

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПРЫЖКОВОЙ α -ПРОВОДИМОСТИ В СТРУКТУРАХ p -Ge/GeSi В РЕЖИМЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

И. Л. Дричко^{a*}, *А. А. Дмитриев*^a, *В. А. Малыш*^a, *И. Ю. Смирнов*^{a**},
Ю. М. Гальперин^{b,a}, *Г. фон Кёнель*^{c***}, *М. Куммер*^{c***}, *Дж. Изелла*^{d***}, *Д. Крастина*^{d***}

^a *Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

^b *Department of Physics, University of Oslo, PO Box 1048 Blindern
0316, Oslo, Norway*

^c *Laboratorium für Festkörperphysik ETH Zürich
CH-8093, Zürich, Switzerland*

^d *L-NESS, Department of Physics, Politecnico di Milano, via Anzani 42
I-22100, Como, Italy*

Поступила в редакцию 6 сентября 2017 г.

С помощью комбинации акустических и микроволновых методов измерена прыжковая α -проводимость, реализующаяся в минимумах поперечного кондактанса в режиме целочисленного эффекта Холла. Измерения выполнены в структурах с квантовыми ямами p -GeSi/Ge/GeSi в широком диапазоне частот (30–1200 МГц). Экспериментально измеренные частотные зависимости действительной части α -кондактанса σ_1 интерпретированы на основе модели, предполагающей прыжки между локализованными электронными состояниями, принадлежащими изолированным кластерам. При больших частотах доминирующие кластеры являются парами близких состояний; при уменьшении частоты становятся важными большие кластеры, которые при стремлении частоты к нулю сливаются в бесконечный перколяционный кластер. При этом частотные зависимости α -проводимости могут быть представлены в виде одной универсальной кривой. Определены параметры скейлинга и их зависимость от магнитного поля.

DOI: 10.7868/S0044451018020116

1. ВВЕДЕНИЕ

Низкоразмерные электронные системы являются объектами интенсивного исследования на протяжении многих лет. Особенно богатым объектом является двумерный электронный газ в квантующем поперечном магнитном поле, который в зависимости от фактора заполнения уровней Ландау демонстрирует различные механизмы электропроводности. Среди наиболее известных режимов — целочисленный и дробный квантовые эффекты Холла [1],

вигнеровский кристалл, и др. В целом, возникает очень богатая физическая картина, детали которой зависят от конкуренции влияний структурного беспорядка и электрон-электронного взаимодействия.

В настоящей работе мы изучаем прыжковую α -проводимость двумерного газа дырок, которая реализуется в структурах p -Ge/GeSi в минимумах целочисленного квантового эффекта (ЦКЭХ). В этих областях электронные состояния локализованы беспорядком и проводимость осуществляется прыжками между локализованными состояниями. Интересно, что в таком режиме физические картины α - и σ -проводимостей существенно различны. В первом случае прыжки осуществляются по состояниям так называемого перколяционного кластера, пронизывающего весь образец и кончающегося

* E-mail: irina.l.drichko@mail.ioffe.ru

** E-mail: ivan.smirnov@mail.ioffe.ru

*** H. von Känel, M. Kummer, G. Isella, D. Chrastina

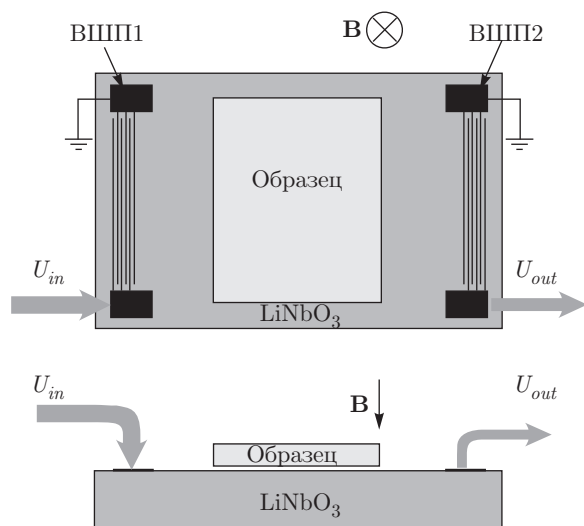


Рис. 1. Схема акустической методики. ПАВ генерируется встречно-штыревым преобразователем 1 (ВШП1) и принимается ВШП2 после прохождения по поверхности пьезоэлектрической подложки LiNbO_3

на электродах [2]. Во втором случае прыжки осуществляются по состояниям конечных кластеров, изолированных друг от друга (см., например, обзор [3]). Поэтому сравнительное исследование dc- и ac-проводимостей дает дополнительную информацию.

Для изучения ac-переноса применяются разнообразные экспериментальные методы, среди которых особое место занимают бесконтактные. Одним из них является акустическая методика [4], которая основана на использовании поверхностной акустической волны (ПАВ) рэлеевского типа, распространяющейся по поверхности пьезоэлектрической подложки LiNbO_3 , к которой прижат исследуемый образец (см. рис. 1). Волна деформации в подложке в этом случае сопровождается переменным электрическим полем с частотой ПАВ, которое проникает в исследуемый образец и взаимодействует с носителями заряда. В результате такого взаимодействия происходят уменьшение интенсивности ПАВ (поглощение) и изменение ее скорости, что и фиксируется приемной системой. Из измеряемых в эксперименте величин коэффициента поглощения ПАВ и изменения ее скорости в дальнейшем вычисляется комплексная ac-проводимость исследуемого образца. Следует отметить, что в данной методике вектор поляризации электрического поля в образце параллелен волновому вектору ПАВ, и сама ПАВ используется лишь для введения бесконтактным способом электрического поля в исследуемый образец, никак при этом его не деформируя.

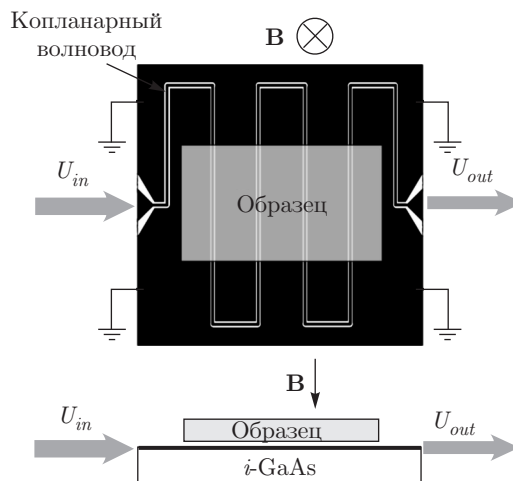


Рис. 2. Схема микроволновой методики

Определенным недостатком акустической методики является ограниченный диапазон рабочих частот, который в основном определяется конфигурацией встречно-штыревых преобразователей, используемых для генерации и приема ПАВ. Поскольку исследование зависимости проводимости от частоты позволяет изучать механизмы локализации носителей заряда в квантово-размерных системах [5–7], очень важно иметь возможность проводить измерения в широком диапазоне частот.

Такую возможность дает микроволновая бесконтактная методика [8], основанная на использовании квазипоперечной электромагнитной волны (квази-ТЕМ-волны), распространяющейся по копланарному волноводу, который сформирован на поверхности подложки изолирующего GaAs (см. рис. 2). Копланарный волновод изготовлен в форме меандра для увеличения длины взаимодействия носителей заряда в исследуемом образце с электрическим полем квази-ТЕМ-волны.

Исследуемый образец в этом случае прижат к копланарному волноводу. Аналогично электрическому полю ПАВ в акустической методике, электрическое поле квази-ТЕМ-волны проникает в исследуемый образец и взаимодействует с носителями заряда, в результате чего происходят уменьшение ее амплитуды и изменение ее фазы. Эти величины впоследствии используются для определения ac-проводимости исследуемого образца [9]. В этом случае вектор поляризации электрического поля направлен так же, как и в акустической методике, и электрическое поле квази-ТЕМ-волны также вводится в исследуемый образец бесконтактным способом. Диапазон рабочих частот в микроволновой методике шире и,

по сути, определяется возможностями используемого измерительного оборудования, а не конфигурацией самого копланарного волновода. В то же время, недостаток микроволновой методики состоит в том, что в силу своей специфики она не позволяет определять абсолютные значения ас-проводимости.

Цель данной работы состояла в исследовании низкотемпературных механизмов ас-проводимости в объектах на основе Ge и Si в широком диапазоне частот. Для этого использовались упомянутые выше акустическая и микроволновая методики. При этом был использован предложенный ранее способ сопоставления результатов, получаемых с помощью упомянутых двух методик [10], согласно которому микроволновые измерения могут быть проградированы в абсолютных величинах проводимости путем сравнения с акустическими измерениями в доступной области частот. Как будет показано далее, такая градуировка должна выполняться в магнитных полях, соответствующих частотно-независимым максимумам проводимости, определяемым делокализованными носителями заряда.

2. ОБЪЕКТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Объектами исследования являлись два образца p -Ge/SiGe: образец №1 с квантовой ямой Ge шириной 13 нм и $p = 4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и образец №2 с квантовой ямой шириной 20 нм и $p = 6 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, подробно исследованных в работе [10]. Эти данные будут использованы при обсуждении экспериментальных результатов.

Структура образца №1 схематически показана на рис. 3. Он был получен методом химического осаждения из паровой фазы с помощью пучка плазмы с низкой энергией (LEPECVD) [11]. Активная часть образца представляет собой двумерный канал в напряженном слое Ge (толщиной 13 нм), который заключен между слоями SiGe с содержанием Ge около 70%. Модулированное легирование достигалось за счет введения разбавленного диборана (B_2H_6) в слои над и под каналом. Концентрация и подвижность дырок в двумерном канале при $T = 1.7 \text{ К}$ равны соответственно $p = 4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $\mu = 4.4 \cdot 10^4 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. Двумерный канал Ge является напряженным вследствие деформации растяжения, при которой верхней по энергии оказывается подзона тяжелых дырок [10]. При этом энергетическая щель между подзонами легких и тяжелых дырок является настолько большой, что в проводимости во

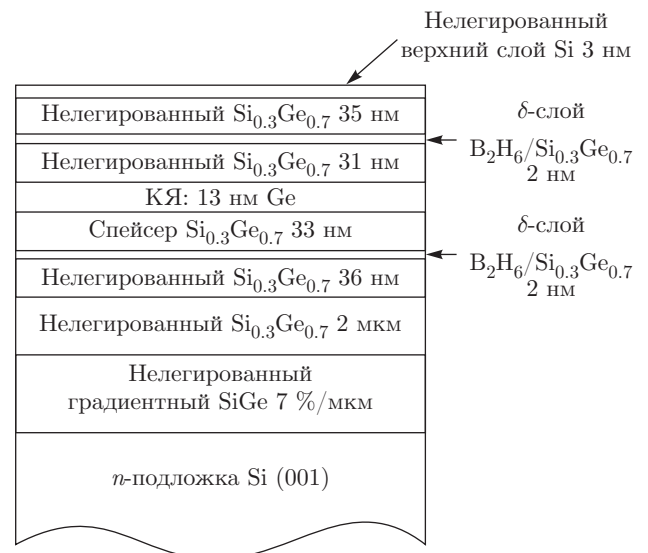


Рис. 3. Структура образца №1

всем доступном диапазоне температур принимают участие только тяжелые дырки.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Измерения поглощения и изменения скорости ПАВ в образце №1 проводились в температурном интервале (1.7–4.2) К, в магнитных полях до 8 Тл и частотном диапазоне ПАВ от 30 до 200 МГц.

На рис. 4а, 4б показаны зависимость коэффициента поглощения ПАВ от магнитного поля,

$$\Delta\Gamma(B) = \Gamma(B) - \Gamma(0) \approx \Gamma(B)$$

(поскольку $\Gamma(0) \ll \Gamma(B)$), и зависимость изменения скорости ПАВ от магнитного поля,

$$\frac{\Delta V(B)}{V(0)} = \frac{V(B) - V(0)}{V(0)}$$

($f = 142 \text{ МГц}$, $T = 4.2 \text{ К}$). На рисунке видно, что в магнитном поле появляются осцилляции коэффициента поглощения и скорости ПАВ, которые до 3 Тл соответствуют осцилляциям типа Шубникова – де Гааза, а выше 3 Тл – осцилляциям в режиме целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ). Аналогичные кривые были получены для других частот и температур, а также для образца №2.

Зависимости $\Gamma(B)$ и $\Delta V(B)/V(0)$ выражаются через действительную (σ_1) и мнимую (σ_2) компоненты ас-проводимости ($\sigma_{xx}^{ac} = \sigma_1 - i\sigma_2$) с помощью следующих формул [12]:

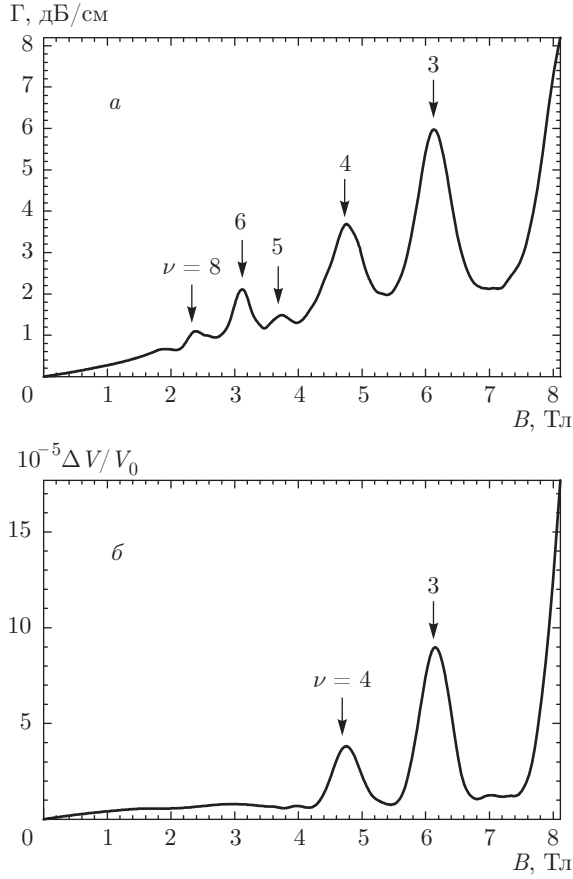


Рис. 4. Зависимости $\Gamma(B)$ (а), $\Delta V/V(B)$ (б), $f = 142$ МГц, $T = 4.2$ К, ν — числа заполнения

$$\Gamma = 8.68 \frac{K^2}{2} qA \times \frac{4\pi\sigma_1 t(q)/\epsilon_s V_0}{[1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\epsilon_s V_0]^2 + [4\pi\sigma_1 t(q)/\epsilon_s V_0]^2}, \quad (1)$$

$$A = 8b(q)(\epsilon_1 + \epsilon_0)\epsilon_s^2 \exp[-2q(a + d)],$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{K^2}{2} A \frac{1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\epsilon_s V_0}{[1 + 4\pi\sigma_2 t(q)/\epsilon_s V_0]^2 + [4\pi\sigma_1 t(q)/\epsilon_s V_0]^2},$$

$$b(q) = (b_1(q)[b_2(q) - b_3(q)])^{-1},$$

$$t(q) = [b_2(q) - b_3(q)]/2b_1(q),$$

$$b_1(q) = (\epsilon_1 + \epsilon_0)(\epsilon_s + \epsilon_0) - (\epsilon_1 - \epsilon_0)(\epsilon_s - \epsilon_0)e^{-2qa},$$

$$b_2(q) = (\epsilon_1 + \epsilon_0)(\epsilon_s + \epsilon_0) + (\epsilon_1 + \epsilon_0)(\epsilon_s - \epsilon_0)e^{-2qd},$$

$$b_3(q) = (\epsilon_1 - \epsilon_0)(\epsilon_s - \epsilon_0)e^{-2qa} + (\epsilon_1 - \epsilon_0)(\epsilon_s + \epsilon_0)e^{-2q(a+d)},$$

где K^2 — коэффициент электромеханической связи ниобата лития, q и V_0 — соответственно волновой вектор и скорость ПАВ, a — зазор между пьезоэлектрической подложкой ниобата лития и образцом,

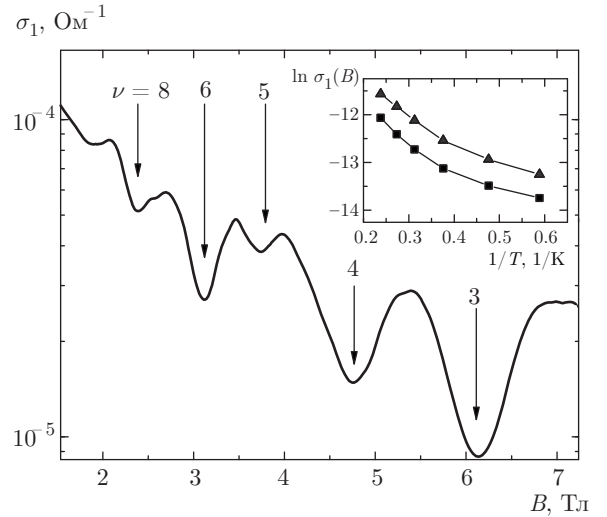


Рис. 5. Зависимость $\sigma_1(B)$ для частоты $f = 142$ МГц при $T = 4.2$ К, ν — числа заполнения. На вставке: зависимость $\ln \sigma_1(B)$ от обратной температуры в минимумах осцилляций с числами заполнения $\nu = 3$ (квадраты) и $\nu = 4$ (треугольники)

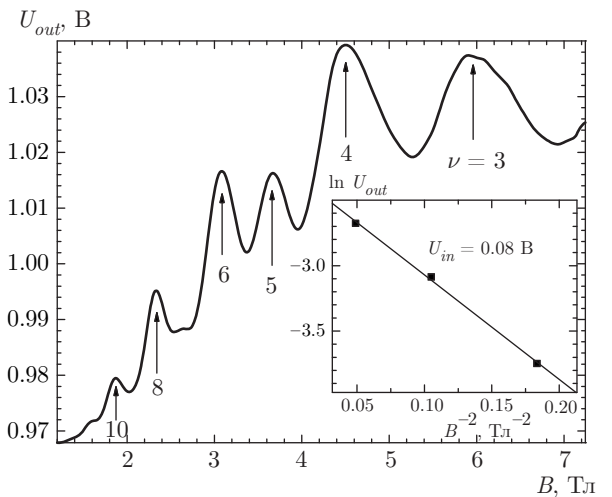


Рис. 6. Зависимость $U_{out}(B)$ для частоты $f = 1130$ МГц при $T = 4.2$ К, ν — числа заполнения; на вставке зависимость $\ln U_{out}$ от B^{-2}

d — глубина залегания проводящего канала (определяется технологами), ϵ_1 , ϵ_0 и ϵ_s — диэлектрические постоянные соответственно ниобата лития, вакуума и образца, b и t — сложные функции, зависящие от a , d , ϵ_1 , ϵ_0 и ϵ_s . Полученная в результате зависимость показана на рис. 5.

Микроволновые измерения на образце №1 были проведены в магнитных полях до 8 Тл в диапазоне частот 100–1200 МГц в области температур

(1.7–4.2) К. На рис. 6 приведена зависимость амплитуды сигнала на выходе копланарного волновода (U_{out}) от магнитного поля ($f = 1130$ МГц, $T = 4.2$ К). Аналогично зависимостям $\Delta\Gamma(B)$ и $\Delta V(B)/V(0)$, измеренными с помощью акустической методики, на зависимости U_{out} сначала появляются осцилляции типа Шубникова–де Гааза (до 3 Тл), а затем осцилляции в режиме ЦКЭХ (после 3 Тл).

В микроволновой методике формула для вычисления действительной компоненты σ_1 ас-проводимости выглядит следующим образом [8, 9]:

$$\sigma_1 = -\frac{w}{Z_0 l} \ln \left[\frac{U_{out}}{U_{in}} \right] \sqrt{1 + \left[\frac{v_{ph}}{l\omega} \ln \left(\frac{U_{out}}{U_{in}} \right) \right]^2}, \quad (2)$$

где U_{in} — величина амплитуды сигнала, подаваемого на вход копланарного волновода, $Z_0 = 50$ Ом — характеристический импеданс копланарного волновода (без образца), $l = 5.3$ см — длина сигнального («змеевидного») провода копланарного волновода, $w = 26$ мкм — ширина щели между сигнальным и земляным проводами, $v_{ph} = c\sqrt{2/(1 + \varepsilon_{GaAs})} = 1.14 \cdot 10^8$ м/с — фазовая скорость волны, проходящей по копланарному волноводу, $\varepsilon_{GaAs} = 12.9$ — диэлектрическая постоянная подложки i -GaAs, на которой сформирован копланарный волновод.

Как видно, для вычисления σ_1 необходимо знать величину U_{in} . Измерить ее крайне трудно, поэтому для определения U_{in} мы использовали следующие предположения.

1) Сигнал на выходе копланарного волновода равен

$$U_{out} = U_S(B) + U_L,$$

где U_S — сигнал, определяемый проводимостью образца, а U_L — фоновый сигнал, характеризующий утечки через копланарный волновод. Проведенные нами измерения показали, что изменение фазы сигнала U_{out} в магнитном поле составляет 20° – 50° . При таком изменении фазы геометрическая (векторная) сумма сигналов U_S и U_L очень близка по величине к их алгебраической сумме. Именно это обстоятельство позволило нам записать сигнал U_{out} в виде указанной выше алгебраической суммы.

2) В отсутствие магнитного поля полезный сигнал U_S равен нулю, поскольку электрическое поле квази-ТЕМ-волны практически полностью экранируется электронами при $B = 0$. Заметный сигнал U_S появляется только после включения магнитного поля, когда начинает уменьшаться проводимость образца.

3) Фоновый сигнал U_L (при заданной частоте и температуре) не изменяется в магнитном поле и лишь обуславливает постоянный фон выходного сигнала U_{out} . Это подтверждается экспериментами с копланарным волноводом без образца.

Таким образом, с учетом предположений 1)–3) процедура вычисления сводилась к следующему.

А) Вычитание амплитуды фонового сигнала U_L из выходного сигнала U_{out} .

Б) Определение U_{in} из зависимости $\ln(U_S, \nu)$ от B^{-2} (здесь ν — фактор заполнения уровней Ландау). Эта процедура была использована из следующих соображений [10]. Известно, что в магнитных полях, соответствующих минимумам осцилляций ЦКЭХ, электроны локализованы, и ас-кондактанс имеет прыжковый характер. Этот факт подтверждается вставкой на рис. 5, на которой приведена температурная зависимость ас-кондактанса для чисел заполнения 3 и 4. Выполаживание кривых при понижении температуры свидетельствует о том, что действительно механизм проводимости становится прыжковым. В этом случае (см., например, обзор [3]) в сильном магнитном поле $\sigma_1 \propto B^{-2}$ (с логарифмической точностью). Если для простоты в формуле (2) не учитывать выражение под корнем (которое существенно только при низких частотах, $\omega/2\pi \leq 300$ МГц), то

$$\sigma_1 = -\frac{w}{Z_0 l} \ln \left[\frac{U_S}{U_{in}} \right] = -\frac{w}{Z_0 l} [\ln(U_S) - \ln(U_{in})],$$

откуда

$$\ln(U_S) = -\frac{Z_0 l}{w} \sigma_1 + \ln(U_{in}).$$

Таким образом, при $B \rightarrow \infty$ проводимость $\sigma_1 \rightarrow 0$ и $\ln(U_S) \rightarrow \ln(U_{in})$. На вставке на рис. 6 показана зависимость $\ln(U_S, \nu)$ от B^{-2} для максимумов выходного сигнала или, по-другому, минимумов проводимости, соответствующих числам заполнения $\nu = 4, 6, 8$. Пересечение линии, построенной в рамках линейного приближения, с осью ординат дает значение $\ln(U_S, \nu) = -2.52$, соответствующее $U_{in} = 0.08$ В.

В) Нахождение действительной компоненты высокочастотной проводимости путем подстановки найденного значения (U_{in}) в формулу (2). Результат такого вычисления показан на рис. 7.

В максимумах осцилляций $\sigma_1(B)$ при всех магнитных полях имеет достаточно большую величину $\sigma_1 > 10^{-5}$ Ом $^{-1}$, что соответствует проводимости по делокализованным состояниям вблизи центров уровней Ландау, не зависящей от частоты. Отсюда следует, что максимумы осцилляций проводимости, измеренные разными методиками, должны были бы

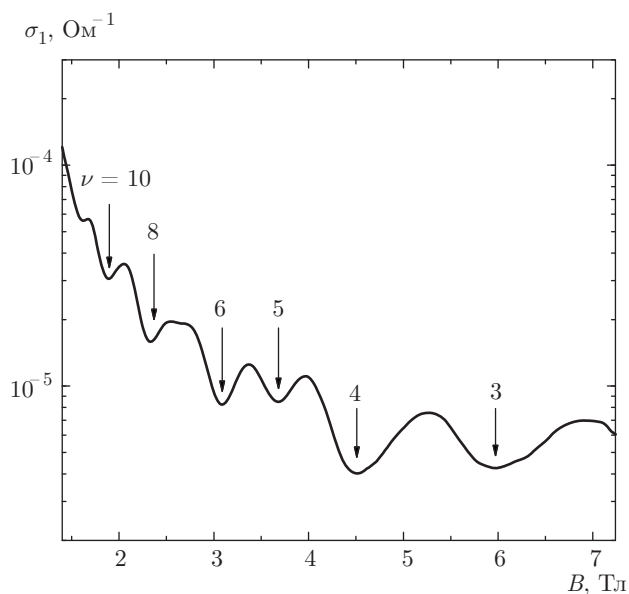


Рис. 7. Зависимость $\sigma_1(B)$ для частоты $f = 1130$ МГц при $T = 4.2$ К, ν — числа заполнения

совпадать между собой при одном и том же магнитном поле, но в действительности наблюдается их расхождение.

Мы считаем, что это расхождение обусловлено неточностью определения проводимости σ_1 с помощью микроволновой методики. Независимость проводимости в максимумах от частоты позволила нам сопоставить результаты микроволновой методики с результатами акустической методики. Для этого каждая зависимость $\sigma_1(B)$, полученная с помощью микроволновой методики, была умножена на поправочный множитель K , выбранный таким образом, чтобы максимумы осцилляций, измеренных с помощью акустической и микроволновой методик, совпадали. В этом и состоит дополнительный (после этапов А)–В)) этап обработки результатов.

Результаты этой обработки для разных частот и $B = 6.1$ Тл при $T = 4.2$ К представлены на рис. 8; ас-проводимость при $B < 5.5$ Тл в пределах погрешности эксперимента не зависит от частоты.

Вставка на рис. 8 подтверждает правомочность используемой обработки: кривые, измеренные с помощью этих разных методик на близких частотах, после совмещения максимумов кондактанса совпадают в пределах погрешности измерений во всех магнитных полях.

На рис. 9 показана частотная зависимость ас-проводимости σ_1 в минимуме с числом заполнения $\nu = 3$ при $T = 4.2$ К. Как видно, при $f \leq 200$ МГц частотная зависимость является

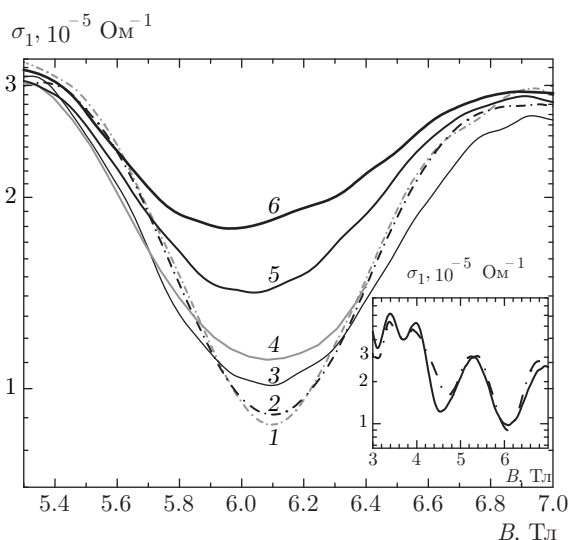


Рис. 8. Зависимости $\sigma_1(B)$ при разных частотах: 30 МГц (1) и 142 МГц (2) — акустическая методика, 250 МГц (3), 328 МГц (4), 800 МГц (5) и 1130 МГц (6) — микроволновая методика, $T = 4.2$ К. На вставке — зависимости $\sigma_1(B)$, полученные после совмещения кривых для $f \approx 220$ МГц; сплошная кривая — микроволновая методика, штриховая — акустическая

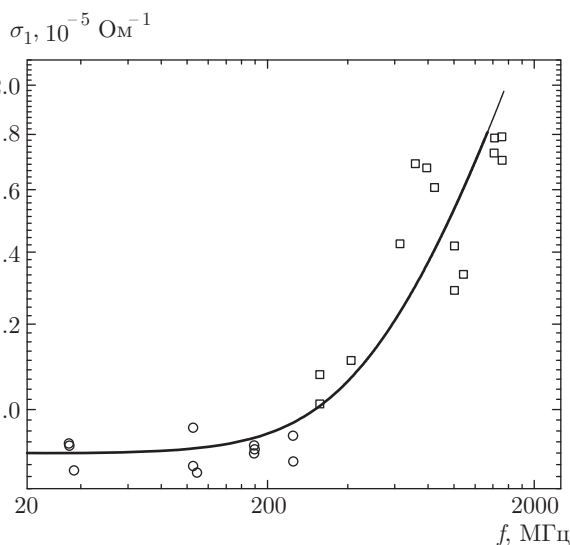


Рис. 9. Зависимости $\sigma_1(f)$ в минимуме с числом заполнения ($\nu = 3$) при $T = 4.2$ К: кружки — данные, полученные с помощью акустической методики; квадраты — микроволновая методика. Скейлинговая сплошная кривая проведена в соответствии с теорией из разд. 4

слабой, причем $\sigma_1(\omega) \approx \sigma_{dc}$. При $f \geq 200$ МГц характер зависимости σ_1 от частоты существенно изменяется. Интерпретация этих результатов приведена в следующем разделе.

4. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

4.1. Механизмы поглощения и теоретические модели

В области высоких частот прыжковая ас-проводимость определяется прыжками между состояниями, принадлежащими так называемым близким парам, в которых расстояния между узлами гораздо меньше среднего расстояния между узлами. Таким образом, на высоких частотах поглощение определяется двухузельными кластерами. Расстояние между нижними уровнями энергии E в таких парах определяется комбинацией разности одноузельных энергий, $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, и туннельным интегралом перекрытия $\Lambda(r) = \Lambda_0 e^{-r/\alpha}$ (где α — длина локализации электронного состояния):

$$E = \sqrt{\varphi^2 + \Lambda^2}.$$

Существуют два конкурирующих механизма поглощения — резонансный и релаксационный (см., например, [3]). В первом случае волна затухает за счет прямого поглощения ас-квантов с $\hbar\omega = E$. Этот механизм важен при высоких частотах, находящаяся за пределами нашего экспериментального диапазона частот.

Второй механизм — релаксационный — обусловлен модуляцией заселенностей узлов переменным во времени электрическим полем волны. Он существенно зависит от времени релаксации заселенностей, которое можно представить в виде [3]

$$\frac{1}{\tau(E, r)} = \frac{1}{\tau_{min}(E)} \left(\frac{\Lambda(r)}{E} \right)^2.$$

Здесь $\tau_{min}(E)$ имеет смысл минимального времени релаксации пар с расстоянием между уровнями E . Мощность Q , поглощенную парой, можно представить в виде

$$Q = \frac{1}{2} |e\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}|^2 \frac{\omega^2 \tau}{1 + (\omega\tau)^2} \left(-\frac{\partial n_o}{\partial E} \right).$$

Энергия, поглощенная парой, зависит от двух параметров — E и r (через $\Lambda(r) \propto e^{-r/\alpha}$), а полная поглощенная мощность определяется суммой вкладов отдельных пар. Это суммирование можно выразить как интеграл по этим параметрам, вычисленный с учетом их функций распределения. При этом оказывается, что важны пары с $E \lesssim kT$. Результат суммирования по парам с разными расстояниями между узлами определяется экспоненциальным разбросом туннельных интегралов $\Lambda(r) \propto e^{-r/\alpha}$ при

плавном распределении расстояний между центрами. Окончательный результат зависит от величины произведения $\omega\tau_{min}(kT)$. В самом интересном для нас случае, когда

$$\omega\tau_{min}(kT) \ll 1,$$

наиболее важными являются пары с $\tau_{min}(kT) \approx \omega^{-1}$, т. е. те распределения заселенностей, в которых успевают достичь равновесия за время порядка периода ас-волны. Характерный размер таких пар

$$r_\omega = \alpha \ln \left[\Lambda_0 / kT \sqrt{\omega\tau_{min}(kT)} \right] \gg \alpha.$$

В трехмерном образце действительная часть проводимости оказывается пропорциональной ωr_ω^3 , что обычно выражается в форме $\sigma_1 \propto \omega^s$, где показатель s несколько меньше единицы и слабо зависит от температуры [13].

Видно, что при уменьшении частоты размер характерной пары возрастает и, в конце концов, при достаточно низких частотах пары перекрываются в кластеры больших размеров — возникает так называемый режим многократных прыжков. Размер характерного кластера при этом определяется тем, что в нем заселенности узлов должны успеть установиться за полупериод π/ω волны. Таким образом, характерный размер кластера растет с уменьшением частоты. При дальнейшем понижении частоты кластеры сливаются в бесконечный кластер, ответственный за статическую проводимость [2, 14, 15].

Существует несколько альтернативных моделей для описания кроссовера от ас-проводимости к проводимости на постоянном токе, причем результаты этих моделей оказываются близкими. В данной работе мы придерживаемся модели Звягина [15], сформулированной для ситуации, когда разброс скоростей переходов между центрами экспоненциально широк.

В рамках данной модели переходы между локализованными состояниями λ и λ' характеризуются скоростями

$$\Gamma_{\lambda\lambda'} = \Gamma_0 e^{-\eta_{\lambda\lambda'}},$$

где

$$\eta_{\lambda\lambda'} = \frac{2r_{\lambda\lambda'}}{\alpha} + \frac{|\varepsilon_\lambda - \varepsilon_F| + |\varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_F| + |\varepsilon_\lambda - \varepsilon_{\lambda'}|}{2kT}.$$

Как и в статической задаче о перколяционной проводимости, для выбранного значения Γ два узла считаются связанными, если

$$\Gamma_{\lambda\lambda'} > \Gamma.$$

Для экспоненциально широкого распределения $\Gamma_{\lambda\lambda}$ статическая проводимость определяется некоторым критическим значением Γ_c , соответствующим образованию бесконечного кластера.

Выберем теперь конечный кластер k , в котором минимальная скорость перехода удовлетворяет условию $\Gamma_k^* > \Gamma > \Gamma_c$. Для широкого разброса скоростей перехода именно Γ_k^* определяет время установления равновесия в k -м кластере. Поэтому квазиравновесие в кластере успевает установиться, если

$$\tau(\Gamma_k^*) < \omega^{-1}.$$

При $\Gamma > \Gamma_c$ все кластеры в системе конечны.

Теперь определим величину Γ_ω условием $\tau(\Gamma_\omega) = 1/\omega$, тогда все кластеры являются квазиравновесными и релаксационные потери происходят только за счет переходов между такими кластерами. Главная идея состоит в том, что при широком разбросе скоростей перехода можно рассматривать только «узкое место», а именно, переход с наименьшей скоростью, разделяющий две квазиравновесные части большого кластера. Этот переход делит кластер на две части; в итоге возникает конструкция, похожая на двухузельную систему, узлы которой состоят из частей исходного кластера, внутри которых переходы относительно быстрые. Эти части играют роль перенормированных узлов двухузельной модели. Суммирование по таким кластерам выполняется на основе известной статистики кластеров в перколяционных системах [2, 16] с учетом того факта, что важны кластеры со временем релаксации заселенностей порядка ω^{-1} .

Поскольку предложенная процедура сводится к перенормировке свойств эффективных узлов, не удивительно, что теория предсказывает универсальные частотные зависимости ас-проводимости. Согласно [15], результат для трехмерного случая может быть представлен в виде

$$\frac{\sigma_1(\omega)}{\sigma_{dc}} \ln^\xi \left(\frac{\sigma_1(\omega)}{\sigma_{dc}} \right) = \frac{\omega}{\omega_S}, \quad (3)$$

где ξ и

$$\omega_S = \frac{\alpha}{C_0 \eta_c^{\xi-1}} \sigma_{dc}$$

— скейлинговые параметры, которые, вообще говоря, зависят от температуры. В указанных выше выражениях C_0 — емкость в расчете на один узел, а η_c — порог протекания.

Вывод, приведенный в работе [15], не содержит специфики трехмерных систем, за исключением то-

го, что в двумерном случае возникают другие критические индексы. Кроме того, в двумерном случае размерность удельной проводимости совпадает с размерностью полной проводимости. Для нашей цели эти различия не слишком существенны, поскольку мы анализируем лишь частотные зависимости прыжковой ас-проводимости в режиме целочисленного квантового эффекта Холла, рассматривая критический индекс ξ и частоту ω_S как подгоночные параметры. Сложный и интересный вопрос о множителе σ_{dc} в режиме ЦКЭХ [17], влияющем на частоту ω_S , в данной работе мы не обсуждаем.

Ниже мы используем указанные скейлинговые соотношения для анализа ас-проводимости в минимумах осцилляций, соответствующих режиму целочисленного квантового эффекта Холла, где проводимость имеет прыжковый характер. Действительно, при низких температурах (1.7 К) прыжковый характер ас-проводимости в минимумах осцилляций не вызывает сомнений, так как температурная зависимость выполаживается (см. вставку на рис 5), и уже при $f > 100$ МГц наблюдается возрастающая частотная зависимость σ_1 . Однако, при более высоких температурах (4.2 К) и достаточно низких частотах ас-проводимость близка к статической прыжковой проводимости, активационным образом зависящей от температуры (проиллюстрировано на вставке на рис. 5 прямыми линиями), так как главную роль в этом приближении играют большие кластеры. И только при $f > 200$ МГц частотная зависимость соответствует типичному поведению прыжковой ас-проводимости [5].

Кривая, проведенная на рис. 9 для образца №1 ($T = 4.2$ К), соответствовала скейлинговому соотношению (3) при параметрах $\omega_S = 4.0 \cdot 10^9$ с⁻¹ и $\xi = 0.5$. Величина $\sigma_{dc} = 9.1 \cdot 10^{-6}$ Ом⁻¹ получена экстраполяцией частотной зависимости σ_1 в области $f \leq 200$ МГц.

Проследить зависимость скейлинговых параметров от магнитного поля удобно на образце №2, в котором прыжковая проводимость наблюдалась при $T = 1.7$ К в нескольких магнитных полях. На рис. 10 представлена зависимость кондактанса этого образца от магнитного поля для разных частот.

Частотная зависимость кондактанса при разных магнитных полях для образца №2 представлена на рис. 11. При проведении кривых на рис. 11 подбирались два параметра — скейлинговая частота $\omega_S = 2\pi f_S$ и безразмерный скейлинговый параметр ξ . При этом использовалось значение σ_{dc} , определенное для этого образца при $T = 1.7$ К в работе [18].

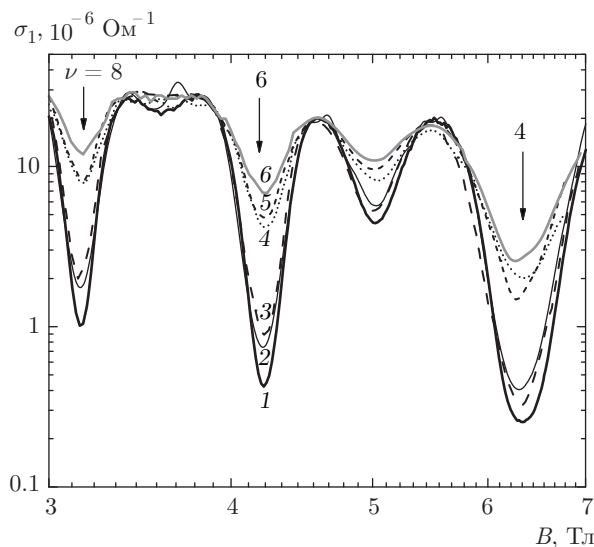


Рис. 10. Зависимости σ_1 от B при разных частотах f : 1 — 30 МГц, 3 — 197 МГц, (акустическая методика); 2 — 148 МГц, 4 — 585 МГц, 5 — 906 МГц, 6 — 1191 МГц (микроволновая методика), $T = 1.7$ К, образец №2

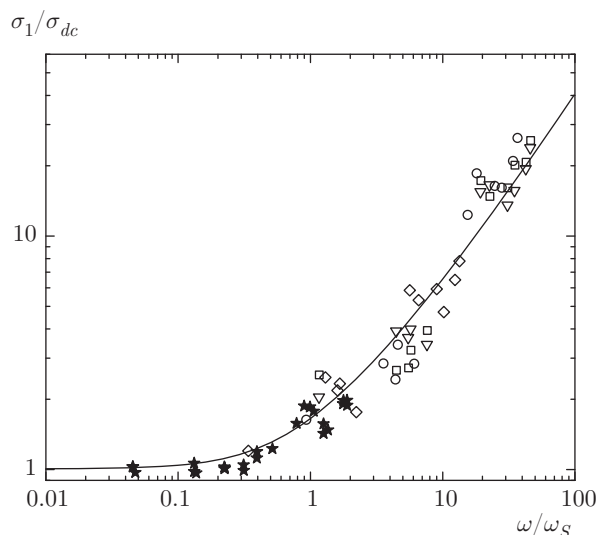


Рис. 12. Зависимость σ_1/σ_{dc} от ω/ω_S : звездочки — образец №1 ($T = 4.2$ К); квадраты — образец №2, $\nu = 4$; кружки — образец №2, $\nu = 6$; треугольники — образец №2, $\nu = 8$; ромбы — образец №2, $\nu = 10$

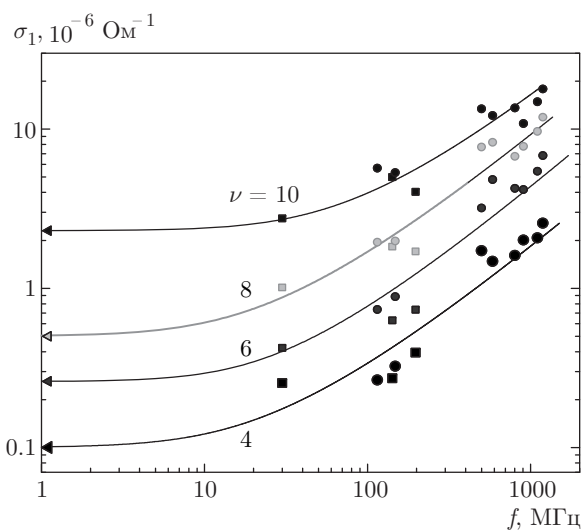


Рис. 11. Зависимость $\sigma_1(f)$ в минимумах осцилляций с $\nu = 4, 6, 8, 10$. Квадраты — акустическая методика, кружки — микроволновая методика; треугольники — σ_{dc} , $T = 1.7$ К

Таблица. Параметры скейлинга

ν	B , Тл	σ_{dc} , Ом ⁻¹	f_S , МГц	ξ
4	6.3	10^{-7}	25	0.7
6	4.22	$2.6 \cdot 10^{-7}$	32	0.6
8	3.16	$5 \cdot 10^{-7}$	26	0.7
10	2.53	$2.3 \cdot 10^{-6}$	88	0.7

Полученные значения параметров скейлинга для образца №2 представлены в таблице.

Из таблицы следует, что параметры скейлинга действительно зависят от магнитного поля.

Из скейлингового уравнения (3) можно явным образом выразить зависимость отношения σ_1/σ_{dc} от ω/ω_S :

$$\frac{\sigma_1(\omega)}{\sigma_{dc}} = \frac{\omega}{\omega_S} \left[\xi W \left(\frac{1}{\xi} \left[\frac{\omega}{\omega_S} \right]^{1/\xi} \right) \right]^{-\xi}, \quad (4)$$

где $W(x)$ — функция Ламберта. Эта зависимость построена на рис. 12.

Как видно на рисунке, все точки для двух разных образцов, разных температур и магнитных полей лежат на одной кривой, что доказывает универсальность частотной зависимости кондактанса в условиях прыжковой проводимости в этой модели.

Оказалось, что значение ξ достаточно слабо влияет на частотную зависимость: изменение ξ в пределах от 0.4 до 0.7 дает удовлетворительное совпадение с экспериментальными результатами во всех минимумах осцилляций (кривая на рис. 12 была построена для $\xi = 0.7$). Поскольку ξ является комбинацией критических индексов, есть основания полагать, что эта величина слабо зависит от магнитного поля. В пределах точности нашего эксперимента такая зависимость не была обнаружена.

5. ВЫВОДЫ

Высокочастотная прыжковая проводимость, наблюдаемая в магнитных полях, соответствующих минимумам кондактанса в режиме целочисленного квантового эффекта Холла, была измерена в структурах с квантовыми ямами p -GeSi/Ge/GeSi в широком диапазоне частот (30–1200 МГц). Измеренные частотные зависимости согласуются с моделью, предполагающей прыжки между локализованными электронными состояниями, принадлежащими изолированным кластерам. При больших частотах доминирующие кластеры являются парами близких состояний; при уменьшении частоты становятся важными большие кластеры, которые при стремлении частоты к нулю сливаются в бесконечный перколяционный кластер. При этом частотные зависимости ас-проводимости могут быть представлены в виде одной универсальной кривой (scaling). Определены параметры скейлинга и их зависимость от магнитного поля.

Работа одного из соавторов (И. Л. Д.) выполнена при финансовой поддержке Президиума РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. *The Quantum Hall Effect*, ed. by R. E. Prange and S. M. Girvin, Springer-Verlag, New York (1987).
2. B. I. Shklovskii and A. L. Efros, in: *Electronic Properties of Doped Semiconductors*, Springer-Verlag, Heidelberg (1984).
3. Y. M. Galperin, V. L. Gurevich, and D. A. Parshin, in *Hopping Transport in Solids*, ed. by B. Shklovskii and M. Pollak, Elsevier, New York (1991).
4. A. Wixforth, J. Scriba, M. Wassermeier, J. P. Kotthaus, G. Weimann, and W. Schlapp, *Phys. Rev. B* **40**, 7874 (1989).
5. I. L. Drichko, A. M. Diakonov, I. Yu. Smirnov, Y. M. Galperin, and A. I. Toropov, *Phys. Rev. B* **62**, 7470 (2000).
6. I. L. Drichko, A. M. Diakonov, I. Y. Smirnov, G. O. Andrianov, O. A. Mironov, M. Myronov, D. R. Leadley, and T. E. Whall, *Phys. Rev. B* **71**, 045333 (2005).
7. I. L. Drichko, A. M. Diakonov, V. I. Kozub, I. Yu. Smirnov, Yu. M. Galperin, A. I. Yakimov, and A. I. Nikiforov, *Physica E* **26**, 450 (2005).
8. L. W. Engel, D. Shahar, Ç. Kurdak, and D. C. Tsui, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2638 (1993).
9. A. Endo, T. Kajioaka, and Y. Iye, *J. Phys. Soc. Jpn.* **82**, 054710 (2013).
10. I. L. Drichko, A. M. Diakonov, V. A. Malysh, I. Yu. Smirnov, Y. M. Galperin, N. D. Ilyinskaya, A. A. Usikova, M. Kummer, and H. von Känel, *J. Appl. Phys.* **116**, 154309 (2014).
11. C. Rosenblad, H. R. Deller, A. Dommann, T. Meyer, P. Schroeter, and H. von Känel, *J. Vac. Sci. Technol. A* **16**, 2785 (1998).
12. В. Д. Каган, ФТП **31**, 478 (1997).
13. Б. И. Шкловский, А. Л. Эфрос, ЖЭТФ **81**, 406 (1981).
14. J. C. Dyre and T. B. Schröder, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 873 (2000).
15. I. Zvyagin, in: *Charge Transport in Disordered Solids with Applications in Electronics*, John Wiley & Sons (2006).
16. D. Stauffer and A. Aharony, *Introduction to Percolation Theory*, Taylor and Francis, London (1992).
17. D. G. Polyakov and B. I. Shklovskii, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3796 (1993); *Phys. Rev. B* **48**, 1167 (1993); *Phys. Rev. Lett.* **74**, 150 (1995); *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1150 (1994).
18. H. von Känel, M. Kummer, G. Isella, E. Müller, and T. Hackbarth, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 2922 (2002).