

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОРОЖДЕНИЯ e^+e^- -ПАР ЭЛЕКТРОНОМ В АТОМНОМ ПОЛЕ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

*П. А. Крачков**, *А. И. Мильштейн***

*Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 12 октября 2017 г.

Исследуются интегральные сечения в процессе электророждения e^+e^- -пар ультрарелятивистским электроном в атомном поле. Обсуждается важность различных вкладов в интегральные сечения. Оказалось, что даже при умеренных значениях зарядового номера ядра кулоновские поправки дают большой вклад как в дифференциальные, так и в интегральные сечения. Показано, что взаимодействие электрона, излучающего виртуальный фотон, с атомным полем вносит существенный вклад в дифференциальные по углу электрона сечения. Однако учет этого взаимодействия мало влияет на сечение, дифференциальное только по поперечному импульсу позитрона.

DOI: 10.7868/S0044451018030057

1. ВВЕДЕНИЕ

Процесс электророждения электрон-позитронных пар электроном большой энергии в атомном поле интересен как с экспериментальной, так и с теоретической точки зрения. Знание с высокой точностью сечения этого процесса необходимо для проведения прецизионных измерений, особенно при поиске новых закономерностей. С теоретической точки зрения процесс электророждения в поле тяжелого атома интересен тем, что кулоновские поправки (разница между точным по параметрам внешнего поля сечением и борновским сечением) имеют необычные свойства, которые обсуждаются в настоящей статье.

Дифференциальное сечение и различные интегральные характеристики процесса электророждения электрон-позитронных пар ультрарелятивистским электроном в борновском приближении исследовались в работах [1–9]. Кулоновские поправки к дифференциальному сечению этого процесса были получены в нашей недавней работе [10]. В статье [10] показано, что кулоновские поправки значительно меняют дифференциальное сечение по сравнению с борновским сечением. Оказалось, что взаимодействие электрона, излучающего виртуальный фотон, с атомным полем сильно влияет на величину

дифференциального сечения процесса, так же как и взаимодействие рожденной пары с атомным полем. Существует большое количество работ, посвященных электророждению e^+e^- -пар тяжелой частицей (мюоном или ядром) в атомном поле [11–16]. В этих работах взаимодействие тяжелой частицы с атомным полем не учитывалось. В нашей недавней работе [17] было показано, что дифференциальное сечение по углу вылета тяжелой частицы существенно меняется при точном учете взаимодействия тяжелой частицы с атомным полем. Однако сечение, проинтегрированное по углу вылета тяжелой частицы, не зависит от этого взаимодействия. Такие необычные свойства сечения электророждения тяжелой частицей побудили нас провести детальное исследование влияния взаимодействия с атомным полем электрона, излучающего виртуальный фотон, на различные интегральные характеристики процесса электророждения электрон-позитронных пар ультрарелятивистским электроном.

В настоящей работе мы детально исследуем интегральные сечения электророждения, используя аналитическое выражение для матричного элемента, полученного в работе [10], которое точно учитывает взаимодействие всех заряженных частиц с атомным полем. Показано, что взаимодействие электрона, излучающего виртуальный фотон, с атомным полем вносит существенный вклад в дифференциальные по углу электрона сечения. Однако сечения, проинтегрированные по импульсам обоих

* E-mail: P.A.Krachkov@inp.nsk.su

** E-mail: A.I.Milstein@inp.nsk.su

электронов, слабо зависят от этого взаимодействия. Наблюдение указанного эффекта кажется вполне реальной задачей даже при умеренных значениях зарядового номера ядра.

2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ

Дифференциальное сечение процесса электророждения e^+e^- -пар ультрарелятивистским электроном в поле тяжелого атома имеет следующий вид:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{(2\pi)^8} d\varepsilon_3 d\varepsilon_4 d\mathbf{p}_{2\perp} d\mathbf{p}_{3\perp} d\mathbf{p}_{4\perp} \times \sum_{\mu_i=\pm 1} \frac{1}{2} |\mathcal{T}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}|^2, \quad (1)$$

где \mathbf{p}_1 — импульс налетающего электрона, \mathbf{p}_2 и \mathbf{p}_3 — импульсы конечных электронов, \mathbf{p}_4 — импульс позитрона, величины $\mu_i = \pm 1$ обозначают спиральности частиц с импульсом \mathbf{p}_i , $\bar{\mu}_i = -\mu_i$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4$ — энергия налетающей частицы, $\varepsilon_i = \sqrt{p_i^2 + m^2}$, m — масса электрона, α — постоянная тонкой структуры, $\hbar = c = 1$. В уравнении (1) также используется обозначение $\mathbf{X}_\perp = \mathbf{X} - (\mathbf{X} \cdot \boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}$ для произвольного вектора \mathbf{X} , $\boldsymbol{\nu} = \mathbf{p}_1/p_1$. Матричный элемент \mathcal{T} представляется в виде разности

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} &= T_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} - \tilde{T}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}, \\ \tilde{T}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} &= T_{\mu_1\mu_3\mu_2\mu_4}(\mathbf{p}_2 \leftrightarrow \mathbf{p}_3). \end{aligned} \quad (2)$$

Слагаемые T и \tilde{T} соответствуют диаграммам *a* и *б* на рис. 1. Амплитуда T была вычислена в работе [10] с помощью квазиклассического приближения [18]. Суть этого приближения состоит в учете вклада больших угловых моментов l , участвующих в процессе частиц. Эти угловые моменты можно оценить как $l \sim \rho p$, где ρ — характерный прицельный параметр и p — импульс частицы. Прицельный параметр можно оценить по соотношению неопределенности как $\rho \sim 1/p_\perp$, где $p_\perp \sim p\theta$, θ — угол рассеяния. Для $\theta \ll 1$ имеем $l \sim 1/\theta \gg 1$. Следовательно, разложение по $1/l$, которое использует квазиклассическое приближение, фактически является разложением по малым углам между импульсами начальных и конечных частиц. Именно эта область дает основной вклад в сечение процесса при высоких энергиях. Таким образом, относительную точность полученных результатов для дифференциального сечения можно оценить как максимальный угол между импульсами конечных частиц и импульсом начальной частицы. Конечно, точность ответа

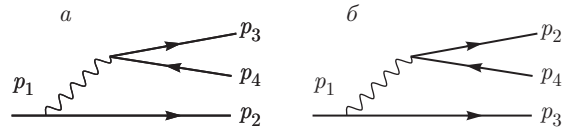


Рис. 1. Диаграммы T (*a*) и \tilde{T} (*б*), дающие вклад в амплитуду \mathcal{T} процесса $e^-Z \rightarrow e^-e^+e^-Z$. Волнистой линией обозначен фотонный пропагатор, прямыми линиями — волновые функции заряженных частиц в атомном поле

зависит также и от разложения по $1/\gamma_i = m/\varepsilon_i \ll 1$. При этом взаимодействие с внешним полем учитывается точно.

В Приложении приведено точное выражение для амплитуды T с одной модификацией. А именно, мы ввели дополнительный параметр λ , который равен единице, если учтено взаимодействие электрона, излучающего виртуальный фотон, с внешним полем, и равен нулю, если это взаимодействие не учитывается. Введение этого параметра позволит нам исследовать важность различных вкладов в сечения изучаемого процесса. Разницу сечений с $\lambda = 1$ и с $\lambda = 0$ будем называть кулоновскими поправками к рассеянию.

Амплитуда T представляется в виде суммы (см. Приложение)

$$T = T^{(0)} + T^{(1)},$$

где $T^{(0)}$ соответствует амплитуде, в которой рожденная e^+e^- -пара не взаимодействует с атомным полем, а амплитуда $T^{(1)}$ содержит такое взаимодействие. Другими словами, член $T^{(0)}$ соответствует тормозному излучению виртуального фотона, который распадается на свободную e^+e^- -пару. Заметим, что $T^{(0)}$ обращается в нуль при $\lambda = 0$, так как свободная частица не может привести к рождению свободной электрон-позитронной пары. Член $T^{(1)}$ содержит взаимодействие всех частиц с атомным полем. В данной работе мы будем изучать следующие вопросы, касающиеся интегральных сечений: вклад амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$ в сечение, влияние интерференции между T и \tilde{T} и кулоновских поправок к рассеянию на величину сечения.

Начнем анализ с дифференциального сечения. Рассмотрим величину

$$S = \sum_{\mu_i=\pm 1} \left| \frac{\varepsilon_1 m^4 \mathcal{T}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}}{\eta(2\pi)^2} \right|^2, \quad (3)$$

где $\eta = Z\alpha$ и Z — зарядовый номер ядра. На рис. 2 представлены зависимости величины S от поперечного импульса позитрона $p_{4\perp}$ для атома золота ($Z = 79$) при некоторых значениях ε_i , $\mathbf{p}_{2\perp}$ и $\mathbf{p}_{3\perp}$. На

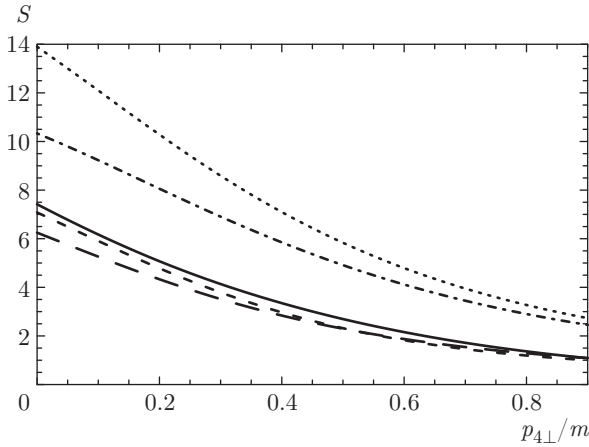


Рис. 2. Величина S , см. уравнение (3), как функция $p_{4\perp}/m$ для $Z = 79$, $\varepsilon_1 = 100m$, $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 0.28$, $\varepsilon_3/\varepsilon_1 = 0.42$, $\varepsilon_4/\varepsilon_1 = 0.3$, $p_{2\perp} = 1.3m$, $p_{3\perp} = 0.5m$. $\mathbf{p}_{3\perp}$ параллелен $\mathbf{p}_{4\perp}$, угол между $\mathbf{p}_{2\perp}$ и $\mathbf{p}_{4\perp}$ равен $\pi/2$; сплошная линия — точный результат, пунктирная линия — борновский результат, штрихпунктирная линия — результат, полученный без учета интерференции между T и \tilde{T} , штриховые линии: крупные штрихи — результат с $\lambda = 0$, мелкие штрихи — результат, полученный без учета $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$

этом рисунке точный результат сравнивается с результатами, полученными в различных приближениях. Видно, что борновский результат сильно отличается от точного результата (почти в два раза больше). Учет интерференции приводит к сдвигу почти на 50 %, а учет кулоновских поправок к рассеянию меняет сечение приблизительно на 15 %. Вклад величин $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$ заметный, но не очень большой (около 5 %). Влияние эффекта атомной экранировки для области параметров, рассматриваемых на рис. 2, пренебрежимо мало. Заметим, что относительный вклад интересующих нас эффектов в дифференциальное сечение сильно зависит от значений \mathbf{p}_i . Однако во всех случаях присутствует значительное отклонение борновского сечения от точного даже для умеренных значений Z .

Рассмотрим теперь дифференциальное сечение $d\sigma/dp_{2\perp}$ по поперечному импульсу электрона. Это сечение показано на рис. 3а для $Z = 79$ и $\varepsilon_1 = 100m$. Видно, что точный результат сильно отличается от борновского (разница достигает 50 % в пике), причем кулоновские поправки к рассеянию также дают значительный вклад (20 % в пике). На рис. 3б изображены зависимости от $p_{2\perp}/m$ величины δ , которая является относительным отклонением приближенного результата для $d\sigma/dp_{2\perp}$, вычисленного без учета амплитуды $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$ или без учета интерференции, от точного результата. Видно, что

оба эффекта дают существенный, но не очень большой вклад в сечение ($\delta \leq 5\%$).

Наш результат получен в приближении $\varepsilon_i \gg m$, поэтому возникает вопрос о нижнем пределе интегрирования по энергиям конечных частиц при вычислении $d\sigma/dp_{2\perp}$. Мы численно исследовали этот вопрос и пришли к выводу, что изменение нижнего предела интегрирования на величину порядка m слабо влияет на конечный результат. В любом случае такая вариация качественно не меняет относительный вклад различных поправок, и мы представляем результат интегрирования по всей кинематически разрешенной области.

На рис. 3а видно, что отклонение результата, полученного при $\lambda = 0$, от точного сечения положительно и проявляется значительно вблизи пика. Вне пика это отклонение является небольшим и отрицательным в широкой области импульсов $p_{2\perp}$. Два отклонения (положительное и отрицательное) сильно компенсируют друг друга в сечении, проинтегрированном по поперечным импульсам электронов $p_{2\perp}$ и $p_{3\perp}$. Это утверждение подтверждается рис. 4, на котором показано для $Z = 79$ и $\varepsilon_1 = 100m$ дифференциальное по поперечному импульсу позитрона сечение $d\sigma/dp_{4\perp}$. Как видно на рис. 4а, борновский результат для $d\sigma/dp_{4\perp}$ существенно отличается от точного результата (примерно 30 % в пике). На рис. 4б представлена величина δ_1 . Эта величина является относительным отклонением приближенного результата для $d\sigma/dp_{4\perp}$ (вычисленного или при $\lambda = 0$, или без учета амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, или без учета интерференции) от точного. Все относительные отклонения δ_1 являются заметными ($\delta_1 \leq 6\%$). Результат для $\lambda = 0$ и сечение, полученное без учета амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, очень близки друг к другу. Это означает, что кулоновские поправки к рассеянию приводят к очень маленькому сдвигу значений $d\sigma/dp_{4\perp}$, в отличие от $d\sigma/dp_{2\perp}$. Такое подавление аналогично подавлению, обнаруженному в нашей недавней работе [17], в которой рассматривалось электророждение e^+e^- -пар тяжелой заряженной частицей в атомном поле.

Рассмотрим полное сечение σ изучаемого процесса. Это сечение для $Z = 79$ показано на рис. 5а как функция ε_1/m . Сплошная кривая соответствует точному результату, пунктирная линия — борновскому результату, штрихпунктирная линия — ультрарелятивистской асимптотике борновского результата [2] (формула Рака). Заметим, что небольшое отличие при относительно малых энергиях борновского результата от результата, полученного с помощью формулы Рака, связано с двумя факто-

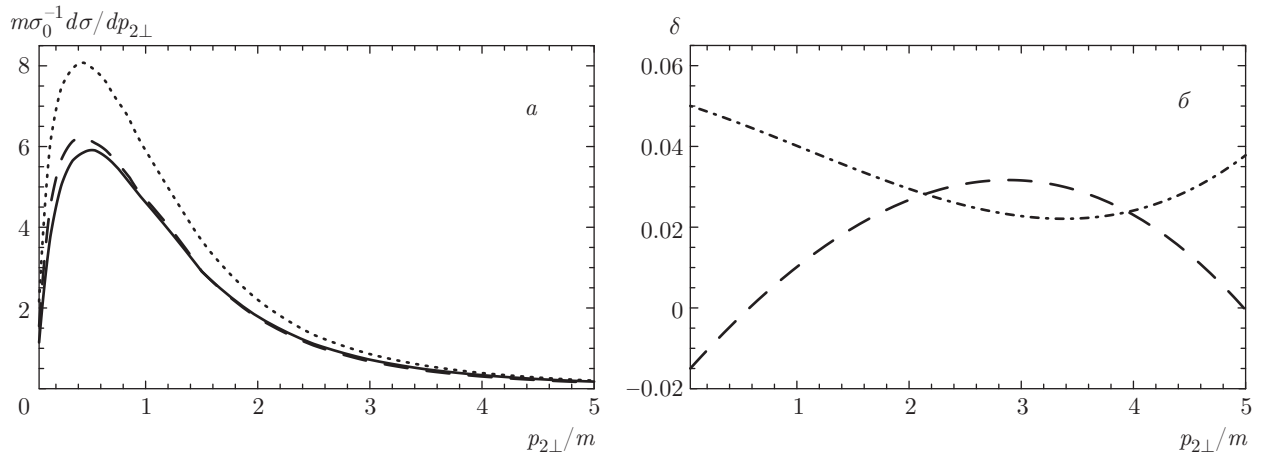


Рис. 3. а) Зависимости $d\sigma/dp_{2\perp}$ от $p_{2\perp}/m$ в единицах $\sigma_0/m = \alpha^2\eta^2/m^3$ для $Z = 79$, $\varepsilon_1/m = 100$. Сплошная линия — точный результат, пунктирная линия — борновский результат, штриховая линия — результат, полученный при $\lambda = 0$. б) Величина δ как функция $p_{2\perp}/m$, где δ — отличие приближенного результата $d\sigma/dp_{2\perp}$ от точного в единицах точного сечения. Штрихпунктирная линия — результат, полученный без учета интерференции между T и \tilde{T} , штриховая линия — результат, полученный без учета $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$

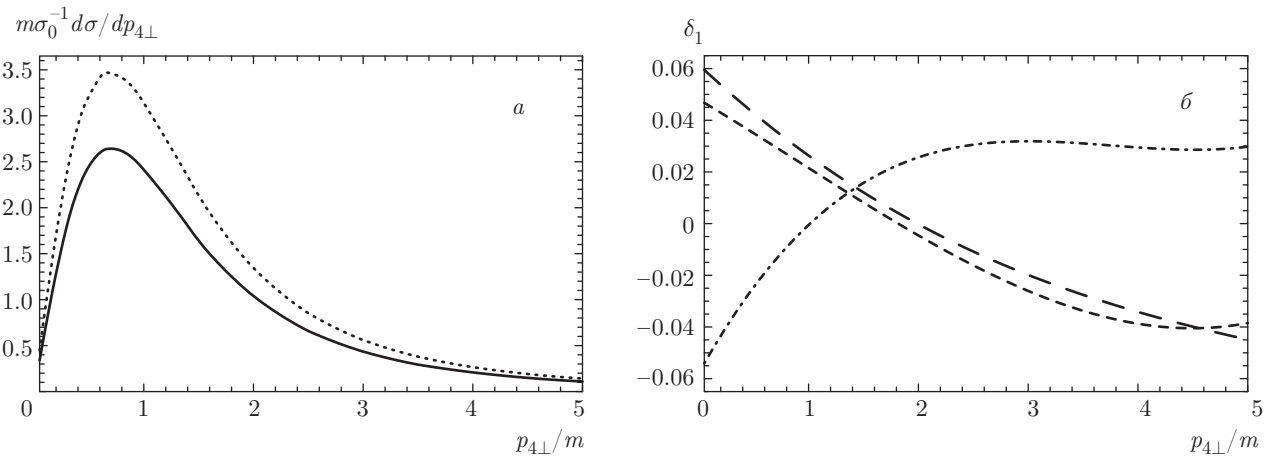


Рис. 4. а) Зависимости $d\sigma/dp_{4\perp}$ от $p_{4\perp}/m$ в единицах $\sigma_0/m = \alpha^2\eta^2/m^3$ для $Z = 79$, $\varepsilon_1/m = 100$. Сплошная линия — точный результат, пунктирная линия — борновский результат. б) Величина δ_1 как функция $p_{4\perp}/m$, где δ_1 — относительное отклонение приближенного результата для $d\sigma/dp_{4\perp}$ от точного. Штрихпунктирная линия — результат, полученный без учета интерференции между T и \tilde{T} , штриховые линии: крупные штрихи — результат, полученный без учета вклада $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, мелкие штрихи — результат, полученный при $\lambda = 0$

рами. Во-первых, наш результат для полного сечения имеет неопределенность, связанную с выбором нижнего предела интегрирования по энергиям частиц. Во-вторых, в формуле Рака [2] не учтена тождественность электронов.

Видно, что борновский результат для полного сечения сильно отличается от точного (больше 20% во всей указанной области). На рис. 5б показано относительное отклонение δ_2 приближенного результата для σ от точного. Поправки к полному сече-

нию, связанные с учетом $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, и кулоновские поправки к рассеянию малы даже при умеренных энергиях ε_1 . Эффект интерференции более важен при умеренных энергиях и уменьшается при увеличении энергии.

В работе [10] было показано, что в дифференциальном сечении кулоновские поправки к рассеянию велики в области $p_{2\perp} \sim \omega/\gamma$, где ω — энергия виртуального фотона, $\gamma = \varepsilon_1/m$. Эта область дает значительный вклад в кулоновские поправки к

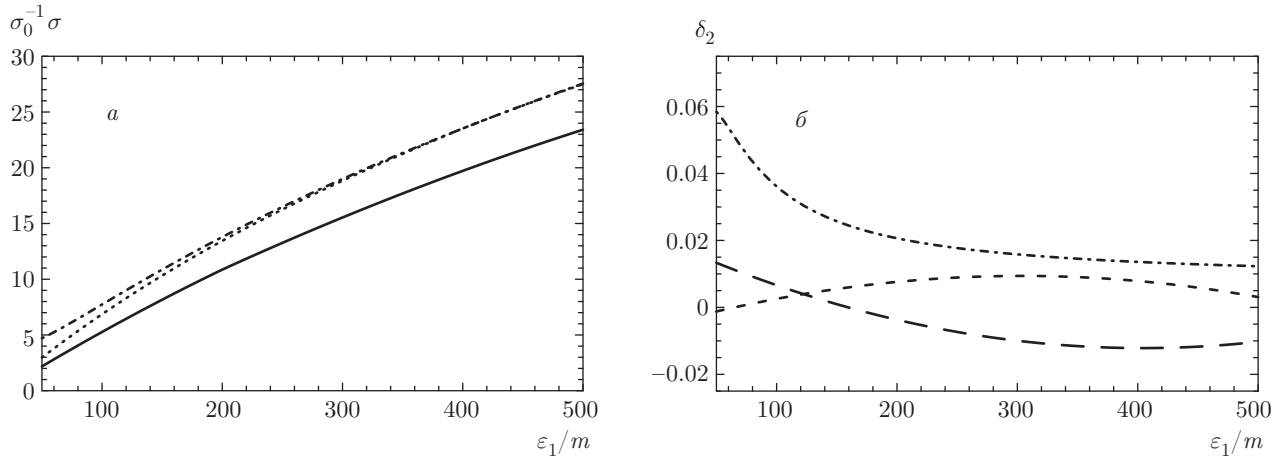


Рис. 5. а) Полное сечение σ как функция ε_1/m в единицах $\sigma_0 = \alpha^2 \eta^2 / m^2$ для $Z = 79$. Сплошная линия — точный результат, пунктирная линия — борновский результат, штрихпунктирная линия — результат, полученный по формуле Рака [2]. б) Величина δ_2 как функция ε_1/m , где δ_2 — отличие приближенного результата σ от точного в единицах точного сечения. Штрихпунктирная линия — результат, полученный без учета интерференции между T и \tilde{T} , штриховые линии: мелкие штрихи — результат, полученный без учета $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$, крупные штрихи — результат с $\lambda = 0$

полному сечению. Однако, как было показано выше, кулоновские поправки к рассеянию в области $p_{2\perp} \sim \omega/\gamma$ сильно компенсируются вкладом от кулоновских поправок к рассеянию в широкой области $m \gtrsim p_{2\perp} \gtrsim \omega/\gamma$. В результате, для полного сечения учет взаимодействия электрона, излучающего виртуальный фотон, с внешним полем не меняет величину кулоновских поправок, вычисленных в главном логарифмическом приближении. Это означает, что коэффициент в уравнении (33) в [10] должен быть в два раза меньше и равен коэффициенту при кулоновских поправках к полному сечению электророждения e^+e^- -пар тяжелой частицей, полученных в главном логарифмическом приближении. Заметим, что точность результата в главном логарифмическом приближении очень плохая, так как существует сильная взаимная компенсация главного и следующего за главным логарифмического приближения, см. [19].

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы исследовали важность различных вкладов в интегральные сечения процесса электророждения e^+e^- -пар ультрарелятивистским электроном в поле тяжелого атома. Рассмотрели вклад амплитуд $T^{(0)}$ и $\tilde{T}^{(0)}$ (тормозного излучения виртуального фотона, который распадается на свободную электрон-позитронную пару) в сечение, влияние интерференции между T и \tilde{T} и учет взаи-

модействия с атомным полем электрона, испускающего виртуальный фотон, на величину сечения. Показано, что кулоновские поправки дают существенный вклад как в дифференциальное сечение, так и в различные интегральные характеристики даже при умеренных значениях зарядового номера ядра. Эти кулоновские поправки в основном связаны с амплитудами $T^{(1)}$ и $\tilde{T}^{(1)}$, в которых точно учтено взаимодействие рожденной e^+e^- -пары с атомным полем (кулоновские поправки к амплитуде фоторождения e^+e^- -пары виртуальным фотоном). Взаимодействие электрона, излучающего виртуальный фотон, с атомным полем вносит существенный вклад в дифференциальные по углам конечных электронов сечения. Однако сечения, проинтегрированные по импульсам обоих электронов, слабо зависят от этого взаимодействия. Вклады амплитуд $T^{(0)}$, $\tilde{T}^{(0)}$ и интерференции между T и \tilde{T} в различные интегральные сечения процесса электророждения существенны, но не очень большие (порядка 5% от точного результата).

Для экспериментального наблюдения влияния кулоновских поправок к рассеянию на величину сечения электророждения достаточно измерять поперечный импульс или угол вылета одного из электронов. На рис. 3а видно, что кулоновские поправки к рассеянию для сечения $d\sigma/dp_{2\perp}$ велики в области $p_{2\perp}/m \lesssim 1$. Такой эксперимент для не очень больших $\gamma = \varepsilon_1/m \lesssim 100$ кажется вполне выполнимой задачей.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 14-50-00080), а также при частичной поддержке РФФИ (грант № 16-02-00103).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем формулы для амплитуды T , вычисленной в работе [10], с одной модификацией. Введем дополнительный параметр λ , который равен единице, если учтено взаимодействие электрона, излучающего виртуальный фотон, с внешним полем, и равен нулю, если пренебречь этим взаимодействием. Введение этого параметра позволяет исследовать важность различных вкладов в сечения изучаемого процесса. Амплитуду T можно представить в следующем виде:

$$T = T^{(0)} + T^{(1)}, \quad T^{(0)} = T_{\parallel}^{(0)} + T_{\perp}^{(0)},$$

$$T^{(1)} = T_{\parallel}^{(1)} + T_{\perp}^{(1)},$$

где спиральные амплитуды $T_{\perp}^{(0)}$ равны

$$\begin{aligned} T_{\perp}^{(0)} = & \frac{8\pi A(\Delta_0)}{\omega(m^2 + \zeta^2)} \left\{ \delta_{\mu_1\mu_2} \delta_{\mu_3\bar{\mu}_4} \times \right. \\ & \times \left[\frac{\varepsilon_3}{\omega^2} (\mathbf{s}_{\mu_3}^* \cdot \mathbf{X})(\mathbf{s}_{\mu_3} \cdot \zeta) (\varepsilon_1 \delta_{\mu_1\mu_3} + \varepsilon_2 \delta_{\mu_1\mu_4}) - \right. \\ & - \left. \frac{\varepsilon_4}{\omega^2} (\mathbf{s}_{\mu_4}^* \cdot \mathbf{X})(\mathbf{s}_{\mu_4} \cdot \zeta) (\varepsilon_1 \delta_{\mu_1\mu_4} + \varepsilon_2 \delta_{\mu_1\mu_3}) \right] - \\ & - \frac{m\mu_1}{\sqrt{2}\varepsilon_1\varepsilon_2} R \delta_{\mu_1\bar{\mu}_2} \delta_{\mu_3\bar{\mu}_4} (\mathbf{s}_{\mu_1} \cdot \zeta) (-\varepsilon_3 \delta_{\mu_1\mu_3} + \varepsilon_4 \delta_{\mu_1\mu_4}) + \\ & + \frac{m\mu_3}{\sqrt{2}\varepsilon_3\varepsilon_4} \delta_{\mu_1\mu_2} \delta_{\mu_3\mu_4} (\mathbf{s}_{\mu_3}^* \cdot \mathbf{X}) (\varepsilon_1 \delta_{\mu_3\mu_1} + \varepsilon_2 \delta_{\mu_3\bar{\mu}_1}) + \\ & \left. + \frac{m^2\omega^2}{2\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3\varepsilon_4} R \delta_{\mu_1\bar{\mu}_2} \delta_{\mu_3\mu_4} \delta_{\mu_1\mu_3} \right\}, \quad (4) \\ T_{\parallel}^{(0)} = & -\frac{8\pi}{\omega^2} A(\Delta_0) R \delta_{\mu_1\mu_2} \delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}. \end{aligned}$$

Величина $\mu_i = \pm 1$ соответствует спиральности частицы с импульсом \mathbf{p}_i , $\bar{\mu}_i = -\mu_i$,

$$\begin{aligned} A(\Delta) = & -\frac{i\lambda}{\Delta_{\perp}^2} \int d\mathbf{r} \times \\ & \times \exp[-i\Delta \cdot \mathbf{r} - i\chi(\rho)] \Delta_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} V(r), \\ \chi(\rho) = & \lambda \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\sqrt{z^2 + \rho^2}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho = & \mathbf{r}_{\perp}, \quad \zeta = \frac{\varepsilon_3\varepsilon_4}{\omega} \boldsymbol{\theta}_{34}, \\ \omega = & \varepsilon_3 + \varepsilon_4, \quad \Delta_{0\perp} = \varepsilon_2 \boldsymbol{\theta}_{21} + \varepsilon_3 \boldsymbol{\theta}_{31} + \varepsilon_4 \boldsymbol{\theta}_{41}, \\ \Delta_{0\parallel} = & -\frac{1}{2} \left[m^2\omega \left(\frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3\varepsilon_4} \right) + \frac{p_{2\perp}^2}{\varepsilon_2} + \right. \\ & \left. + \frac{p_{3\perp}^2}{\varepsilon_3} + \frac{p_{4\perp}^2}{\varepsilon_4} \right], \\ R = & \frac{1}{d_1 d_2} [\Delta_{0\perp}^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + 2\varepsilon_1\varepsilon_2 (\boldsymbol{\theta}_{12} \cdot \Delta_{0\perp})], \\ \mathbf{X} = & \frac{1}{d_1} (\varepsilon_3 \boldsymbol{\theta}_{23} + \varepsilon_4 \boldsymbol{\theta}_{24}) - \frac{1}{d_2} (\varepsilon_3 \boldsymbol{\theta}_{13} + \varepsilon_4 \boldsymbol{\theta}_{14}), \quad (5) \\ d_1 = & m^2\omega\varepsilon_1 \left(\frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3\varepsilon_4} \right) + \varepsilon_2\varepsilon_3\theta_{23}^2 + \\ & + \varepsilon_2\varepsilon_4\theta_{24}^2 + \varepsilon_3\varepsilon_4\theta_{34}^2, \\ d_2 = & m^2\omega\varepsilon_2 \left(\frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3\varepsilon_4} \right) + \varepsilon_2\varepsilon_3\theta_{31}^2 + \\ & + \varepsilon_2\varepsilon_4\theta_{41}^2 + (\varepsilon_3\boldsymbol{\theta}_{31} + \varepsilon_4\boldsymbol{\theta}_{41})^2, \\ \boldsymbol{\theta}_i = & \mathbf{p}_{i\perp}/p_i, \quad \boldsymbol{\theta}_{ij} = \boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_j, \end{aligned}$$

где $V(r)$ — потенциальная энергия электрона в атомном поле. В амплитуде $T^{(0)}$ отсутствует взаимодействие рожденной e^+e^- -пары с атомным полем, поэтому $T^{(0)}$ зависит от атомного потенциала таким же образом, как и амплитуда тормозного излучения, см. [20].

Амплитуды $T_{\perp}^{(1)}$ и $T_{\parallel}^{(1)}$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} T_{\perp}^{(1)} = & \frac{8i\eta}{\omega\varepsilon_1} |\Gamma(1 - i\eta)|^2 \times \\ & \times \int \frac{d\Delta_{\perp} A(\Delta_{\perp} + \mathbf{p}_{2\perp}) F_a(Q^2)}{Q^2 M^2 (m^2\omega^2/\varepsilon_1^2 + \Delta_{\perp}^2)} \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{i\eta} \mathcal{M}, \\ \mathcal{M} = & -\frac{\delta_{\mu_1\mu_2} \delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}}{\omega} [\varepsilon_1 (\varepsilon_3 \delta_{\mu_1\mu_3} - \varepsilon_4 \delta_{\mu_1\mu_4}) \times \\ & \times (\mathbf{s}_{\mu_1}^* \cdot \Delta_{\perp}) (\mathbf{s}_{\mu_1} \cdot \mathbf{I}_1) + \\ & + \varepsilon_2 (\varepsilon_3 \delta_{\mu_1\bar{\mu}_3} - \varepsilon_4 \delta_{\mu_1\bar{\mu}_4}) (\mathbf{s}_{\mu_1} \cdot \Delta_{\perp}) (\mathbf{s}_{\mu_1}^* \cdot \mathbf{I}_1)] + \\ & + \delta_{\mu_1\bar{\mu}_2} \delta_{\mu_3\bar{\mu}_4} \frac{m\omega\mu_1}{\sqrt{2}\varepsilon_1} (\varepsilon_3 \delta_{\mu_1\mu_3} - \varepsilon_4 \delta_{\mu_1\mu_4}) \times \\ & \times (\mathbf{s}_{\mu_1} \cdot \mathbf{I}_1) + \delta_{\mu_1\mu_2} \delta_{\mu_3\mu_4} \frac{m\mu_3}{\sqrt{2}} (\varepsilon_1 \delta_{\mu_1\mu_3} + \varepsilon_2 \delta_{\mu_1\bar{\mu}_3}) \times \\ & \times (\mathbf{s}_{\mu_3}^* \cdot \Delta_{\perp}) I_0 - \frac{m^2\omega^2}{2\varepsilon_1} \delta_{\mu_1\bar{\mu}_2} \delta_{\mu_3\mu_4} \delta_{\mu_1\mu_3} I_0, \quad (6) \\ T_{\parallel}^{(1)} = & -\frac{8i\eta\varepsilon_3\varepsilon_4}{\omega^3} |\Gamma(1 - i\eta)|^2 \times \\ & \times \int \frac{d\Delta_{\perp} A(\Delta_{\perp} + \mathbf{p}_{2\perp}) F_a(Q^2)}{Q^2 M^2} \left(\frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{i\eta} \times \\ & \times I_0 \delta_{\mu_1\mu_2} \delta_{\mu_3\bar{\mu}_4}, \end{aligned}$$

где $F_a(Q^2)$ — атомный формфактор. Также используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 M^2 &= m^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_3 \varepsilon_4}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \right) + \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_4}{\varepsilon_2 \omega^2} \Delta_{\perp}^2, \\
 \mathbf{Q}_{\perp} &= \mathbf{\Delta}_{\perp} - \mathbf{p}_{3\perp} - \mathbf{p}_{4\perp}, \\
 Q^2 &= Q_{\perp}^2 + \Delta_{0\parallel}^2, \quad \mathbf{q}_1 = \frac{\varepsilon_3}{\omega} \mathbf{\Delta}_{\perp} - \mathbf{p}_{3\perp}, \\
 \mathbf{q}_2 &= \frac{\varepsilon_4}{\omega} \mathbf{\Delta}_{\perp} - \mathbf{p}_{4\perp}, \\
 I_0 &= (\xi_1 - \xi_2) F(x) + (\xi_1 + \xi_2 - 1)(1-x) \frac{F'(x)}{i\eta}, \\
 \mathbf{I}_1 &= (\xi_1 \mathbf{q}_1 + \xi_2 \mathbf{q}_2) F(x) + \\
 &\quad + (\xi_1 \mathbf{q}_1 - \xi_2 \mathbf{q}_2)(1-x) \frac{F'(x)}{i\eta}, \\
 \xi_1 &= \frac{M^2}{M^2 + q_1^2}, \quad \xi_2 = \frac{M^2}{M^2 + q_2^2}, \quad x = 1 - \frac{Q_{\perp}^2 \xi_1 \xi_2}{M^2}, \\
 F(x) &= F(i\eta, -i\eta, 1, x), \quad F'(x) = \frac{\partial}{\partial x} F(x), \\
 \eta &= Z\alpha.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Заметим, что параметр λ содержится только в функции $A(\mathbf{\Delta})$ в уравнении (5).

Кроме того, выполняется равенство

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\mathbf{\Delta}_{\perp}) = i(2\pi)^2 \delta(\mathbf{\Delta}_{\perp}).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Bhabha, Proc. Roy. Soc. (London) A **152**, 559 (1935).
2. G. Racah, Nuovo Cim. **4**, 112 (1937).
3. М. М. Block, D. Т. King, and М. Wada, Phys. Rev. **96**, 1627 (1954).
4. Т. Murota, А. Veda, and Н. Tanaka, Progr. Theor. Phys. (Kyoto) **16**, 482 (1956).
5. E. G. Johnson, Phys. Rev. **140**, 1005 (1965).
6. S. Brodsky and S. Ting, Phys. Rev. **145**, 1018 (1966).
7. J. D. Bjorken and M. Chen, Phys. Rev. **154**, 1335 (1967).
8. R. Henry, Phys. Rev. **154**, 1534 (1967).
9. S. Homma, А. Itano, K. Nishikawa, and М. Hayashi, Proc. Phys. Soc. Jpn. **3**, 1230 (1974).
10. P. А. Krachkov and А. I. Milstein, Phys. Rev. A **93**, 062120 (2016).
11. А. I. Nikishov and N. V. Pichkurov, Sov. J. Nucl. Phys. **35**, 561 (1982).
12. D. Yu. Ivanov, E. А. Kuraev, А. Schiller, and V. G. Serbo, Phys. Lett. B **442**, 453 (1998).
13. B. Segev and J. C. Wells, Phys. Rev. A **57**, 1849 (1998).
14. А. J. Baltz and L. McLerran, Phys. Rev. C **58**, 1679 (1998).
15. U. Eichmann, J. Reinhardt, S. Schramm, and W. Greiner, Phys. Rev. A **59**, 1223 (1999).
16. R. N. Lee and А. I. Milstein, Phys. Rev. A **61**, 032103 (2000).
17. P. А. Krachkov and А. I. Milstein, Phys. Lett. B **771**, 5 (2017).
18. П. А. Крачков, Р. Н. Ли, А. И. Мильштейн, **186**, 689 (2016) [P. А. Krachkov, R. N. Lee, and А. I. Milstein, Phys. Usp. **59**, 619 (2016)].
19. R. N. Lee and А. I. Milstein, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **136**, 1121 (2009) [JETP **109**, 968 (2009)].
20. R. N. Lee, А. I. Milstein, V. M. Strakhovenko, and O. Ya. Schwarz, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **127**, 5 (2005) [JETP **100**, 1 (2005)].