

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ НАЧАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ И ДЕФЕКТОВ СТРУКТУРЫ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕРАВНОВЕСНОГО КРИТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ИЗИНГА

*В. В. Прудников\**, *П. В. Прудников*, *П. Н. Маляренко*

*Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского  
644077, Омск, Россия*

Поступила в редакцию 18 августа 2017 г.

Осуществлено численное исследование методами Монте-Карло влияния различных начальных значений намагниченности  $m_0$  и дефектов структуры на неравновесное критическое поведение трехмерной модели Изинга. На основе анализа двухвременных зависимостей автокорреляционной функции и динамической восприимчивости выявлено существенное влияние начальных состояний на эффекты старения, характеризующиеся аномальным замедлением релаксации и корреляции в системе с ростом времени ожидания. Проведено исследование нарушений флуктуационно-диссипативной теоремы и вычислены значения предельного флуктуационно-диссипативного отношения. Показано, что в неравновесном критическом поведении трехмерной модели Изинга с произвольной начальной намагниченностью  $m_0$  можно выделить два подкласса универсальности, соответствующие эволюции системы из высокотемпературного с  $m_0 = 0$  и низкотемпературного с  $m_0 = 1$  начальных состояний с характерными для этих состояний значениями предельного флуктуационно-диссипативного отношения.

DOI: 10.7868/S004445101712015X

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время поведение систем, характеризующихся аномально медленной динамикой, вызывает большой интерес исследователей. Это обусловлено предсказываемыми и наблюдаемыми при медленной эволюции систем из неравновесного начального состояния свойствами старения и нарушениями флуктуационно-диссипативной теоремы [1]. Хорошо известными примерами подобных систем с медленной динамикой и эффектами старения являются такие сложные системы, как спиновые стекла [2]. Однако данные особенности неравновесного поведения наблюдаются и в системах, испытывающих фазовые переходы второго рода [3,4], так как критическая динамика таких систем характеризуется аномально большими временами релаксации.

В окрестности температуры  $T_c$  фазового перехода второго рода время релаксации системы является расходящейся величиной,  $t_{rel} \propto |T - T_c|^{-z\nu}$ , где

$z$  — динамический критический индекс,  $\nu$  — индекс корреляционной длины. Таким образом, системы в критической точке не достигают равновесия в течение всего процесса релаксации. Именно на этапе  $t \ll t_{rel}$  проявляются эффекты старения. Они выражаются в осуществлении двухвременных зависимостей для автокорреляционной функции  $C(t, t_w)$  и функции отклика  $R(t, t_w)$  от времени наблюдения  $t$  и времени ожидания  $t_w$ , определяемых для спиновой системы со спиновой плотностью  $S(x)$  соотношениями

$$C(t, t_w) = \frac{1}{V} \times \int d^d x [\langle S(x, t)S(x, t_w) \rangle - \langle S(x, t) \rangle \langle S(x, t_w) \rangle], \quad (1)$$

$$R(t, t_w) = \frac{1}{V} \int d^d x \left. \frac{\delta \langle S(x, t) \rangle}{\delta h(x, t_w)} \right|_{h=0}, \quad (2)$$

где  $h$  — малое внешнее магнитное поле, приложенное к системе в момент времени  $t_w$ . Время ожидания  $t_w$  характеризует промежуток от момента приготовления образца до момента начала измерения его характеристик.

\* E-mail: prudnikv@univer.omsk.su

В течение  $t, t_w \ll t_{rel}$  во временном поведении системы проявляется влияние начальных состояний системы и эффектов старения, характеризующихся замедлением релаксационных и корреляционных процессов с увеличением «возраста» системы  $t_w$ .

Согласно общим представлениям о неравновесных процессах, ожидается, что для времен  $t > t_w \gg \gg t_{rel}$  и

$$C(t, t_w) = C^{eq}(t - t_w), \quad R(t, t_w) = R^{eq}(t - t_w),$$

где  $C^{eq}$  и  $R^{eq}$  являются соответствующими равновесными величинами, связанными флуктуационно-диссипативной теоремой (ФДТ)

$$TR^{eq}(t) = -\frac{dC^{eq}(t)}{dt}.$$

Принципиально важным проявлением медленной динамики является нарушение ФДТ [2, 3, 5], когда связь функции отклика системы на внешнее возмущение  $R(t, t_w)$  и автокорреляционной функции  $C(t, t_w)$  осуществляется через введение дополнительной величины  $X(t, t_w)$ , получившей название флуктуационно-диссипативного отношения (ФДО):

$$R(t, t_w) = \frac{X(t, t_w)}{T} \frac{\partial C(t, t_w)}{\partial t_w}. \quad (3)$$

Для времен с  $t > t_w \gg t_{rel}$  ФДТ устанавливает, что  $X(t, t_w) = 1$ . Однако в общем случае для времен с  $t, t_w \ll t_{rel}$  величина  $X(t, t_w) \neq 1$ . Асимптотическое значение ФДО, вводимое как

$$X^\infty = \lim_{t_w \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} X(t, t_w), \quad (4)$$

является важной универсальной характеристикой неравновесных процессов в различных системах.

В исследованиях влияния начальных состояний системы на характеристики неравновесного критического поведения различают высокотемпературные состояния, созданные при  $T_0 > T_c$  и характеризующиеся начальной намагниченностью  $m_0 = 0$ , и низкотемпературные состояния с  $T_0 < T_c$  и  $m_0 \neq 0$ . Дальнейшая реализация неравновесного процесса характеризуется тем, что в начальный момент времени система приводится в контакт с термостатом при критической температуре  $T_c$  системы и затем с момента времени  $t_w$  проводится измерение двухвременных величин — автокорреляционной функции и функции отклика, на временах  $t, t_w \ll t_{rel}$ .

К настоящему времени исследование неравновесного критического поведения различных статистических систем наиболее полно проведено для случая их эволюции из высокотемпературного начального состояния (см. обзор [3]). В работах [6–8] было осуществлено численное исследование методами

Монте-Карло влияния дефектов структуры на особенности неравновесного поведения трехмерной модели Изинга при ее релаксации из высокотемпературного начального состояния. Изучены эффекты старения. Проведен расчет новой универсальной характеристики неравновесного критического поведения — предельного значения ФДО  $X^\infty$ . Выявлена зависимость эффектов старения от изменения концентрации дефектов. Показано, что присутствие дефектов структуры приводит к усилению эффектов старения и появлению трех универсальных классов неравновесного критического поведения, соответствующих чистой, слабонеупорядоченной и сильнеупорядоченной трехмерной моделям Изинга с различными значениями предельного ФДО. Однако случай неравновесной критической релаксации систем из низкотемпературного начального состояния исследован заметно хуже.

Ренормгрупповой анализ [9] неравновесной динамики диссипативной модели А в классификации Гальперина–Хоэнберга [10] показал, что начальное состояние с намагниченностью  $m_0 \neq 0$  приводит к появлению нового временного масштаба  $t_m \propto m_0^{-k}$  с показателем  $k > 0$ , существенно влияющего на временное поведение автокорреляционной функции и функции отклика. Описаны предельные режимы: режим с временами  $t_w < t \ll t_m$ , который всегда реализуется для случая высокотемпературного начального состояния с  $m_0 = 0$  и характеризуется соответствующим этому начальному состоянию временным поведением корреляционной функции и функции отклика, а также режим с большими по сравнению с  $t_m$  временами  $t$  и  $t_w$ , т. е.  $t_m \ll t_w < t$ . В последнем случае, соответствующем, например, приведенной начальной намагниченности системы с  $m_0 = 1$  при  $T_0 = 0$ , долговременное поведение корреляционной функции и функции отклика характеризуется новыми показателями и новым значением предельного ФДО  $X^\infty$ . В работе [9] результаты ренормгруппового описания были дополнены расчетом характеристик неравновесной критической динамики диссипативной модели с помощью метода  $\epsilon$ -разложения. Затем предсказания теории были сопоставлены с результатами проведенного компьютерного моделирования неравновесного критического поведения двумерной модели Изинга. Получено убедительное подтверждение их справедливости.

Проведенное нами в работах [11, 12] численное исследование неравновесного критического поведения структурно-неупорядоченной трехмерной модели Изинга с релаксацией из низкотемпературного полностью упорядоченного начального состояния с

$m_0 = 1$  при  $T_0 = 0$  выявило существенное влияние дефектов структуры на эффекты старения и памяти. В структурно-неупорядоченных системах было выявлено сильное замедление эффектов корреляции по сравнению с чистыми системами, связанное с пиннингом доменных стенок на дефектах структуры. В результате было показано, что убывание автокорреляционной функции со временем в нарушение скейлинговой зависимости осуществляется по степенному закону критической релаксации намагниченности, а предельные значения ФДО, определяемые динамикой доменов в долговременном режиме, становятся равными нулю.

Таким образом, сильные различия в неравновесном критическом поведении систем, релаксирующих из разных начальных состояний, вызывают необходимость более детального описания влияния начального значения намагниченности. В данной работе мы представляем результаты численного Монте-Карло-исследования, позволяющего детально изучить этот вопрос для неравновесной критической динамики чистой и структурно-неупорядоченной трехмерной модели Изинга.

## 2. МОДЕЛЬ И МЕТОДЫ

Гамильтониан ферромагнитной модели Изинга, разбавленной немагнитными атомами примеси, с учетом влияния внешнего магнитного поля  $h$  задается выражением

$$H = -J \sum_{(i,j)} p_i p_j S_i S_j - h \sum_i p_i S_i, \quad (5)$$

где  $J > 0$  характеризует короткодействующее обменное взаимодействие между спинами  $S_i = \pm 1$ , зафиксированными в узлах решетки. В данной модели немагнитным атомам примеси сопоставляются пустые узлы. Числа заполнения  $p_i$  вводятся как случайные числа, принимающие значения 0 или 1:  $p_i$  принимается равным 1, если в узле  $i$  находится спин, и  $p_i = 0$  в случае его отсутствия (магнитный атом замещен немагнитным атомом примеси). Дефекты структуры распределялись в системе каноническим образом в соответствии с функцией распределения

$$P(p_i) = (1 - p)\delta(p_i) + p\delta(p_i - 1),$$

где  $p = \langle p_i \rangle$  задает величину спиновой концентрации в системе. Положение дефектов структуры фиксировалось для отдельной примесной конфигурации.

Моделирование проводилось на кубической решетке с наложенными периодическими граничными

условиями. Величина  $N_s = pL^3$  характеризует число спинов в решетке с линейным размером  $L$ .

В качестве характеристик неравновесного процесса рассчитывались такие величины, как намагниченность

$$M(t) = \frac{1}{V} \int d^d x \langle S(x, t) \rangle = \left\langle \left\langle \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} p_i S_i(t) \right\rangle \right\rangle \quad (6)$$

и автокорреляционная функция

$$C_{con}(t, t_w) = \left\langle \left\langle \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} p_i S_i(t) S_i(t_w) \right\rangle \right\rangle - \left[ \left\langle \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} p_i S_i(t) \right\rangle \left\langle \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} p_i S_i(t_w) \right\rangle \right], \quad (7)$$

где угловые скобки обозначают статистическое усреднение по реализациям начального состояния, квадратные — усреднение по различным конфигурациям распределения дефектов в решетке.

Однако линейная функция отклика  $R(t, t_w)$ , соответствующая определению (2), не может быть непосредственно измерена экспериментально или получена методами компьютерного моделирования. В данной работе, по аналогии с работами [6, 9], была использована методика, позволяющая рассчитать функцию отклика без применения внешнего магнитного поля. Расчет обобщенной восприимчивости осуществлялся в виде интегральной функции отклика (термостатической восприимчивости)

$$\chi(t, t_w) = \int_0^{t_w} dt' R(t, t') = \frac{1}{T_c N} \sum_i \langle [p_i S_i(t) \Delta S_i(t_w)] \rangle. \quad (8)$$

Функция  $\Delta S_i(t_w)$  в (8) рассчитывается при моделировании состояний системы от начального момента времени  $t = 0$  до времени ожидания  $t_w$  и определяется соотношением

$$\Delta S_i(t_w) = \sum_{s=0}^{t_w} [S_i(s) - S_i^W(s)], \quad (9)$$

где

$$S_i^W(s) = \text{th} \left( J \sum_{j \neq i} \frac{p_j S_j}{T} \right).$$

С другой стороны, применение в выражении (8) для функции отклика соотношения (3) позволяет получить, что

$$T\chi(t, t_w) = \int_0^{t_w} X(t, t') \frac{\partial C(t, t')}{\partial t'} dt' = \int_0^{C(t, t_w)} X(C) dC. \quad (10)$$

Таким образом, ФДО может быть определено соотношением ( $T = T_c$ )

$$X(t_w) = \lim_{C \rightarrow 0} T_c \frac{\partial \chi(t, t_w)}{\partial C(t, t_w)}, \quad (11)$$

с помощью которого можно вычислить предельное ФДО (4), используя предел  $t_w \rightarrow \infty$ .

Для расчета характеристик неравновесного критического поведения было осуществлено компьютерное моделирование динамического процесса односпиновых переворотов в рамках статистического метода Монте-Карло. Был реализован динамический процесс односпиновых переворотов с применением алгоритма тепловой бани [13], задающего вероятность перехода спина системы в новое состояние  $S_i \rightarrow S'_i$  посредством формулы

$$W_{sp}(S_i \rightarrow S'_i) = \frac{\exp[-H(S'_i)/T]}{\sum_{S_j} \exp[-H(S_j)/T]}, \quad (12)$$

где суммирование по  $S_j$  в знаменателе проводится по всем возможным состояниям спина  $S_i$  до переворота. Для модели Изинга с двумя возможными состояниями,  $S_j = \pm 1$ , указанную вероятность переворота можно записать в виде

$$W_{sp} = \frac{\exp(-H(S'_i)/T)}{\exp(H(S_i)/T) + \exp(-H(S_i)/T)} \quad (13)$$

с реализацией так называемой глауберовской динамики. В качестве единицы времени динамического процесса выбирается шаг Монте-Карло на спин (ШМК/спин), который определяет  $N_s$  последовательных переворотов спинов в узлах решетки.

В настоящее время известно, что намагниченность, автокорреляционная функция и динамическая восприимчивость в неравновесном режиме при эволюции из низкотемпературного начального состояния с  $m_0 \neq 0$  характеризуются следующими скейлинговыми зависимостями [9, 11, 14]:

$$\begin{aligned} M(t, t_m) &= A_M t^{-\beta/z\nu} F_M\left(\frac{t}{t_m}\right), \\ C(t, t_w, t_m) &= A_C (t - t_w)^{a+1-d/z} \left(\frac{t}{t_w}\right)^{\theta-1} \times \\ &\quad \times F_C\left(\frac{t_w}{t}, \frac{t}{t_m}\right), \\ \chi(t, t_w, t_m) &= A_\chi (t - t_w)^{a+1-d/z} \left(\frac{t}{t_w}\right)^{\theta-1} \times \\ &\quad \times F_\chi\left(\frac{t_w}{t}, \frac{t}{t_m}\right), \end{aligned} \quad (14)$$

где, как упоминалось во Введении,  $t_m = B_m m_0^{-k}$  — новый временной масштаб, определяемый начальным значением намагниченности. Показатели  $k$ ,  $\theta$ ,  $a$  связаны с критическими индексами рассматриваемой системы:

$$k = \frac{1}{\theta + a + \beta/\nu z} > 0, \quad a = \frac{2 - \eta - z}{z},$$

$$\theta = \theta' - \frac{2 - z - \eta}{z}.$$

Скейлинговые функции  $F_M(t/t_m)$ ,  $F_C(t_w/t, t/t_m)$  и  $F_\chi(t_w/t, t/t_m)$  являются конечными при  $t_w \rightarrow 0$  и  $t/t_m \rightarrow 0$ ,  $A_M$ ,  $A_C$  и  $A_\chi$  — неуниверсальные амплитуды, значения которых фиксируются условиями  $F_M(0) = 1$ ,  $F_{C,\chi}(0, 0) = 1$ .

Величины  $C(t, t_w, t_m)$  и  $\chi(t, t_w, t_m)$  являются общенно-однородными функциями трех временных масштабов:  $t - t_w$ ,  $t_w$  и  $t_m$ . Когда выполняется следующее их соответствие:  $t_w < t \ll t_m$ , реализуемое для случая эволюции из высокотемпературного начального состояния с  $m_0 = 0$ , зависимости (14) для  $C(t, t_w, t_m)$  и  $\chi(t, t_w, t_m)$  переходят в соотношения, соответствующие этому случаю [3, 8]. Случай эволюции из высокотемпературного начального состояния с  $m_0 = 0$  был детально исследован нами методами Монте-Карло для чистой и структурно-неупорядоченной трехмерных моделей Изинга в работах [7, 8, 14].

В противоположном случае с временами  $t - t_w$  и  $t_w$ , большими по сравнению с  $t_m$ , т. е.  $t_m \ll t_w < t$ , который реализуется для случая эволюции из низкотемпературного полностью упорядоченного начального состояния с  $m_0 = 1$ , скейлинговые зависимости (14) принимают вид

$$\begin{aligned}
C(t, t_w) &= \bar{A}_C (t - t_w)^{a+1-d/z} \left(\frac{t}{t_w}\right)^{\bar{\theta}-1} \times \\
&\quad \times \bar{F}_C \left(\frac{t_w}{t}\right), \\
\chi(t, t_w) &= \bar{A}_\chi (t - t_w)^{a+1-d/z} \left(\frac{t}{t_w}\right)^{\bar{\theta}-1} \times \\
&\quad \times \bar{F}_\chi \left(\frac{t_w}{t}\right),
\end{aligned} \tag{15}$$

где введен новый показатель  $\bar{\theta} = -\beta\delta/\nu z = -(1+a+\beta/\nu z)$ , а  $\bar{F}_{C,\chi}$  являются универсальными скейлинговыми функциями, получающимися из  $F_{C,\chi}(t_w/t, t/t_m)$  в (14) при предельно больших значениях переменной  $t/t_m$ .

В режиме старения, реализуемом для времен  $t - t_w \sim t_w \gg t_m$ , корреляционная функция и функция отклика описываются соотношениями

$$\begin{aligned}
C(t, t_w) &\sim t_w^{-2\beta/z\nu} \tilde{F}_C(t/t_w), \\
\chi(t, t_w) &\sim t_w^{-2\beta/z\nu} \tilde{F}_\chi(t/t_w)
\end{aligned} \tag{16}$$

со скейлинговыми функциями  $\tilde{F}_{C,\chi}(t/t_w)$ , которые убывают на долговременном этапе их изменения с  $t - t_w \gg t_w \gg t_m$  в соответствии со степенным законом

$$\tilde{F}_{C,\chi}(t/t_w) \propto (t/t_w)^{-\phi}, \tag{17}$$

где показатель  $\phi = d/z - a + \beta\delta/z\nu$  [9].

Отметим, что для чистой трехмерной модели Изинга при неравновесной критической эволюции из высокотемпературного начального состояния с  $m_0 = 0$  скейлинговая функция  $\tilde{F}_C(t/t_w)$  характеризуется значительно более медленным убыванием со временем по степенному закону

$$\tilde{F}_C(t/t_w) \propto (t/t_w)^{-c_a}$$

с показателем  $c_a = d/z - \theta' = 1.333(40)$  [8], чем при эволюции из низкотемпературного начального состояния с  $m_0 = 1$  с показателем  $\phi_c = 2.742(32)$  [11].

Показано, что присутствие дефектов структуры приводит к усилению эффектов старения, проявляющихся в сильном замедлении эффектов корреляции в структурно-неупорядоченных системах по сравнению с чистой системой при увеличении времени ожидания  $t_w$ . При этом для высокотемпературного начального состояния значения показателя  $c_a$ , характеризующего временное убывание скейлинговой функции  $\tilde{F}_C(t/t_w)$ , уменьшаются с ростом концентрации дефектов, принимая значения  $c_a = 1.230(28)$  для спиновой концентрации  $p = 0.95$ ,  $c_a = 1.237(22)$  для  $p = 0.8$ ,  $c_a = 0.982(30)$  для  $p = 0.6$

и  $c_a = 0.896(64)$  для  $p = 0.5$  [8]. Для случая низкотемпературного начального состояния было выявлено [11], что в структурно-неупорядоченных системах убывание скейлинговой функции  $\tilde{F}_C(t/t_w)$  со временем в нарушение зависимости (17) осуществляется по степенному закону критической релаксации намагниченности с показателем  $c_a(p) = \beta/z\nu$  со значениями  $c_a = 0.232(7)$  для  $p = 0.95$ ,  $c_a = 0.229(10)$  для  $p = 0.8$ ,  $c_a = 0.175(6)$  для  $p = 0.6$  и  $c_a = 0.175(10)$  для  $p = 0.5$ . Эти сильные изменения в поведении автокорреляционной функции были связаны с пиннингом доменных стенок на дефектах структуры, происходящим при неравновесном изменении доменной структуры системы. Показано, что для структурно-неупорядоченных систем должна реализовываться более сложная, чем в (15) и (16), форма скейлинговой зависимости автокорреляционной функции с  $\tilde{F}_C(t/t_w^\mu)$ , соответствующая эффектам «сверхстарения» с показателем  $\mu = 2.30(6)$  для слабонеупорядоченных систем с  $p = 0.95, 0.8$  и  $\mu = 2.80(7)$  для сильнонеупорядоченных систем с  $p = 0.6, 0.5$  [11, 12].

Вычисленные в работах [7, 8] для случая высокотемпературного начального состояния значения предельного ФДО  $X^\infty = 0.380(13)$  для чистой системы с  $p = 1.0$ ,  $X^\infty = 0.413(7)$  и  $X^\infty = 0.413(11)$  для слабонеупорядоченных систем с  $p = 0.95$  и  $p = 0.8$ ,  $X^\infty = 0.446(8)$  и  $X^\infty = 0.441(13)$  для сильнонеупорядоченных систем с  $p = 0.6$  и  $p = 0.5$  показали, что неравновесное критическое поведение чистых, слабо- и сильнонеупорядоченных систем, описываемых трехмерной моделью Изинга, принадлежит к различным универсальным классам критического поведения (см. детальное обсуждение в работах [7, 14–16]).

Для случая эволюции из низкотемпературного начального состояния было определено значение предельного ФДО  $X^\infty = 0.784(5)$  для чистой системы, в то время как для структурно-неупорядоченных систем предельные значения ФДО, определяемые динамикой доменов в долговременном режиме, становятся равными нулю [11, 12].

Представленные результаты для двух крайних начальных состояний системы с начальными намагниченностями  $m_0 = 0$  и  $m_0 = 1$  демонстрируют сильное влияние как начальных состояний, так и дефектов структуры на характеристики неравновесного критического поведения систем, описываемых трехмерной моделью Изинга. Это делает исключительно интересной задачу по проведению исследований влияния различных начальных состояний с промежуточными значениями начальной намагни-

ченности  $0 < m_0 < 1$  и дефектов структуры на универсальные характеристики неравновесного критического поведения трехмерной модели Изинга.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ АНАЛИЗ

В данной работе проведено моделирование неравновесного поведения как «чистой», так и структурно-неупорядоченной модели Изинга со случайно распределенными по узлам замороженными точечными немагнитными дефектами структуры. Моделирование осуществлялось на трехмерной кубической решетке с линейным размером  $L = 128$  при спиновых концентрациях  $p = 1.0, 0.95, 0.8, 0.6, 0.5$  и соответствующих им критических температурах  $T_c(p)$ :  $T_c(1.0) = 4.5114(1)$  [17],  $T_c(0.95) = 4.26267(4)$ ,  $T_c(0.8) = 3.4995(2)$ ,  $T_c(0.6) = 2.4241(1)$ ,  $T_c(0.5) = 1.84509(6)$  [18]. Формировались начальные состояния системы со значениями намагненности, равными  $m_0 = 0.02, 0.05, 0.1, 0.25, 0.4, 0.7, 1.0$ . На ранней стадии эволюции системы корреляционная длина еще достаточно мала и конечность размера моделируемой системы оказывается несущественной. Поэтому применение в исследованиях решетки с достаточно большим линейным размером  $L = 128$  позволяет пренебрегать конечномерными эффектами по сравнению с их проявлением при моделировании равновесных критических явлений [19].

Результаты проведенного исследования неравновесной критической релаксации намагненности  $M(t)$  в чистой и структурно-неупорядоченной моделях Изинга для различных начальных состояний с намагненностями  $m_0$  представлены на рис. 1 на примере систем со спиновыми концентрациями  $p = 1.0, 0.8, 0.6$ . Графики  $M(t)$  для этих систем наглядно демонстрируют существенные как качественные, так и количественные различия в релаксации намагненности из высокотемпературного начального состояния с  $m_0 \ll 1$ , низкотемпературного полностью упорядоченного состояния с  $m_0 = 1$  и промежуточных состояний с  $0.1 \leq m_0 \leq 0.6$ . Видно, что кривые релаксации для систем, стартовавших из начальных состояний  $m_0 \neq 1$ , асимптотически стремятся к кривой релаксации из низкотемпературного начального состояния с  $m_0 = 1$ . При этом для систем с  $m_0 \ll 1$  на этапе неравновесной эволюции наблюдается характерный рост намагненности, описываемый степенным законом  $M(t) \propto t^{\theta'}$  с  $\theta' = 0.111(4)$  для  $p = 1.0$ ,  $\theta' = 0.127(16)$  для  $p =$

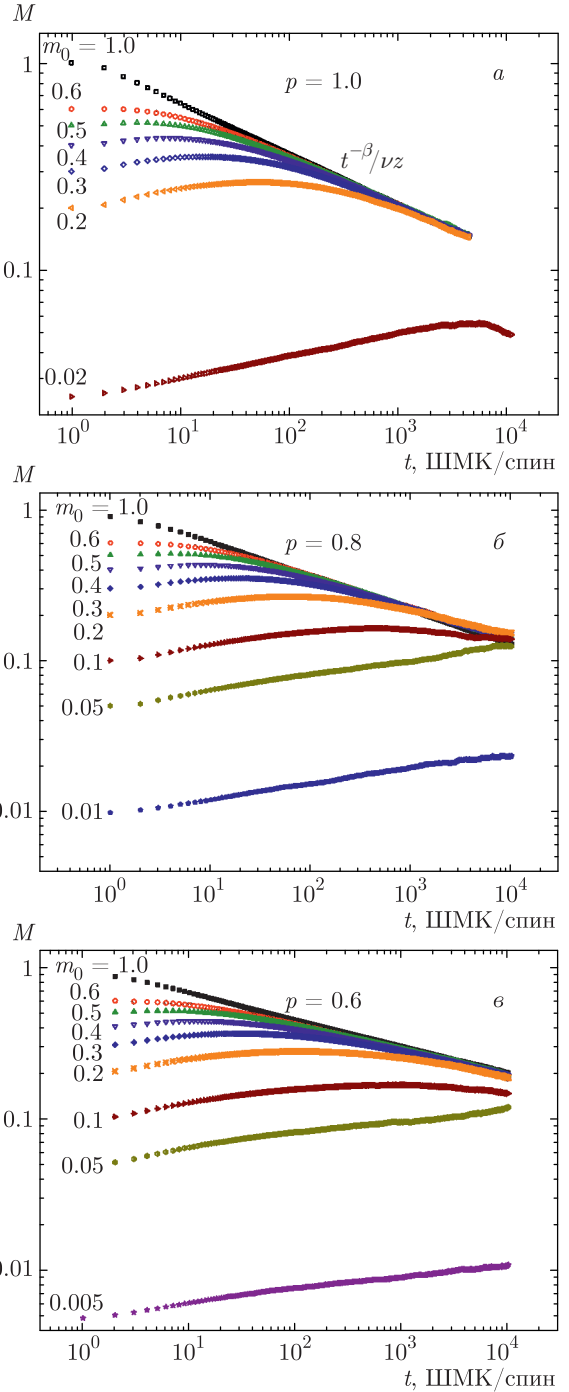


Рис. 1. (В цвете онлайн) Неравновесная критическая релаксация намагненности  $M(t)$  из различных начальных состояний с намагненностями  $m_0$  для систем со спиновыми концентрациями  $p = 1.0$  (а),  $p = 0.8$  (б) и  $p = 0.6$  (в)

$= 0.8$  и  $\theta' = 0.167(18)$  для  $p = 0.6$ , где  $\theta'$  — независимый динамический критический индекс начальной эволюции намагненности [19–21]. При временах  $t > t_{cr} \sim m_0^{-1/(\theta'+\beta/\nu z)}$  данный этап эво-

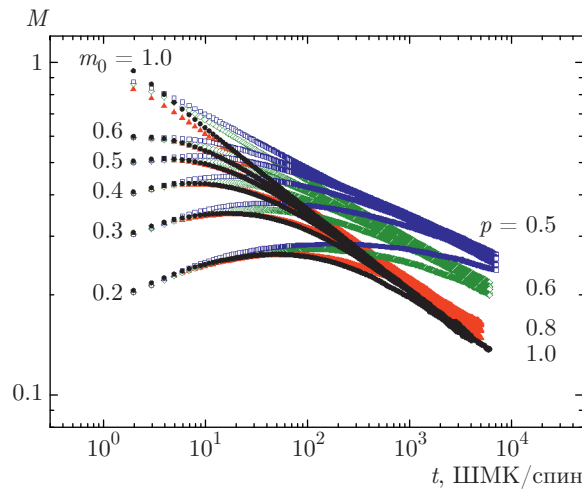


Рис. 2. (В цвете онлайн) Неравновесная критическая релаксация намагниченности  $M(t)$  из различных начальных состояний для систем со спиновыми концентрациями  $p = 1.0, 0.8, 0.6, 0.5$

люции сменяется режимом, характеризуемым степенной временной зависимостью намагниченности  $M(t) \propto t^{-\beta/\nu z}$ , где  $\beta, \nu$  — известные статические индексы, определяющие равновесное критическое поведение намагниченности и корреляционной длины,  $z$  — динамический критический индекс, характеризующий критическое замедление времени релаксации системы. При эволюции системы из начального упорядоченного состояния с  $m_0 = 1$  временная зависимость намагниченности в критической точке сразу определяется степенной зависимостью  $M(t) \propto t^{-\beta/\nu z}$  со значениями показателя  $\beta/\nu z$ , зависящими от спиновой концентрации  $p$ . Было определено, что  $\beta/\nu z = 0.243(6)$  для  $p = 1.0$ ,  $\beta/\nu z = 0.224(10)$  для  $p = 0.8$  и  $\beta/\nu z = 0.176(13)$  для  $p = 0.6$ . Промежуточные состояния с  $0.1 \leq m_0 \leq 0.6$  характеризуются коротким этапом роста намагниченности по закону  $M(t) \propto t^{\theta'}$  с последующим переходом к более длительному этапу релаксации по закону  $M(t) \propto t^{-\beta/\nu z}$ .

На сводном рис. 2 представлены графики критической релаксации намагниченности  $M(t)$  для систем с различными значениями  $m_0$  и спиновыми концентрациями  $p = 1.0, 0.8, 0.6, 0.5$ , обобщающие влияние дефектов структуры на релаксацию трехмерной модели Изинга. Видно, что наличие дефектов структуры замедляет релаксацию системы, приводя к увеличению времени релаксации с ростом концентрации дефектов.

На рис. 3 представлены результаты численной проверки предсказания временной скейлинговой зависимости (14) для намагниченности  $M(t, t_m)$  как

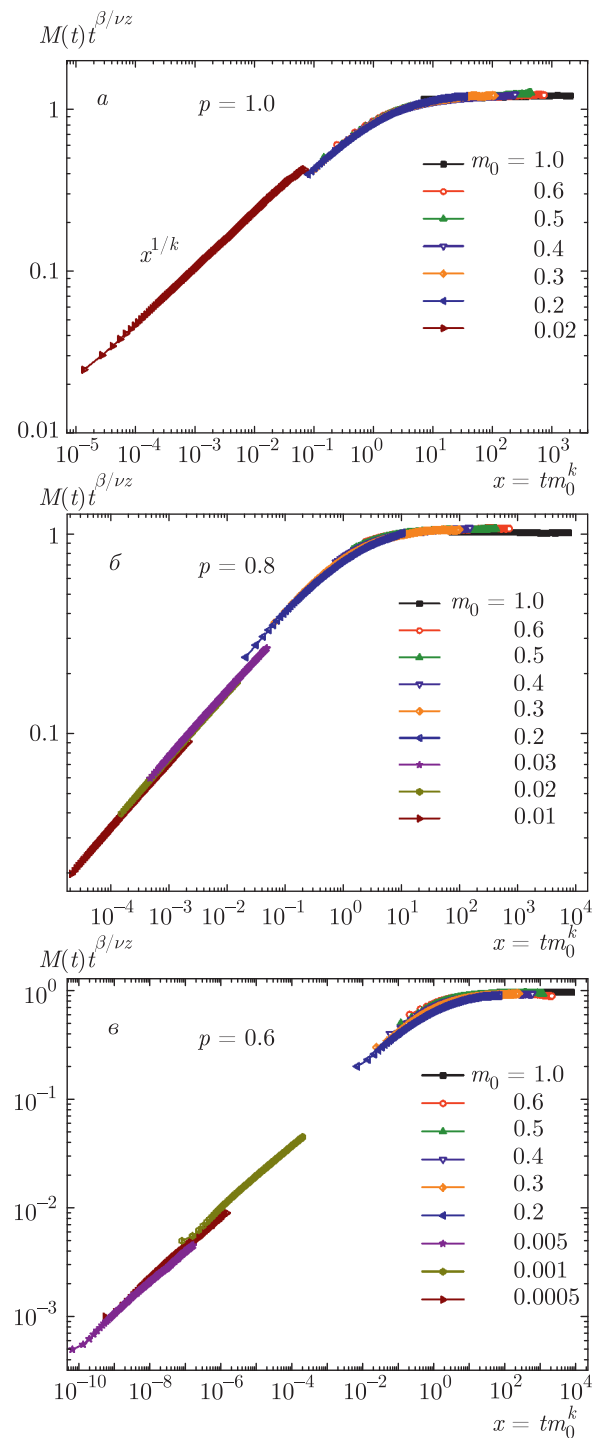


Рис. 3. (В цвете онлайн) Зависимости скейлинговой функции  $F_M(tm_0^k) = t^{\beta/\nu z} M(t, t_m)$  от переменной  $x = tm_0^k$  для систем со спиновыми концентрациями  $p = 1.0$  (а),  $p = 0.8$  (б) и  $p = 0.6$  (в)

функции начальных значений намагниченности  $m_0$  для чистой модели Изинга и систем с  $p = 0.8$  и  $p = 0.6$ . Для графиков скейлинговой функции

$$F_M(x) = t^{\beta/z\nu} M(t, t_m)$$

от переменной  $x = tm_0^k$  наблюдается «коллпас» данных, полученных для различных  $m_0$ , на единой универсальной кривой, вид которой зависит от спиновой концентрации  $p$  системы. Универсальные кривые для скейлинговой функции  $F_M(x)$ , построенные в двойном логарифмическом масштабе, характеризуются линейным начальным участком, соответствующим степенной зависимости  $F_M(x) \propto x^{1/k}$ . По наклону данных линейных участков были рассчитаны следующие значения показателя  $k$  для трехмерной модели Изинга:  $k = 2.77(2)$  для  $p = 1.0$ ,  $k = 2.83(3)$  для  $p = 0.8$  и  $k = 3.08(7)$  для  $p = 0.6$ .

На следующем этапе было осуществлено исследование влияния различных начальных состояний с  $0 \leq m_0 \leq 1$  на временные зависимости автокорреляционной функции  $C(t, t_w, t_m)$  и динамической восприимчивости  $\chi(t, t_w, t_m)$ . В режиме старения с  $t - t_w \sim t_w$  учет влияния различных состояний приводит к модификации скейлинговых соотношений (16) для автокорреляционной функции и восприимчивости:

$$C(t, t_w, t_m) = t^{-2\beta/\nu z} \tilde{F}_C \left( \frac{t}{t_w}, \frac{t}{t_m} \right), \quad (18)$$

$$\chi(t, t_w, t_m) = t^{-2\beta/\nu z} \tilde{F}_\chi \left( \frac{t}{t_w}, \frac{t}{t_m} \right).$$

Для того чтобы выявить предсказываемые соотношениями (18) зависимости автокорреляционной функции и динамической восприимчивости от начальных значений намагниченности  $m_0$ , удобно в качестве времени ожидания выбрать величину, пропорциональную времени наблюдения, например  $t_w = t/3$ . Тогда с учетом того, что  $t_m \propto m_0^{-k}$ , предсказываемые в (18) скейлинговые формы для данных функций примут вид

$$C(t, t_w = t/3, t_m) = t^{-2\beta/\nu z} G_C(tm_0^k), \quad (19)$$

$$\chi(t, t_w = t/3, t_m) = t^{-2\beta/\nu z} G_\chi(tm_0^k), \quad (20)$$

где  $G_C(tm_0^k)$  и  $G_\chi(tm_0^k)$  — скейлинговые функции.

При расчете временных зависимостей для автокорреляционной функции и динамической восприимчивости неравновесное поведение систем исследовалось на временах до 3000 ШМК/спин. При моделировании чистой модели Изинга с  $p = 1.0$  вычисляемые величины усреднялись по 1500 прогонкам. При моделировании структурно-неупорядоченных

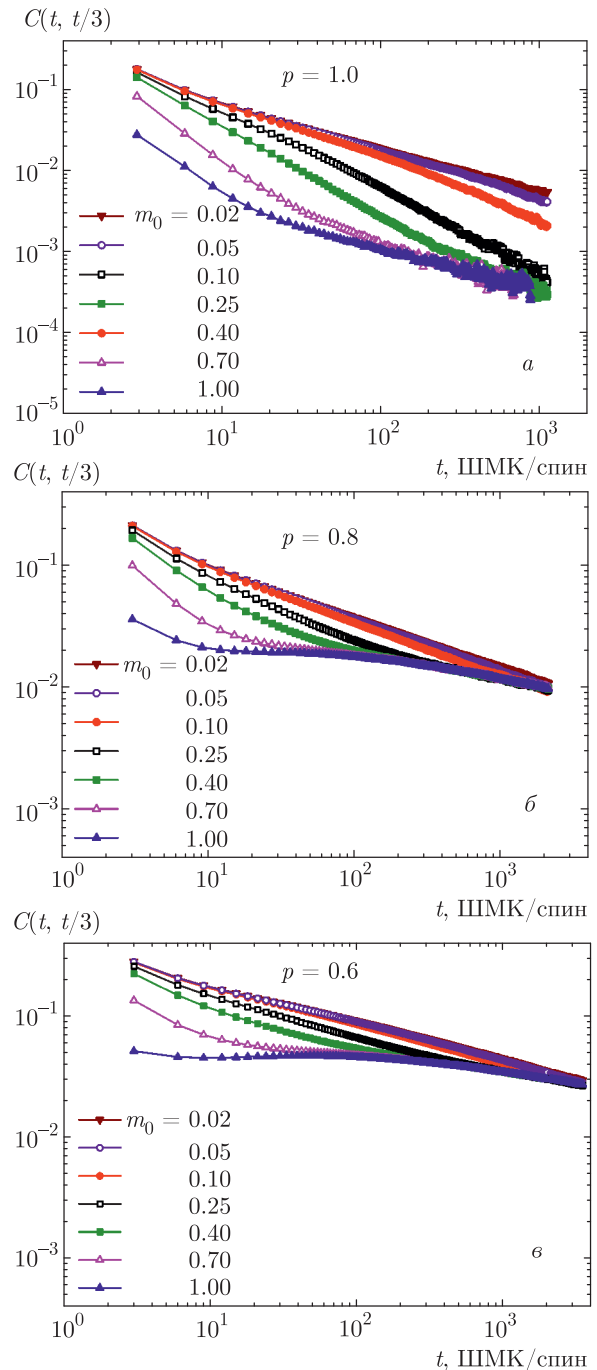
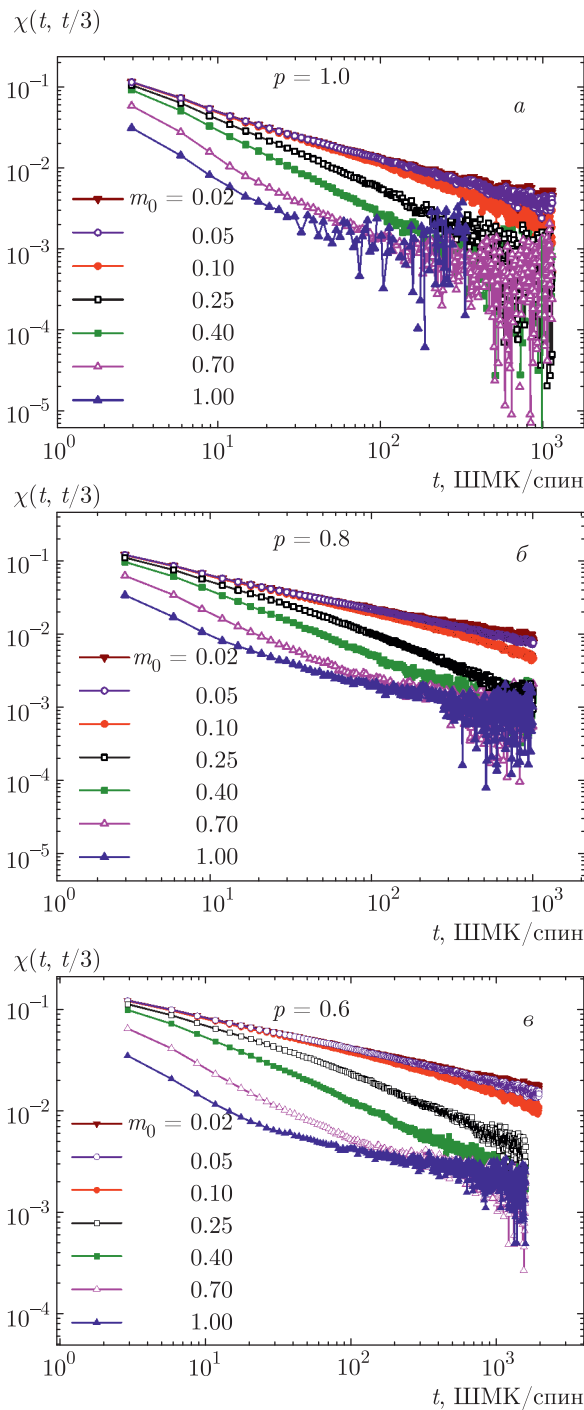


Рис. 4. (В цвете онлайн) Неравновесные зависимости автокорреляционной функции  $C(t, t_w = t/3, t_m)$  для систем с концентрацией спинов  $p = 1.0$  (а),  $p = 0.8$  (б) и  $p = 0.6$  (в)

систем усреднение проводилось по 500 примесным конфигурациям и 5 прогонкам для каждой примесной конфигурации.

На рис. 4 и 5 представлены графики временных зависимостей автокорреляционной функции  $C(t, t_w = t/3, t_m)$  и динамической восприимчивости  $\chi(t, t_w = t/3, t_m)$  для систем с концентрацией





**Рис. 5.** (В цвете онлайн) Неравновесные зависимости динамической восприимчивости  $\chi(t, t_w = t/3, t_m)$  для систем с концентрацией спинов  $p = 1.0$  (а),  $p = 0.8$  (б) и  $p = 0.6$  (в)

спинов  $p = 1.0, 0.8, 0.6$  для различных начальных состояний. Эффекты старения в поведении данных функций наглядно проявляются через отклонение зависимостей  $C(t, t_w = t/3, t_m)$  и  $\chi(t, t_w = t/3, t_m)$  от степенной (при постоянном значении  $t_w$ ), имеющей вид прямой в двойном логарифмическом масштабе, и характеризуются замедлением корреляции и релаксации системы с увеличением ее «возраста»  $t_w$ . Из представленных на рисунках графиков видно, что в поведении автокорреляционной функции эффекты старения проявляются сильнее, чем в поведении восприимчивости. Кроме того, из анализа данных графиков можно сделать вывод, что с ростом начального значения намагниченности  $m_0$  эффекты старения усиливаются, причем в структурно-неупорядоченных системах это явление более ярко выражено по сравнению с чистой моделью Изинга за счет пиннинга доменных стенок на дефектах структуры [11].

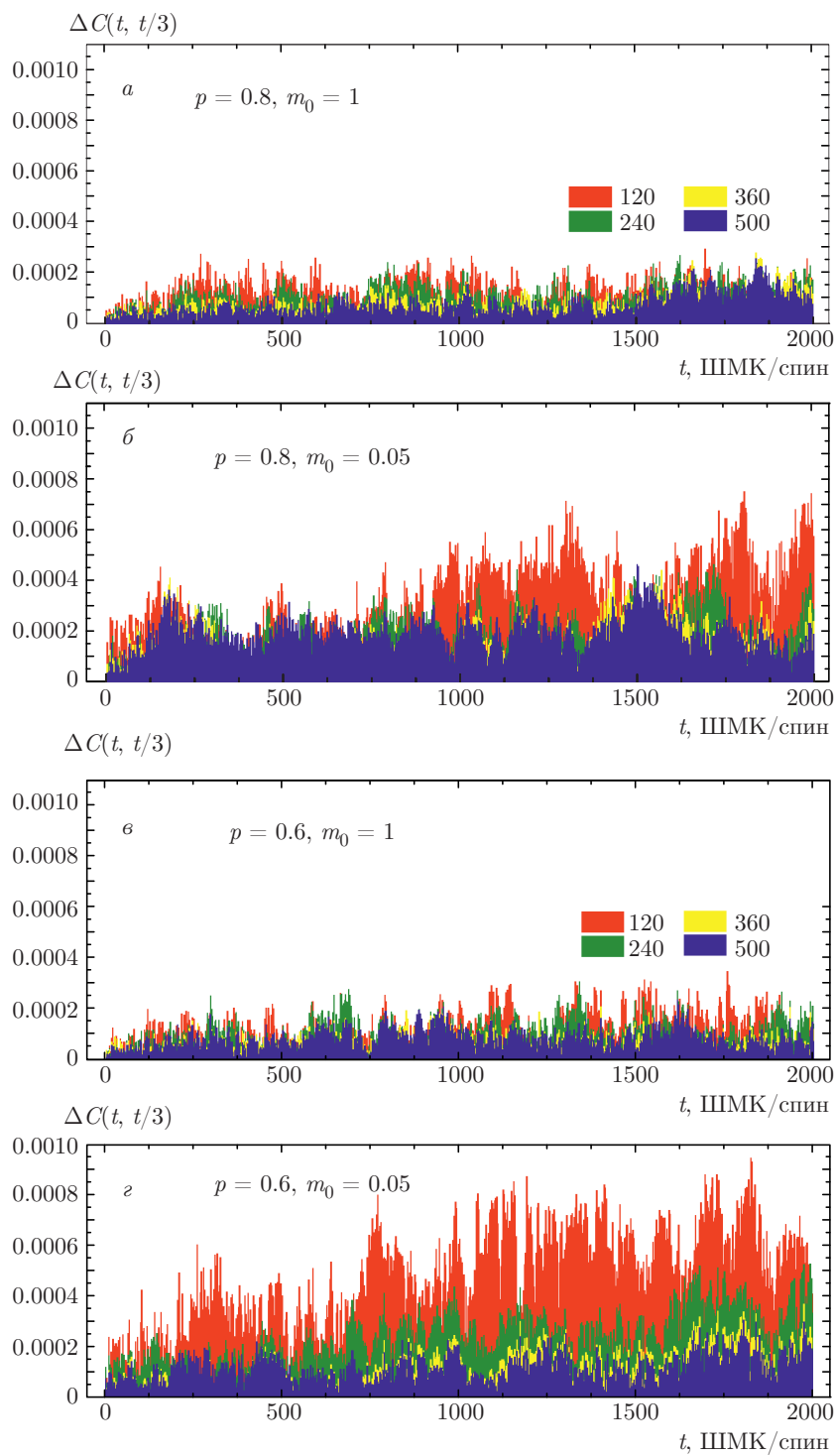
Для определения статистических погрешностей полученных нами характеристик неравновесного критического поведения была применена разработанная и развитая в работах [19, 22, 23] методика.

Рассмотрим ее реализацию на примере определения погрешностей значений автокорреляционной функции  $C(t, t/3)$  для каждого момента времени  $t$  на неравновесном этапе ее изменения для систем со спиновыми концентрациями  $p = 0.8$  и  $p = 0.6$ . Общий набор статистики из 500 примесных конфигураций разбивался на  $n = 4$  статистически независимых группы. Величина статистической погрешности для каждого момента времени определялась как среднеквадратичное отклонение

$$\Delta C(t, t/3, m_0) = \left( \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n(n-1)} \right)^{1/2}, \quad (21)$$

где  $\Delta_i$  — отклонение среднего значения автокорреляционной функции  $C_i(t, t/3)$  по группе  $i$  примесных конфигураций от среднего значения функции  $C(t, t/3)$  по полному числу примесных конфигураций.

На рис. 6 представлены рассчитанные временные зависимости  $\Delta C(t, t/3, m_0, p)$ , усредненные как по полному числу 500, так и по 120 примесных конфигураций, для систем с  $p = 0.8$  и  $p = 0.6$  для начальных значений намагниченности  $m_0 = 1$  и  $m_0 = 0.05$ . Видно, что величина погрешности  $\Delta C$  при эволюции системы из начального высокотемпературного состояния с  $m_0 = 0.05$  (рис. 6б и 6г) принимает более высокие значения по сравнению с погрешностью  $\Delta C$



**Рис. 6.** (В цвете онлайн) Временные зависимости среднеквадратичной погрешности автокорреляционной функции  $\Delta C(t, t/3, m_0)$ , усредненные по 120, 240, 360 и 500 примесным конфигурациям, для  $p = 0.8$  и  $m_0 = 1$  (*a*),  $m_0 = 0.05$  (*б*) и для  $p = 0.6$  и  $m_0 = 1$  (*в*),  $m_0 = 0.05$  (*г*)

при релаксации из низкотемпературного начального состояния с  $m_0 = 1$  (рис. 6а и 6б). Это обусловлено тем, что начальный этап неравновесной эволюции из начального высокотемпературного состояния, характеризуемый степенным ростом намагниченности  $m(t) \propto t^{\theta'}$ , носит исключительно флуктуационный характер, так как без учета флуктуаций (в рамках теории среднего поля) значение критического индекса  $\theta' = 0$  [20, 21, 24].

Видно, что при усреднении по 500 примесным конфигурациям средняя величина погрешности принимает малые значения 0.0002 и не превышает 0.0004. Этот факт подтверждает достоверность полученных результатов. При усреднении по 120 примесным конфигурациям величина погрешности не превышает 0.001. При проведении усреднения более чем по 300 примесным конфигурациям величина погрешности выходит на асимптотический уровень, соответствующий результатам усреднения по 500 примесным конфигурациям.

Для проверки реализации скейлинговых соотношений (19) нами были построены зависимости  $C(t, t/3, t_m)t^{2\beta/(\nu z)}$  и  $\chi(t, t/3, t_m)t^{2\beta/(\nu z)}$  от переменной  $x = tm_0^k$  с использованием значений критических показателей  $\beta/\nu z$  и  $k$ , определенных выше на основе анализа временного поведения намагниченности для систем с соответствующими спиновыми концентрациями. Результаты, представленные на рис. 7а и 8а для чистой модели Изинга, демонстрируют «коллапс» данных, полученных для различных  $m_0$ , на универсальных кривых, характеризующих скейлинговыми функциями  $G_C(tm_0^k)$  и  $G_\chi(tm_0^k)$ . Это указывает на выполнение скейлинговых соотношений (18) и (19) с реализацией так называемого канонического старения [25].

Однако временное поведение автокорреляционной функции для структурно-неупорядоченных систем, представленное на рис. 7б и 7в, демонстрирует нарушение скейлингового соотношения (19), что связано с существенным влиянием дефектов структуры на корреляционные свойства системы на неравновесном этапе ее эволюции при старте из низкотемпературных начальных состояний с  $m_0 \neq 0$ . Представление зависимости от  $x = t^\mu m_0^k$  функции

$$C(t, t_w = t^{1/\mu}, t_m)t^{2\beta/\mu z \nu}$$

позволяет при значении показателя  $\mu = 2.30(6)$  для систем с  $p = 0.95, 0.8$  и  $\mu = 2.80(7)$  для систем с  $p = 0.6, 0.5$  [11] получить совпадение данных для скейлинговой функции  $G_C(t^\mu m_0^k)$  на соответствующих универсальных кривых при значениях начальной намагниченности  $0.25 \leq m_0 \leq 1$  и распределе-

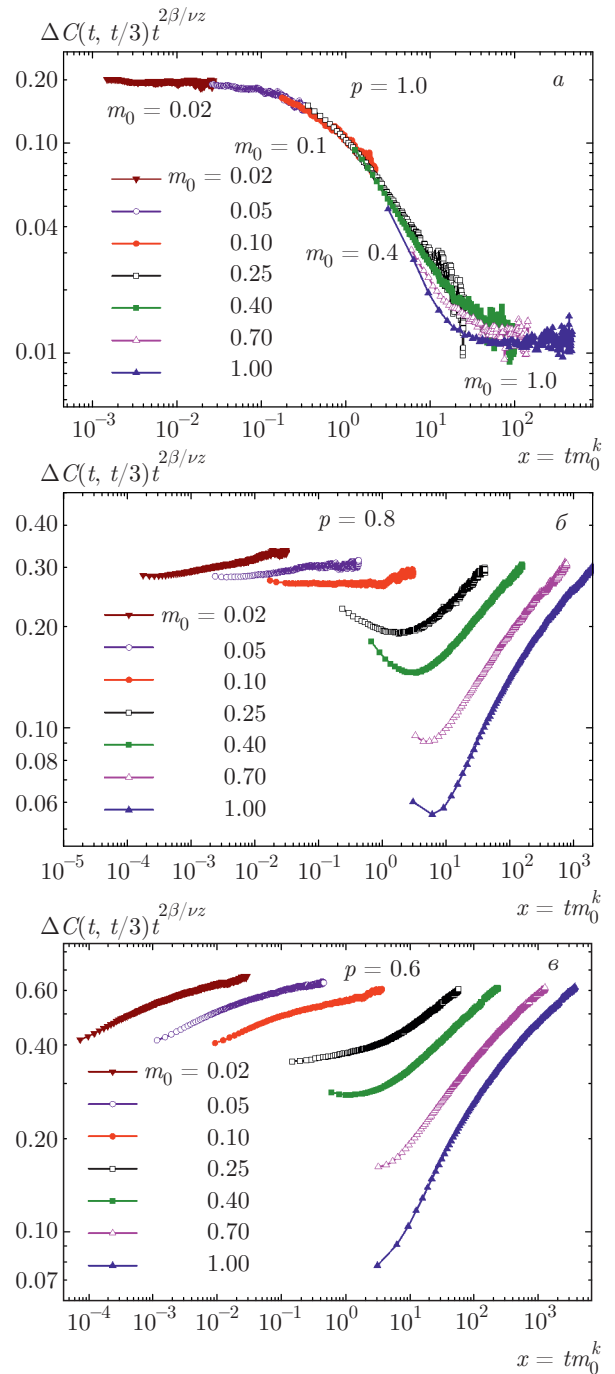
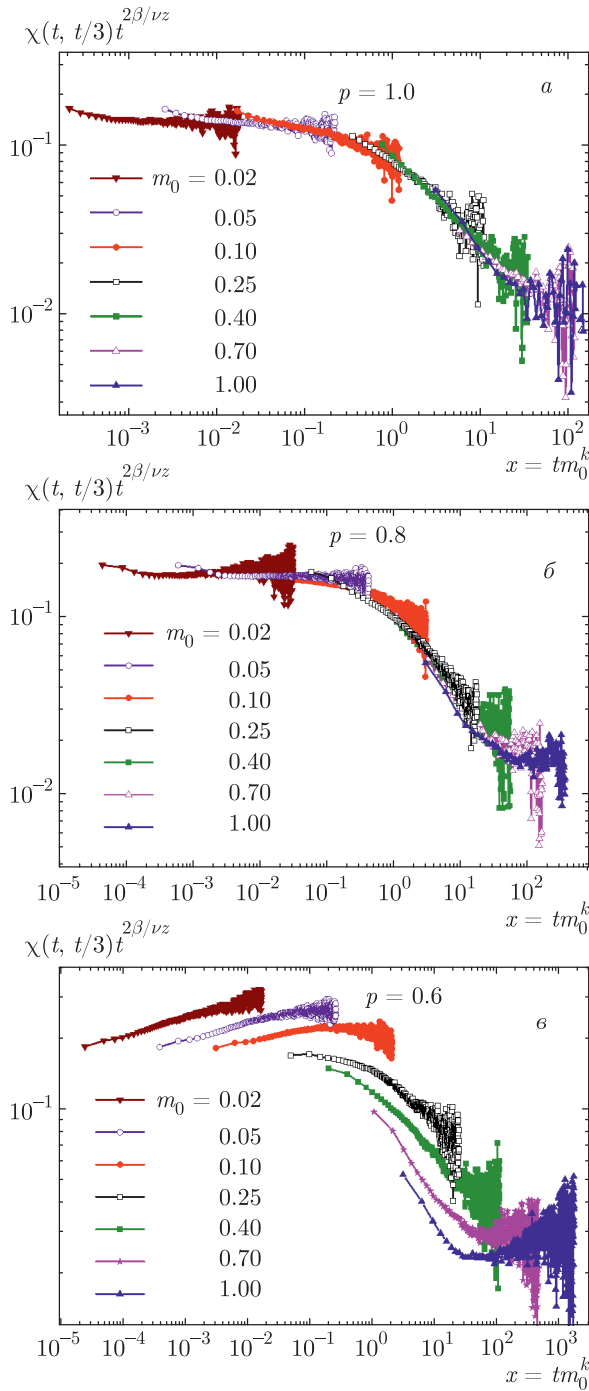


Рис. 7. (В цвете онлайн) Зависимости скейлинговой функции  $G_C(tm_0^k) = C(t, t_w = t/3, t_m)t^{2\beta/\nu z}$  от переменной  $x = tm_0^k$  для систем с  $p = 1.0$  (а),  $p = 0.8$  (б) и  $p = 0.6$  (в), демонстрирующие «коллапс» полученных для различных  $m_0$  данных для чистой системы с  $p = 1.0$  и нарушение «коллапса» для структурно-неупорядоченных систем с  $p = 0.8$  и  $p = 0.6$



**Рис. 8.** (В цвете онлайн) Зависимости скейлинговой функции  $G_\chi(tm_0^k) = \chi(t, t_w = t/3, t_m)t^{2\beta/\nu z}$  от переменной  $x = tm_0^k$  для систем с  $p = 1.0$  (а),  $p = 0.8$  (б) и  $p = 0.6$  (в), демонстрирующие «коллапс» полученных для различных  $m_0$  данных для чистой системы с  $p = 1.0$  и слабонеупорядоченной системы с  $p = 0.8$  и нарушение «коллапса» для сильнонеупорядоченной системы с  $p = 0.6$

ние данных в виде параллельно расположенных графиков для  $0.02 \leq m_0 \leq 0.1$  (рис. 9). Это указывает на то, что в структурно-неупорядоченных системах для автокорреляционной функции реализуется более сложная скейлинговая зависимость вида

$$C(t, t_w = t^{1/\mu}, t_m) = t^{-2\beta/\mu z \nu} \tilde{G}_C(t^\mu m_0^k). \quad (22)$$

Такой случай скейлинговой зависимости, характеризуемой показателем  $\mu > 1$ , классифицируется в теории неравновесных процессов как соответствующий явлению «сверхстарения» [25].

Наблюдаемое для начальных состояний с  $0.25 \leq m_0 \leq 1$  изменение режима поведения автокорреляционной функции на долговременном этапе при  $t \gg t_w$  связано с сильным замедлением эффектов корреляции вследствие пиннинга доменных стенок на дефектах структуры в процессе неравновесного изменения доменной структуры системы. Данная особенность в поведении автокорреляционной функции была выявлена нами ранее в структурно-неупорядоченной трехмерной модели Изинга, эволюционирующей из низкотемпературного полностью упорядоченного начального состояния с  $m_0 = 1$  с реализацией для  $C(t, t_w)$  эффектов сверхстарения [11]. Для начальных состояний с  $0.02 \leq m_0 < 0.1$  поведение автокорреляционной функции не меняется ни на этапе старения с  $t \sim t_w$ , ни на долговременном этапе с  $t \gg t_w$  и характеризуется одним режимом поведения.

Отсюда можно сделать вывод о том, что поведение автокорреляционной функции для систем, релаксирующих из начальных состояний с различными значениями начальной намагниченности  $m_0$ , характеризуется принадлежностью к двум подклассам универсального неравновесного критического поведения. Один из них соответствует типу низкотемпературного начального состояния, включающего в себя состояния с  $0.25 \leq m_0 \leq 1$ . В этом случае скейлинговая временная зависимость автокорреляционной функции для чистой модели Изинга описывается соотношениями теории канонического старения, а для структурно-неупорядоченной модели Изинга — соотношениями теории сверхстарения.

Другой подкласс универсального неравновесного критического поведения соответствует типу высокотемпературного начального состояния, включающего в себя состояния с  $m_0 < 0.1$ . В этом случае автокорреляционная функция описывается скейлинговыми формами, соответствующими каноническому старению, для систем со всеми значениями спиновых концентраций. Случай начальной намагниченности  $m_0 = 0.1$  является переходным, когда

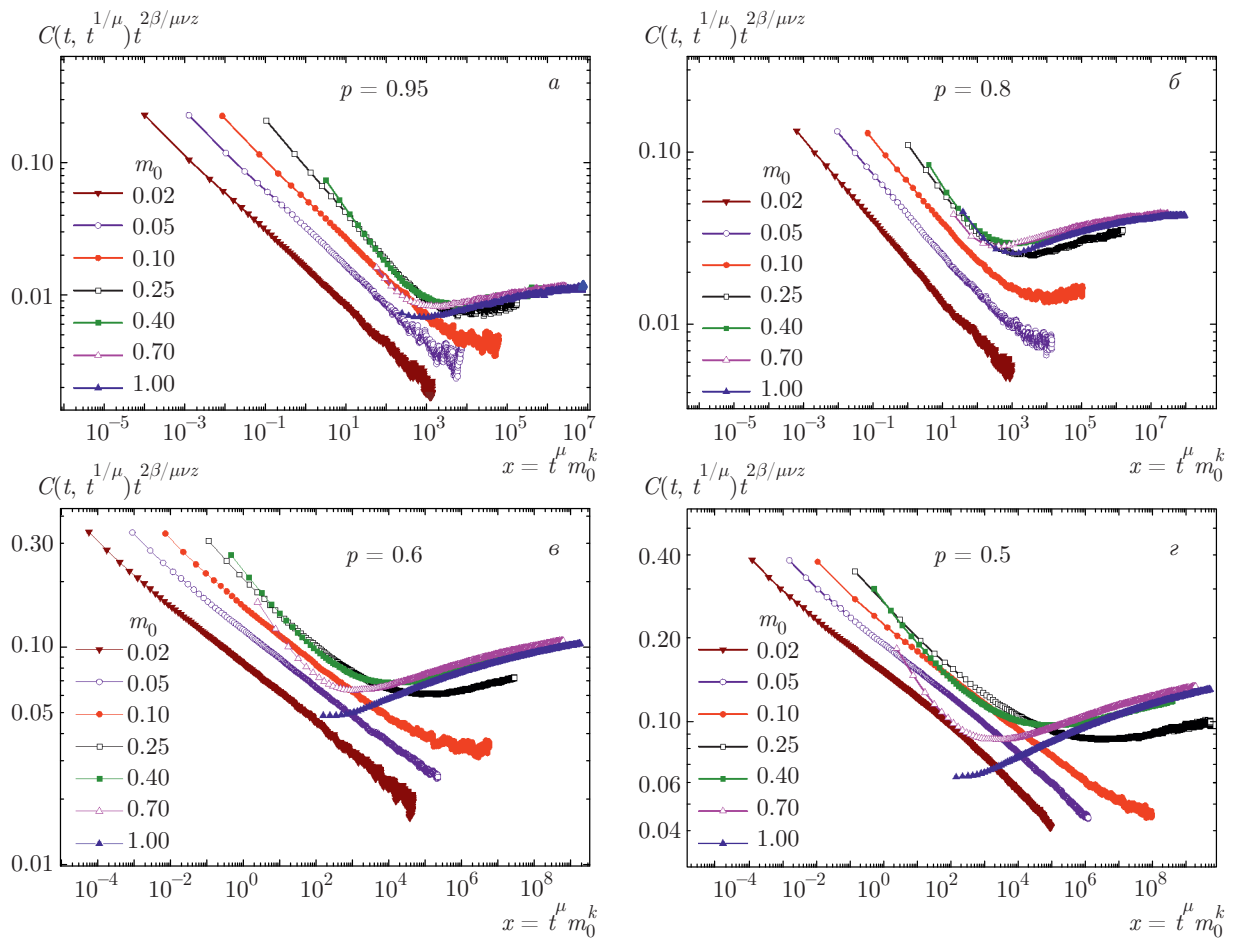


Рис. 9. (В цвете онлайн) Эффекты «сверхстарения», наблюдаемые в зависимости скейлинговой функции  $G_C(t^\mu m_0^k) = C(t, t_w = t^{1/\mu}, t_m) t^{2\beta/\mu\nu}$  от переменной  $x = t^\mu m_0^k$ , с  $\mu = 2.30$  для слабеупорядоченных систем с  $p = 0.95$  (а),  $p = 0.8$  (б) и с  $\mu = 2.80$  для сильнеупорядоченных систем с  $p = 0.6$  (в) и  $p = 0.5$  (г)

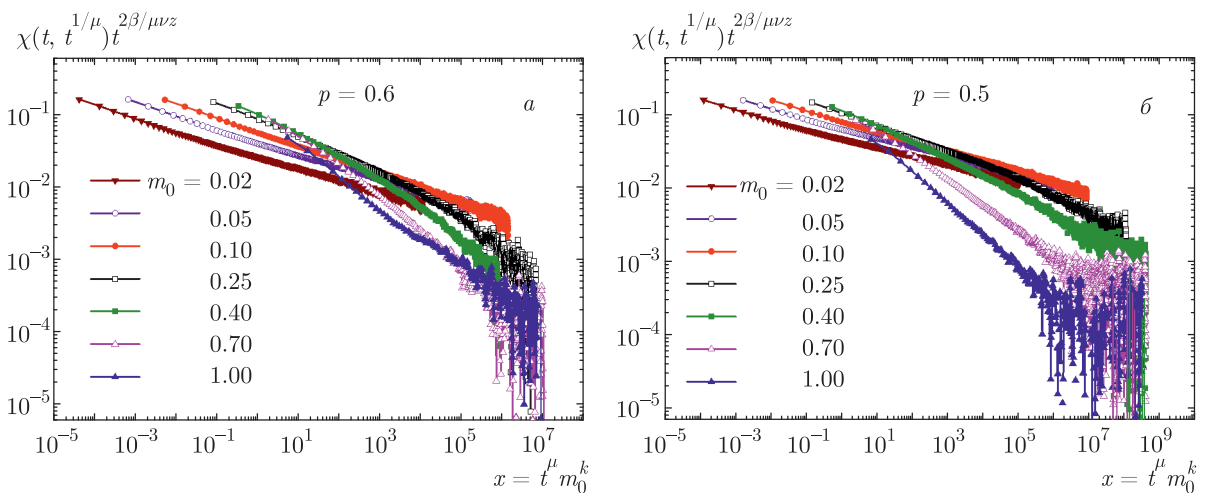


Рис. 10. (В цвете онлайн) Эффект «сверхстарения» в зависимости скейлинговой функции  $G_\chi(t^\mu m_0^k) = \chi(t, t_w = t^{1/\mu}, t_m) t^{2\beta/\mu\nu}$  от переменной  $x = t^\mu m_0^k$  с  $\mu = 2.80$  для сильнеупорядоченных систем с  $p = 0.6$  (а) и  $p = 0.5$  (б)

поведение автокорреляционной функции на временах  $t \geq t_w$  соответствует типу неравновесного критического поведения с высокотемпературным начальным состоянием, а на долговременном этапе с  $t \gg t_w$  — низкотемпературному типу начальных состояний. С увеличением концентрации дефектов поведение автокорреляционной функции для системы с  $m_0 = 0.1$  все более соответствует подклассу высокотемпературного начального состояния.

Временная зависимость динамической восприимчивости для слабонеупорядоченных систем с  $p = 0.95, 0.8$ , как и в случае чистой модели Изинга, описывается скейлинговым соотношением (20), выполнение которого для системы с  $p = 0.8$  показано на рис. 8б. Однако поведение восприимчивости для сильнонеупорядоченной системы с  $p = 0.6$  показывает нарушение соотношения (20), определяемого скейлинговой функцией

$$G_\chi(tm_0^k) = \chi(t, t_w = t/3, t_m) t^{2\beta/\nu z}$$

(рис 8в). Представление зависимости  $\chi(t, t_w = t^{1/\mu}, t_m) t^{2\beta/\mu z \nu}$  от переменной  $x = t^\mu m_0^k$  позволяет для сильнонеупорядоченных систем с  $p = 0.6$  и  $p = 0.5$  получить при значении показателя  $\mu = 2.80(7)$  [11] совпадение данных для скейлинговой функции  $G_\chi(t^\mu m_0^k)$  в долговременной области со значениями переменной  $x = t^\mu m_0^k = 10^6 - 10^8$  на соответствующих низкотемпературному типу неравновесного критического поведения универсальных кривых при значениях начальной намагниченности  $0.25 \leq m_0 \leq 1$  и распределение данных в виде параллельно расположенных графиков при  $0.02 \leq m_0 \leq 0.1$ , соответствующих высокотемпературному типу неравновесного критического поведения (рис. 10). Таким образом, поведение динамической восприимчивости для сильнонеупорядоченных систем демонстрирует явление «сверхстарения», при котором  $\chi(t, t_w, t_m)$  характеризуется скейлинговой зависимостью вида

$$\chi(t, t_w = t^{1/\mu}, t_m) = t^{-2\beta/\mu z \nu} \tilde{G}_\chi(t^\mu m_0^k). \quad (23)$$

Данные особенности в неравновесном критическом поведении автокорреляционной функции и динамической восприимчивости мы связываем с пиннингом доменных стенок на дефектах структуры в процессе неравновесного изменения доменной структуры системы.

На следующем этапе было осуществлено исследование влияния различных начальных состояний на значения предельного ФДО. Рассчитывались временные зависимости динамической воспри-

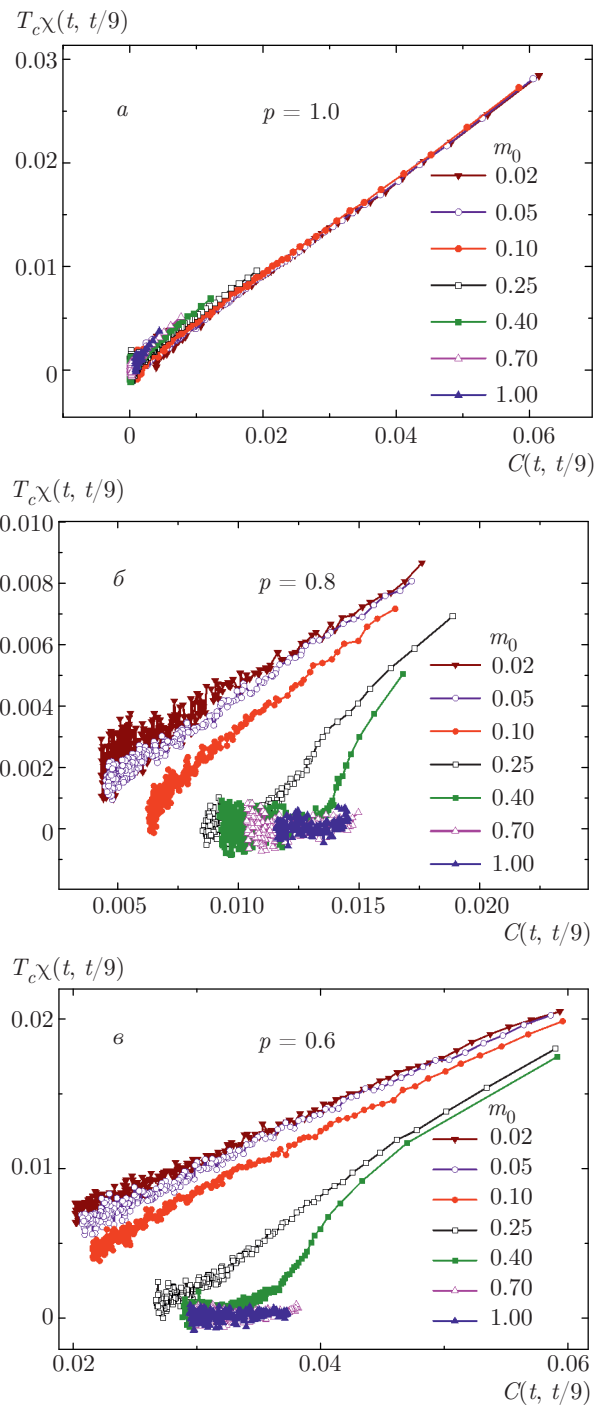


Рис. 11. (В цвете онлайн) Параметрическая зависимость  $T_c \chi(t, t_w = t/9, t_m)$  от автокорреляционной функции  $C(t, t_w = t/9, t_m)$  для систем с  $p = 1.0$  (а),  $p = 0.8$  (б) и  $p = 0.6$  (в) при ряде значений начальной намагниченности  $m_0$

**Таблица.** Значения предельного ФДО  $X^\infty(p, m_0)$  для систем с различными спиновыми концентрациями  $p$  при различных значениях начальной намагниченности  $m_0$

$m_0$	$X^\infty(p, m_0)$				
	$p = 1.0$	$p = 0.95$	$p = 0.8$	$p = 0.6$	$p = 0.5$
0.02	0.381(38)	0.410(17)	0.412(21)	0.423(19)	0.438(28)
0.05	0.392(32)	0.413(12)	0.414(18)	0.427(11)	0.440(18)
0.1	0.401(35)	0.423(16)	0.425(27)	0.434(17)	0.445(13)
0.25	0.762(39)	0	0	0	0
0.4	0.773(41)	0	0	0	0
0.7	0.775(45)	0	0	0	0
1.0	0.779(44)	0	0	0	0

имчивости  $\chi(t, t_w, t_m)$  и автокорреляционной функции  $C(t, t_w, t_m)$  для различных значений начальных намагниченностей  $m_0$  при времени ожидания, равном  $t_w = t/9$ , которое лучше соответствует условию  $t - t_w \gg t_w$  для долговременного этапа эволюции системы — области универсальности неравновесной динамики. Представленная на рис. 11 параметрическая зависимость  $T_c \chi(C)$  позволяет получить предельное ФДО  $X^\infty$  при  $C \rightarrow 0$  в соответствии с соотношением (11).

Из графиков на рис. 11 видно, что в случае начальных состояний с намагниченностью  $0.02 \leq m_0 \leq 0.1$  системы со всеми спиновыми концентрациями характеризуются линейной зависимостью  $T_c \chi(C)$  и предельными значениями ФДО, представленными в таблице. Эти значения в пределах погрешности совпадают со значениями, вычисленными для высокотемпературных начальных состояний  $X^\infty = 0.390(12)$  ( $p = 1.0$ ),  $X^\infty = 0.415(18)$  ( $p = 0.8$ ) и  $X^\infty = 0.443(6)$  ( $p = 0.6$ ) [7]. В случае начальных состояний с намагниченностью  $0.25 \leq m_0 \leq 1$  предельное значение ФДО для чистой системы ( $p = 1.0$ ) хорошо согласуется с найденным в работе [11] значением  $X^\infty = 0.784(5)$  для низкотемпературного полностью упорядоченного состояния с  $m_0 = 1$ . Для структурно-неупорядоченных систем с начальными намагниченностями  $0.25 \leq m_0 \leq 1$  предельное ФДО  $X^\infty = 0$ , что связано с сильным замедлением корреляционных эффектов на временах  $t \gg t_w \gg 1$  вследствие пиннинга доменных стенок на дефектах структуры [11].

Таким образом, можно сделать следующий вывод: неравновесное критическое поведение трехмерной модели Изинга с произвольной начальной намагниченностью  $m_0$  можно разделить на два подкласса универсальности, соответствующих высоко-

температурному и низкотемпературному начальным состояниям с характерными для этих состояний значениями предельного ФДО  $X^\infty$ . При  $0.25 \leq m_0 \leq 1$  система характеризуется предельными значениями ФДО, вычисленными для случая низкотемпературного начального состояния с  $m_0 = 1$ , которые равны  $X^\infty = 0.784(5)$  для чистой системы и нулю для структурно-неупорядоченных систем. При  $0.02 \leq m_0 \leq 0.1$  значения ФДО совпадают с найденными для случая  $m_0 \ll 1$  значениями  $X^\infty = 0.390(12)$  для чистой модели Изинга,  $X^\infty = 0.415(18)$  для слабонеупорядоченных систем и  $X^\infty = 0.443(6)$  для сильнонеупорядоченных систем [6–8].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим, что в результате численных исследований выявлено существенное влияние начальных состояний на неравновесную критическую динамику трехмерной модели Изинга. Показано, что с ростом начального значения намагниченности происходит усиление эффектов старения, характеризующих увеличение времени релаксации и времени корреляции с ростом времени ожидания  $t_w$  — «возраста» системы. В структурно-неупорядоченных системах по сравнению с чистой моделью Изинга наблюдаются существенные изменения в поведении автокорреляционной функции, характеризующиеся сильным замедлением ее временного убывания. Аналогичные существенные изменения в поведении динамической восприимчивости за счет влияния дефектов структуры были обнаружены лишь в сильнонеупорядоченных системах. Данные особенности в поведении автокорреляционной функции и восприимчивости характеризуются эффектами сверхстарения и связаны с пиннингом до-

менных стенок на дефектах структуры в процессе неравновесного изменения доменной структуры системы.

Было показано, что для начальных состояний системы со значениями намагниченности в интервале  $0.25 \leq m_0 \leq 1$  предельные значения ФДО, определяемые динамикой доменов в долговременном режиме и пиннингом доменных стенок на дефектах структуры, становятся равными нулю. Для начальных состояний с  $0.02 \leq m_0 \leq 0.1$  динамика доменной структуры не проявляется в долговременном режиме неравновесного критического поведения системы. В результате предельные значения ФДО совпадают между собой для разных  $m_0$  в этом интервале и с найденными ранее для высокотемпературного начального состояния значениями ФДО, соответствующими различным классам универсальности критического поведения чистой модели Изинга, слабо- и сильнонеупорядоченных систем [6–8].

Впервые выявлено, что в неравновесном критическом поведении трехмерной модели Изинга с произвольной начальной намагниченностью  $m_0$  можно выделить два подкласса универсальности, соответствующих эволюции системы из высокотемпературного и низкотемпературного начальных состояний с характерными для этих состояний значениями предельного ФДО  $X^\infty$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 17-12-00279) и гранта MD-3815.2010.2 Президента РФ. Для проведения расчетов были использованы ресурсы суперкомпьютерного комплекса МГУ им. М. В. Ломоносова и межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. Vincent, J. Hammann, M. Ocio, J. P. Bouchaud, and L. F. Cugliandolo, *Lect. Notes Phys.* **492**, 184 (1997).
2. L. Berthier and J. Kurchan, *Nature Phys.* **9**, 310 (2013).
3. P. Calabrese and A. Gambassi, *J. Phys. A* **38**, R133 (2005).
4. В. В. Прудников, П. В. Прудников, М. В. Мамонова, *УФН* **187**, 817 (2017).
5. L. F. Cugliandolo, D. S. Dean, and J. Kurchan, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2168 (1997).
6. В. В. Прудников, П. В. Прудников, Е. А. Поспелов, *Письма в ЖЭТФ* **98**, 693 (2013).
7. В. В. Прудников, П. В. Прудников, Е. А. Поспелов, *ЖЭТФ* **145**, 462 (2014).
8. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, E. A. Pospelov, and A. N. Vakilov, *Phys. Lett. A* **379**, 774 (2015).
9. P. Calabrese, A. Gambassi, and F. Krzakala, *J. Stat. Mech.* **P06016** (2006).
10. P. C. Hohenberg and B. I. Halperin, *Rev. Mod. Phys.* **49**, 435 (1977).
11. В. В. Прудников, П. В. Прудников, Е. А. Поспелов, П. Н. Маляренко, *Письма в ЖЭТФ* **102**, 192 (2015).
12. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, and E. A. Pospelov, *J. Stat. Mech.* **043303** (2016).
13. W. Janke, *Lect. Note Phys.* **739**, 79 (2008).
14. P. V. Prudnikov, V. V. Prudnikov, E. A. Pospelov, P. N. Malyarenko, and A. N. Vakilov, *Progr. Theor. Exp. Phys.* **2015**, 053A01 (2015).
15. В. В. Прудников, А. Н. Вакилов, *Письма в ЖЭТФ* **55**, 709 (1992); *ЖЭТФ* **103**, 962 (1993).
16. А. К. Муртазаев, И. К. Камилов, А. Б. Бабаев, *ЖЭТФ* **126**, 1377 (2004).
17. A. M. Ferrenberg and D. P. Landau, *Phys. Rev. B* **44**, 5081 (1991).
18. В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. Н. Вакилов, *Теоретические методы описания неравновесного критического поведения структурно-неупорядоченных систем*, Наука, Москва (2013).
19. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, A. S. Krinitsyn, A. N. Vakilov, E. A. Pospelov, and M. V. Rychkov, *Phys. Rev. E* **81**, 011130 (2010).
20. H. K. Janssen, B. Schaub, and B. Schmittmann, *Z. Phys. B* **73**, 539 (1989).
21. В. В. Прудников, П. В. Прудников, И. А. Калашников, С. С. Циркин, *ЖЭТФ* **133**, 1251 (2008).
22. L. Schülke, B. Zheng, *Phys. Lett. A* **215**, 81 (1996).
23. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, B. Zheng, S. V. Dorofeev, and V. Yu. Kolesnikov, *Progr. Theor. Phys.* **117**, 973 (2007).
24. В. В. Прудников, П. В. Прудников, И. А. Калашников, М. В. Рычков, *ЖЭТФ* **137**, 287 (2010).
25. M. Henkel and M. Pleimling, in *Non-Equilibrium Phase Transitions*, Vol. 2, Springer, Heidelberg (2010), p. 544.