

# МАГНЕТИЗМ И СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ В КВАЗИДВУМЕРНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СИСТЕМЕ ПРИ ДОПИРОВАНИИ НОСИТЕЛЯМИ ЗАРЯДА

*М. Е. Палистрант\**

*Институт прикладной физики Академии наук Республики Молдова  
2028, Кишинев, Молдова*

Поступила в редакцию 18 августа 2015 г.

Выполнен анализ теории многозонных сверхпроводящих систем с переменной плотностью носителей заряда. Указана возможность возникновения нефононной высокотемпературной сверхпроводимости благодаря преобладанию межзонных электрон-электронных взаимодействий над внутризонными, а также качественное отличие термодинамических и магнитных свойств многозонных систем в сверхпроводящей фазе от свойств однозонных. Проведено исследование фазовых переходов в квазидвумерной анизотропной системе с изменением концентрации носителей заряда: перехода из соизмеримого состояния волны спиновой плотности в несоизмеримое. В основе такого перехода лежит учет процессов переброса (структуры решетки). Эти процессы способствуют отклонению волнового вектора волны спиновой плотности  $Q$  от  $2k_F$  и смещению диэлектрической щели относительно поверхности Ферми. В результате возникают свободные носители заряда и возможность зарождения сверхпроводимости. Показано, что сверхпроводимость сопровождается магнетизмом. Выявлены условия сосуществования этих двух явлений.

DOI: 10.7868/S0044451016070099

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 2008 г., в области физики конденсированных сред достигнуты значительные успехи: получено большое количество химических соединений (Fe-пниктиды и Fe-халькогениды) [1–4], в которых обнаружена сверхпроводимость при различных температурах — как низких, так и высоких. В частности, температура  $T_c$  сверхпроводящего перехода может достигнуть значений 55 К и выше. Эти соединения по своим физическим особенностям во многом похожи на высокотемпературные купратные оксиды. Однако имеются и существенные различия (см., например, обзоры [3, 4]).

Новые соединения являются многозонными системами: на поверхности Ферми могут перекрываться несколько энергетических зон (электронных и дырочных). Это обстоятельство заставляет думать, что при изучении сверхпроводящих свойств полученных систем необходимо учитывать взаимодействие различных групп носителей заряда. Следова-

тельно, в принципе, можно использовать созданную ранее теорию многозонных сверхпроводников, построенную на базе модели, предложенной в работах [5, 6]. Эти исследования выполнялись много лет учеными разных стран задолго до открытия высокотемпературной сверхпроводимости и вылились в новое направление в теории сверхпроводимости. Теория включает описание многочисленных аномальных свойств, обязанных наличию на поверхности Ферми двух и более энергетических зон [7–9]. Очень важным и интересным, в частности, является вывод о том, что в многозонных системах высокотемпературная сверхпроводимость может быть достигнута как при притяжении, так и при отталкивании носителей заряда. Это говорит о возможности существования в такой системе как фононного, так и нефононного механизмов сверхпроводимости. Среди многочисленных работ по теории двухзонной сверхпроводимости можно привести, например, монографии [8–10]. Анализ развития этого направления дан в работах [11, 12], где наряду с физиками молдавской школы присутствуют также и ученые других стран мира.

Указанные выше новые высокотемпературные сверхпроводники получены путем химического вве-

\* E-mail: mepalistrant@yandex.ru

дения изовалентных атомов или атомов с валентностью, отличной от основного вещества. При этом происходит допирование рассматриваемой системы (плоскости FeAs) электронами или дырками. В связи с этим остаются актуальными наши работы, в частности [13–16], по исследованию термодинамических и магнитных свойств двухзонных и трехзонных сверхпроводников с переменной плотностью носителей заряда. На базе этих работ, основанных на обобщении модели Москаленко [5], можно объяснить поведение термодинамических величин с изменением плотности носителей заряда в сверхпроводящей фазе. Отметим значительный успех в применении двухзонной модели, позволяющей описать аномалии физических свойств интерметаллического соединения  $\text{MgB}_2$  с температурой перехода в сверхпроводящее состояние  $T_c \approx 39$  К. В случае сильной электрон-фононной связи это можно увидеть, например, в работах [17–19]. Неплохое согласие с экспериментальными данными получено в исследованиях зависимости термодинамических и магнитных характеристик от концентрации носителей заряда при допировании этого соединения электронами и дырками [19–23].

В настоящее время при изучении физических свойств конкретного соединения, полученного на основе FeAs, выполняются теоретические исследования, позволяющие получить следующие физические характеристики: кристаллическую структуру, энергетический спектр, включающий наличие на поверхности Ферми нескольких энергетических зон (электронных и дырочных), топологию поверхности Ферми, наличие «нестинга», соответствующего возможности структурных и магнитных фазовых переходов, тип симметрии и др. Наряду с этим проводятся экспериментальные исследования. Такой подход позволяет получить полную физическую картину свойств рассматриваемого конкретного соединения. Обзор этих исследований за последние семь лет приведен в работе [24]. По нашему мнению, с точки зрения теории, проводится непростая расшифровка и делаются дополнения записанной в общем виде двухзонной (многозонной) модели [5, 6] применительно к конкретному материалу из класса высокотемпературных современных соединений. Развитие этого направления требует больших усилий и строгой корреляции теоретических и экспериментальных исследований.

Представляет несомненный интерес также и обзор [25], способствующий пониманию ситуации в области исследований высокотемпературных сверхпроводников. Многочисленные исследования

направлены, главным образом, на выяснение механизма высокотемпературной сверхпроводимости.

В этом плане важным результатом исследований материалов на основе FeAs является выявление возможности возникновения сверхпроводимости на фоне магнитной фазы либо после подавления магнетизма в результате допирования. Некоторые исследователи полагают, что эти материалы, так же как и оксидные соединения, относятся к классу необычных сверхпроводников. Необычный сценарий сверхпроводимости приводит к сильной анизотропии волновых функций и щелевых функций, которые меняют знак на поверхности Ферми. Такая ситуация возникает, в частности, когда, благодаря кулоновскому взаимодействию, доминирует магнитный обмен между электронами с противоположными спинами, и мы имеем магнитный механизм образования сверхпроводящих пар на фоне состояния волны спиновой плотности (ВСП).

С другой стороны, экспериментальные исследования материалов на основе FeAs в ряде случаев показывают отсутствие сильных магнитных флуктуаций, способных привести систему в сверхпроводящее состояние. В этом случае может включаться другой механизм сверхпроводимости, основанный на кулоновском взаимодействии электронов различных энергетических зон. При этом должно иметь место преобладание констант межзонного электрон-электронного взаимодействия над внутризонными.

Независимо от характера механизма, приводящего к образованию куперовских пар, в квазидвумерной системе важную роль играют структура решетки, различные фазовые переходы, наличие «нестинга» на поверхности Ферми, переменная плотность носителей заряда (допирование) и др.

Теория термодинамических свойств состояния ВСП в квазидвумерной системе с анизотропным энергетическим спектром изложена в наших работах [26–29]. В этой теории учитывается наличие примеси с переменной концентрацией  $x$  носителей заряда и внешнего магнитного поля произвольного направления относительно магнитного момента.

В данной работе рассматривается квазидвумерная система с анизотропным энергетическим электронным спектром. Отклонение от серединного заполнения энергетической зоны обусловлено введением примеси с переменной концентрацией  $x$  носителей заряда. Учитываются наличие «нестинга» в энергетическом спектре и процессы переброса, строится теория фазовых переходов из соизмеримого состояния ВСП в несоизмеримое, а также в сверхпро-

водящее состояние. Выясняются критерии возникновения сверхпроводимости в магнитной фазе.

Работа построена следующим образом. В разд. 2 вводится гамильтониан квазидвумерной системы, содержащий члены, ответственные за сверхпроводимость и состояние ВСП. На основании этого гамильтониана получена бесконечная система уравнений для температурных функций Грина, соответствующих магнитному и сверхпроводящему состояниям. Для нормальных процессов, когда рассматривается первая зона Бриллюэна, выполнен разрыв цепочки этих уравнений и получены решения, определяющие функции Грина, а также сверхпроводящий  $\Delta$  и магнитный  $M$  параметры порядка. Вводится дополнительное уравнение, определяющее химический потенциал  $\mu$  посредством задания концентрации  $x$  носителей заряда. Разработана методика учета структуры решетки (процессов переброса), способствующей возникновению состояния ВСП с волновым вектором  $Q \neq 2k_F$ . Получена самосогласованная система уравнений для определения параметров  $M$ ,  $\Delta$ ,  $\mu$ , а также параметров порядка несоизмеримого состояния ВСП ( $\eta_a$  и  $\eta_b$ ).

В разд. 3 рассмотрен предельный случай  $\Delta \rightarrow 0$ , что отвечает описанию магнитной системы (без сверхпроводимости). Здесь мы имеем фазовый переход соизмеримость–несоизмеримость магнитного состояния ВСП, и появляются компоненты параметров порядка  $\eta_a$  и  $\eta_b$ , являющихся мерой несоизмеримости состояния ВСП. Решение соответствующей системы уравнений позволяет сделать вывод о переходе магнитной системы с изменением концентрации носителей в полуметаллическое состояние путем смещения диэлектрической щели относительно уровня Ферми. Приведена фазовая диаграмма ( $T, x$ ).

В разд. 4 изучены возможности возникновения «смешанного» состояния (сверхпроводимость и магнетизм) при нефононном механизме сверхпроводимости с изменением температуры и концентрации носителей заряда. Проведен анализ и выявлены условия такой возможности. Приведены численные решения полученной системы уравнений с учетом процессов переброса и показана графическая зависимость величин  $T_c$ ,  $\Delta$  и  $M$  от температуры при заданных значениях параметров теории.

В разд. 5 подводятся итоги и обсуждаются результаты, а также их соотношения с результатами других авторов.

## 2. ГАМИЛЬТониАН СИСТЕМЫ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Приведем гамильтониан для многозонной системы [5, 13]:

$$H = \sum_{n\mathbf{k}\sigma} [\varepsilon_n(\mathbf{k}) - \mu] a_{n\mathbf{k}\sigma}^\dagger a_{n\mathbf{k}\sigma} - \sum_{nm\mathbf{k}\mathbf{k}'} V_{nm}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') a_{n\mathbf{k}\uparrow}^\dagger a_{n-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger a_{m-\mathbf{k}'\downarrow} a_{m\mathbf{k}'\uparrow}, \quad (1)$$

где  $n, m$  — номера энергетических зон,  $\mathbf{k}$  — квазиимпульс,  $\varepsilon_n(\mathbf{k})$  — энергия электрона  $n$ -й зоны,  $\sigma$  — спин электрона, принимающий значения  $\uparrow$  и  $\downarrow$ ,  $a_{n\mathbf{k}\sigma}^\dagger$  и  $a_{n\mathbf{k}\sigma}$  — операторы соответственно рождения и уничтожения зонных электронов (с индексом  $n$ , импульсом  $\mathbf{k}$  и спином  $\sigma$ ). Величины  $V_{nm}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  определяют прямое эффективное взаимодействие зонных электронов. В случае перекрытия на поверхности Ферми двух энергетических зон имеем  $n, m = 1, 2$ .

Первый член в выражении (1) описывает кинетическую энергию электронов, второй ответствен за сверхпроводимость,  $\mu$  — химический потенциал, зависящий от концентрации  $x$  носителей заряда.

Гамильтониан (1) отвечает образованию куперовских пар в одной зоне и переходу этих пар как целого из одной зоны в другую в двухзонной системе с переменной плоскостью носителей заряда [13]. Возможны различные обобщения модели, например, дополнительный учет образования пар из электронов различных энергетических зон [14].

Большие значения  $T_c$  в примесной системе могут быть достигнуты как при притяжении ( $V_{nm} > 0$ ) носителей заряда, так и при отталкивании ( $V_{nm} < 0$ ). При этом необходимо, чтобы выполнялось условие [13]

$$\lambda_{11}\lambda_{22} - \lambda_{12}\lambda_{21} < 0, \quad (2)$$

где  $\lambda_{nm} = V_{nm}N_m$ ,  $N_m$  — плотность электронных состояний в зоне  $m$ . Имеем ситуацию, когда преобладают значения межзонных электрон-электронных взаимодействий над внутризонными независимо от их знака. Соотношение (2) выполняется, даже когда внутризонные и межзонные константы взаимодействия являются величинами одного порядка. Можно считать, что имеется электронный межзонный механизм сверхпроводимости (см. рис. 1, 2 работы [13]).

Представленная выше двухзонная модель дает хорошие результаты при нефононном механизме сверхпроводимости, если выполняются действия, способствующие увеличению межзонного отталкивания носителей заряда (имеет место соотношение (2)). Такими механизмами могут быть допирование,

приводящее к сдвигу химического потенциала, увеличение перекрытия энергетических зон, давление и, как считают в последнее время (ссылки см. в работе [24]), спиновые флуктуации.

Как показывают многочисленные экспериментальные исследования, при допировании слоистых структур электронами или дырками возникает сверхпроводимость на фоне состояния ВСП или после подавления этого состояния. Это обстоятельство заставляет искать механизмы, которые приводят к такой ситуации. В связи с этим необходимо рассматривать совместное влияние нефононного механизма образования куперовских пар и кулоновского взаимодействия электронов, приводящего к возникновению ВСП в системе.

На наш взгляд, качественное соотношение между сверхпроводимостью и магнетизмом можно получить, используя следующий гамильтониан:

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & \sum_{\mathbf{k}, \sigma} [\varepsilon(\mathbf{k}) - \mu] a_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger a_{\mathbf{k}\sigma} - \\ & - \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} V(\mathbf{k}\mathbf{k}') a_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger a_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger a_{-\mathbf{k}'\downarrow} a_{\mathbf{k}'\uparrow} + \\ & + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{q}} I(\mathbf{k}\mathbf{k}') a_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow} a_{\mathbf{k}'\downarrow}^\dagger a_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}\downarrow}, \quad (3) \end{aligned}$$

где  $\mathbf{q}$  принимает значения, удовлетворяющие условию «нестинга» энергии электрона,  $V$  и  $I$  — эффективные константы сверхпроводящего и магнитного взаимодействий электронов. Остальные величины соответствуют определенным выше при рассмотрении формулы (1), но в пределе одной энергетической зоны.

В таком подходе важным является соотношение между параметрами  $V$  и  $I$  или между температурами сверхпроводящего ( $T_c$ ) и магнитного ( $T_M$ ) переходов. Второй член в выражении (3) содержит  $V > 0$  и вызывает образование куперовских пар, а третий определяет возникновение состояния ВСП при  $I > 0$ . Мы рассматриваем нефононный механизм сверхпроводимости, в основе которого лежит прямое отталкивание электронов. Нефононный механизм, который приводит к значению  $V > 0$  в гамильтониане (3) четко не определен. Можно предполагать, что это результат учета спиновых флуктуаций (см. ссылки в работе [24]) или других эффектов.

В частности, возможно, что под влиянием примеси или каких-либо внешних воздействий существенно увеличиваются межзонные электрон-электронные взаимодействия, что приводит к выполнению условия (2) и возникновению межзонной сверхпроводимости. В связи с этим отметим, что форму-

лы (14)–(18) работы [13], определяющие температуру сверхпроводящего перехода (см. также рис. 1, 2 в той же работе), демонстрируют возможность положительного значения эффективной константы электрон-электронного взаимодействия в двухзонном сверхпроводнике в широком интервале значений концентрации  $x$  носителей заряда.

Вероятность возникновения механизма межзонной сверхпроводимости увеличивается, если рассмотреть двухзонную модель, учитывая все возможные способы спаривания электронов как внутри каждой зоны, так и между разными зонами. Учет последних приводит к дополнительному межзонному взаимодействию за счет одночастичной гибридизации и всех констант межзонного взаимодействия [14], что, в свою очередь, отвечает возникновению сверхпроводящего состояния при высоких температурах. Основные уравнения в этой теории формально приобретают вид четырехзонной модели с переопределением входящих в них функций. Существенную роль в теории играют отношение плотностей электронных состояний исходных двух энергетических зон и значения констант взаимодействия  $\lambda_{nm}$  ( $n, m = 1-4$ ). Наряду с этим, соединения на основе FeAs являются многозонными системами, на поверхности Ферми которых перекрываются несколько энергетических зон (три и более). Эта ситуация учитывается в ряде теоретических работ (см., например, [10, 15, 16]). В этом случае возникают дополнительные межзонные электрон-электронные взаимодействия, играющие важную роль при определении условий возникновения нефононной сверхпроводимости.

Гамильтониан (3) в приближении среднего поля представляется в виде

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & \sum_{\mathbf{k}, \sigma} [\varepsilon(\mathbf{k}) - \mu] a_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger a_{\mathbf{k}\sigma} - \\ & - \sum_{\mathbf{k}\sigma} \left[ \sigma M a_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger a_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \sigma} + \text{H.c.} \right] - \\ & - \sum_{\mathbf{k}} \left[ \Delta a_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger a_{-\mathbf{k}\downarrow} + \text{H.c.} \right]. \quad (4) \end{aligned}$$

Второй член в формуле (4) обязан кулоновскому взаимодействию электронов с противоположными спинами, а третий — эффективному электронному взаимодействию, ответственному за сверхпроводимость,  $\mathbf{Q}$  — волновой вектор ВСП. Параметры сверхпроводящего ( $\Delta$ ) и магнитного ( $M$ ) упорядочения определяются соотношениями

$$\begin{aligned}\Delta &= VT \sum_{\mathbf{k}, \omega_n} F_{-\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow}(\omega_n), \\ M &= \frac{1}{2} IT \sum_{\mathbf{k}, \omega_n, \sigma} \sigma G_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\sigma\sigma}(\omega_n).\end{aligned}\quad (5)$$

Здесь  $\omega_n$  — мацубаровская частота,  $F$  и  $G$  — фурье-образы температурных функций Грина, определяемые соотношениями

$$\begin{aligned}F_{-\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow}(\tau - \tau') &= -\langle T_\tau a_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger(\tau) a_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger(\tau') \rangle, \\ G_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\sigma\sigma}(\tau - \tau') &= -\langle T_\tau a_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \sigma}(\tau) a_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger(\tau') \rangle.\end{aligned}\quad (6)$$

На основании гамильтониана (4) после преобразования Фурье уравнения движения для компонент электронных функций Грина можно представить в виде

$$\begin{aligned}(i\omega_n - \varepsilon_1)G_{\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\uparrow\uparrow} + \Delta F_{-\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow} + MG_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\uparrow\uparrow} &= 1, \\ \Delta G_{\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\uparrow\uparrow} + (i\omega_n + \varepsilon_1)F_{-\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow} + MF_{-\mathbf{k}+\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow} &= 0, \\ MG_{\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\uparrow\uparrow} + (i\omega_n - \varepsilon_2)G_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\uparrow\uparrow} + \Delta F_{-\mathbf{k}+\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow} &= 0, \\ MF_{-\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow} + \Delta G_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\uparrow\uparrow} + (i\omega_n + \varepsilon_2)F_{-\mathbf{k}+\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow} &= 0, \\ \varepsilon_1 = \varepsilon(\mathbf{k}) - \mu(x), \quad \varepsilon_2 = \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{Q}) - \mu(x).\end{aligned}\quad (7)$$

Решение системы уравнений (7) приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned}F_{-\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\downarrow\uparrow}(\omega_n) &= \frac{\Delta(\omega_n^2 + \varepsilon_2^2 + \Delta^2 - M^2)}{D(\omega_n)}, \\ G_{\mathbf{k}-\mathbf{Q}, \mathbf{k}}^{\sigma\sigma}(\omega_n) &= \\ &= \sigma \frac{M [M^2 - \Delta^2 - (i\omega_n + \varepsilon_1)(i\omega_n + \varepsilon_2)]}{D(\omega_n)}, \\ G_{\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\sigma\sigma}(\omega_n) &= \\ &= -\sigma \frac{(i\omega_n + \varepsilon_1)(\omega_n^2 + \varepsilon_2^2 + \Delta^2) + M^2(i\omega_n - \varepsilon_2)}{D(\omega_n)},\end{aligned}\quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}D(\omega_n) &= \omega_n^4 + \omega_n^2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2M^2 + 2\Delta^2) + \\ &+ \varepsilon_1^2\varepsilon_2^2 - 2M^2\varepsilon_1\varepsilon_2 + \Delta^2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) + (M^2 - \Delta^2)^2.\end{aligned}$$

Поскольку мы ставим задачу исследования свойств системы при переменной концентрации  $x$  носителей зарядов, дополнительно к системе уравнений для функций Грина (7) введем уравнение, определяющее величину  $\mu(x)$ :

$$x = T \sum_{\mathbf{k}\sigma} \left[ G_{\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\sigma\sigma}(\omega_n) - G_{\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{(-)\sigma\sigma}(\omega_n) \right]. \quad (9)$$

Здесь  $G_{\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{\sigma\sigma}(\omega_n)$  отвечает, приведенному выше определению (8), а  $G_{\mathbf{k}, \mathbf{k}}^{(-)\sigma\sigma}(\omega_n)$  — ее значению при заменах  $\varepsilon_1$  на  $-\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  на  $-\varepsilon_2$ . Система уравнений (8) соответствует учету только «нормальных процессов»,

которые отвечают электрон-дырочному спариванию в первой зоне Бриллюэна. В результате такого учета накладываются ограничения на компоненты вектора  $\mathbf{k}$ :

$$\begin{aligned}|k_x - Q_x| < Q_x^0, \quad |k_x| < Q_x^0, \\ |k_y - Q_y| < Q_y^0, \quad |k_y| < Q_y^0,\end{aligned}\quad (10)$$

где  $Q_x^0 = \pi/a$ ,  $Q_y^0 = \pi/b$ ,  $a$  и  $b$  — постоянные решетки.

В результате суммирование по  $\mathbf{k}$  во всех приведенных выше выражениях выполняется в интервалах  $q_x < k_x < Q_x^0$ ,  $q_y < k_y < Q_y^0$ , где  $q_x$  и  $q_y$  — определяют отклонения величины  $Q$  от  $2k_F$ . Учет процессов переброса сводится к выполнению суммирования по  $\mathbf{k}$  по всей зоне Бриллюэна:  $-Q_x^0 < k_x < Q_x^0$ ,  $-Q_y^0 < k_y < Q_y^0$ . Фактически такой подход позволяет разорвать бесконечную цепочку уравнений, исключив члены, содержащие функции Грина с индексами  $\mathbf{k} \pm n\mathbf{Q}$ , где  $n \geq 2$ .

Метод выполнения суммирования с учетом процессов переброса путем перехода к интегрированию по энергии в магнитных системах пониженной размерности развит в монографиях [8, 9], а также в работах [28, 29].

Подставляя выражение (8) в (5), получаем самосогласованную систему уравнений для параметров порядка  $M$ ,  $\Delta$  и химического потенциала  $\mu$ :

$$\begin{aligned}\Delta &= VT \sum_{\mathbf{k}} T \sum_{\omega_n} \frac{\Delta(\omega_n^2 + \varepsilon_2^2 + \Delta^2 - M^2)}{D(\omega_n)}, \\ M &= I \sum_{\mathbf{k}} T \times \\ &\times \sum_{\omega_n} \frac{M^2 - \Delta^2 - (i\omega_n + \varepsilon_1)(i\omega_n + \varepsilon_2)}{D(\omega_n)}, \\ x &= - \sum_{\mathbf{k}} T \times \\ &\times \sum_{\omega_n} \frac{(i\omega_n + \varepsilon_1)(\omega_n^2 + \varepsilon_2^2 + \Delta^2) + M^2(i\omega_n - \varepsilon_2)}{D(\omega_n)}.\end{aligned}\quad (11)$$

Выполнив далее суммирование по частоте  $\omega_n = (2n + 1)\pi T$ ,  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$  в приведенной выше системе уравнений стандартным образом [28], получаем

$$\begin{aligned}\frac{1}{V} &= \\ &= - \sum_{\mathbf{k}} \left[ (-X_1 + \varepsilon_2^2 + \Delta^2 - M^2) \frac{\text{th}(\sqrt{X_1}/2T)}{2\sqrt{X_1}(X_1 - X_2)} - \right. \\ &\quad \left. - (-X_2 + \varepsilon_2^2 + \Delta^2 - M^2) \frac{\text{th}(\sqrt{X_2}/2T)}{2\sqrt{X_2}(X_1 - X_2)} \right],\end{aligned}$$

$$\frac{1}{I} = - \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \frac{\text{th}(\sqrt{X_1}/2T)}{\sqrt{X_1}(X_1 - X_2)} \times \right. \\ \times \left[ 2M^2 - 2\Delta^2 - (\sqrt{X_1} + \varepsilon_1)(\sqrt{X_1} + \varepsilon_2) \right] - \\ \left. - \frac{\text{th}(\sqrt{X_2}/2T)}{\sqrt{X_1}(X_1 - X_2)} \times \right. \\ \left. \times \left[ 2M^2 - 2\Delta^2 - (\sqrt{X_2} + \varepsilon_1)(\sqrt{X_2} + \varepsilon_2) \right] \right\}, \quad (12)$$

$$x = -2 \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{X_1 - X_2} \times \\ \times \left[ \frac{\text{th}(\sqrt{X_1}/2T)}{\sqrt{X_1}} (X_1 + \varepsilon_2^2 + \Delta^2 - M^2) - \right. \\ \left. - \frac{\text{th}(\sqrt{X_2}/2T)}{\sqrt{X_2}} (X_2 + \varepsilon_2^2 + \Delta^2 - M^2) \right],$$

где

$$X_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}, \\ b = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2M^2 - 2\Delta^2, \\ c = \varepsilon_1^2 \varepsilon_2^2 - 2M^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \Delta^2 (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) + (M^2 - \Delta^2)^2, \quad (13) \\ X_1 - X_2 = \sqrt{b^2 - 4c}, \\ b^2 - 4c = (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2)^2 + 4M^2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) + 16M^2\Delta^2.$$

Мы выбираем анизотропный закон дисперсии энергии электронов

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -W_1 \cos(k_x a) - W_2 \cos(k_y b), \quad (14)$$

в котором учтено взаимодействие ближайших соседей. Нетрудно видеть на основании (14), что при  $\mu = 0$  и  $q_x = q_y = 0$ ,  $Q_x^0 = \pi/a$ ,  $Q_y^0 = \pi/b$  выполняется условие нестинга

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -\varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{Q}^0).$$

В этом случае возникает соизмеримое состояние ВСП и на всей поверхности Ферми появляется диэлектрическая щель. В рассматриваемом нами случае  $Q \neq 2k_F$  условие существования нестинга нарушается, что приводит к значительному изменению состояния системы.

Для рассматриваемой квазидвумерной системы выполним в уравнениях (12) переход от суммирования по  $\mathbf{k}$  к интегрированию по энергии согласно методике работ [28, 29]. Используем полученное в этих работах соотношение

$$\sum_{\mathbf{k}} F(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \Delta, M) = \frac{1}{4} \int_{-\tilde{W}}^{\tilde{W}} N(\varepsilon) \times \\ \times \sum_{\alpha\beta} F(\varepsilon_1 = \varepsilon - \mu_{\alpha\beta}, \varepsilon_2 = -(\varepsilon + \mu_{\alpha\beta}), \Delta, M), \quad (15)$$

где

$$\tilde{W} = W_1 + W_2, \quad \mu_{\alpha\beta} = \mu + \alpha\eta_a + \beta\eta_b, \quad (16) \\ \eta_a = W_1 a q_x / 2, \quad \eta_b = W_2 b q_y / 2, \quad \alpha, \beta = \pm 1,$$

$\eta_a$  и  $\eta_b$  являются компонентами параметра порядка несоизмеримой фазы ВСП, обязанные значениям  $Q \neq 2k_F$  из-за учета процессов переброса.

В результате систему уравнений (12) можно представить в виде

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{4} \int_{-\tilde{W}}^{\tilde{W}} d\varepsilon N(\varepsilon) \sum_{\alpha,\beta} \Phi_1(\varepsilon, \mu_{\alpha\beta}^0, M, \Delta), \\ \frac{1}{I} = \frac{1}{4} \int_{-\tilde{W}}^{\tilde{W}} d\varepsilon N(\varepsilon) \sum_{\alpha,\beta} \Phi_2(\varepsilon, \mu_{\alpha\beta}, M, \Delta), \quad (17) \\ x = \frac{1}{2} \int_{-\tilde{W}}^{\tilde{W}} d\varepsilon N(\varepsilon) \sum_{\alpha,\beta} \Phi_3(\varepsilon, \mu_{\alpha\beta}, M, \Delta),$$

где

$$\Phi_1(\varepsilon, \mu_{\alpha\beta}, M, \Delta) = \frac{M^2 + Y}{Y} \frac{\text{th}(\sqrt{X_1}/2T)}{\sqrt{X_1}} - \\ - \frac{M^2 - Y}{Y} \frac{\text{th}(\sqrt{X_2}/2T)}{\sqrt{X_2}}, \\ \Phi_2(\varepsilon, \mu_{\alpha\beta}, M, \Delta) = \\ = \frac{\Delta^2 + \mu_{\alpha\beta}^2 + Y}{Y} \frac{\text{th}(\sqrt{X_1}/2T)}{\sqrt{X_1}} \times \\ \times \frac{\beta}{\sqrt{X_1}} - \frac{\Delta^2 + \mu_{\alpha\beta}^2 - Y}{\eta} \frac{\text{th}(\sqrt{X_2}/2T)}{\sqrt{X_2}}, \quad (18) \\ \Phi_3(\varepsilon, \mu_{\alpha\beta}, M, \Delta) = \frac{\Delta^2 + \mu_{\alpha\beta}^2 + \varepsilon^2 + Y}{Y} \times \\ \times \frac{\text{th}(\sqrt{X_1}/2T)}{\sqrt{X_1}} - \frac{\Delta^2 + \mu_{\alpha\beta}^2 + \varepsilon^2 - Y}{Y} \times \\ \times \frac{\text{th}(\sqrt{X_2}/2T)}{\sqrt{X_2}},$$

$$X_{1,2} = \varepsilon^2 + \mu_{\alpha\beta}^2 + M^2 + \Delta^2 \pm 2Y,$$

$$Y = \sqrt{\mu_{\alpha\beta}^2(\varepsilon^2 + M^2) + M^2\Delta^2}.$$

Система уравнений (17) определяет параметры порядка  $M$ ,  $\Delta$ , а также химический потенциал  $\mu$  при

заданных значениях концентрации  $x$  носителей заряда и температуре  $T$ . Эта система имеет тривиальные решения  $\Delta = M = 0$ , а также нетривиальные  $\Delta \neq M \neq 0$ . Ниже рассмотрим последовательно эти возможности.

### 3. СОСТОЯНИЕ ВОЛНЫ СПИНОВОЙ ПЛОТНОСТИ

Рассмотрим сначала состояние магнитной системы в отсутствие сверхпроводимости ( $\Delta = 0$ ,  $M \neq 0$ ). Для этого случая на основании системы уравнений (17) для температуры перехода в магнитное состояние ( $T_M$ ), полагая фазовый переход второго рода ( $M \rightarrow 0$ ), получаем

$$\frac{1}{N_0 I} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \int_0^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \times \left( \text{th} \frac{\varepsilon + \mu_{\alpha\beta}}{2T_M} + \text{th} \frac{\varepsilon - \mu_{\alpha\beta}}{2T_M} \right), \quad (19)$$

$$x = N_0 \sum_{\alpha\beta} \int_0^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} \times \left( \text{th} \frac{\varepsilon + \mu_{\alpha\beta}}{2T_M} - \text{th} \frac{\varepsilon - \mu_{\alpha\beta}}{2T_M} \right), \quad (20)$$

$$\sum_{\alpha\beta} \alpha \int_0^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} d\varepsilon \times \left( \frac{1}{\text{ch}^2 \frac{\varepsilon + \mu_{\alpha\beta}}{2T_M}} - \frac{1}{\text{ch}^2 \frac{\varepsilon - \mu_{\alpha\beta}}{2T_M}} \right) = 0. \quad (21)$$

Уравнение (21) вытекает из условия максимальной температуры магнитного перехода  $T_M$ , т.е.  $\partial T_M / \partial \eta_a = 0$ . К системе уравнений (19)–(21) следует добавить еще одно уравнение, отвечающее условию  $\partial T_M / \partial \eta_b = 0$ , что соответствует замене  $\alpha \rightleftharpoons \beta$  в формуле (21).

Плотность электронных состояний  $N(\varepsilon)$  в формулах (17), а также (19)–(21), определяемая законом дисперсии (14), для квазидвумерных анизотропных систем имеет вид [30, 31]

$$\frac{N(\varepsilon)}{N_0} = \frac{\theta((1+\gamma)^2 - \lambda^2)}{\sqrt{\gamma}} \left\{ \theta(\lambda^2 - (\gamma - 1)^2) K(k) + \frac{\theta((\gamma - 1)^2 - \lambda^2)}{k} K\left(\frac{1}{k}\right) \right\}, \quad (22)$$

где

$$k = \frac{\sqrt{(1+\gamma)^2 - \lambda^2}}{2\sqrt{\gamma}}, \quad \lambda = \frac{\varepsilon}{W_1}, \quad \gamma = \frac{W_2}{W_1}, \quad (23)$$

$K(k) = F(\pi/2, k)$  — полный эллиптический интеграл первого рода,  $\theta$  — ступенчатая функция Хэвисайда. При  $W_1 = W_2 = W$ ,  $a = b$  получаем выражение для двумерной изотропной системы:

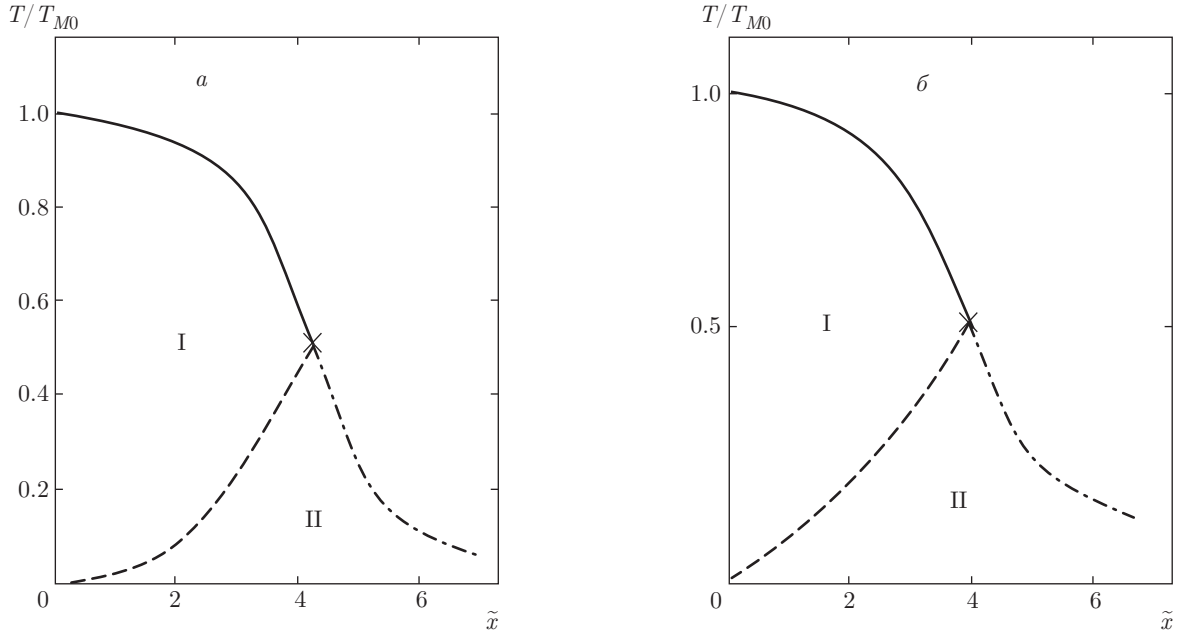
$$N(\varepsilon) = \frac{1}{\pi^2 \alpha W} K(k). \quad (24)$$

Интересно отметить, что полный эллиптический интеграл представляется в виде ряда. Однако оценки показывают, что при выполнении численных расчетов достаточно ограничиться учетом логарифмической особенности, воспользовавшись соотношением

$$K(k) \simeq \ln \frac{4}{\sqrt{1-k^2}}. \quad (25)$$

Далее представим численные решения приведенных выше уравнений. При определении температуры магнитного перехода  $T_M$  решаем систему уравнений (19)–(21) с использованием плотности электронных состояний (22)–(25). Удобно начать рассмотрение этой системы уравнений, зависящей от перенормированной плотности носителей заряда  $\tilde{x} = x/N_0$ , полагая  $\eta_a = \eta_b = 0$ . В этом упрощенном случае получаем, что отношение  $T_M/T_{M0}$  убывает с ростом  $\tilde{x}$  вплоть до критической точки  $(T_M, \tilde{x}_c)$ , обозначенной крестиком на рис. 1. Вблизи этой точки возникает решение, отвечающее неустойчивости состояния ВСП.

При решении системы уравнений (19)–(21) без упрощений, указанных выше, в точке  $\tilde{x}_c$  получают значения параметров  $\eta_a \neq 0$  и  $\eta_b \neq 0$ , связанных с нарушением «нестинга» и смещением энергетической щели относительно поверхности Ферми ( $q_x, q_y \neq 0$ ). Следует отметить, что свободная энергия рассматриваемой системы как функция температуры имеет два минимума. Один из них исчезает при  $\eta_a = W_1 a_{q_x}/2 = 0$  и  $\eta_b = W_2 b_{q_y}/2 = 0$ . Отличие от нуля этих параметров понижает энергию системы и стабилизирует магнитное состояние путем перехода соизмеримого состояния ВСП в несоизмеримое, приводя решения для величины  $T_M/T_{M0}$  в однозначное соответствие концентрации  $x$  носителей заряда. В результате состояние ВСП в несоизмеримой фазе стабилизируется (штриховая кривая на рис. 1). Таким образом, на рис. 1 сплошная кривая демонстрирует зависимость  $T_M/T_{M0}$  от  $\tilde{x}$  при фазовом переходе второго рода в соизмеримое состояние ВСП, а штриховая — в несоизмеримое.



**Рис. 1.** Фазовая диаграмма  $(T, \tilde{x})$  для изотропного (а,  $W_2/W_1 = 1$ ) и анизотропного (б,  $W_2/W_1 = 1.3$ ) энергетических спектров: I — соизмеримое состояние ВСП; II — несоизмеримое. В точках ветвления  $\tilde{x}_c$  (обозначены крестиком) имеем  $T_M/T_{M0} = 0.49$  (а) и  $T_M/T_{M0} = 0.52$  (б)

Чтобы построить фазовую диаграмму  $(T, \tilde{x})$ , следует изучить поведение состояния ВСП при  $T < T_M$ . С этой целью исследуем систему уравнений (17) при  $M \neq 0$  ( $\Delta = 0$ ) совместно с двумя дополнительными уравнениями, позволяющими определить зависимости величин  $\eta_a$  и  $\eta_b$  от  $T$  и  $x$ :

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{2} \int_0^{\tilde{w}} N(\varepsilon) d\varepsilon \sum_{\alpha\beta} \left\{ \text{th} \left[ \frac{1}{2T} \left( \sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + \mu_{\alpha\beta} \right) \right] + \text{th} \left[ \frac{1}{2T} \left( \sqrt{\varepsilon^2 + M^2} - \mu_{\alpha\beta} \right) \right] \right\}, \quad (26)$$

$$\tilde{x} = \int_0^{\tilde{w}} \frac{N(\varepsilon)}{N_0} d\varepsilon \sum_{\alpha\beta} \left\{ \text{th} \left[ \frac{1}{2T} \left( \sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + \mu_{\alpha\beta} \right) \right] - \text{th} \left[ \frac{1}{2T} \left( \sqrt{\varepsilon^2 + M^2} - \mu_{\alpha\beta} \right) \right] \right\}, \quad (27)$$

$$\frac{\delta}{\delta\eta_a} [F(M) - F(0)] = \sum_{\alpha\beta j} j\alpha \int_0^{\tilde{w}} N(\varepsilon) d\varepsilon \times \left\{ \text{th} \left[ \frac{1}{2T} \left( \sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta} \right) \right] - \text{th} \left[ \frac{1}{2T} \left( \varepsilon + j\mu_{\alpha\beta} \right) \right] \right\} = 0, \quad (28)$$

$$\frac{\delta}{\delta\eta_b} [F(M) - F(0)] = \sum_{\alpha\beta j} j\beta \int_0^{\tilde{w}} N(\varepsilon) d\varepsilon \times \left\{ \text{th} \left[ \frac{1}{2T} \left( \sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta} \right) \right] - \text{th} \left[ \frac{1}{2T} \left( \varepsilon + j\mu_{\alpha\beta} \right) \right] \right\} = 0, \quad (29)$$

где  $F(M) - F(0)$  — разность свободных энергий.

На рис. 1 представлена фазовая диаграмма  $(T, \tilde{x})$  как результат анализа решений этих уравнений и определения зависимостей параметров  $\eta_a$  и  $\eta_b$  от температуры и концентрации примеси (подробно см. [28, 29]). Для примера на рис. 2 приведена зависимость параметров  $\eta_a$  и  $\eta_b$  от  $\tilde{x}$  при  $T = T_M$ . Наблюдается рост параметров  $\eta_a$  и  $\eta_b$  при увеличении плотности носителей заряда и проявляется зависимость от анизотропии энергетического спектра.

Штриховая кривая на фазовой диаграмме (см. рис. 1) отделяет несоизмеримое состояние ВСП (в области низких температур) от соизмеримого (в области высоких температур). Сравнение двух диаграмм на рис. 1а и 1б демонстрирует влияние анизотропии энергетического спектра на фазовую диаграмму  $(T, \tilde{x})$ . Следует, что анизотропия энергетического спектра увеличивает область несоизмеримого состояния ВСП (сдвигает штриховую кривую в



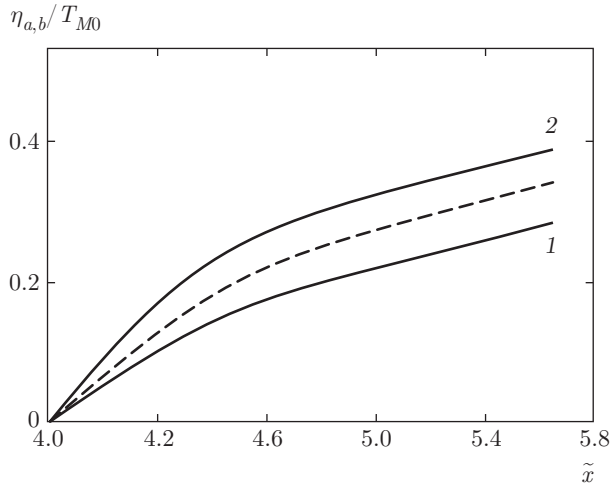


Рис. 2. Зависимости параметров  $\eta_a$  (кривая 1) и  $\eta_b$  (2) от  $\tilde{x}$  при  $T = T_M$  для анизотропного случая ( $W_2/W_1 = 1.3$ ); штриховая кривая — изотропный случай  $\eta_a = \eta_b$

область более высоких температур). Таким образом, как в изотропном, так и в анизотропном случае, имеет место расщепление магнитного состояния ВСП на соизмеримое и несоизмеримое.

В результате происходят смещение диэлектрической щели ( $q_x \neq 0, q_y \neq 0$ ) относительно поверхности Ферми и, следовательно, возникновение свободных носителей на поверхности Ферми. Как результат, рассмотренный в данной работе механизм (нарушение «нестинга» и смещение диэлектрической щели при допировании системы электронами) может привести к переходу в бесщелевое магнитное состояние и к возможности возникновения сверхпроводимости.

На рис. 3 приведены зависимости величины  $M/M_0$  от  $T/T_{M0}$  для различных концентраций  $\tilde{x}$  носителей заряда. Как следует из этого рисунка, величина  $M$  убывает как с ростом  $T$ , так и с ростом  $\tilde{x}$ .

#### 4. СОСУЩЕСТВОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ВОЛН СПИНОВОЙ ПЛОТНОСТИ И СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Для определения возможного возникновения сверхпроводимости в анизотропной магнитной фазе с параметром порядка  $M$  при допировании необходимо рассматривать систему уравнений (17). Эта система должна быть дополнена условием

$$\delta F = F(\Delta, M) - F(0, M) < 0, \quad (30)$$

где  $\delta F$  — разность свободных энергий смешанной фазы ( $\Delta \neq 0, M \neq 0$ ) и магнитной ( $\Delta = 0, M \neq 0$ ).

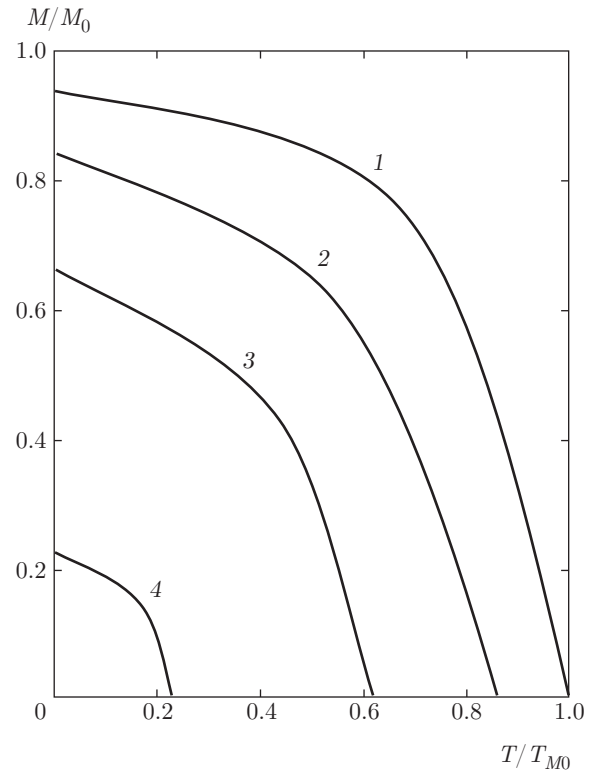


Рис. 3. Зависимости параметра порядка  $M/M_0$  от температуры при малых магнитных полях  $\tilde{H} \approx 0.15T_{M0}$  и значениях  $\tilde{x} = 0.5, 2, 3, 4$  (соответствующие кривые 1–4)

Условие (30) определяет выгодность сверхпроводящего состояния на фоне магнитного.

Полагая в (17)  $M \neq 0, \Delta = 0, T = T_c$ , имеем

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{2} \int_0^{\tilde{W}} \frac{N(\varepsilon) d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + M^2}} \sum_{\alpha\beta j} \frac{M^2 + j\mu_{\alpha\beta}\sqrt{\varepsilon^2 + M^2}}{j\mu_{\alpha\beta} [\sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta}]} \times \text{th} \left[ \frac{1}{2T_c} (\sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta}) \right], \quad (31)$$

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{2} \int_0^{\tilde{W}} \sum_{\alpha\beta j} \frac{N(\varepsilon) d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + M^2}} \times \text{th} \left[ \frac{1}{2T_c} (\sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta}) \right], \quad (32)$$

$$x = \int_0^{\tilde{W}} \sum_{\alpha\beta j} \frac{N(\varepsilon) d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + M^2}} \frac{\varepsilon^2 + \mu_{\alpha\beta}^2 + j\mu_{\alpha\beta}\sqrt{\varepsilon^2 + M^2}}{j\mu_{\alpha\beta} [\sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta}]} \times \text{th} \left[ \frac{1}{2T_c} (\sqrt{\varepsilon^2 + M^2} + j\mu_{\alpha\beta}) \right], \quad (33)$$

а также другие уравнения, вытекающие из системы уравнений (17) в рассматриваемом пределе.

Система уравнений (31)–(33) определяет критическую температуру  $T_c$  перехода магнитной системы ( $M \neq 0$ ) с параметром  $x \neq 0$  в сверхпроводящее состояние. Фактически в этом случае значения величин  $\mu$  и  $\eta_{a,b}$  определяются в точке  $T = T_c$ . В широком интервале значений  $x$  найдем решение системы (31)–(33) в двух случаях:  $T_c \approx T_M$  и  $T_c \ll T_M$ . Полагая  $M \rightarrow 0$  ( $T_c \approx T_M$ ), получаем

$$\frac{1}{V} - \frac{1}{I} = \frac{1}{2} \int_0^{\tilde{W}} \sum_{\alpha\beta j} \frac{N(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon} \times \operatorname{th} \left[ \frac{1}{2T_c} (\varepsilon + j\mu_{\alpha\beta}) \right] \left[ \frac{\varepsilon}{\varepsilon + j\mu_{\alpha\beta}} - 1 \right]. \quad (34)$$

При  $x = 0$  ( $\eta_a = \eta_b = 0$ ) это условие выполняется только при условии  $V = I$ , т. е. когда затравочные параметры  $T_{c0} = T_{M0}$ . При  $\mu_{\alpha\beta} \neq 0$  должно выполняться соотношение  $1/V > 1/I$ , т. е.  $T_{c0} < T_{M0}$ . Нетрудно видеть, что правая часть уравнения (34) больше нуля при  $\mu_{\alpha\beta} > 0$ . Получаем, что в случае  $T_c \approx T_M$  в магнитной фазе сверхпроводимость возможна только в случае  $T_{c0} < T_{M0}$ . Кроме того, при малых  $M$  ( $M \ll T_c$ ) выполним разложение в уравнении (31) по величине  $(M/T_c)^2$ . В результате получаем

$$\frac{1}{V} = F_0(\mu, T_c) + M^2 \frac{\partial}{\partial M^2} F(\mu, T_c, M) \Big|_{M=0} + \dots \quad (35)$$

Здесь  $F(\mu, T_c, M)$  — правая часть уравнения (31), а  $F_0(\mu, T_c) = F(\mu, T_c, M) \Big|_{M=0}$ . Величина  $T_c$  убывает с ростом  $M$ . Коэффициент разложения при  $M^2$  в выражении (35) зависит от величины  $\mu_{\alpha\beta}$  и убывает с ростом параметра  $\tilde{x}$ . Следовательно, сверхпроводимость возникает при  $\tilde{x} > \tilde{x}_c$  и растет с ростом концентрации  $x$  носителей заряда.

При возникновении слабой сверхпроводимости на фоне магнитной фазы,  $T_c \ll M$ , следует рассматривать уравнения (31), (32). По-видимому, из-за сложного вида плотности электронных состояний (22) вычисления в этих формулах возможны численными методами. Аналитически можно выполнить оценки величины  $T_c$ , если полагать  $N(\varepsilon) = N_0 = \text{const}$ . Эти оценки будут качественно соответствовать рассмотренным ранее случаям [32] и в целом описывают ситуацию для изотропной системы. При  $T_c \ll T_M$  правые части уравнений (31), (32) зависят от соотношения между параметром порядка  $M$  и величинами  $\mu_{\alpha\beta}$ .

а) При  $\mu^- < \mu^+$ ,  $\mu^+ < M$  сверхпроводимость не возникает на фоне ВСП. Этот результат противополо-

ложен случаю пайерлсовского перехода [33, 34], когда при аналогичном соотношении между приведенными выше параметра возможно куперовское упорядочение.

б) При  $\mu^- < M < \mu^+$ , а также при  $M < \mu^- < \mu^+$  переход рассматриваемой системы в сверхпроводящее состояние оказывается возможным. В этом случае выражение для  $T_c$  также отличается от случая пайерлсовского диэлектрика. Как в случае а), так и в случае б) условия возникновения сверхпроводимости в магнитных системах являются более жесткими, чем в пайерлсовских диэлектриках.

Рассмотрим обратный случай:  $T_c > T_M$ . Анализ системы уравнений (17) при  $T = T_M$  ( $M = 0$ ,  $\Delta \neq 0$ ), показывает, что эти уравнения не дают решений, характерных для перехода в магнитное состояние, т. е. переход в магнитное состояние при понижении температуры невозможен. В дальнейшем будем рассматривать  $T_M > T_c$ . Сосуществование сверхпроводимости и состояния ВСП определяется условием  $\Delta \neq 0$  и  $M \neq 0$ , что отвечает нетривиальному решению системы уравнений (17).

Ниже приведем численные решения основных уравнений (17) для исследуемой квазидвумерной анизотропной системы. Выбираем плотность электронных состояний согласно (24), (25) и используем значения параметров  $\eta_a$  и  $\eta_b$  как функций от  $x$  в точке  $T = T_M$  (см. рис. 2).

В рассматриваемой теории имеются параметры  $t = T_{c0}/T_{M0}$ ,  $\tilde{x} = x/N_0$  и  $T$ . Здесь  $T_{c0}$  ( $T_{M0}$ ) — температура сверхпроводящего (магнитного) перехода при наличии в системе только одного из этих состояний с шириной энергетической зоны  $\tilde{W}$ . Характерной особенностью рассматриваемой системы является существенная зависимость ее свойств от параметров  $t$  и  $\tilde{x}$ .

На рис. 4 приведены два случая зависимостей параметров  $M$  и  $\Delta$  от температуры при  $t = T_{c0}/T_{M0} = 0.3, 0.6$ ,  $W_1 = 1$  эВ,  $W_2 = 0.8$  эВ и при различных  $\tilde{x}$ .

Как следует из приведенных выше решений в рассматриваемой магнитной системе сверхпроводимость может возникнуть как в области низких температур, так и при  $T \sim T_M$ . При этом возникновение сверхпроводимости ослабляет магнетизм. Эти результаты согласуются с условием (30), отвечающим выгоды возникновения сверхпроводимости в магнитной системе.

На рис. 5 представлены зависимости температур сверхпроводящего ( $T_c$ ) и магнитного ( $T_M$ ) переходов от концентрации  $\tilde{x}$  носителей заряда при  $t = 0.7$  и значениях параметров  $\eta_a$  и  $\eta_b$  как функций от  $\tilde{x}$

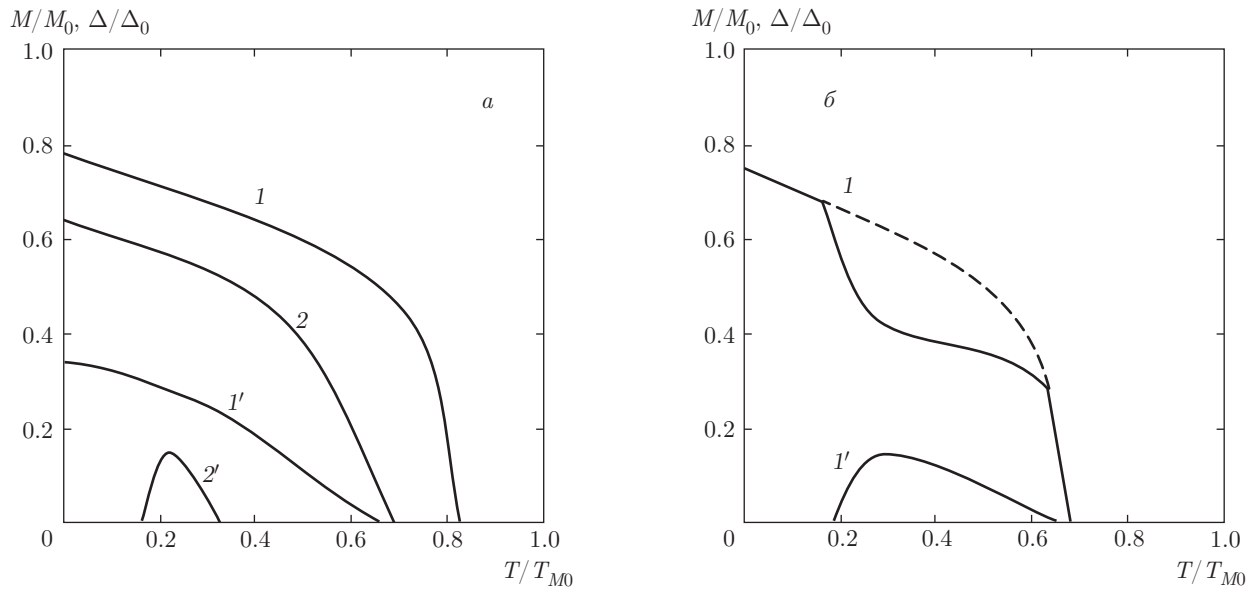


Рис. 4. Зависимости параметров порядка  $M/M_0$  (1 и 2) и  $\Delta/\Delta_0$  ( $1'$  и  $2'$ ) от температуры при  $W_1 = 1$  эВ и  $W_2 = 0.8$  эВ:  $a - t = 0.3, \tilde{x} = 4.0$  (кривые 1,  $1'$ );  $t = 0.3, \tilde{x} = 4.2$  (кривые 2,  $2'$ );  $b - t = 0.6, \tilde{x} = 4.1, t = 0.6$

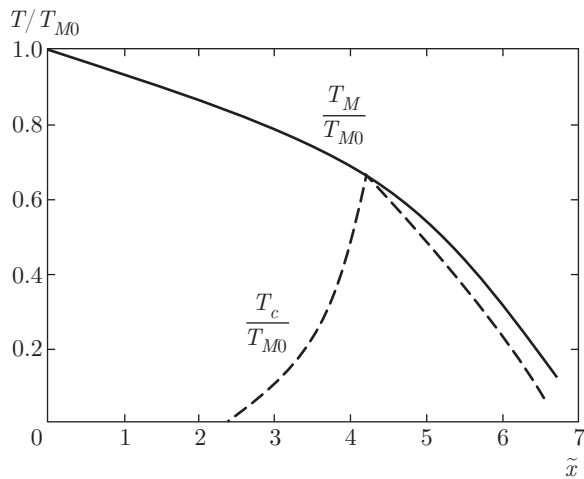


Рис. 5. Зависимость температур сверхпроводящего ( $T_c$ ) и магнитного ( $T_M$ ) переходов от концентрации  $\tilde{x}$  носителей заряда при  $t = 0.7$  и значениях параметров  $\eta_a$  и  $\eta_b$  как функций от  $\tilde{x}$  в точке  $T = T_M$

в точке  $T = T_M$ . Получаем, что сверхпроводимость возникает при  $x > x_c$  (в несоизмеримой фазе ВСП) и достигает значений  $T_c$ , близких к  $T_M$ . При этом  $T_M$  убывает с ростом  $\tilde{x}$  (см. рис. 1 и 5).

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проанализированы влияние перекрытия энергетических зон на поверхности Ферми на сверхпроводящие свойства квазидвумерной

системы и роль учета межзонных электрон-электронных взаимодействий. Показано, что в двухзонной (многозонной) системе могут возникнуть большие значения  $T_c$  как при притяжении ( $V_{nm} > 0$ ), так и при отталкивании ( $V_{nm} < 0$ ) электронов, т. е. механизм высокотемпературной сверхпроводимости может быть как фононный, так и нефононный. В последнем случае необходимо, чтобы межзонные взаимодействия преобладали над внутризонными (выполнилось условие (2) при введении в систему неизоэлектронной примеси).

Таким образом, можно считать, что кулоновское межэлектронное взаимодействие может быть основным механизмом, способствующим возникновению высоких критических температур в рассматриваемой системе. Остается открытым вопрос, чем объясняется преобладание межзонных взаимодействий электронов ( $V_{nm}, n \neq m$ ) над внутризонными ( $V_{nn}$ ). По нашему мнению, такая ситуация является результатом допирования системы, что может существенно увеличивать межзонное взаимодействие электронов либо привести к возникновению дополнительных межэлектронных взаимодействий из-за флуктуаций параметров порядка различных энергетических зон, в том числе из-за межзонных спиновых флуктуаций и других факторов.

В связи с этим следует вспомнить, что учет флуктуаций фаз параметров порядка способствовал открытию нового эффекта, присущего только мно-

гозонным системам [35]: возникновению коллективных колебаний экситонного типа (эффект Лэггетта). Дальнейшие исследования показали, что это явление определяется количеством перекрывающихся энергетических зон на поверхности Ферми, размерностью системы, а также концентрацией носителей заряда, изменяющих химический потенциал [10, 36–40].

Наряду с перекрытием энергетических зон в современных высокотемпературных сверхпроводниках значительную роль играет наличие «нестинга» на поверхности Ферми, способствующего переходу системы пониженной размерности в магнитное состояние ВСП с волновым вектором  $\mathbf{Q}$ . В данной работе основное внимание уделяется изменению состояния ВСП при введении в систему электронов или дырок. При этом учитывается строение решетки (процессы переброса), при которых  $Q \neq 2k_F$ .

Предполагается наличие в гамильтониане системы члена, ответственного за сверхпроводимость и за магнитное состояние ВСП. Такой подход предполагает возникновение в системе двух параметров порядка, сверхпроводящего  $\Delta$  и магнитного  $M$ . Получена самосогласованная система уравнений для этих параметров, которая дополняется определением химического потенциала  $\mu(x)$  (здесь  $x$  — концентрация носителей заряда).

Детально изучены состояние ВСП ( $M \neq 0$ ,  $\Delta = 0$ ) и смешанная фаза сверхпроводимость + ВСП ( $M \neq 0$ ,  $\Delta \neq 0$ ). Получены следующие результаты.

1. ( $M \neq 0$ ,  $\Delta = 0$ ). Температура  $T_M$  магнитного перехода плавно убывает с ростом концентрации  $\tilde{x}$  носителей заряда. При  $\tilde{x} > \tilde{x}_c$  ( $\tilde{x}_c$  — критическая концентрация) состояние ВСП становится неустойчивым, т.е. наблюдается неоднозначное соответствие между  $T_M$  и  $\tilde{x}$ . Состояние ВСП стабилизируется в этой области значений  $\tilde{x}$  в результате появления новых решений основных уравнений рассматриваемой системы: возникают новые параметры порядка несоизмеримого состояния ВСП ( $\eta_a$  и  $\eta_b$ ) при фазовом переходе соизмеримое–несоизмеримое состояния ВСП. Такая стабилизация состояния ВСП позволяет считать переход в магнитное состояние фазовым переходом второго рода во всей области значений концентрации носителей заряда.

2. ( $M \neq 0$ ,  $\Delta \neq 0$ ). Возможна область сосуществования двух параметров порядка как при низких температурах, так и при значениях  $T$ , близких к  $T_M$ . Сверхпроводимость возникает при  $\tilde{x} > \tilde{x}_c$  (в несоизмеримом состоянии ВСП) и связана с бесщелевым магнитным состоянием, когда диэлектрическая щель смещается относительно поверхности Ферми в

силу отклонения  $Q$  от  $2k_F$ . Необходимым условием возникновения сверхпроводимости является соотношение  $T_{c0}/T_{M0} < 1$  ( $T_{c0}$ ,  $T_{M0}$  — затравочные параметры). При обратном неравенстве  $T_{c0}/T_{M0} > 1$  сосуществование сверхпроводимости и магнетизма невозможно. Таким образом, сверхпроводимость сопровождается магнетизмом. Данная модель не может привести к возникновению магнитного состояния на фоне сверхпроводящего.

Проблеме сосуществования магнетизма и сверхпроводимости посвящено большое количество работ, особенно после открытия высокотемпературной сверхпроводимости. Задействованы всевозможные механизмы (см., например, обзорные статьи [3, 4, 24, 25]).

Важной задачей остается определение влияния примеси на свойства системы и, в частности, фазовые переходы в состоянии ВСП, возникновение сверхпроводимости и сосуществование этих двух фаз при изменении концентрации носителей заряда.

В качестве примера можно привести исследования в работах [41, 42], где изучены термодинамические свойства современных высокотемпературных материалов на основе двухзонной модели, гамильтониан которой содержит всевозможные взаимодействия носителей заряда (как внутризонные, так и межзонные). Рассматривалось наличие на поверхности Ферми двух энергетических зон: электронной и дырочной. Закон дисперсии энергии носителей заряда предложен квадратичный и соответствующий каждой из этих зон. В приближении среднего поля записана система уравнений для параметров порядка сверхпроводящих  $\hat{\Delta}$  и магнитных  $\hat{M}$ , а также выражение для разности свободной энергии  $F(\hat{\Delta}, \hat{M}) - F(0, \hat{M})$ , отрицательное значение которой отвечает выгоды сосуществования сверхпроводимости и ВСП. Вычисляются и анализируются, в частности, зависимости температуры  $T_c$  сверхпроводящего перехода и температуры  $T_M$  перехода в магнитное состояние от изменения разности площадей полостей поверхности Ферми рассматриваемых зон ( $\delta_0$ ) и отклонений от эллиптичности ( $\delta_2$ ). Строятся фазовые диаграммы, из которых следует, что сосуществование указанных выше состояний возможно в узкой области значений параметров  $\delta_0$  и  $\delta_2$  вблизи температуры магнитного перехода. К тому же переход в состояние ВСП может быть фазовым переходом как первого, так и второго рода (в зависимости от соотношений параметров  $\delta_0$  и  $\delta_2$ ).

В приведенных выше наших исследованиях рассматривается наличие на поверхности Ферми одной энергетической зоны. Основными механизма-

ми, которые приводят к зависимости величин  $T_c$  и  $T_M$  от концентрации  $x$  носителей заряда, является учет отклонения от серединного заполнения энергетической зоны (определяемой анизотропным косинусным законом дисперсии) и процессами перебро-са. Последние приводят к возникновению величины  $Q \neq 2k_F$ , т. е. к фазовому переходу соизмеримое–не-соизмеримое состояние ВСП. Происходит переход системы в магнитное состояние со смещенной относительно уровня Ферми диэлектрической щелью. На фоне этого состояния возможно возникновение сверхпроводимости.

Нам необходимо было рассматривать самосогла-сованную систему уравнений для  $\Delta$ ,  $M$ , а также хи-мического потенциала  $\mu$ , изменение которого опре-деляется концентрацией  $x$  носителей заряда. Дополни-тельно возникают параметры порядка  $\eta_a$  и  $\eta_b$  в несоизмеримом состоянии ВСП, являющиеся функ-цией  $x$ .

Приведены решения для величин  $\Delta$  и  $M$  и указано, что сверхпроводимость возникает на фоне магнитной фазы ВСП. Это может происходить как в области низких температур, так и вблизи  $T_M$ . Вычисление разности свободных энергий по-казывает, что переход как в соизмеримое, так и в несоизмеримое состояние ВСП является фазовым переходом второго рода.

Исследования финансированы в рамках проек-та 15.817.02.08F «Статистические, кинетические и квантовые методы для исследования многочастич-ных систем. Применение к конденсированному со-стоянию» при Институте прикладной физики АН Республики Молдова.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Kamihara, T. Watanabe, M. Hirano et al., J. Amer. Chem. Soc. **130**, 3296 (2008).
2. Xiyu Zhu, Huon Vang, Lu Fang et al., Sci. Technol. **21**, 105001 (2008).
3. М. В. Садовский, УФН **178**, 1243, (2008).
4. Charles Day, Physics Today **62**(8), 36 (2009).
5. В. А. Москаленко, ФММ **8**, 503 (1959).
6. H. Suhl, B. T. Matthias, and I. R. Walker, Phys. Rev. Lett. **3**, 552 (1959).
7. В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк, УФН **161**(8), 155 (1991).
8. В. А. Москаленко, Л. З. Кон, М. Е. Палистрант, *Низкотемпературные свойства металлов с особенностями зонного спектра*, Штиинца, Кишинев (1989).
9. V. A. Moscalenco, L. Z. Kon, and M. E. Palistrant, <http://www.theory/V.Barsan/eboks/Mosc.-2008> [in english].
10. М. Е. Палистрант and M. Calalb, *The Theory of High-Temperature Superconductivity in Many-Band Systems*, Типogr. ASM, Chisinau (2007).
11. М. Е. Палистрант, Cond. Mat. Phys. **12**, 677 (2009); Moldavian J. Phys. Sci. **3**, 133 (2004); arXiv: cond-math/0305496.
12. М. Е. Палистрант and L. Z. Kon, Ukr. J. Phys. **55**, 44 (2010).
13. М. Е. Палистрант and F. G. Kochorbe, Physica C **194**, 351 (1992).
14. Ф. Г. Кочорбэ, М. Е. Палистрант, ЖЭТФ **104**, 3084 (1993); ТМФ **96**, 459 (1993).
15. М. Калалб, Ф. Г. Кочорбэ, М. Е. Палистрант, ТМФ **91**, 483 (1992).
16. М. Е. Палистрант, Int. J. Mod. Phys. **19**, 829 (2005); arXiv:cond-mat/0312302.
17. О. В. Dolgov, R. K. Kremer, J. Kortus et al., Phys. Rev. B **72**, 024504 (2005).
18. E. J. Nicol and J. P. Carbotte, Phys. Rev. B **71**, 054501 (2005).
19. М. Е. Палистрант, В. А. Урсу, ЖЭТФ **131**, 59 (2007); J. Supercond. Nov. Mag. **21**, 171 (2008).
20. М. Е. Палистрант, V. A. Ursu, and A. V. Palistrant, Moldavian J. Phys. Sci. **4**(1), 35 (2005).
21. В. А. Москаленко, М. Е. Палистрант, В. А. Урсу, ТМФ **154**, 113 (2008).
22. М. Е. Палистрант, I. D. Cebotari, and V. A. Ursu, Moldavian J. Phys. Sci. **7**, 292 (2008); ЖЭТФ **136**, 272 (2009).
23. М. Е. Палистрант, V. A. Ursu, and M. Calalb, J. Super. Nov. Magn. **27**, 1299 (2014).
24. A. V. Chubukov and P. J. Hirschfield, arXiv:1412.7140.
25. A. A. Kordyuk, arXiv:1501.4154.
26. М. Е. Палистрант, В. М. Вакалюк, ФНТ **18**, 847 (1992).
27. М. Е. Палистрант, J. Novel Magnetism **55**, 44 (2010).

28. М. Е. Палистрант, ТМФ **163**, 503 (2011).
29. М. Е. Палистрант, В. А. Урсу, ЖЭТФ **143**, 735, (2013).
30. М. Е. Палистрант, Ф. Т. Кочорбэ, Изв. АН Молдовы, сер. физика и техника **2**(5), 7 (1991).
31. D. F. Digor and M. E. Palistrant, Moldavian J. Phys. Sci. **9**, 304 (2011).
32. М. Е. Палистрант, И. В. Пэдуре, ТМФ **62**, 117 (1985); **70**, 443 (1987).
33. M. C. Liung, Phys. Rev. B **11**, 4272 (1975).
34. Р. К. Тимеров, ЖЭТФ **72**, 2309 (1977).
35. A. E. Leggett, Progr. Theor. Phys. **36**, 901 (1966).
36. M. E. Palistrant, Physica C **235**, 240 (1994).
37. М. Е. Палистрант, ТМФ **95**, 101 (1993); **103**, 312 (1995).
38. М. Е. Палистрант, М. Калалб, ТМФ **110**, 162 (1997).
39. F. G. Kochorbe and M. E. Palistrant, Physica C **298**, 217 (1998).
40. М. Е. Палистрант, Ф. Г. Кочорбэ, ЖЭТФ **114**, 1047 (1998).
41. A. B. Vorontsov, M. G. Vavilov, and A. V. Chubukov, Phys. Rev. B **81**, 174538 (2010); arXiv:1003.2389.
42. D. Kuzmanoski, A. Levchenko, M. Khodas, and M. G. Vavilov, Phys. Rev. B **89**, 144503 (2014); arXiv:1401.1118.