов, следуя работе [21] (см. также [22, 23]). В [21] положено, что потоки электронов и ионов на пылинку постоянны и не зависят от радиальной координаты. За положительное направление токов примем направление тока ионов O_4^+ в сторону пылевой частицы. В этом случае потоки совпадут с введенными в (4) стоками. В [21] также принято, что заряд пылевой частицы не экранируется, поэтому электрическое поле описывается кулоновской зависимостью $E = eq/r^2$. В этом случае потоки электронов и ионов

можно выразить через их невозмущенные концентрации вдали от пылинки:

$$J_{\sigma 0} = -\frac{\beta_{L\sigma} n_{\sigma 0} z_{\sigma} q}{1 - \exp(z_{\sigma} e^2 q / T_{\sigma} r_0)}, \quad (29)$$

где $\sigma = e, i, 2, 4$; $\beta_{L\sigma} = 4\pi e \mu_{\sigma}$ — коэффициент ланжевеновской рекомбинации частиц σ -сорта на неподвижных пылевых частицах с зарядом $q = -z_{\sigma}$; $z_{\sigma} = 1$ для положительных ионов ($\sigma = i$) и $z_{\sigma} = -1$ для $\sigma = e, 2, 4$. Из стационарного условия равенства потоков $J_{e0} + J_{20} + J_{40} = J_{i0}$ для случая изотермической плазмы ($T_e = T_i = T_2 = T_4 \equiv T$) находим заряд макрочастицы:

$$q = \frac{T r_0}{e^2} \ln \frac{\mu_i n_{i0}}{\mu_e n_{e0} + \mu_2 n_{20} + \mu_4 n_{40}}. \quad (30)$$

Сравнение результатов аналитических оценок (29) и (30) с данными численных расчетов (см. ниже) проводится на рис. 7 и 8.

Как видно из рис. 7, аналитическая формула (30) дает заниженные значения заряда, но качественно правильно передает характер зависимости от скорости ионизации газа. Аналитические расчеты (29) для потоков дают завышенные значения вследствие как недооценки заряда формулой (30), так и предположения об их постоянстве, что в действительности не выполняется из-за объемных процессов прилипания, рекомбинации и конверсии электронов и ионов. Тем не менее характер зависимостей потоков от скорости ионизации внешним источником сохраняется.

Несмотря на то что концентрация электронов много меньше концентрации отрицательных ионов

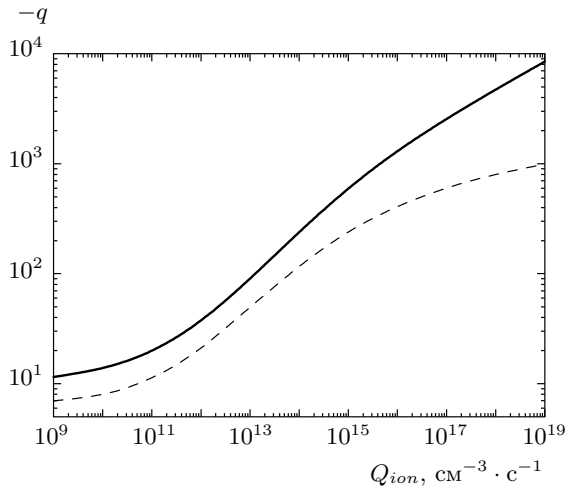


Рис. 7. Зависимость установившегося заряда макрочастицы от скорости ионизации воздуха Q_{ion} . Сплошная кривая — численные расчеты, штриховая — аналитические оценки (30)

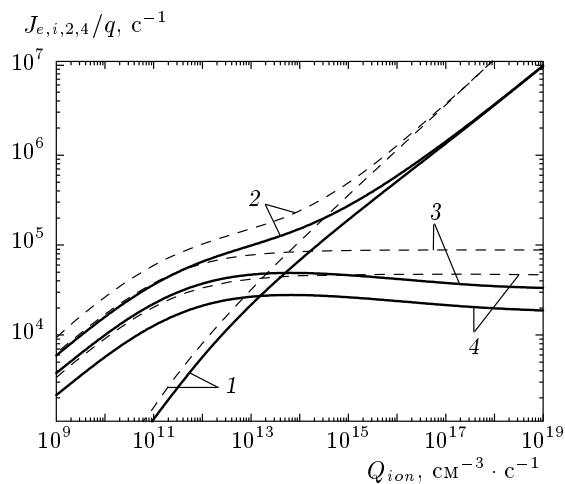


Рис. 8. Зависимости потоков компонент плазмы на макрочастицу от скорости ионизации Q_{ion} воздуха: 1 — электронов; 2 — положительных ионов O_4^+ ; 3 и 4 — отрицательных ионов соответственно O_2^- и O_4^- . Сплошные кривые — численные расчеты, штриховые — аналитические оценки (29)

кислорода (см. рис. 3), при скоростях ионизации газа $10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ и выше величина заряда определяется именно потоком электронов (см. рис. 8), что обусловлено их высокой подвижностью. Условие малости тока отрицательных ионов в сравнении с электронным, $\mu_a n_{a0} \ll \mu_e n_{e0}$, эквивалентно условию [23]

$$Q_{ion} \gg \frac{1}{\beta_{ii}} \frac{\mu_a \alpha}{\mu_e}. \quad (31)$$

Подставляя в (31) значения коэффициентов, находим $Q_{ion} \gg 1.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, что хорошо согласуется с поведением потоков на рис. 3, полученным на основе численных расчетов.

Для проверки полученных в рамках асимптотической теории экранирования результатов были проведены численные расчеты зарядки пылевых частиц и радиального распределения потенциала. Уравнения (4), (5) решались конечно-разностным методом со следующими граничными условиями:

$$n_\sigma|_{r=r_0} = 0, \quad n_\sigma|_{r=a_d} = n_{\sigma 0}, \quad (32)$$

$$E|_{r=r_0} = \frac{q}{r_0^2}, \quad E|_{r=a_d} = 0; \quad \phi|_{r=a_d} = 0.$$

Здесь n_d — концентрация пылевых частиц, $a_d = (4\pi n_d/3)^{-1/3}$ — радиус ячейки Зейтца–Вигнера. Концентрация частиц подбиралась таким образом, чтобы исключить влияние граничных условий на заряд пылевых частиц и на распределение потенциала в рассматриваемых масштабах задачи, а именно чтобы выполнялось условие $a_d \gg k_{sh4}^{-1}$. На этих расстояниях аналитические выражения (16) и (17) асимптотически ведут себя следующим образом:

$$\phi(r) \propto q \exp(-k_{sh4}r)/r$$

и

$$\phi(r) \propto \frac{q}{r} \exp(-\kappa_3 r) [Q_3 \cos(\kappa_4 r) + Q_4 \sin(\kappa_4 r)].$$

(Напомним, что через k_{sh4} у нас обозначена наименьшая постоянная экранирования, которая при малых скоростях ионизации газа практически совпадает с k_s , а при $Q_{ion} > 10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ — с постоянной k_{e2} ; через k_{sh3} обозначена следующая по величине постоянная и т. д.) Вообще говоря, решение уравнения (5) в конечной ячейке с граничными условиями (32) имеет вид [24] (см. Приложение В)

$$\frac{q}{r} [B_1 \exp(-k_{sh4}r) + B_2 \exp(k_{sh4}r)] + B_3 \quad (33)$$

в случае действительных корней уравнения (15) и

$$\frac{q}{r} [G_1 \exp(-\kappa_3 r) + G_2 \exp(\kappa_3 r)] \cos(\kappa_4 r) + G_3, \quad (34)$$

$$\frac{q}{r} [K_1 \exp(-\kappa_3 r) + K_2 \exp(\kappa_3 r)] \sin(\kappa_4 r) + K_3 \quad (35)$$

в случае комплексных корней. Коэффициенты B_i , G_i , K_i ($i = 1, 2, 3$) находятся из граничных условий (32) для потенциала и напряженности поля.

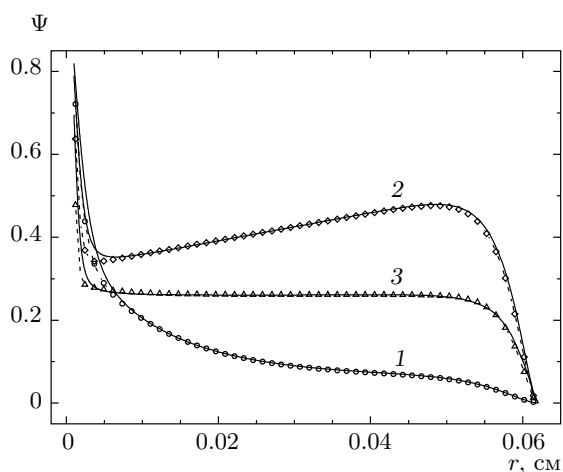


Рис. 9. Распределения приведенного потенциала $\Psi = [\phi(r)/eq]r(1 + k_{sh4}r_0)\exp[k_{sh4}(r - r_0)]$ вокруг пылевой частицы. Кривые 1 — $Q_{ion} = 10^{13} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$; 2 — $10^{14} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$; 3 — $10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. Сплошные кривые — численные расчеты, штриховые с символами: для 1 и 3 — сумма выражения (33) с k_{sh4} и дебаевских экспонент с постоянными k_{sh2} и k_{sh3} ; для 2 — сумма (34), (35) и дебаевской экспоненты с k_{sh2}

Явные выражения для них приведены в Приложении В.

Сравнение аналитических и численных расчетов потенциала при трех разных скоростях ионизации воздуха приведены на рис. 9. Видно хорошее согласие результатов численного расчета с выражениями (33), (34). Нужно отметить, что по данным численных расчетов удастся надежно определить значения только двух наименьших постоянных экранирования, k_{sh4} и k_{sh3} , а точность определения следующей по величине постоянной k_{sh2} весьма низка, хотя она и проявляется на малых расстояниях — рост потенциала при $r < 0.01$ см на рис. 9 обусловлен именно этой постоянной. Эта область, как и область проявления постоянной k_{sh1} , находится в сильно нелинейной области, поэтому полученные в рамках линеаризованной теории значения k_{sh1} и k_{sh2} в действительности не имеют большого физического смысла.

В заключение обсудим пределы применимости результатов описанной теории экранирования в сухом воздухе. Как было сказано выше, радиус ячейки Зейтца–Вигнера должен быть много больше обрат-

ной минимальной постоянной экранирования, чтобы увидеть проявления этой постоянной. Для применимости диффузионно-дрейфового приближения, необходимо, чтобы характерный размер задачи был много больше длин свободных пробегов компонент плазмы. В табл. 3 приведены значения минимальной постоянной экранирования и соответствующие им максимально допустимые концентрации пылевых частиц при различных скоростях ионизации газа (при больших n_d в расчетах дебаевская экспонента с $k_{min} \equiv k_{sh4}$ может не проявиться), а также максимальные и минимальные радиусы экранирования и длины свободного пробега ионов O_4^- (длины свободного пробега других ионов близки к пробегу этих ионов). Из табл. 3 видно, что диффузионно-дрейфовое приближение применимо даже для описания области «действия» максимальной постоянной экранирования во всем рассмотренном диапазоне скоростей ионизации воздуха, а предельно допустимые концентрации пылевых частиц увеличиваются с ростом Q_{ion} . При больших скоростях ионизации ($Q_{ion} > 10^{17} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$) размер области нарушения квазинейтральности становится меньше 10 мкм, что говорит о сильном экранировании заряда пылевых частиц микронного размера.

Теперь несколько слов об ионном составе плазмы воздуха. Нужно отметить, что константы скоростей электрон-ионных и ион-ионных процессов из работы [17] (например, коэффициенты ион-ионной рекомбинации k_I , k_{II} , k_V и k_{VI}) не всегда согласуются с данными экспериментов. Поэтому уточнение значений констант скоростей может привести к изменению ионного состава плазмы, но это не повлечет за собой значительного изменения коэффициентов электрон-ионной и ион-ионной рекомбинации и, как следствие, заметного изменения полученных в данной работе значений заряда и постоянных экранирования.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследован ионный состав плазмы сухого воздуха, создаваемой внешним источником ионизации при комнатной температуре и атмосферном давлении. Установлено, что основным сортом положительных ионов такой плазмы является четырехатомный ион кислорода, а основными видами отрицательных — двух- и четырехатомные ионы кислорода. В рамках модели точечного стока

Таблица 3. Сравнение характерных масштабов задачи с пределами применимости при разных скоростях ионизации воздуха (k_{min} и k_{max} — минимальная и максимальная постоянные экранирования, $n_{d max}$ — максимально допустимая концентрация пылевых частиц, $d = 1/k_{min}$ — характерный размер области нарушения квазинейтральности плазмы, l_4 — длина свободного пробега ионов O_4^-)

$Q_{ion}, \text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$	$k_{min}, \text{см}^{-1}$	$n_{d max}, \text{см}^{-3}$	$d = 1/k_{min}, \text{см}$	$1/k_{max}, \text{см}$	$l_4, \text{см}$
10	$1.93 \cdot 10^{-1}$	$1.73 \cdot 10^{-3}$	5.17	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^2	$3.44 \cdot 10^{-1}$	$9.71 \cdot 10^{-3}$	2.91	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^3	$6.12 \cdot 10^{-1}$	$5.46 \cdot 10^{-2}$	1.63	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^4	1.09	$3.07 \cdot 10^{-1}$	$9.19 \cdot 10^{-1}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^5	1.93	1.73	$5.17 \cdot 10^{-1}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^6	3.44	9.71	$2.91 \cdot 10^{-1}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^7	6.12	54.6	$1.63 \cdot 10^{-1}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^8	10.9	$3.07 \cdot 10^2$	$9.19 \cdot 10^{-2}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^9	19.3	$1.73 \cdot 10^3$	$5.17 \cdot 10^{-2}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{10}	34.4	$9.72 \cdot 10^3$	$2.91 \cdot 10^{-2}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{11}	61.2	$5.47 \cdot 10^4$	$1.63 \cdot 10^{-2}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{12}	$1.09 \cdot 10^2$	$3.08 \cdot 10^5$	$9.19 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{13}	$1.94 \cdot 10^2$	$1.74 \cdot 10^6$	$5.15 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{14}	$3.29 \cdot 10^2$	$8.51 \cdot 10^6$	$3.04 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{15}	$4.07 \cdot 10^2$	$1.62 \cdot 10^7$	$2.45 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{16}	$6.11 \cdot 10^2$	$5.45 \cdot 10^7$	$1.64 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{17}	$1.02 \cdot 10^3$	$2.55 \cdot 10^8$	$9.79 \cdot 10^{-4}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{18}	$1.81 \cdot 10^3$	$1.42 \cdot 10^9$	$5.52 \cdot 10^{-4}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{19}	$3.35 \cdot 10^3$	$8.94 \cdot 10^9$	$2.99 \cdot 10^{-4}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$
10^{20}	$9.11 \cdot 10^3$	$1.80 \cdot 10^{11}$	$1.10 \cdot 10^{-4}$	$2.13 \cdot 10^{-5}$	$5.24 \cdot 10^{-6}$

получены аналитические выражения для потенциала и постоянных экранирования. Установлено, что одна из постоянных близка к дебаевской, вторая определяется амбиполярной диффузией заряженных компонент плазмы за характерное время их рекомбинации, третья — обычной диффузией отрицательно заряженных частиц плазмы, четвертая — процессами конверсии отрицательных ионов. Найдены области возникновения комплексных постоянных и соответствующие выражения для потенциала. Полученные выражения хорошо согласуются с численными расчетами.

Работа выполнена при поддержке Государственной корпорации по атомной энергии «Росатом» (ГК № Н.4х.44.90.13.1116) и РФФИ (грант № 15-02-06873).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Коэффициенты в уравнении (14)

Выписав определитель системы (11) в явном виде, найдем коэффициенты при различных степенях k в уравнении (14):

$$\begin{aligned} \alpha_0 = & a_{11} [a_{22} (a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43}) + \\ & + a_{23} (a_{34}a_{42} - a_{32}a_{44}) + a_{24} (a_{32}a_{43} - a_{42}a_{33})] - \\ & - a_{12} [a_{21} (a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43}) + a_{23} (a_{34}a_{41} - a_{31}a_{44}) + \\ & + a_{24} (a_{31}a_{43} - a_{41}a_{33})] + \\ & + a_{13} [a_{21} (a_{32}a_{44} - a_{34}a_{42}) + a_{22} (a_{34}a_{41} - a_{31}a_{44}) + \\ & + a_{24} (a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41})] - \\ & - a_{14} [a_{21} (a_{32}a_{43} - a_{42}a_{33}) + a_{22} (a_{41}a_{33} - a_{31}a_{43}) + \\ & + a_{23} (a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41})]. \quad (\text{A.1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & a_{22} (a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43}) + a_{23} (a_{34}a_{42} - a_{32}a_{44}) + \\ & + a_{24} (a_{32}a_{43} - a_{42}a_{33}) + a_{11} (a_{22}a_{33} + a_{22}a_{44} + \\ & + a_{33}a_{44} - a_{24}a_{42} - a_{23}a_{32} - a_{34}a_{43}) - \\ & - a_{12} [a_{21} (a_{33} + a_{44}) - a_{24}a_{41} - a_{23}a_{31}] + \\ & + a_{13} [a_{21}a_{32} + a_{34}a_{41} - a_{31} (a_{22} + a_{44})] - \\ & - a_{14} [a_{41} (a_{22} + a_{33}) - a_{21}a_{42} - a_{31}a_{43}], \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 = & a_{11} (a_{22} + a_{33} + a_{44}) + a_{22}a_{33} + \\ & + a_{22}a_{44} + a_{33}a_{44} - a_{24}a_{42} - a_{23}a_{32} - \\ & - a_{34}a_{43} - a_{12}a_{21} - a_{13}a_{31} - a_{14}a_{41}, \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

$$\alpha_3 = a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44}. \quad (\text{A.4})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Коэффициенты в выражениях (33), (34) и (35)

В случае действительных постоянных экранирования асимптотическое поведение потенциала описывается выражением (33):

$$\phi(r) = \frac{q}{r} [B_1 \exp(-k_{sh4}r) + B_2 \exp(k_{sh4}r)] + B_3.$$

Из граничных условий (32) находим выражения для постоянных коэффициентов B_1 , B_2 и B_3 :

$$\begin{aligned} B_1 = & \frac{\zeta \exp(\tilde{r}_0)}{1 + \tilde{r}_0}, \quad B_2 = \frac{\zeta \exp(\tilde{r}_0)}{1 + \tilde{r}_0} \frac{\tilde{a}_d + 1}{\tilde{a}_d - 1} \exp(-2\tilde{a}_d), \\ B_3 = & \frac{q\zeta \exp(\tilde{r}_0)}{1 + \tilde{r}_0} \frac{2k_{sh4}}{\tilde{a}_d - 1} \exp(-\tilde{a}_d), \end{aligned}$$

где $\tilde{a}_d = k_{sh4}a_d$, $\tilde{r}_0 = k_{sh4}r_0$,

$$\zeta = \left[1 + \left(\frac{1 - \tilde{r}_0}{1 + \tilde{r}_0} \right) \left(\frac{\tilde{a}_d + 1}{\tilde{a}_d - 1} \right) \exp[-2(\tilde{a}_d - \tilde{r}_0)] \right]^{-1} \approx 1.$$

Также отметим, что при $\tilde{r}_0 \ll 1$ величина $\exp(\tilde{r}_0)/(1 + \tilde{r}_0) \approx 1$, поэтому в этом случае коэффициент B_1 будет практически совпадать с единицей.

Введем приведенный потенциал

$$\Psi = \frac{r\phi(r)}{eq} (1 + k_{sh4}r_0) \exp[k_{sh4}(r - r_0)].$$

Выражение для него в случае действительных корней имеет вид ($\tilde{r} = k_{sh4}r$)

$$\begin{aligned} \Psi = & q\zeta \left[1 + \left(\frac{\tilde{a}_d + 1}{\tilde{a}_d - 1} \right) \exp[-2(\tilde{a}_d - \tilde{r})] - \right. \\ & \left. - \frac{2\tilde{r}}{\tilde{a}_d - 1} \exp[-(\tilde{a}_d - \tilde{r})] \right], \quad (\text{B.1}) \end{aligned}$$

т. е. эта величина будет постоянной на расстояниях $\tilde{a}_d - \tilde{r} \gg 1$ в случае преобладания на средних и больших расстояниях дебаевской экспоненты с одной из постоянных экранирования (как в случае кривой 3 на рис. 9 при $Q_{ion} = 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$).

В случае комплексных постоянных экранирования асимптотическое поведение потенциала описывается выражениями (34), (35):

$$\begin{aligned} \phi(r) = & \frac{q}{r} [G_1 \exp(-\kappa_3 r) + G_2 \exp(\kappa_3 r)] \times \\ & \times \cos(\kappa_4 r) + G_3 + \\ & + \frac{q}{r} [K_1 \exp(-\kappa_3 r) + K_2 \exp(\kappa_3 r)] \sin(\kappa_4 r) + K_3. \end{aligned}$$

Из граничных условий (32) получаем

$$\begin{aligned} G_1 = & \alpha \frac{e^{\hat{r}_0}}{1 + \hat{r}_0} \left[1 - \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \text{tg} \bar{a}_d \right], \\ G_2 = & \alpha \frac{e^{\hat{r}_0}}{1 + \hat{r}_0} \left[\frac{\hat{a}_d + 1}{\hat{a}_d - 1} + \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \text{tg} \bar{a}_d \right] \exp(-2\hat{a}_d), \\ G_3 = & 2q\kappa_3 \alpha \frac{e^{\hat{r}_0}}{1 + \hat{r}_0} \frac{\cos \bar{a}_d}{1 - \hat{a}_d} \exp(-\hat{a}_d), \\ K_1 = & \beta \frac{e^{\hat{r}_0}}{1 + \hat{r}_0} \left[1 + \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \text{ctg} \bar{a}_d \right], \\ K_2 = & \beta \frac{e^{\hat{r}_0}}{1 + \hat{r}_0} \left[\frac{\hat{a}_d + 1}{\hat{a}_d - 1} - \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \text{ctg} \bar{a}_d \right] \exp(-2\hat{a}_d), \\ K_3 = & 2q\kappa_3 \beta \frac{e^{\hat{r}_0}}{1 + \hat{r}_0} \frac{\sin \bar{a}_d}{1 - \hat{a}_d} \exp(-\hat{a}_d). \end{aligned}$$

Здесь $\hat{a}_d = \kappa_3 a_d$, $\hat{r}_0 = \kappa_3 r_0$, $\bar{a}_d = \kappa_4 a_d$, $\bar{r}_0 = \kappa_4 r_0$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} = & \left[\cos \bar{r}_0 + \frac{\bar{r}_0}{1 + \hat{r}_0} \sin \bar{r}_0 \right] \left[1 - \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \text{tg} \bar{a}_d \right] + \\ & + \exp[-2(\hat{a}_d - \hat{r}_0)] \left[\frac{\hat{a}_d + 1}{\hat{a}_d - 1} + \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \text{tg} \bar{a}_d \right] \times \\ & \times \left[\frac{1 - \hat{r}_0}{1 + \hat{r}_0} \cos \bar{r}_0 + \frac{\bar{r}_0}{1 + \hat{r}_0} \sin \bar{r}_0 \right], \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\beta} = \left[\sin \bar{r}_0 - \frac{\bar{r}_0}{1 + \hat{r}_0} \cos \bar{r}_0 \right] \left[1 + \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \operatorname{ctg} \bar{a}_d \right] + \\ + \exp[-2(\hat{a}_d - \hat{r}_0)] \left[\frac{\hat{a}_d + 1}{\hat{a}_d - 1} - \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \operatorname{ctg} \bar{a}_d \right] \times \\ \times \left[\frac{1 - \hat{r}_0}{1 + \hat{r}_0} \sin \bar{r}_0 - \frac{\bar{r}_0}{1 + \hat{r}_0} \cos \bar{r}_0 \right].$$

Тогда приведенный потенциал примет вид ($\hat{r} = \kappa_3 r$, $\bar{r} = \kappa_4 r$)

$$\Psi = \frac{r\phi(r)}{eq} (1 + \kappa_3 r_0) \exp[\kappa_3(r - r_0)] = \\ = q_{\cos} \alpha \left\{ \left[1 - \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \operatorname{tg} \bar{a}_d + \left(1 + \frac{\bar{a}_d \operatorname{tg} \bar{a}_d + 2}{\hat{a}_d - 1} \right) \times \right. \right. \\ \times \exp[-2(\hat{a}_d - \hat{r})] \left. \right] \cos \bar{r} - \\ - \frac{2 \cos \bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \hat{r} \exp[-(\hat{a}_d - \hat{r})] \left. \right\} + \\ + q_{\sin} \beta \left\{ \left[1 + \frac{\bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \operatorname{ctg} \bar{a}_d + \left(1 - \frac{\bar{a}_d \operatorname{ctg} \bar{a}_d - 2}{\hat{a}_d - 1} \right) \times \right. \right. \\ \times \exp[-2(\hat{a}_d - \hat{r})] \left. \right] \sin \bar{r} - \\ - \frac{2 \sin \bar{a}_d}{\hat{a}_d - 1} \hat{r} \exp[-(\hat{a}_d - \hat{r})] \left. \right\}. \quad (\text{B.2})$$

При $\kappa_4 \rightarrow 0$ имеет место равенство $\alpha = \zeta$ и приведенный потенциал (B.2) сводится к следующему выражению:

$$\Psi = q_{\cos} \zeta \left[1 + \frac{\hat{a}_d + 1}{\hat{a}_d - 1} \exp[-2(\hat{a}_d - \hat{r})] - \right. \\ - \frac{2\hat{r}}{\hat{a}_d - 1} \exp[-(\hat{a}_d - \hat{r})] \left. \right] + \\ + q_{\sin} \frac{r}{r_0} \frac{1 + \hat{r}_0}{\hat{r}_0} \frac{\{1 - \exp[-(\hat{a}_d - \hat{r})]\}^2}{1 - \exp[-2(\hat{a}_d - \hat{r}_0)]}, \quad (\text{B.3})$$

где $q_{\cos} + q_{\sin} = q$. Первое слагаемое в (B.3) с точностью до постоянного множителя совпадает с выражением (B.1) для случая действительных констант, а второе слагаемое должно обратиться в нуль при $\kappa_4 = 0$. Эти условия будут выполнены, если, например, положить $q_{\cos} = (1 - \bar{r}_0)q$ и $q_{\sin} = \bar{r}_0 q$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. С. Седунов, С. И. Авдюшин, Е. П. Борисенков и др., *Атмосфера*, Справочник, Гидрометеиздат, Ленинград (1991).
2. К. Яа. Kondratyev, L. S. Ivlev, V. F. Krapivin et al., *Atmospheric Aerosol Properties, Formation, Processes, and Impacts*, Springer-Verlag, Berlin (2006).
3. В. Ю. Баранов, А. Ф. Паль, А. А. Пустовалов и др., в сб. *Изотопы: свойства, получение, применение*, т. 2, под ред. В. Ю. Баранова, Физматлит, Москва (2005), с. 259.
4. А. В. Филиппов, *Энциклопедия низкотемпературной плазмы*, серия А, т. I-2, под ред. В. Е. Фортова, Янус-К, Москва (2006), с. 409.
5. A. V. Filippov, A. F. Pal', A. N. Starostin et al., *Ukr. J. Phys.* **50**, 137 (2005).
6. *Excimer Lasers*, ed. by Ch. K Rhodes, Springer-Verlag, Berlin (1984), p. 272.
7. И. А. Маслов, *Физические величины*, Справочник под ред. И. С. Григорьева и Е. З. Мейлихова, Энергоатомиздат, Физика Земли, Москва (1991), с. 1180.
8. G. C. Kim, G. J. Kim, S. R. Park et al., *J. Phys. D* **42**, 032005 (2009).
9. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, *Письма в ЖЭТФ* **81**, 180 (2005).
10. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., *ЖЭТФ* **131**, 164 (2007).
11. И. Н. Дербенев, А. В. Филиппов, *Физика плазмы* **36**, 121 (2010).
12. И. Н. Дербенев, А. В. Филиппов, *ЖЭТФ* **143**, 590 (2013).
13. А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, *Физика плазмы* **27**, 155 (2001).
14. N. Yu. Babaeva and J. K. Lee, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32**, 823 (2004).
15. N. Y. Babaeva, J. K. Lee, and H. C. Kim, *Plasma Sources Sci. Technol.* **13**, 127 (2004).
16. V. E. Fortov, A. P. Nefedov, V. I. Vladimirov et al., *Phys. Lett. A* **258**, 305 (1999).
17. I. A. Kossii, A. Yu. Kostinsky, A. A. Matveyev, and V. P. Silakov, *Plasma Source Sci. Technol.* **1**, 207 (1992).
18. В. П. Коновалов, Э. Е. Сон, в сб. *Химия плазмы*, вып. 14, под ред. Б. М. Смирнова, Энергоатомиздат, Москва (1987), с. 194.
19. Б. М. Смирнов, *Физика слабоионизованного газа*, Наука, Москва (1978).
20. И. Мак-Даниель, Э. Мэзон, *Подвижность и диффузия ионов в газах*, Мир, Москва (1976).
21. N. A. Fuchs, *Geofisica Pura e Applicata* **56**, 185 (1963).
22. Б. М. Смирнов, *УФН* **170**, 495 (2000).
23. А. В. Филиппов, *Пылевая плазма с внешним источником ионизации газа*, Palmarium Acad. Publ., Saarbrücken (2012).
24. S. Alexander, P. M. Chaikin, P. Grant et al., *J. Chem. Phys.* **80**, 5776 (1984).