

# НАСЫЩЕНИЕ ДВУХПЛАЗМОННОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РАСПАДНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО ЭЛЕКТРОННОМУ ЦИКЛОТРОННОМУ НАГРЕВУ ПЛАЗМЫ В РЕЗУЛЬТАТЕ ИСТОЩЕНИЯ НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ НАКАЧКИ

*Е. З. Гусаков\**, *А. Ю. Попов\*\**

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 22 апреля 2017 г.

Анализируется уровень насыщения низкопороговой параметрической неустойчивости двухплазмонного распада необыкновенной волны накачки на два верхнегибридных плазмона в условиях, когда единственным эффективным механизмом насыщения является истощение накачки. Выведена замкнутая система дифференциальных уравнений, описывающая как возбуждение, так и насыщение неустойчивости, проведено ее численное решение и предложено аналитическое выражение для коэффициента аномального поглощения волны накачки, вызванного развитием этой неустойчивости. Уровень насыщения неустойчивости двухплазмонного распада и эффективность связанного с ней аномального поглощения оцениваются на примере данных, полученных в эксперименте по электронному циклотронному нагреву плазмы необыкновенной волной на токамаке TEXTOR.

DOI: 10.7868/S0044451017100170

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время активно исследуются аномальные явления, сопровождающие распространение мощных пучков СВЧ-волн в плазме тороидальных установок. Среди них — аномальное отражение волны накачки со сдвигом частоты [1–6], а также генерация ускоренных ионов и формирование хвоста на ионной функции распределения в режимах, исключаящих любую возможность линейного взаимодействия СВЧ-волн с ионами плазмы [7, 8]. Эти аномальные явления могут быть интерпретированы как результат низкопороговых параметрических распадов волны накачки [9–11], которые приводят к возбуждению дочерних волн, способных как взаимодействовать с ионами, так и приводить к генерации излучения на частотах ниже опорной частоты. Значительное снижение порогов возбуждения этих нелинейных явлений по сравнению со значениями, предсказанными в ранних работах [12, 13], возмож-

но в силу трехмерной локализации одной или обеих дочерних волн в присутствии немонотонного профиля плотности плазмы и пучка накачки конечной ширины [9–11]. В частности, сценарий низкопороговой двухплазмонной параметрической распадной неустойчивости (ПРН) необыкновенной волны [11], в результате развития которой возбуждаются две дочерние трехмерно локализованные верхнегибридные (ВГ) волны, предсказывает крайне низкий порог ее возбуждения (десятки киловатт). Этот порог многократно превосходит в современных экспериментах по электронному циклотронному резонансному нагреву (ЭЦРН) плазмы. Анализ нелинейной стадии этой ПРН [14–16] позволил с хорошей точностью воспроизвести экспериментально измеренный [2] частотный спектр аномально отраженных волн и их радиационную температуру. Согласие между выводами теоретической модели и экспериментальными данными является основанием для того, чтобы отнестись со всей серьезностью к предсказанному этой же моделью значительному уровню аномального поглощения (25% по мощности) волны накачки. Это поглощение имеет место вдали от электронно-циклотронного резонанса (ЭЦР) и

\* E-mail: Evgeniy.Gusakov@mail.ioffe.ru

\*\* E-mail: a.popov@mail.ioffe.ru

приводит к значительному отличию профиля энерговыделения от предсказаний в рамках линейной теории. Поскольку в планируемых экспериментах по ЭЦРН плазмы в токамаке-реакторе ITER предполагается использовать пучки СВЧ-волн мощностью 1 МВт, объединенные в группы, предсказание значительного аномального поглощения делает важным дальнейший анализ механизмов насыщения ПРН и оценку уровня этого насыщения. До настоящего времени анализ насыщения базировался на нелинейном механизме, который представлялся наиболее эффективным — на каскаде вторичных распадов первичных дочерних волн, приводящем к возбуждению локализованных вторичных ВГ-волн и ионных бернштейновских волн. Локализация вторичных ВГ-волн была причиной значительного снижения порога возбуждения вторичных распадов, что, как представляется, обеспечивало насыщение первичной неустойчивости на наиболее низком уровне. Однако при этом аномально поглощалась четверть мощности волны накачки. Следует подчеркнуть, что во многих случаях степень немонотонности профиля плотности такова, что вторичные ВГ-волны уже не могут быть локализованы. В этом случае порог их возбуждения резко повышается. Единственным механизмом насыщения (на более высоком уровне, чем при каскаде распадов) остается истощение накачки, которое является беспороговым нелинейным процессом.

В случае однородной плазмы истощение накачки приводит к колебательному режиму насыщения абсолютной ПРН. Трехволновое взаимодействие при этом сводится к многокомпонентным кноидальным колебаниям [17]. В неоднородной плазме при наличии только одной точки трехволнового резонанса абсолютная неустойчивость не возбуждается, а имеет место стационарное (конвективное) усиление [18]. Рост коэффициента усиления при увеличении амплитуды волны накачки насыщается на нелинейной стадии за счет истощения последней. При этом трехволновое взаимодействие сохраняет стационарный характер [19]. В более сложных ситуациях в неоднородной плазме возможно возбуждение и абсолютных ПРН [20–26]. Представляется, что ограниченность пучка накачки и потери дочерних волн поперек него могут изменить характер взаимодействия связанных колебаний, сделав возможным стационарный режим насыщения. В настоящей работе мы впервые анализируем особенности механизма насыщения ПРН за счет истощения накачки с учетом конечной ширины ее пучка. Уровень насыщения неустойчивости двухплазменного распада и свя-

занного с ней аномального поглощения будет оценен для параметров эксперимента по ЭЦРН плазмы в токамаке TEXTOR для конкретного экспериментального профиля плотности.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим поведение мощной электромагнитной волны необыкновенной поляризации ( $\propto \exp(-i\omega_0 t)$ ), распространяющейся перпендикулярно внешнему магнитному полю  $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_z$  внутрь плазмы в направлении неоднородности плазмы вдоль оси  $\mathbf{e}_x$  в экваториальной плоскости тороидальной установки. В экспериментах по ЭЦРН плазмы на второй гармонике резонанса в тороидальных установках с большим аспектным отношением, как правило, выполняются следующие соотношения:

$$\delta_n = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2} \ll 1, \quad \delta_B = \frac{\omega_{ce}^2}{\omega_0^2} \ll 1, \quad (1)$$

где  $\omega_{pe}$  и  $\omega_{ce}$  — электронная ленгмюровская и циклотронная частоты. Анализ влияния истощения накачки на эффективность насыщения параметрической неустойчивости в настоящей работе мы проводим на примере типичных условий экспериментов по ЭЦРН на токамаке TEXTOR, для которых имеется наиболее обширная база данных измерений аномальных явлений. В этих экспериментах дополнительный нагрев использовался для подавления неоклассической тиринг-моды и ЭЦР для волны накачки находился на середине малого радиуса со стороны сильного магнитного поля [1, 2]. В то же время область параметрического распада волны накачки была на середине малого радиуса, но со стороны слабого магнитного поля. Таким образом, в этих экспериментах, для которых, собственно, и будет выполнено численное моделирование, отношения квадратов частот (1) равны соответственно  $\delta_n \approx 0.1$ ,  $\delta_B \approx 0.1$  и вектор поляризации волны накачки в области параметрического взаимодействия направлен преимущественно вдоль оси  $\mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x$ .

Рассмотрим распадную параметрическую неустойчивость необыкновенной волны в окрестности локального максимума профиля плотности с учетом ее истощения, в результате которой возбуждается две ВГ-волны. Учтем, что типичные значения инкремента  $\gamma$  низкорогового двухплазменного распада необыкновенной волны [11] много меньше обратного времени прохода волны накачки через область параметрического взаимодействия  $\tau_{tr}$ , т. е.

$\gamma\tau_{tr} \ll 1$ . В этом случае мы можем искать стационарное решение уравнений Максвелла для необыкновенной волны накачки, пренебрегая временным изменением ее амплитуды при прохождении области нелинейного взаимодействия. Система уравнений, которая описывает этот распадный процесс, имеет вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_x^2(\omega_0)\right) E_y &= -i\frac{4\pi\omega_0}{c^2} J(r), \\ \int_{-\infty}^{\infty} \hat{D}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t-t') \varphi_1(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt' &= 4\pi\rho_1(\mathbf{r}, t), \\ \int_{-\infty}^{\infty} \hat{D}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t-t') \varphi_2(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt' &= 4\pi\rho_2(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (2)$$

В первом уравнении системы уравнений (2)

$$k_x = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\varepsilon(\omega_0) - \frac{g(\omega_0)^2}{\varepsilon(\omega_0)}},$$

где  $\varepsilon, g$  — поперечные компоненты «холодного» тензора диэлектрической проницаемости. В интересующих нас экспериментах по ЭЦРН на токамаке ТЕХТОР коэффициент преломления необыкновенной волны накачки в области нелинейного взаимодействия близок к его вакуумному значению, т. е. единице. Поскольку мы будем анализировать насыщение распадной параметрической неустойчивости именно для этого случая, в дальнейшем будем пренебрегать слабой пространственной зависимостью  $k_x$ , т. е. положим  $k_x \approx \omega_0/c = \text{const}$ .

В слабонеоднородной плазме интегральные операторы  $\hat{D}$  во втором и третьем уравнениях системы уравнений (2) имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{D}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t-t') &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega d\mathbf{q}}{(2\pi)^4} D_{UH} \left( \mathbf{q}, \frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}, \omega \right) \times \\ &\times \exp[i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}') - i\omega(t-t')], \end{aligned}$$

где

$$D_{UH} = l_T^2 q_{\perp}^4 + \varepsilon q_{\perp}^2 - (\varepsilon^2 - g^2) \frac{\omega^2}{c^2} + \eta q_z^2$$

— дисперсионная функция ВГ-волны,  $q_{\perp}^2 = q_x^2 + q_y^2$ ,  $l_T^2 = (3/2)v_{te}^2/(4\omega_{ce}^2 - \omega^2)$ ,  $v_{te}$  — электронная тепловая скорость,  $\eta$  — продольная компонента «холодного» тензора диэлектрической проницаемости. Выражения для нелинейной плотности тока  $J$  и плотности зарядов  $\rho_{1,2}$ , описывающие нелинейную

связь волн, участвующих во взаимодействии в фурье-представлении в случае, когда выполняются неравенства  $q_{1,2x} \gg q_{1,2y}$ , имеют вид

$$\begin{aligned} J &= -i\frac{\omega_0}{4\pi H} \kappa^2 \varphi_1^* \varphi_2, \quad \rho_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{E_y^*}{H} \kappa^2 \varphi_2, \\ \rho_2 &= \frac{1}{4\pi} \frac{E_y}{H} \kappa^2 \varphi_1, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \kappa^2 &= \frac{\omega_{pe}^2 |\omega_{ce}|^2}{\omega_0^2 (\omega_1^2 - \omega_{ce}^2) (\omega_2^2 - \omega_{ce}^2)} \times \\ &\times [ck_x \omega_0 + cq_{2x} \omega_1 - cq_{1x} \omega_2] q_{1x} q_{2x}. \end{aligned}$$

При решении системы уравнений (2) воспользуемся теорией возмущений [25], положив на первом шаге правые части равными нулю и анализируя полученные однородные уравнения независимо. Будем искать их решение в рамках квазиклассического приближения:

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{A_0}{2} \exp(ik_x x - i\omega_0 t) + \text{с.с.}, \\ \varphi_1 &= C_1 \frac{\phi_1(x)}{2} \exp(i\omega_1 t) + \text{с.с.}, \\ \varphi_2 &= C_2 \frac{\phi_2(x)}{2} \exp(-i\omega_2 t) + \text{с.с.}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\omega_2 = \omega_0 - \omega_1$ . Согласно работе [11], будем рассматривать ВГ-волны, запертые в направлении неоднородности в окрестности локального максимума профиля плотности. Решения уравнений для ВГ-волн (2), описывающие такие локализованные собственные моды плазменного волновода, имеют вид

$$\begin{aligned} \phi_{1,2} &= L_{1,2}^+(x)^{-1/2} \exp\left(i \int_{x_{1,21}^*}^x q_{1,2x}^+ d\xi - \frac{i\pi}{4}\right) + \\ &+ L_{1,2}^-(x)^{-1/2} \exp\left(i \int_{x_{1,21}^*}^x q_{1,2x}^- d\xi + \frac{i\pi}{4}\right). \end{aligned}$$

Здесь  $C_{1,2} = \text{const}$ ,  $q_{1,2x}^{\pm}(x)$  — корни дисперсионного уравнения  $D_{UH} = 0$ , причем  $q_{1,2x}^+$  и  $q_{1,2x}^-$  описывают «теплую» и «холодную» ветви дисперсионной кривой ВГ-волн,

$$\begin{aligned} L_{1,2}^{\pm}(x) &= |D_{1,2q}(q_{1,2x}^{\pm}(x))| \times \\ &\times \int_{x_{1,21}^*}^{x_{1,2r}^*} d\xi \left( |D_{1,2q}^+(\xi)|^{-1} + |D_{1,2q}^-(\xi)|^{-1} \right), \end{aligned}$$

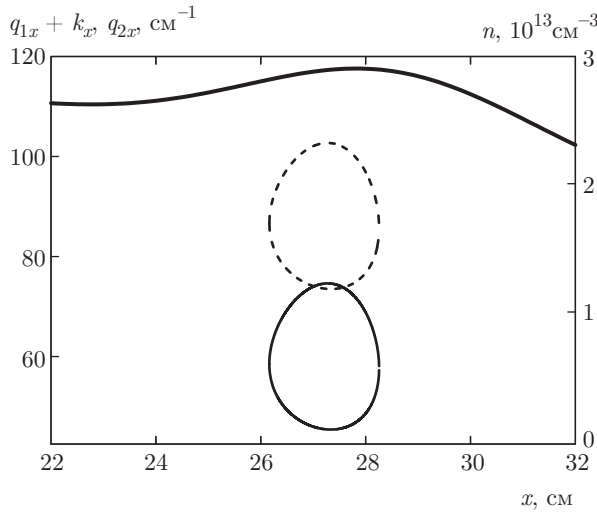


Рис. 1. Дисперсионные кривые первой ( $q_{1x}(x) + k_x(x)$ , штриховая кривая), и второй ( $q_{2x}(x)$ , сплошная) дочерних ВГ-волн ( $f_{1,2} = 70$  ГГц,  $m, n = 7$ ) и профиль плотности плазмы (жирная сплошная)

$$D_{1,2q}^{\pm} = \partial D_{UH} / \partial q_x |_{q_{1,2x}^{\pm}(x)}.$$

У локализованных ВГ-волн  $\omega_1, \omega_0 - \omega_1$  и  $q_y$  удовлетворяют условиям квантования

$$\int_{x_{1l}^*}^{x_{1r}^*} q_{1x}^+(\xi) d\xi + \int_{x_{1r}^*}^{x_{1l}^*} q_{1x}^-(\xi) d\xi |_{\omega_1^{m,n}, q_y^{m,n}} = \pi(2m + 1),$$

$$\int_{x_{2l}^*}^{x_{2r}^*} q_{2x}^+(\xi) d\xi + \int_{x_{2r}^*}^{x_{2l}^*} q_{2x}^-(\xi) d\xi |_{\omega_0 - \omega_1^{m,n}, q_y^{m,n}} = \pi(2n + 1),$$

где  $(x_{1l}^*, x_{1r}^*)$  и  $(x_{2l}^*, x_{2r}^*)$  являются решениями уравнений  $D_{1q}(x_{1l,r}^*) = 0$  и отвечают точкам поворота ВГ-волн в направлении координаты  $x$ . На рис. 1 для условий экспериментов ЭЦРН на токамаке TEXTOR ( $a = 47$  см,  $R_0 = 175$  см,  $H_0 = 2.2$  Тл,  $T_e = 500$  эВ,  $f_0 = 140$  ГГц) [2] и типичного профиля плотности плазмы (жирная сплошная линия) [27] изображены дисперсионные кривые двух ВГ-плазмонов с частотой  $f_{1,2} = 70$  ГГц,  $q_y = 0.23$  см $^{-1}$ ,  $q_z = 0$ ,  $m, n = 7$ . Штриховая линия соответствует дисперсионной кривой первой дочерней ВГ-волны, смещенной вверх на величину радиального волнового вектора необыкновенной волны,  $q_{1x} + k_x$ ; сплошная линия — дисперсионная кривая второй дочерней ВГ-волны. В точках  $x_{d1,2}$ , где кривые пересекаются, выполнены распадные резонансные условия  $k_x + q_{1x} - q_{2x} |_{x_{d1,2}} = 0$ , т. е. в их окрестности возможен параметрический распад волны накачки.

На втором шаге процедуры теории возмущений учтем нелинейную связь всех волн. В этом случае амплитуды взаимодействующих волн перестают быть постоянными. Далее подставим  $E_y$  из выражения (3) в первое из уравнений (2), опустим члены, описывающие пренебрежимо малый эффект дифракции волны накачки в узком слое, где локализованы плазмоны, и получим уравнение для амплитуды  $A_0(\mathbf{r})$ , медленно меняющейся в области трехволнового взаимодействия:

$$\frac{\partial}{\partial x} A_0 = -\frac{4\pi}{c} J(\mathbf{r}) \exp(-ik_x x + i\omega_0 t). \quad (4)$$

Интегрируя (4) с учетом граничного условия

$$A_0(\mathbf{r})|_{x \rightarrow -\infty} = E_0 \equiv \sqrt{\frac{8P_0}{cw^2}} \exp\left(-\frac{y^2 + z^2}{2w^2}\right),$$

где  $P_0, w$  — мощность и поперечный размер пучка накачки, получим

$$A_0(\mathbf{r}) = E_0(y, z) - \frac{4\pi}{c} \times \int_{-\infty}^x dx' J(\mathbf{r}) \exp(-ik_x x' + i\omega_0 t). \quad (5)$$

С помощью (4) и (5) найдем выражение для изменения плотности потока энергии волны накачки при прохождении ею области локализации ВГ-плазмонов:

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{c}{8\pi} (|A_0|_{\infty}^2 - |A_0|_{-\infty}^2) = \\ &= -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx [J(x)E_y^*(x) + J(x)^*E_y(x)] + \\ &\quad + \frac{\pi}{c} |J(k_x, \omega_0)|^2. \quad (6) \end{aligned}$$

Первый член в выражении (6) описывает нелинейные потери энергии волны накачки на возбуждение дочерних волн при ее прохождении через резонансный слой, второй — генерацию дочерними ВГ-плазмонами фотонов на частоте волны накачки  $\omega_0$  с волновым вектором  $k_x$ . Последний процесс, приводящий также к генерации аномально рассеянного назад излучения, снижает эффективность нелинейной перекачки энергии от электромагнитной волны к электростатическим нижнегибридным волнам.

Далее, подставим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  из выражения (3) и выражение (5) в левые и правые части второго и третьего уравнений в системе (2). Воспользуемся процедурой вывода укороченных уравнений для медленно меняющихся амплитуд  $C_1$  и  $C_2$ . Затем умножим

второе уравнение на функцию  $\phi_1^*(x)$ , а третье — на функцию  $\phi_2^*(x)$  и проинтегрируем их по координате  $x$  в бесконечных пределах. В результате получим систему уравнений для двух новых искомым функций  $a_{1,2} = C_{1,2} \sqrt{\langle D_{1,2\omega} \rangle} / 16\pi$ ,  $D_{1,2\omega} = \partial D_{UH} / \partial \omega_{1,2}$ , определенных таким образом, что  $|a_{1,2}|^2$  дают число ВГ-плазмонов. Эта система имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial a_1}{\partial y} + i\Lambda_1 \frac{\partial^2 a_1}{\partial z^2} &= \nu^*(y, z) a_2 - \Gamma^* |a_2|^2 a_1, \\ \frac{\partial a_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial a_2}{\partial y} - i\Lambda_2 \frac{\partial^2 a_2}{\partial z^2} &= \nu(y, z) a_1 - \Gamma |a_1|^2 a_2, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $u_{1,2}$ ,  $\Lambda_{1,2}$  — групповые скорости и коэффициенты дифракции ВГ-плазмонов в направлении соответственно  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$ , усредненные по их области локализации в направлении  $\mathbf{e}_x$ . Процедура усреднения  $\langle \dots \rangle$  для произвольной функции координат и волновых векторов  $W(q_{1,2x}, x)$  определена следующим образом:

$$\langle W(q_{1,2x}) \rangle = \int_{x_{1,2l}^*}^{x_{1,2r}^*} dx \left( \frac{W(q_{1,2x}^+(x))}{|L_{1,2}^+(x)|} + \frac{W(q_{1,2x}^-(x))}{|L_{1,2}^-(x)|} \right).$$

Кроме того, в уравнениях (7) введены следующие дополнительные обозначения:

$$\begin{aligned} \nu(y, z) &= i \frac{E_0(y, z)}{2H \sqrt{\langle D_{1\omega} \rangle \langle D_{2\omega} \rangle}} \times \\ &\times \int_{\max(x_{1,2l})}^{\min(x_{1,2r})} dx \kappa^2(x) \phi_2^*(x) \phi_1(x) \exp(ik_x x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2\pi\omega_0}{H^2 \langle D_{1\omega} \rangle \langle D_{2\omega} \rangle c} \times \\ &\times \int_{\max(x_{1,2l})}^{\min(x_{1,2r})} dx \kappa^2(x) \phi_1(x) \phi_2^*(x) \times \\ &\times \int_{\max(x_{1,2l})}^x dx' \kappa^2(x') \phi_1^*(x') \phi_2(x') \exp(ik_x(x - x')). \end{aligned}$$

Вторые (нелинейные по амплитуде) члены в правых частях уравнений (7) описывают эффект истощения накачки и ответственны за насыщение неустойчивости. Можно показать, что система уравнений (7) удовлетворяет закону сохранения энергии

$$\frac{\partial(W_1 + W_2)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2) = -\Delta S,$$

где  $W_{1,2} = \omega_{1,2} |a_{1,2}|^2$  — плотности энергии дочерних плазмонов,

$$S_{1,2y} = \mp u_{1,2y} \omega_{1,2} |a_{1,2}|^2,$$

$$S_{1,2z} = \pm i\omega_{1,2} \Lambda_{1,2} \left( a_{1,2}^* \frac{\partial a_{1,2}}{\partial z} - a_{1,2} \frac{\partial a_{1,2}^*}{\partial z} \right)$$

— их потоки энергии в соответствующих направлениях,  $\Delta S$  определено в (6).

### 3. АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ И НАСЫЩЕНИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Будем решать систему уравнений (7) численно в прямоугольном боксе  $d \times d$  с периодическими граничными условиями. Следует отметить, что периодические граничные условия, накладываемые при численном решении, никак не связаны с тороидальной геометрией токамака и используются для улучшения стабильности численной схемы. Рассматриваемая нами модель является упрощенной и, строго говоря, применима только в окрестности пучка волны накачки. Она не учитывает, в частности, того обстоятельства, что, распространяясь вдоль магнитной силовой линии, ВГ-волна приближается к области ЭЦР, где полностью поглощается. Из-за этого оказывается невозможным предсказываемое в рамках рассматриваемой модели нарушение установившегося стационарного состояния после возвращения вынесенной в полоидальном и тороидальном направлениях энергии ВГ-волны обратно в область распада. Размеры бокса, в котором происходит численный расчет, выбираются такими, чтобы для наиболее низкочастотных мод переход к не отвечающему физической ситуации режиму возвращения ВГ-волны обратно в область распада происходил за время, которое существенно больше времени перехода неустойчивости к уровню насыщения и/или времени существования немоного профиля плотности плазмы. Таким образом, решение, полученное при указанных выше граничных условиях и являющееся, строго говоря, промежуточной асимптотикой, будет правильно описывать экспериментальные наблюдения и механизм насыщения неустойчивости. Будем считать, что начальные условия для дочерних волн определяются уровнем тепловых шумов, распределение которых однородно, радиус пучка  $w = 1$  см, а все коэффициенты, входящие в систему уравнений, являются константами со значениями, соответствующими распаду, проиллюстрированному на рис. 1. Результат расчета для мощности

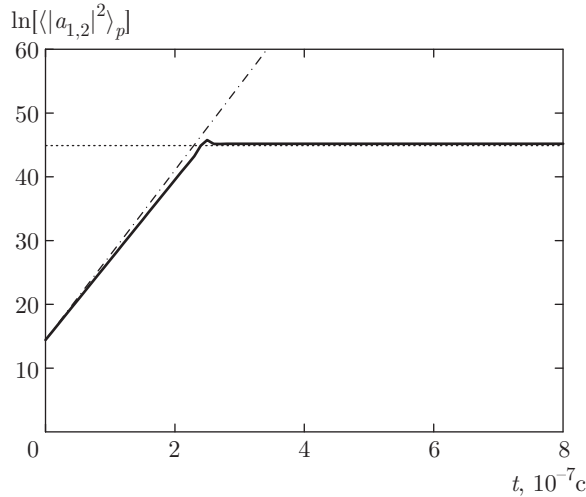


Рис. 2. Эволюция среднего числа плазмонов  $\langle |a_{1,2}|^2 \rangle_p$  (8) в логарифмическом масштабе (зависимости сливаются). Штрихпунктирная линия —  $2\gamma t + \ln(a_1^2(t=0))$  (9); пунктирная — уровень насыщения (10)

$P_0 = 1$  МВт приведен на рис. 2, где в логарифмическом масштабе показана эволюция среднего числа плазмонов в пучке:

$$\langle |a_{1,2}(y, z, t)|^2 \rangle_p = \iint \frac{dy dz}{\pi w^2} |a_{1,2}(y, z, t)|^2 \times \exp\left(-\frac{y^2 + z^2}{w^2}\right). \quad (8)$$

Как видно на рис. 2, вначале имеет место экспоненциальный рост числа плазмонов, а затем среднее число плазмонов в пучке достигает значения насыщения.

В рамках системы (7) возможно проведение и аналитических оценок. В рассмотренном случае потери дочерних волн из пятна пучка накачки в направлениях  $y$  и  $z$  являются величинами одного порядка. Основываясь на результатах работы [11], найдем аппроксимацию для инкремента дочерних волн с высокими и близкими собственными модами  $|m - n| \ll m$ :

$$2\gamma = 2\sqrt{|\nu(0, 0)|^2 - (\tau_y^{-1} + \tau_z^{-1})^2}, \quad (9)$$

$$\tau_z = \pi w^2 / \Lambda_1, \quad \tau_y = \sqrt{\pi} w / u_1.$$

При достижении стационарного режима трехволнового взаимодействия уровень насыщения роста числа плазмонов дочерних ВГ-волн можно оценить формулой

$$|a_{1,2}^s|^2 \simeq \sqrt{|\nu(0, 0)|^2} / |\Gamma|. \quad (10)$$

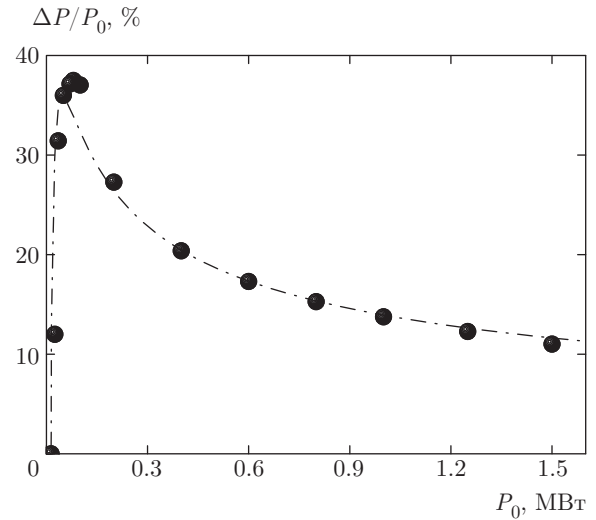


Рис. 3. Символы — зависимость доли anomalously поглощаемой мощности от мощности накачки. Штрихпунктирная кривая — зависимость  $\sqrt{P_0 - P_0^{ths}} / P_0$

Аналитическая зависимость  $2\gamma t + \ln(a_1^2(t=0))$  приведена на рис. 2 штрихпунктирной линией. Уровень насыщения (10) показан горизонтальной пунктирной линией. Можно видеть, что обе оценки (9) и (10) находятся в хорошем согласии с результатами численного моделирования.

Результаты численного расчета доли мощности, передаваемой электромагнитной волной дочерним ВГ-волнам, приведены на рис. 3. Зависимость этой величины от мощности накачки оказывается немонотонной. Она резко возрастает вблизи значения  $P_0^{ths} = 46.9$  кВт, которое значительно превышает пороговое ( $P_0^{th} = 12.7$  кВт при параметрах расчета). Это значение, при котором за время расчета ПРН переходит в режим насыщения, можно интерпретировать как второй порог неустойчивости (см. [11]). При дальнейшем росте зависимость сначала достигает максимальной величины 40% при двукратном превышении  $P_0^{ths}$ , а затем уменьшается согласно закону  $\Delta P / P_0 \propto P_0^{-1/2}$ . Во всем диапазоне параметров эффективность аномального поглощения можно аппроксимировать формулой  $\Delta P / P_0 \propto \sqrt{P_0 - P_0^{ths}} / P_0$ , актуальность которой подтверждается рис. 3.

Надо отметить, что в случае однородной плазмы и бесконечно протяженной накачки резонансное взаимодействие волн носит колебательный характер [17]. При распаде плоской монохроматической волны в одномерно неоднородной плазме с немонотонным профилем плотности имеет место насыщение роста дочерних ВГ-волн на уровне (10). Эволю-

ция числа ВГ-плазмонов, запертых в окрестности локального максимума плотности, при этом описывается зависимостью, близкой к той, что изображена на рис. 2. Однако в этом случае в режиме насыщения прекращается нелинейная передача энергии от накачки к дочерним волнам. В реалистичном же случае пучка конечной ширины, наличие которого приводит к трехмерной неоднородности плазмы, волна накачки продолжает терять свою энергию и при насыщении неустойчивости (рис. 3), что связано с конвективными и дифракционными потерями дочерних волн из области нелинейной накачки, где амплитуда ВГ-волн сохраняется на уровне насыщения, определяемом выражением (10). С увеличением мощности волны накачки эффективность механизма насыщения за счет ее истощения возрастает. Тем не менее, при этом насыщение достигается при все большем уровне ВГ-плазмонов. По-видимому, когда уровень насыщения будет превышать пороговое значение возбуждения высокопороговой конвективной неустойчивости, анализ которой приводится, в частности, в работе [26], вторичный распад начнет определять уровень аномальных потерь энергии электромагнитной волны наряду с истощением накачки. Этот эффект требует отдельного рассмотрения.

#### 4. ВЫВОДЫ

В работе впервые проанализированы особенности механизма насыщения ПРН в неоднородной плазме за счет истощения накачки с учетом конечной ширины ее пучка. Показано, что, в отличие от однородного случая, в случае неоднородной плазмы и пучка конечной ширины волна накачки продолжает терять свою энергию и при насыщении неустойчивости. Последнее связано с потерями энергии дочерних волн из области нелинейной накачки, где амплитуда ВГ-волн сохраняется на уровне насыщения, определяемого выражением (10). С увеличением мощности волны накачки эффективность механизма насыщения за счет ее истощения возрастает.

Найдена оценка величины аномального поглощения для параметров эксперимента по ЭЦРН плазмы в токамаке ТЕХТОР.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-12-10043) и ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E. Westerhof, S. K. Nielsen, J. W. Oosterbeek et al., *Phys. Rev. Lett.* **103**, 125001 (2009).

2. S. K. Nielsen, M. Salewski, E. Westerhof et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **55**, 115003 (2013).
3. V. Furtula, M. Salewski, F. Leipold et al., *Rev. Sci. Instr.* **83**, 013507 (2012).
4. U. Tartari, G. Grosso, G. Granucci et al., *Nucl. Fusion* **46**, 928 (2006).
5. S. Kubo, M. Nishiura, K. Tanaka et al., *Rev. Sci. Instr.* **81**, 10D535 (2010).
6. G. M. Batanov, V. D. Borzosekov, L. M. Kovrizhnykh et al., *Plasma Phys. Rep.* **39**, 444 (2013).
7. D. Rapisarda, B. Zurro, V. Tribaldos, and A. Baciero, *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, 309 (2007).
8. A. N. Karpushov, S. Coda, and B. P. Duval, *Proc. 30<sup>th</sup> EPS Conf. on Plasma Physics* **27A**, 3.123 (2003).
9. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 115003 (2010).
10. E. Gusakov and A. Popov, *Europ. Phys. Lett.* **99**, 15001 (2012).
11. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **57**, 025022 (2015).
12. M. Porkolab and B. I. Cohen, *Nucl. Fusion* **28**, 239 (1988).
13. B. I. Cohen, R. H. Cohen, W. M. Nevins, and T. D. Rognlien, *Rev. Mod. Phys.* **63**, 949 (1991).
14. Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов, М. А. Ирзак, *ЖЭТФ* **150**, 833 (2016) [E. Z. Gusakov, A. Yu. Popov, and M. A. Irzak, *JETP* **123**, 723 (2016)].
15. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **59**, 025005 (2017).
16. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Phys. Plasmas* **23**, 082503 (2016).
17. E. A. Kuznetsov, A. M. Rubenchik, and V. E. Zakharov, *Phys. Rep.* **142**, 103 (1986).
18. A. D. Piliya, *ЖЭТФ* **64**, 1237 (1973) [*Sov. Phys. JETP* **37**, 629 (1973)].
19. Е. З. Гусаков, А. Н. Савельев, *ЖЭТФ* **94**, 89 (1988) [E. Z. Gusakov and A. N. Saveliev, *Sov. Phys. JETP* **67**, 698 (1988)].
20. M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 565 (1972).
21. D. Pesme, G. Laval, and R. Pellat, *Phys. Rev. Lett.* **31**, 203 (1973).

22. V. P. Silin and A. N. Starodub, *Sov. Phys. JETP* **39**, 82 (1974).
23. E. Z. Gusakov, A. D. Piliya, and V. I. Fedorov, *Sov. J. Plasma Phys.* **3**, 739 (1978).
24. Е. З. Гусаков, А. Д. Пилия, *Физика плазмы* **6**, 354 (1980).
25. E. Z. Gusakov and V. I. Fedorov, *Sov. J. Plasma Phys.* **5**, 463 (1979).
26. E. Z. Gusakov and A. V. Surkov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, 631 (2007).
27. M. Yu. Kantor, *Plasma Phys. Control. Fusion* **51**, 055002 (2009).