

ОТКРЫТЫЙ КВАНТОВЫЙ БИЛЛИАРД В МАГНИТНОМ ПОЛЕ: ИДЕАЛЬНЫЙ СПИНОВЫЙ ФИЛЬТР

Г. Г. Исупова*, А. И. Малышев**

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 5 марта 2015 г.

Изучаются транспортные свойства открытой системы — круглого биллиарда с подведенными к нему каналами — в присутствии спин-орбитального взаимодействия Рашба. Показано, что включение даже очень слабого магнитного поля в плоскости структуры приводит к тому, что проводимость становится зависящей от спинового состояния носителей заряда. Это свойство позволяет подбором параметров системы реализовать на ее основе спиновый фильтр.

DOI: 10.7868/S0044451015100156

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наблюдается большой интерес к исследованиям полупроводниковых наноструктур с точки зрения их применения в качестве основы для устройств спинтроники, работа которых базируется на использовании спиновой степени свободы электрона [1, 2]. Подходящими для такого применения их делает целый ряд особенностей. Так, например, форма потенциала конфайнмента легко модулируется внешним полем, которое также позволяет контролировать и интенсивность спин-орбитального взаимодействия (СОВ).

Одним из важных устройств спинтроники является спиновый фильтр, используемый для отбора носителей с заданной спиновой поляризацией. Значительное количество работ на сегодняшний день посвящены различным вариантам моделей подобного устройства (см., например, [3–8]). Перспективной представляется возможность построения спинового фильтра на основе резонансов Фано — асимметричных резонансов проводимости, возникающих в результате взаимодействия локализованных состояний и континуума [9]. Этому вопросу посвящено немало исследований [10–13]. Так, например, в работе [12] в роли такого фильтра предлагается использовать открытое одномерное кольцо с магнитными

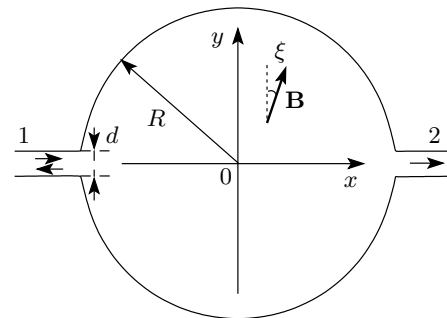


Рис. 1. Открытый биллиард с входным (1) и выходным (2) каналами

структурами и примесями в присутствии СОВ Рашба [14]. Его принцип действия заключается в том, что прохождение носителей с некоторой спиновой поляризацией блокируется, если их энергия совпадает с нулем резонанса Фано.

В работе [13] обсуждается возможность построения спинового фильтра в открытой системе с квантовой точкой прямоугольной формы также с использованием резонансов Фано. При этом необходимым условием для его функционирования является изначальное разделение носителей с разной ориентацией спина по энергии. По мнению авторов, это может быть обеспечено включением магнитного поля или эффектом Рашба, однако какими-либо расчетами эти предположения не подкреплены.

Модель спинового фильтра, обсуждаемая ниже, также базируется на использовании резонансов Фа-

*E-mail: isupova@phys.unn.ru

**E-mail: malyshev@phys.unn.ru

но. При этом, однако, речь идет о резонансах, обнаруженных ранее [15] и вызванных включением в системе СОВ. Структура, на примере которой проводится моделирование, — открытый квантовый бильярд круглой формы или, по сути, квантовая точка с подведенными к ней квазиодномерными каналами (рис. 1). Настоящая работа в широком смысле посвящена изучению транспорта сквозь такую открытую систему в присутствии СОВ, помещенную в магнитное поле, и обсуждению его особенностей.

2. СТРУКТУРА ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ В СИСТЕМЕ

Прежде чем обращаться к решению основной задачи работы, необходимо определить структуру волновой функции как во внутренней части бильярда, так и в подведенных к нему каналах.

Рассмотрим для начала двумерный электронный газ с СОВ Рашба в однородном магнитном поле, ориентированном в плоскости структуры. Если кинетическая энергия определяется параболическим законом дисперсии с эффективной массой m , а потенциальная энергия постоянна, то квантовые состояния описываются гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \frac{\alpha}{\hbar} (\hat{\sigma}_x \hat{p}_y - \hat{\sigma}_y \hat{p}_x) + \chi (\hat{\sigma}_x \sin \xi + \hat{\sigma}_y \cos \xi), \quad (1)$$

где α — константа СОВ, $\hat{\sigma}_x$ и $\hat{\sigma}_y$ — матрицы Паули, $\chi = \mu_B g B / 2$, g — g -фактор, а ξ — угол, определяющий ориентацию вектора магнитного поля \mathbf{B} в плоскости (см. рис. 1). Для векторного потенциала \mathbf{A} здесь выбрана такая калибровка, что $A_x = A_y = 0$. Нетрудно показать, что энергетический спектр частицы с волновым вектором \mathbf{k} при этом имеет следующий вид:

$$E_\lambda(k, \theta) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \lambda \sqrt{\alpha^2 k^2 - 2\alpha k \chi \cos(\theta + \xi) + \chi^2}. \quad (2)$$

Здесь k и θ — полярные координаты в плоскости (k_x, k_y) , а $\lambda = \pm 1$ — квантовое число, отвечающее двум поверхностям закона дисперсии, расщепленным СОВ и магнитным полем. Фиксированному значению энергии отвечают состояния, расположенные в плоскости (k_x, k_y) на замкнутых кривых, которые при $\chi \rightarrow 0$ вырождаются в окружности с центром в начале координат.

Волновая функция является спинором вида

$$\psi_{\lambda, \mathbf{k}} = \frac{e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \gamma \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$\gamma = i \frac{\alpha k e^{i\theta} - \chi e^{-i\xi}}{\sqrt{\alpha^2 k^2 - 2\alpha k \chi \cos(\theta + \xi) + \chi^2}}.$$

Состояния в подведенных к бильярду каналах с учетом СОВ определяются известным образом (см., например, работу [16]). Присутствие СОВ приводит к расщеплению исходного параболического спектра так, что для первой открытой моды фиксированному значению энергии соответствуют четыре состояния — волны с волновыми векторами k_1 и k_2 , распространяющиеся в положительном направлении оси x , и волны с волновыми векторами $-k_1$ и $-k_2$, распространяющиеся в противоположном направлении. При этом волны, бегущие в одном направлении, различаются спиновой поляризацией: компоненты спиновой плотности $\bar{s}_i(x, y) = (\hbar/2)\psi^\dagger \hat{\sigma}_i \psi$ в каждой точке пространства имеют противоположные знаки.

В этом смысле удобной характеристикой является средний вектор спина, определенный как

$$\bar{S}_i(x) = \int_{-d/2}^{d/2} \bar{s}_i(x, y) dy, \quad (4)$$

где d — ширина канала. Нетрудно показать, что для упомянутых выше волн компоненты этого вектора не зависят от продольной координаты, причем $\bar{S} = (0, \pm \hbar/2, 0)$.

Прежде чем перейти к анализу каких-либо расчетных данных, определимся с используемыми единицами измерений. Пусть безразмерные постоянная Планка и эффективная масса носителей равны единице. Приняв за l_0 единицу длины, определим тем самым единицу энергии $e_0 = \hbar^2/ml_0^2$ и единицу измерения константы СОВ $\alpha_0 = \hbar^2/ml_0$.

3. РАСЧЕТ ПРОВОДИМОСТИ ОТКРЫТОЙ СИСТЕМЫ

Обратимся теперь к расчету транспортных характеристик открытого круглого бильярда радиуса R с учетом СОВ Рашба и однородного магнитного поля, ориентированного в плоскости структуры (см. рис. 1). Гамильтониан системы имеет следующий вид:

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \frac{\alpha}{\hbar} (\hat{\sigma}_x \hat{p}_y - \hat{\sigma}_y \hat{p}_x) + \chi (\hat{\sigma}_x \sin \xi + \hat{\sigma}_y \cos \xi) + V(x, y), \quad (5)$$

где магнитное поле отлично от нуля лишь в области бильярда, а $V(x, y)$ описывает бесконечный скачок потенциала на границе системы.

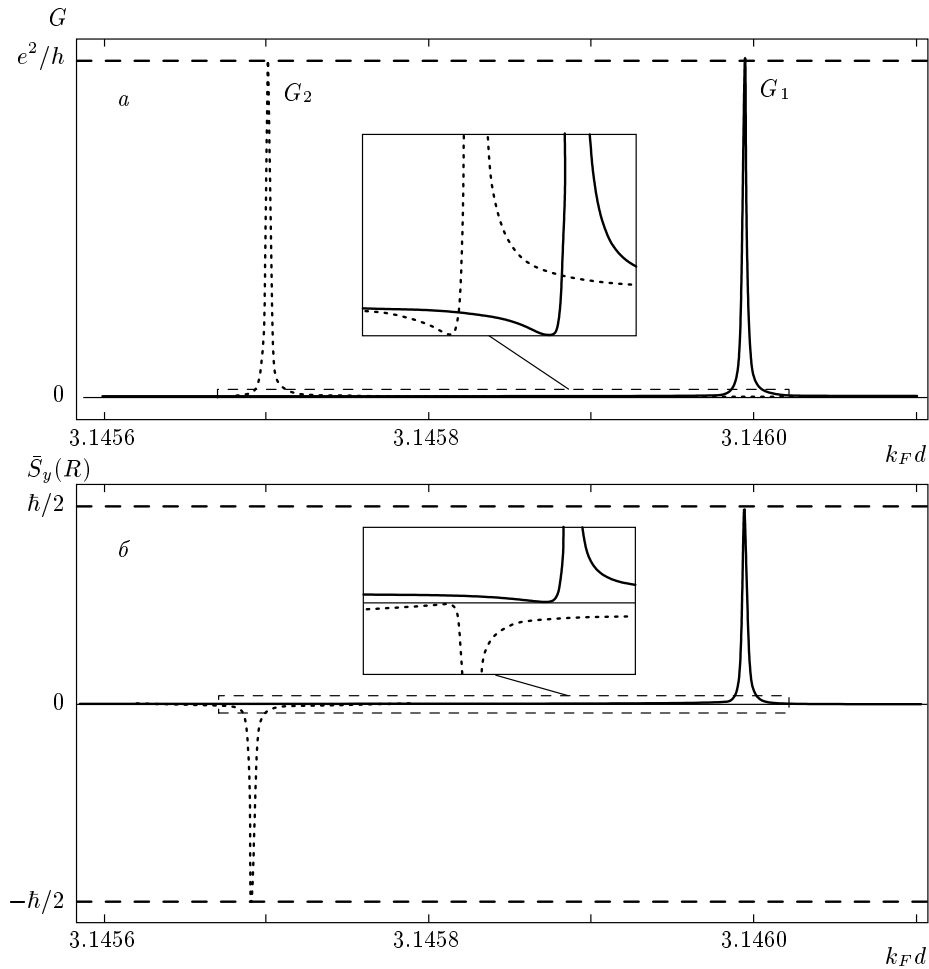


Рис. 2. Фрагменты зависимостей спин-зависимых кондактансов $G_{1,2}$ и $\bar{S}_y(R)$ от модуля волнового вектора k_F , определяющего полную энергию $E = \hbar^2 k_F^2 / 2m$. Здесь $\alpha = 0.005\alpha_0$, $B = 0.5B_0$, $g = -0.45$, $d = l_0$, $R = 15l_0$

Пусть в канал 1 (слева) входит волна с волновым вектором k_1 , а в канале 2 (справа) распространяются прошедшие волны соответственно с волновыми векторами k_1 и k_2 и амплитудами c_1 и c_2 . В канале 1 при этом распространяются и отраженные волны с волновыми векторами $-k_1$ и $-k_2$ и амплитудами c_3 и c_4 . Таким образом, волновые функции имеют вид

$$\begin{aligned} \psi_{out}^{(1)}(x, y) = & \frac{\exp(ik_1 x)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a^{(1)}(y) \\ b^{(1)}(y) \end{pmatrix} + \\ & + c_3 \frac{\exp(-ik_1 x)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a^{(3)}(y) \\ b^{(3)}(y) \end{pmatrix} + \\ & + c_4 \frac{\exp(-ik_2 x)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a^{(4)}(y) \\ b^{(4)}(y) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

во входном канале и

$$\begin{aligned} \psi_{out}^{(2)}(x, y) = & c_1 \frac{\exp(ik_1 x)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a^{(1)}(y) \\ b^{(1)}(y) \end{pmatrix} + \\ & + c_2 \frac{\exp(ik_2 x)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} a^{(2)}(y) \\ b^{(2)}(y) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

в выходном.

Во внутренней области биллиарда решение можно записать в виде суперпозиции плоских волн:

$$\begin{aligned} \psi_{in}(x, y) = & \frac{1}{\sqrt{d}} \times \\ & \times \int_0^{2\pi} \left(c(\theta) \exp[ik_+(\theta)(x \cos \theta + y \sin \theta)] \begin{pmatrix} 1 \\ \gamma \end{pmatrix} + \right. \\ & \left. + d(\theta) \exp[ik_-(\theta)(x \cos \theta + y \sin \theta)] \begin{pmatrix} 1 \\ -\gamma \end{pmatrix} \right) d\theta, \end{aligned} \quad (8)$$

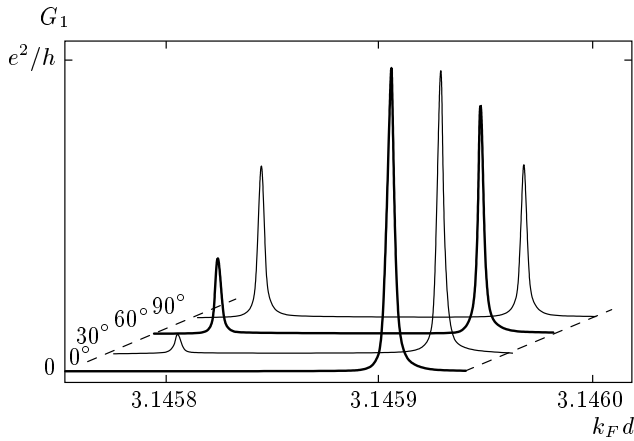


Рис. 3. Фрагменты зависимостей спин-зависимого кондуктанта G_1 от модуля волнового вектора k_F при изменении направления магнитного поля в плоскости билиарда: угол ξ принимает значения $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ и 90°

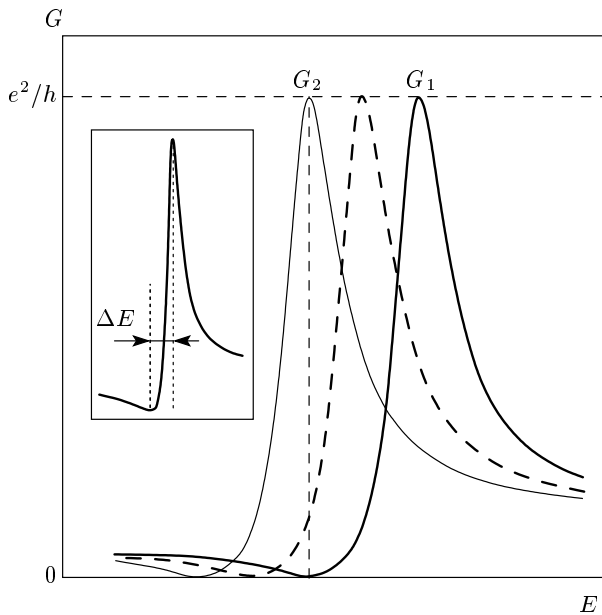


Рис. 4. Взаимное расположение графиков спин-зависимых кондуктансов G_1 и G_2 для системы в режиме «идеального» спинового фильтра

где $k_{\pm}(\theta)$ определяются выражением (2) при фиксированном значении энергии, а индексы « \pm » указывают на знак соответствующего квантового числа λ .

Сшивка решений (6)–(8) между собой в местах примыкания каналов к билиарду (при $x = \pm \sqrt{R^2 - d^2/4}$), а также выполнение нулевых граничных условий на стенках билиарда могут быть обеспечены применением метода, развитого в рабо-

те [17]. В результате появляется возможность анализировать особенности распределения как плотности вероятности, так и компонент спиновой плотности, а также рассчитать кондуктанс системы. Последний в данном случае может быть найден по формуле Ландауэра:

$$G_1 = \frac{e^2}{h} (|c_1|^2 + |c_2|^2). \quad (9)$$

Если же во входной канал подается волна с волновым вектором k_2 , то соответствующий спин-зависимый кондуктанс G_2 может быть найден аналогично. При этом полный кондуктанс системы $G = G_1 + G_2$.

Одним из ранее полученных результатов явилось установление наличия на зависимости проводимости от энергии носителей узких резонансов типа известных резонансов Фано, ширина которых степенным образом связана с константой СОВ. Также в работе [15] было показано, что $G_1 = G_2$ в отсутствие магнитного поля. Таким образом, для входящей волны с волновым вектором k_1 положения обнаруженных резонансов в точности совпадают с положениями аналогичных резонансов для входящей волны с волновым вектором k_2 . При прохождении волн через структуру с билиардом их спиновая поляризация сохраняется, поэтому в выходном канале при этом распространяется лишь одна волна.

Включение магнитного поля, ориентированного вдоль оси y ($\xi = 0$), приводит к тому, что упомянутые выше резонансы Фано в зависимости от спиновой поляризации входящей волны претерпевают сдвиг по энергии. Так, для входящей волны с волновым вектором k_1 резонанс сдвигается в область больших энергий (кривая G_1 на рис. 2а), а для волны с вектором k_2 — в область меньших (кривая G_2 там же), причем симметрично относительно исходного положения резонанса. Тот же эффект демонстрирует и рис. 2б, где показаны соответствующие зависимости для проекции \bar{S}_y , рассчитанной в точке $x = R$. Обратим внимание также, что включение магнитного поля таким образом не нарушает сохранения спиновой поляризации.

Сдвиг резонансов находится в хорошем согласии с отмеченным ранее фактом: при стремлении константы СОВ к нулю данные резонансы коллапсируют к значениям энергии, отвечающим уровням дискретного спектра в соответствующем закрытом билиарде [16], т. е. в данном случае — к уровням в бесконечно глубокой потенциальной яме круглой формы радиуса R , расщепленным вследствие зеемановского взаимодействия.

Поворот магнитного поля в плоскости структу-

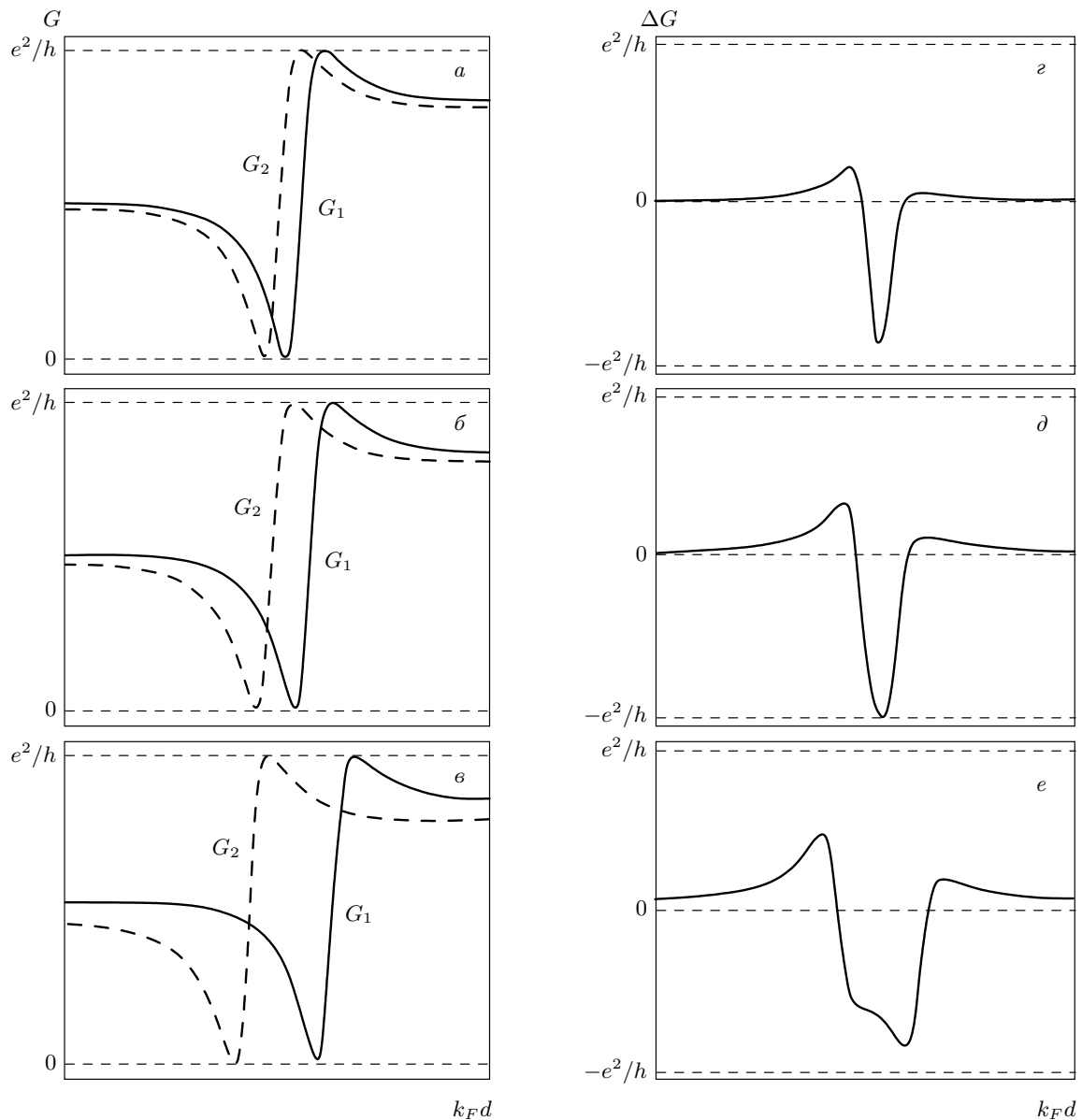


Рис. 5. Спин-зависимые кондактансы $G_{1,2}$ и их разность ΔG при трех различных значениях индукции магнитного поля: $B = 0.005B_0$ (а, з), $B = 0.018B_0$ (б, д), $B = 0.040B_0$ (в, е). Здесь $\alpha = 0.008\alpha_0$, $d = l_0$, $R = 15l_0$, $k_F d \in [3.19821, 3.19833]$

ры приводит к тому, что на графиках зависимостей $G_1(k_F)$ и $G_2(k_F)$ становятся видны одновременно оба резонанса, отвечающих паре расщепленных уровней. При этом, например, для G_1 высота левого резонанса (рис. 3) с хорошей точностью оказывается пропорциональной $\sin^2(\xi/2)$, а правого — соответственно $\cos^2(\xi/2)$. В этом случае в выходном канале распространяются сразу две волны — с волновыми векторами k_1 и k_2 . Таким образом, спиновая поляризация состояния на выходе системы оказывается,

вообще говоря, отличной от поляризации состояния на входе.

Оказывается, в исследуемой структуре возможна реализация и противоположного, менее тривиального эффекта, а именно — выделение одной волны из поданной во входной канал суперпозиции. Действительно, рассмотрим ситуацию, когда $\xi = 0$, а во входном канале распространяется суперпозиция двух волн с волновыми векторами k_1 и k_2 . Как было отмечено выше, сдвиг по энергии резонанса про-

водимости для этих волн происходит в противоположных направлениях. При этом можно подобрать амплитуду магнитного поля так, что «нуль» резонанса для одной волны совпадет по энергии с «единицей» резонанса, отвечающего другой волне. Для этого, очевидно, должно выполняться соотношение $\mu_B g B \approx \Delta E$ (рис. 4). Как результат, из поданной на вход системы суперпозиции двух волн одна полностью пройдет, а другая полностью отразится. Таким образом, структура с бильярдом будет играть роль спинового фильтра, выступая как система, способная из суперпозиции двух спиновых состояний выделить одно.

Фильтрующие свойства исследуемой системы могут быть проиллюстрированы с помощью разности спин-зависимых кондактансов $\Delta G = G_1 - G_2$. Так, на рис. 5а–в представлены графики зависимостей G_1 и G_2 от энергии носителей для трех различных значений амплитуды магнитного поля, в то же время на рис. 5г–е представлены соответствующие графики для ΔG . Заметим, что эта величина достигает амплитудного значения $-e^2/h$ только на рис. 5д, что и отвечает ситуации «идеального фильтра», когда одна волна полностью проходит, а другая — полностью отражается. Вместо ΔG в качестве характеристики проводящих свойств системы часто используется параметр $P = (G_1 - G_2)/(G_1 + G_2)$, называемый поляризацией [7, 12, 13]. Однако в нашем случае он оказывается малоинформативен, поскольку принимает значения ± 1 во всех случаях, когда один из графиков, G_1 или G_2 , проходит через нуль.

В заключение приведем численные оценки. Так, если выбрать ширины входного и выходного каналов, к примеру, равными 30 нм, то диаметр самого бильярда составит 0.9 мкм. Ориентируясь на величину эффективной массы электронов проводимости в GaAs, равную $0.067m_e$, получим единицу измерения константы СОВ: $\alpha = 38$ мэВ·нм. В этом смысле значения постоянной СОВ Рашба порядка $0.01\alpha_0$, использованные в расчетах, меньше характерных значений, которые имеют место в реальных структурах. Что касается индукции магнитного поля, то ее единица B_0 была взята равной 1 Гс. Выбор такого диапазона величин α и B продиктован, во-первых, необходимостью подробнее проследить процесс коллапса резонансов при стремлении константы

СОВ к нулю, а во-вторых, избежать сложностей, вызванных взаимодействием резонансов между собой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-02-00717).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ферт, УФН **178**, 1336 (2008).
2. J. Sinova and I. Žutić, Nature Materials **11**, 368 (2012).
3. T. Koga, J. Nitta, H. Takayanagi, and S. Datta, Phys. Rev. Lett. **88**, 126601 (2002).
4. T. Yokoyama and M. Eto, Nanoscale Res. Lett. **6**, 436 (2011).
5. L. Horváthová, R. Derian, L. Mitas, and I. Štich, Phys. Rev. B **90**, 115414 (2014).
6. S. Rachel and M. Ezawa, Phys. Rev. B **89**, 195303 (2014).
7. J. Villavicencio, I. Maldonado, E. Cota, and G. Platero, Phys. Rev. B **88**, 245305 (2013).
8. F. Mazza, B. Braunecker, P. Recher, and A. L. Yeyati, Phys. Rev. B **88**, 195403 (2013).
9. Y. S. Joe, A. M. Satanin, and C. S. Kim, Phys. Scripta **74**, 259 (2006).
10. F. Zhai and H. Q. Xu, Phys. Rev. B **76**, 035306 (2007).
11. G. Kim, S. B. Lee, T. S. Kim, and J. Ihm, Phys. Rev. B **71**, 205415 (2005).
12. E. Faizabadi and A. Najafi, Sol. St. Comm. **150**, 1404 (2010).
13. J. F. Song, Y. Ochiai, and J. P. Bird, Appl. Phys. Lett. **82**, 4561 (2003).
14. Э. И. Рашба, ФТТ **2**, 1224 (1960).
15. Г. Г. Исупова, А. И. Малышев, Письма в ЖЭТФ **94**, 597 (2011); Изв. РАН, сер. физ. **77**, 92 (2013).
16. А. И. Малышев, Г. Г. Исупова, ЖЭТФ **144**, 1260 (2013).
17. Г. Г. Исупова, А. И. Малышев, Ж. вычислит. матем. и матем. физ. **52**, 342 (2012).