

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В РАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ МАКРОЧАСТИЦ, ЛОКАЛИЗОВАННЫХ В ЯЧЕЙКАХ ВИГНЕРА – ЗЕЙТЦА РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ КУБИЧЕСКИХ РЕШЕТОК

*А. В. Филиппов**

*ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований
142190, Троицк, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 апреля 2016 г.

Изучено взаимодействие двух заряженных точечных макрочастиц, расположенных в ячейках Вигнера–Зейтца простой кубической (ПК), объемноцентрированной кубической (ОЦК) или гранецентрированной кубической (ГЦК) решеток в равновесной плазме в рамках дебаевского приближения, а именно, на основе линеаризованной модели Пуассона–Больцмана. Показано, что форма внешней границы оказывает сильное влияние на характер электростатического взаимодействия двух макрочастиц, которое переходит от отталкивания на малых межчастичных расстояниях к притяжению по мере приближения межчастичного расстояния к половине длины расчетной ячейки. Показано, что парный потенциал взаимодействия макрочастиц в равновесной плазме тем не менее является дебаевским и чисто отталкивательным для одноименно заряженных макрочастиц.

DOI: 10.7868/S0044451016100175

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] взаимодействие двух макрочастиц, помещенных в ячейку конечных размеров в форме овала Кассини, было рассмотрено с использованием максвеллова тензора натяжений в рамках модели Пуассона–Больцмана. Было обнаружено, что при некоторых условиях наблюдается эффект притяжения между одноименно заряженными макрочастицами при расстояниях между ними порядка дебаевского радиуса. После этой работы остался вопрос, является ли обнаруженный эффект физическим или он является следствием использованных в работе [1] модели и методов решения, поскольку в работах [2–7] было показано, что в рамках модели Пуассона–Больцмана в бесконечной плазме притяжение между одноименно заряженными точечными макрочастицами отсутствует (см. также работы [8–10]). В работе [7] взаимодействие двух макрочастиц было рассмотрено в ячейке сферической формы и было показано, что притяжение между одно-

именно заряженными частицами действительно может наблюдаться.

Сферическая форма границы является слишком грубой для аксиально-симметричной задачи — более подходящей формой внешней границы является, например, цилиндр. Поэтому в настоящей работе проводится исследование влияния формы внешней границы на взаимодействие двух заряженных точечных макрочастиц в равновесной плазме в рамках приближения Дебая–Хюккеля [11], а именно, на основе линеаризованной модели Пуассона–Больцмана. Изучены формы ячеек в виде прямого цилиндра и в виде поверхностей вращения, соответствующих двум прилегающим друг к другу ячейкам Вигнера–Зейтца простой кубической (ПК), объемноцентрированной кубической (ОЦК) и гранецентрированной кубической (ГЦК) решеток.

2. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОЙ ЯЧЕЙКЕ

На рис. 1 показано определение аналога ячейки Вигнера–Зейтца (ВЗ) для задачи о взаимодействии двух макрочастиц в кристалле с простой кубичес-

* E-mail: fav@triniti.ru

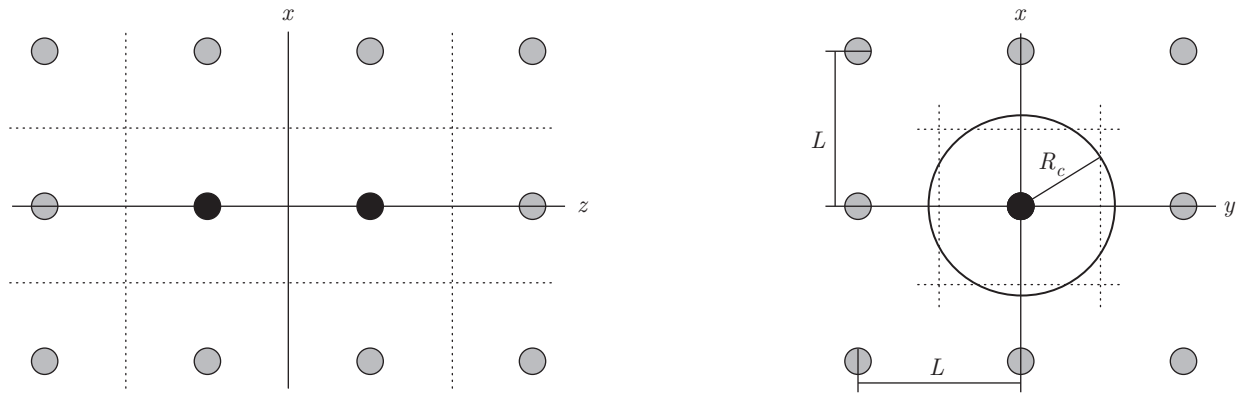


Рис. 1. Определение формы внешней границы расчетной ячейки в задаче об электростатическом взаимодействии двух макрочастиц в кристалле с простой кубической решеткой ($R_c = L/\sqrt{\pi}$). Пунктирными линиями указаны плоскости симметрии, относительно которых все физические величины, в том числе и потенциал электрического поля, симметричны

кой решеткой (определение ячейки ВЗ см., например, в [12]). Пунктирными линиями указаны плоскости симметрии, относительно которых все физические величины, в том числе и потенциал электрического поля, должны быть симметричными, следовательно, их нормальные производные на этих плоскостях должны быть равными нулю. В случае макрочастиц, расположенных в узлах ПК-решетки, ячейка ВЗ имеет форму куба с длиной ребра a , равной наименьшему расстоянию между соседними частицами: $L = a$, объем ячейки $V_{sc} = L^3$. Для ГЦК-решетки ячейкой ВЗ является ромбический додекаэдр, имеющий 12 граней в форме одинаковых ромбов с отношением диагоналей $1 : \sqrt{2}$ и со сторонами, равными $b = \sqrt{3}a/4$. Здесь и далее a — длина ребра ПК-, ГЦК- или ОЦК-решетки. В случае ГЦК-решетки наименьшее расстояние между соседними частицами равно $L = a/\sqrt{2}$, а объем ячейки ВЗ $V_{fcc} = L^3/\sqrt{2}$. Для ОЦК-решетки ячейка ВЗ имеет форму усеченного октаэдра, образованного шестью квадратными гранями и восемью гранями в форме правильных шестиугольников. Стороны квадратов и шестиугольников совпадают и равны $b = a/\sqrt{8}$, наименьшее расстояние между соседними частицами $L = a\sqrt{3}/2$, объем ячейки $V_{bcc} = 4L^3/3^{3/2}$.

В физике твердого тела широко используется метод Вигнера – Зейтца [12], в котором ячейка ВЗ заменяется сферой того же объема. Для рассматриваемой в настоящей работе задачи нужно рассмотреть две примыкающие друг к другу ячейки ВЗ двух близлежащих макрочастиц. Поэтому для упрощения задачи по аналогии с методом Вигнера – Зейтца выберем аксиально-симметричную форму расчетной ячейки исходя из условия, что в любом сече-

нии ячеек ВЗ двух ближайших соседей плоскостью, перпендикулярной оси z , площади сечений расчетной ячейки и ячеек ВЗ совпадали. Из этого условия имеем

$$R_z(z) = \sqrt{S(z)/\pi},$$

где R_z — радиальная координата внешней границы в цилиндрической системе координат, $S(z)$ — площадь сечения ячейки ВЗ плоскостью, параллельной плоскости xy и проходящей через точку оси z с координатой z . Длина радиус-вектора в сферической системе координат с полюсом в центре линии, соединяющей центры макрочастиц (см. рис. 2), к точке поверхности расчетной ячейки определяется выражением

$$R_b = \sqrt{R_z^2 + z^2}.$$

Именно это неявное уравнение определяет зависимость $R_b(\theta)$ ($\theta = \arctg(z/R_z)$, см. рис. 2), задающую форму внешней границы расчетной ячейки. В случае ПК-решетки расчетная ячейка будет иметь форму прямого цилиндра радиусом $R_c = L/\sqrt{\pi}$, а для ОЦК- и ГЦК-решеток является поверхностью вращения более сложной формы (см. рис. 2). На рис. 2 показана геометрия взаимодействия двух макрочастиц в пылевой плазме и зависимости радиуса поверхности расчетной ячейки от z для ПК-, ОЦК-, ГЦК-решеток и для эллипсоида вращения или сфероида с объемом, равным $2L^3$.

В настоящей работе будем интересоваться влиянием формы внешней границы на силу взаимодействия двух заряженных макрочастиц в равновесной плазме, поэтому будем рассматривать макрочастицы малого радиуса: $k_D a_1 \ll 1, k_D a_2 \ll 1$, где a_1, a_2 — радиусы макрочастиц. Распределение потенциала макрочастиц и плазмы в расчетной ячейке бу-

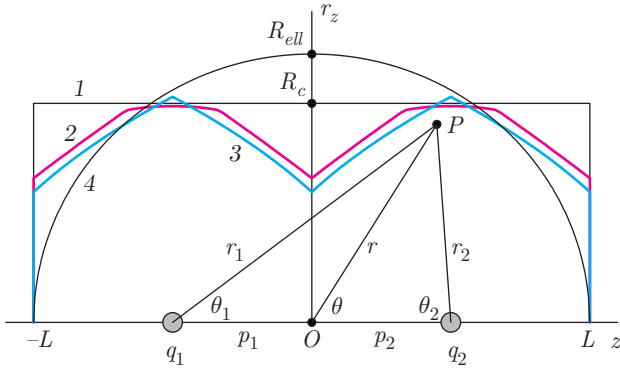


Рис. 2. Геометрия взаимодействия двух частиц в ячейке в форме цилиндра постоянного радиуса R_c для ПК-решетки (1), поверхности вращения переменного радиуса для ОЦК- (2) и ГЦК- (3) решеток и эллипсоида вращения или сфероида (4). Здесь $r_z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $R_c = L/\sqrt{\pi}$, $R_{cell} = L/\sqrt{\alpha}$, $\alpha = 2\pi/3$, $p_1 + p_2 = R$, R — расстояние между центрами макрочастиц, q_1 и q_2 — заряды макрочастиц в элементарных зарядах, P — точка наблюдения

дем искать на основе линеаризованного уравнения Пуассона – Больцмана [11] (уравнения Гельмгольца)

$$\Delta\phi + k_D^2\phi = 0, \quad (1)$$

где k_D — постоянная экранирования, которая в случае однозарядных ионов определяется выражением

$$k_D^2 = 4\pi e^2 \left(\frac{n_{i0}}{T_i} + \frac{n_{e0}}{T_e} \right),$$

n_{e0} , n_{i0} — концентрации электронов и ионов в невозмущенной плазме, T_e , T_i — их температуры в энергетических единицах.

На потенциал наложим следующие граничные условия ($i = 1, 2$):

$$\left. \frac{\partial\phi_i(r_i, \theta_i)}{\partial r_i} \right|_{r_i=a_i} = -\frac{eq_i}{a_i^2}, \quad (2)$$

и на внешней границе — условие, которое следует из симметрии задачи:

$$E_n(r, \theta)|_{r=R_b(\theta)} = 0, \quad (3)$$

где E_n — нормальная составляющая электрического поля на внешней границе, заданной уравнением $r = R_b(\theta)$. Условие (3) обеспечивает квазинейтральность рассматриваемой ячейки. Из условий (2), (3) видно, что потенциал электрического поля определен с точностью до не имеющей физического смысла постоянной составляющей (более подробно см. в работе [7]).

Ввиду линейности рассматриваемой задачи решение уравнения (1) будем искать в виде суперпозиции трех членов:

$$\phi(r, \theta) = \phi_1(r_1) + \phi_2(r_2) + \phi_3(r, \theta), \quad (4)$$

где ϕ_1 — экранированный потенциал первой частицы в бесконечной плазме, который обеспечит выполнение граничного условия (2) для $i = 1$, ϕ_2 — экранированный потенциал второй частицы, который обеспечит выполнение граничного условия (2) для $i = 2$, ϕ_3 — потенциал объемных зарядов, который (совместно с ϕ_1 и ϕ_2) обеспечит выполнение внешнего граничного условия (3). С учетом цилиндрической симметрии задачи (1) и граничных условий (2), (3) решения для составляющих потенциала (4) можно записать в виде [7, 13]

$$\begin{aligned} \phi_i(r_i) &= A_i \frac{K_{1/2}(k_D r_i)}{\sqrt{k_D r_i}}, \quad i = 1, 2; \\ \phi_3(r, \mu) &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{I_{n+1/2}(k_D r)}{\sqrt{k_D r}} P_n(\mu), \end{aligned} \quad (5)$$

где $I_{n+1/2}$, $K_{1/2}$ — модифицированные функции Бесселя первого и третьего рода [14], P_n — полиномы Лежандра. Коэффициенты A_1 и A_2 согласно граничным условиям (2) определены соотношениями

$$A_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e q_1 k_D, \quad A_2 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e q_2 k_D. \quad (6)$$

Граничное условие (3) можно переписать в виде

$$(\mathbf{n} \cdot \nabla\phi)|_{r=R_b} = 0, \quad (7)$$

где \mathbf{n} — вектор нормали к внешней границе. Для аксиально-симметричной формы внешней границы (только такие и рассматриваются в настоящей работе) вектор нормали определяется выражением

$$\mathbf{n} = n_r \mathbf{e}_r + n_\theta \sin\theta \mathbf{e}_\theta, \quad (8)$$

где \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ — орты сферической системы координат и

$$n_r = \frac{R_b}{\sqrt{R_b^2 + (\partial R_b / \partial \theta)^2}}, \quad n_\theta = \frac{\partial R_b / \partial \mu}{\sqrt{R_b^2 + (\partial R_b / \partial \theta)^2}},$$

$\mu = \cos\theta$. Разложим граничное условие (7) по полиномам Лежандра:

$$\sum_{k=0}^{\infty} D_k P_k(\mu) = 0, \quad (9)$$

где ($k = 0, 1, 2, \dots$)

$$D_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 (\mathbf{n} \cdot \nabla\phi)|_{r=R_b} P_k(\mu) d\mu. \quad (10)$$

Из равенства (9) ввиду линейной независимости полиномов Лежандра следует, что должно выполняться равенство $D_k = 0$ для всех $k = 0, 1, \dots$. Следовательно, из выражений (8) и (10) находим

$$D_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 \left(n_r \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=R_b} - n_\theta \frac{1-\mu^2}{R_b} \frac{\partial \phi}{\partial \mu} \Big|_{r=R_b} \right) \times P_k(\mu) d\mu \equiv 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Введем обозначения ($i = 1, 2$)

$$E_{i,r} = -\frac{\partial \phi_i}{\partial r} = ek_D^2 q_i \frac{(1+\tilde{r}_i)}{\tilde{r}_i^3} \exp(-\tilde{r}_i) [\tilde{r} - (-1)^i \tilde{p}_i \mu],$$

$$E_{i,\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta} = (-1)^i ek_D^2 q_i \frac{(1+\tilde{r}_i)}{\tilde{r}_i^3} \exp(-\tilde{r}_i) \tilde{p}_i \sin \theta.$$

Здесь q_1, q_2 — заряды макрочастиц в элементарных зарядах, $\tilde{r} = k_D r$, $\tilde{r}_1 = k_D r_1$, $\tilde{p}_1 = k_D p_1$, $\tilde{r}_2 = k_D r_2$, $\tilde{p}_2 = k_D p_2$. Теперь для составляющих напряженности поля на внешней границе имеем

$$E_r|_{r=R_b} = E_{1,r}|_{r=R_b} + E_{2,r}|_{r=R_b} - ek_D^2 \sum_{n=0}^{\infty} C_n P_n(\mu) \frac{\partial}{\partial \tilde{R}_b} \left[\frac{I_{n+1/2}(\tilde{R}_b)}{\tilde{R}_b^{1/2}} \right], \quad (12)$$

$$E_\theta|_{r=R_b} = E_{1,\theta}|_{r=R_b} + E_{2,\theta}|_{r=R_b} + ek_D^2 \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{I_{n+1/2}(\tilde{R}_b)}{\tilde{R}_b^{3/2}} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{\partial P_n(\mu)}{\partial \mu}. \quad (13)$$

Введем следующие обозначения:

$$I_{kn}^r = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 n_r P_k P_n \frac{\partial}{\partial \tilde{R}_b} \left[\frac{I_{n+1/2}(\tilde{R}_b)}{\tilde{R}_b^{1/2}} \right] d\mu, \quad (14)$$

$$I_{kn}^\mu = -\frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 n (P_{n-1} - \mu P_n) P_k \times \frac{n_\theta}{\tilde{R}_b} \frac{I_{n+1/2}(\tilde{R}_b)}{\tilde{R}_b^{1/2}} d\mu, \quad (15)$$

$$I_k^{ir} = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 \frac{(1+\tilde{r}_i)}{\tilde{r}_i^3} \exp(-\tilde{r}_i) \Big|_{r=R_b} \times n_r \left[\tilde{R}_b - (-1)^i \tilde{p}_i \mu \right] P_k d\mu, \quad (16)$$

$$I_k^{i\mu} = (-1)^i \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^1 \frac{(1+\tilde{r}_i)}{\tilde{r}_i^3} \exp(-\tilde{r}_i) \Big|_{r=R_b} \times \tilde{p}_i n_\theta (1-\mu^2) P_k d\mu. \quad (17)$$

В этих обозначениях из выражения (11) получим систему уравнений для определения коэффициентов разложения C_n :

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_{kn} C_n = b_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (18)$$

где

$$a_{kn} = I_{kn}^r + I_{kn}^\mu, \quad b_k = q_1 (I_k^{1r} + I_k^{1\mu}) + q_2 (I_k^{2r} + I_k^{2\mu}).$$

В случае, когда размерами частиц можно пренебречь, силы, действующие на первую и на вторую макрочастицы, определяются напряженностью электрического поля (с вычетом кулоновского поля самой макрочастицы) в точке нахождения этих макрочастиц ($i = 1, 2; j = 3 - i$):

$$F_{ij} = -eq_i \left[\frac{\partial \phi_j}{\partial r_j} \Big|_{r_j=R} + \frac{\partial \phi_j(r, \mu)}{\partial r} \Big|_{\substack{r=p_i \\ \mu=(-1)^i}} \right]. \quad (19)$$

Здесь принято во внимание, что согласно граничным условиям (2) электрическое поле от потенциала ϕ_i ($i = 1, 2$) после вычитания кулоновского поля i -й макрочастицы в точке нахождения этой макрочастицы обратится в нуль.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

Расчеты в настоящей работе проведены для равных зарядов $q_1 = q_2$ и $p_1 = p_2 = R/2$, где R — межчастичное расстояние. На рис. 3 показаны зависимости силы взаимодействия двух точечных макрочастиц от межчастичного расстояния в ячейке цилиндрической формы при разных ее полувысотах L . Видно, что при малых $k_D R$ сила взаимодействия совпадает с дебаевской:

$$F_D = \frac{e^2 q_1 q_2}{R^2} (1 + k_D R) \exp(-k_D R). \quad (20)$$

Обратим внимание на то, что сила отталкивания на средних расстояниях $R \approx L/2$ превышает дебаевскую силу и проходит через максимум, причем высота максимума уменьшается с ростом высоты ячейки ВЗ. Расчеты показывают (см. рис. 4), что в случае ячейки в форме эллипсоида вращения объемом,

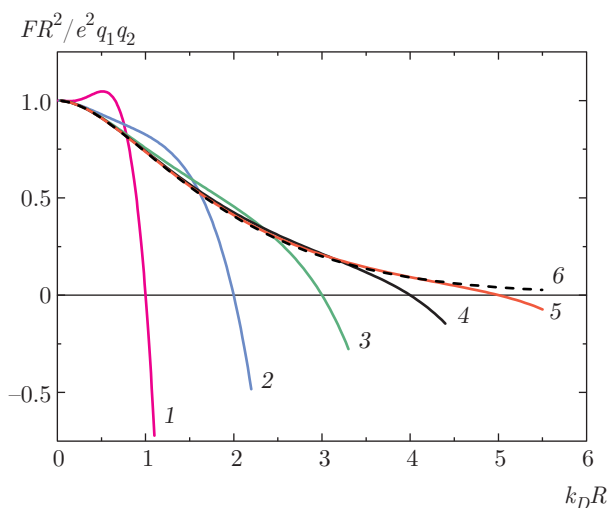


Рис. 3. Полная сила как функция межчастичного расстояния R в расчетной ячейке для ПК-решетки при $R_c = L/\sqrt{\pi}$, $n_{max} = 50$ при различных длинах решетки: $k_D L = 1$ (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4), 5 (5); 6 — дебаевская зависимость

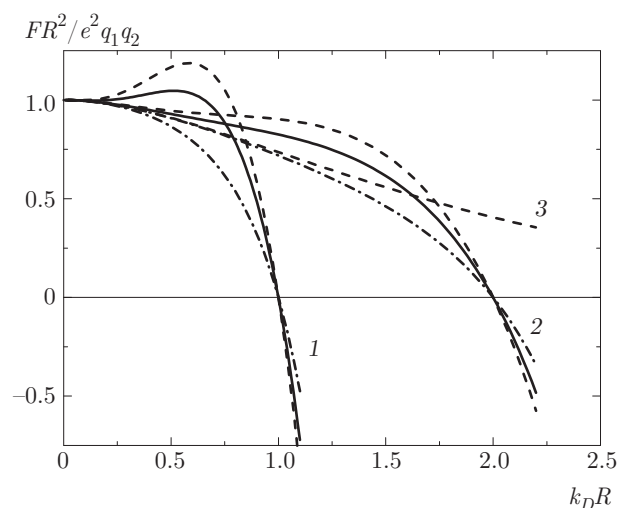


Рис. 5. Полная сила как функция R при различных радиусах цилиндрической ячейки R_c для $k_D L = 1$ (кривые 1), 2 (кривые 2) при $n_{max} = 50$. Сплошные кривые — $R_c = L/\sqrt{\pi}$, штриховые кривые — $R_c = L/2$ и штрихпунктирные кривые — $R_c = L$, 3 — дебаевская зависимость

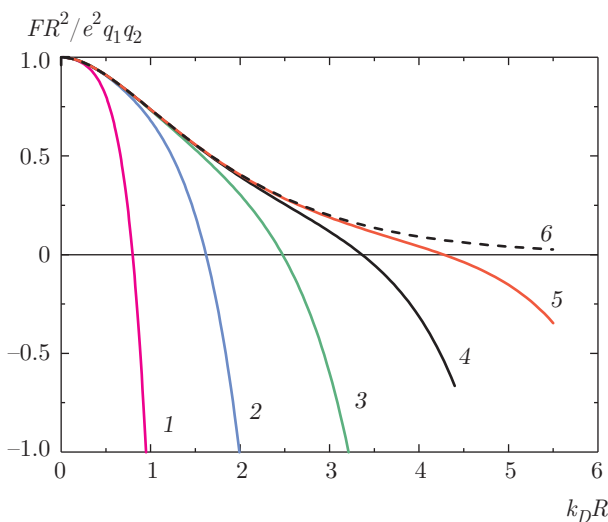


Рис. 4. Полная сила как функция межчастичного расстояния R в расчетной ячейке в форме сфероида, $n_{max} = 50$ при различных длинах решетки: $k_D L = 1$ (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4), 5 (5); 6 — дебаевская зависимость

равным объему двух ячеек ВЗ простой кубической решетки L^3 , сила оказывается меньше дебаевской на всех расстояниях, а отталкивание между макрочастицами меняется на притяжение уже на расстояниях $R \approx 4L/5$, так что при $R = L$ макрочастицы уже испытывают сильное притяжение.

На рис. 3 видно, что сила взаимодействия при нахождении макрочастиц в узлах простой кубической

решетки, т. е. при $R = L$, равна нулю. В этой точке сила взаимодействия меняет знак, причем по мере увеличения межчастичного расстояния отталкивание переходит в притяжение. Это говорит о том, что система макрочастиц, расположенных в узлах простой кубической решетки в равновесной плазме будет механически устойчивой, т. е. термодинамически устойчивой при достаточно низких температурах.

На рис. 5 представлены зависимости силы взаимодействия при разных радиусах цилиндрической ячейки (при этом, конечно, объем ячейки при не равном $L/\sqrt{\pi}$ радиусе будет отличаться от объема двух элементарных ячеек). Видно, что как увеличение R_c , так и его уменьшение не меняют положения точки равновесия макрочастиц. Учет конечного размера макрочастиц при выполнении условий $a_1 \ll L$ и $a_2 \ll L$ практически не изменит силу взаимодействия на расстояниях $R \sim L$, так как размеры макрочастиц оказывают влияние только на расстояниях порядка $\min(a_1, a_2)$ (более подробно см. работы [15–18] и цитированную в них литературу).

На рис. 6 приведены зависимости полной силы от межчастичного расстояния в ячейках ПК-, ОЦК- и ГЦК-решеток при $k_D L = 2$ и $k_D L = 4$. На вкладках на этих рисунках в увеличенном масштабе показана область перехода от отталкивания к притяжению вблизи точки $R = L$.

Отметим, что обращение в нуль силы взаимодействия в случае нахождения макрочастиц в узлах ПК-, ГЦК- и ОЦК-решеток становится очевидным

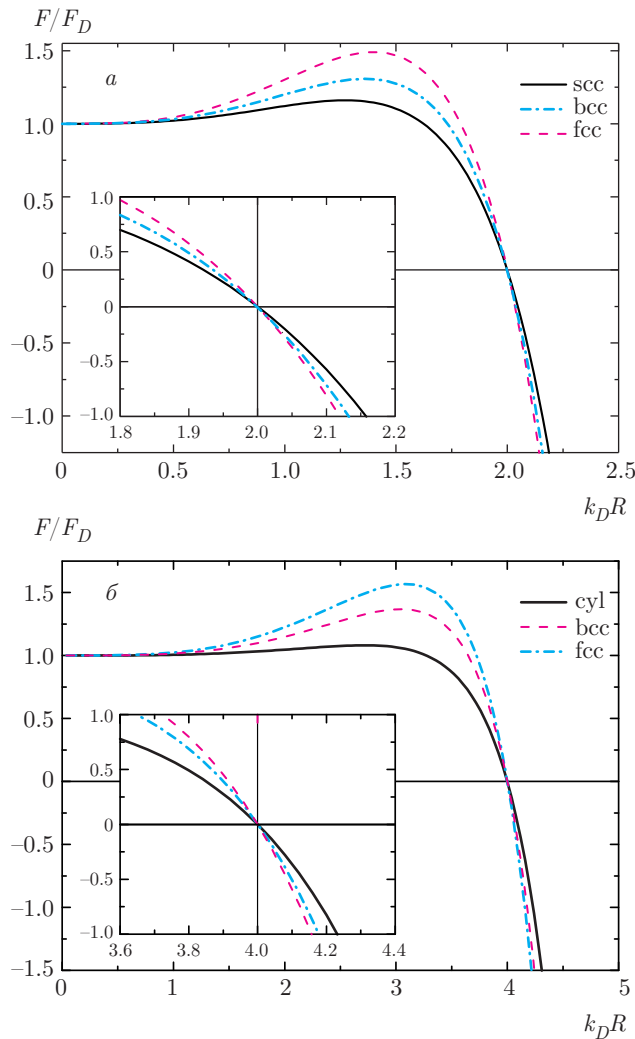


Рис. 6. Полная сила как функция R в ячейках ПК-, ОЦК- и ГЦК-решеток при $k_D L = 2$ (а), 4 (б). На вкладках более подробно показана область перехода от отталкивания к притяжению при $R = L$

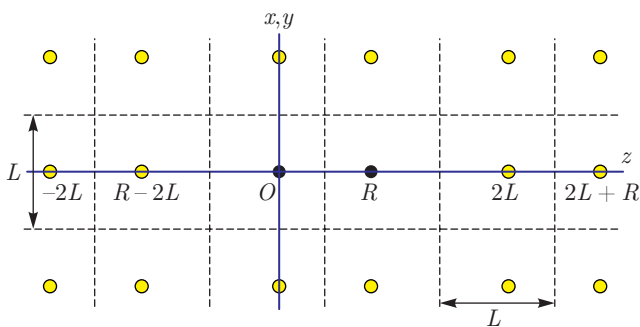


Рис. 7. Размещение макрочастиц в ПК-решетке, которое оставляет неизменными ячейки Вигнера–Зейтца при изменении расстояния между двумя соседними

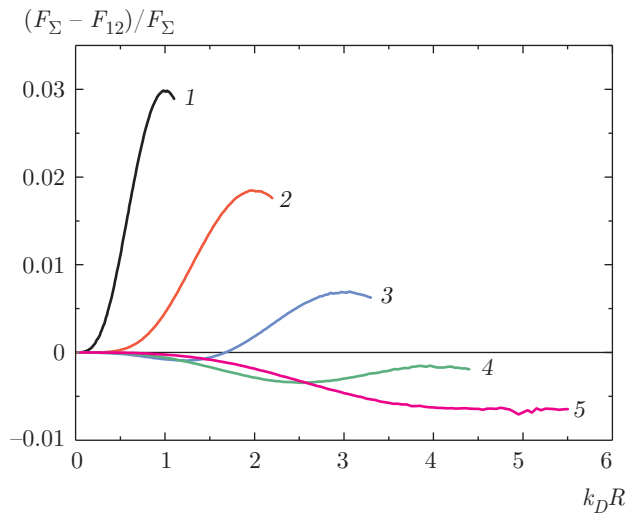


Рис. 8. Зависимости относительного отклонения силы, действующей на макрочастицу в ячейке ПК-решетки, определенной на основе численного решения системы (18), от силы, вычисленной из (21)

при учете симметрии задачи. В рассматриваемом в настоящей работе аналоге метода ВЗ для решения задачи о взаимодействии макрочастиц форма ячейки ВЗ при изменении межчастичного расстояния не меняется. В общем случае невозможно найти такое расположение макрочастиц в решетке, которое сохраняло бы форму внешней границы ячеек ВЗ неизменной при изменении R . Это можно сделать только для ПК-решетки и это достигается размещением макрочастиц в точках с координатами $x_i = ia$, $y_j = ja$, $z_k = ka$, если $k = 2\ell$, и $z_k = (k - 1)a + R$, если $k = 2\ell + 1$ (см. рис. 7), где i, j, k и ℓ – целые числа $(0, \pm 1, \pm 2, \dots)$. Теперь для определения силы, действующей на любую выбранную макрочастицу, имеем выражение

$$F_\Sigma = -e^2 q^2 \frac{\partial}{\partial R} \times \left(\sum_i \sum_j \sum_k \frac{1}{r_{ijk}} \exp(-k_D r_{ijk}) \right), \quad (21)$$

где

$$r_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}.$$

На рис. 8 проводится сравнение силы, вычисленной из (21), с данными, полученными на основе численного решения системы (18). Видно, что отличие составляет не более 3% при $k_D L = 1$ и заметно убывает при увеличении размера расчетной ячейки. При этом отличие связано с тем, что в системе

(18) трехмерное расположение макрочастиц заменено аксиально-симметричным. Такое хорошее согласие говорит о том, что взаимодействие любой пары макрочастиц описывается дебаевским потенциалом, а суммарная сила, действующая на любую выбранную макрочастицу, определяется пространственным распределением других макрочастиц.

Хорошее соответствие силы, полученной путем численного решения системы (18), и силы, вычисленной из (21), позволяет также сделать вывод о том, что предложенный в настоящей работе метод решения краевых задач является достаточно точным и может использоваться для решения аналогичных задач со сложной формой внешней границы.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследовано взаимодействие заряженных точечных макрочастиц в равновесной плазме в ячейке конечного объема. Показано, что форма внешней границы оказывает сильное влияние на характер электростатического взаимодействия двух макрочастиц, которое переходит от отталкивания на малых межчастичных расстояниях к притяжению по мере приближения межчастичного расстояния к половине длины расчетной ячейки. Установлено, что в случае расчетной ячейки, соответствующей двум примыкающим ячейкам Вигнера–Зейтца простой кубической решетки, сила, действующая на выбранную макрочастицу, определяется дебаевским взаимодействием этой частицы с остальными. Это позволяет сделать вывод, что парный потенциал взаимодействия макрочастиц в равновесной плазме является дебаевским. Следовательно, в рамках линеаризованной теории Дебая–Хюккеля для определения постоянной экранирования в потенциале взаимодействия макрочастиц в пылевой плазме нужно использовать решение для уединенной макрочастицы, т. е. использовать параметры невозмущенной плазмы.

В настоящей работе полагалось, что заряды макрочастиц и радиус экранирования являются постоянными величинами, но в реальных условиях в пылевой плазме они могут оказаться переменными, зависящими от состояния плазмы. В этом случае результаты настоящей работы применимы при выполнении условия, что плазма остается однородной и изотропной, т. е. постоянная экранирования зависит только от времени (если постоянная экранирования зависит от пространственных координат, то дебаевский потенциал уже не будет решением линеаризованного уравнения Пуассона–Больцмана). При этом заряды макрочастиц могут быть

функциями как пространственных координат, так и времени, а для описания взаимодействия макрочастиц надо использовать силу взаимодействия, т. е. в выражении (21) суммарную силу находить путем прямого суммирования дебаевских сил взаимодействия выбранной макрочастицы со всеми другими макрочастицами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 15-02-06873) и Российского научного фонда (проект № 16-12-10424).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Гундиенков, С. И. Яковленко, ЖЭТФ **125**, 1003 (2002).
2. M. E. Markes and P. F. Williams, Phys. Lett. A **278**, 152 (2000).
3. А. М. Игнатов, УФН **171**, 213 (2001).
4. А. В. Филиппов, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. С. Иванов, Письма в ЖЭТФ **83**, 640 (2006).
5. H. Itou, T. Amano, and M. Hoshino, Phys. Plasmas **21**, 123707 (2014).
6. M. Lampe and G. Joyce, Phys. Plasmas **22**, 023704 (2015).
7. А. В. Филиппов, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **148**, 1039 (2015).
8. J. C. Neu, Phys. Rev. Lett. **82**, 1072 (1999).
9. J. E. Sader and D. Y. C. Chan, J. Colloid Interf. Sci. **213**, 268 (1999).
10. J. E. Sader and D. Y. C. Chan, Langmuir **16**, 324 (2000).
11. P. Debye and E. Hückel, Phys. Zeitschr. **24**, 185 (1923).
12. Н. Ашкрофт, Н. Мермин, *Физика твердого тела*, Мир, Москва (1979), т. 1.
13. Г. Карслоу, Д. Егер, *Теплопроводность твердых тел*, Наука, Москва (1964).
14. Г. Н. Ватсон, *Теория бесселевых функций*, Изд-во иностр. лит., Москва (1949), т. 1.
15. А. В. Филиппов, ЖЭТФ **136**, 601 (2009).
16. A. V. Filippov, Contr. Plasma Phys. **49**, 433 (2009).
17. В. Р. Муниров, А. В. Филиппов, ЖЭТФ **142**, 594 (2012).
18. В. Р. Муниров, А. В. Филиппов, ЖЭТФ **144**, 931 (2013).