

# ВЛИЯНИЕ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ПРИ НИЗКОСКОРОСТНОМ СТОЛКНОВЕНИИ КАПЛИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ВОДЫ

В. Е. Прохоров\*

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук  
119526, Москва, Россия

Поступила в редакцию 31 октября 2017 г.

В экспериментах по столкновению капли с поверхностью воды исследовались динамика ударного импульса давления и эволюция перемишки слияния между каплями и поверхностью в диапазоне малых скоростей  $U$  соударения. Экспериментальные последовательности радиусов  $r_i$  перемишки, аппроксимированные функцией времени вида  $t^{1/2}$ , экстраполированы к моменту контакта и сопоставлены с радиусами  $r_k$  внешнего контура сечения, образуемого донной частью капли с поверхностью. Поведение ударного импульса давления критически зависит от отношения скоростей растекания,  $\varepsilon_i(U) = \dot{r}_i/\dot{r}_k$ . Величина  $\varepsilon_i = 1$  определяет порог скорости ниже (выше) которого давление имеет гидродинамический (гидроакустический) характер.

DOI: 10.7868/S0044451018040053

Ударное воздействие жидкой капли — предмет интенсивных фундаментальных и прикладных исследований, что связано с деструктивными или, напротив, положительными эффектами в различных сферах деятельности и в технологиях [1–3].

Гидродинамические течения, порождаемые ударом капли, исследуются аналитическими [4–7] и численными [8–11] методами в приближении несжимаемой жидкости. Отдельное направление исследований — акустическое излучение в начальной стадии соударения — рассматривается уже в рамках сжимаемой жидкости [12, 13].

Механизм ударного излучения капли, как и при ударе твердой сферы о воду, имеет кинематическое происхождение: излучение исходит от внешнего контура контактного пятна — периферии общего сечения капли с поверхностью жидкости на стадии его сверхзвукового расширения [12–14]. Пусть сферическая капля радиуса  $R$  со скоростью  $U$  сталкивается с поверхностью жидкости, плотность которой  $\rho$ , а скорость звука в ней  $c$ . Благодаря сжимаемости, донный сегмент капли сохраняет целостность в течение весьма короткого промежутка времени, за который

радиус  $r_k$  контактного пятна растёт со временем  $t$ :

$$r_k = R\xi_k, \quad (1)$$

где  $\xi_k = \sqrt{2t/\tau_k}$ ,  $\tau_k = R/U$ . По поверхности подстилающей жидкости распространяется возмущение со скоростью [12, 13, 15]

$$u_k = \frac{dr_k}{dt} = \sqrt{\frac{RU}{2t}}.$$

Звук излучается при условии  $u_k > c$ . В момент  $t_c = RU/2c^2$  скорость расширения контура сравнивается со скоростью звука и излучение прекращается. При этом радиус контактного пятна достигает величины  $r_c = RU/c$  [12, 13].

Соударяющиеся объекты не имеют жесткой поверхности, что не позволяет задать граничные условия и получить точное решение для звукового давления в толще жидкости, как это сделано для сферы [15, 16]. Вместо граничных условий принимается гипотеза распределения скорости в пределах контактного круга, и далее по формуле Кирхгофа рассчитывается поле акустического давления в водной среде [13, 14]. Соответственно, ударное излучение капли в воде может быть рассчитано только приближенно даже в предположении стабильной геометрии капли. Конечное решение имеет вид суперпозиции элементарных волн с начальными амплитудами поряд-

\* E-mail: prohorov@ipmnet.ru

ка  $\rho U c$ , которые затухают с расстоянием  $z$ . При малых скоростях ( $M = U/c \ll 1$ ) давление на линии падения капли равно

$$p_i \approx \frac{\rho U c}{2\sqrt{1 + \chi^2 + \tau}}, \quad (2)$$

где  $\chi = z/r_c$ ,  $\tau = t/t_c$  [13].

Считается, что при столкновении водяной капли с поверхностью воды действие эффектов сжимаемости и связанного с ними кинематического механизма излучения начинается со скоростей соударения не менее 30 м/с [11]. Однако в недавних экспериментах порог скорости, начиная с которого возник ударный акустический импульс, составлял около 1 м/с [17].

В настоящей работе на основе экспериментальных данных исследуются особенности излучения звука в диапазоне малых скоростей соударения и обосновывается механизм, определяющий пороговый характер излучения.

При малой скорости капли на процесс кинематического расширения контактного контура накладывается процесс молекулярного слияния капли со свободной поверхностью. Согласно общепринятой модели [18, 19], в момент контакта ( $t = 0$ ) между каплей и подстилающей жидкостью возникает перемычка конечного радиуса  $r$ . Кривизна общей поверхности в точке контакта имеет некоторую конечную, весьма большую величину, вследствие чего создается высокое давление сил поверхностного натяжения, приводящее в начальной стадии к быстрому расширению перемычки.

Молекулярное слияние протекает без эффектов сжатия и поэтому не сопровождается акустическим излучением в подстилающую жидкость. Однако пятно слияния может препятствовать излучению, если оно перекрывает пятно кинематического контакта в течение сверхзвуковой стадии  $t < t_c$ .

В теории процесс слияния двух капель, соприкасающихся при нулевой скорости, может протекать по вязкому и инерционному сценариям, движение в которых описывается уравнениями Навье–Стокса и Эйлера. Соответствующие сценариям радиусы перемычек —  $r_\nu$  и  $r_i$  — описываются выражениями [19, 20]

$$\xi_\nu = \frac{r_\nu}{R} = -b_\nu \left( \frac{t}{\tau_\nu} \right) \ln \left( \frac{t}{\tau_\nu} \right), \quad (3)$$

$$\xi_i = \frac{r_i}{R} = b_i \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}. \quad (4)$$

Здесь  $b_\nu, b_i$  — положительные константы,

$$\tau_\nu = \frac{R\nu}{\gamma}, \quad \tau_i = \frac{R}{u_\gamma}, \quad u_\gamma = \sqrt{\gamma/R},$$

$\nu$  — кинематическая вязкость,  $\gamma = \sigma/\rho$ ,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Инерционный сценарий (4) для капель воды подтвержден эмпирически по данным видеонаблюдений при  $t > 10$  мкс и экстраполирован на начальный участок  $t < 10$  мкс [21]. Вязкая стадия слияния водяных капель слишком скоротечна для наблюдения современными средствами видеозаписи. По этой причине коэффициент  $b_\nu$  может быть вычислен только косвенно и весьма приближенно вследствие неопределенности временной границы, на которой завершается вязкая (3) и начинается инерционная (4) стадия.

Однако если рассматривать вязкое слияние как фактор, препятствующий излучению звука, то вполне достаточно оценить соотношение скоростей слияния и кинематического расширения,  $\varepsilon_\nu = \dot{\xi}_\nu / \dot{\xi}_k$ , в начальной стадии контакта  $t < t_c$ , т. е. фактически вблизи  $t \approx 0$ . Из выражений (1) и (3) следует, что  $\varepsilon_\nu$  — зависящая от времени функция, предел которой при  $t \rightarrow 0$  равен нулю. Следовательно, в момент контакта пятно вязкого слияния не может перекрывать внешний контур кинематического контакта и препятствовать акустическому излучению.

Отметим также, что существование вязкой стадии слияния экспериментально установлено только для жидкостей с большой вязкостью при  $R_a \gamma / \nu^2 < 5 \cdot 10^3$ , где  $R_a$  — средний радиус капли [21]. Для воды данный критерий выполняется при  $R_a < 6.8 \cdot 10^{-3}$  см. Эта величина на два порядка меньше размера капель, участвующих в настоящих экспериментах, и, согласно работе [21], слияние должно протекать по инерционному сценарию.

Из выражений (1) и (4) следует, что в случае инерционного слияния на всей временной оси выполняется соотношение

$$\varepsilon_i = \frac{\dot{\xi}_i}{\dot{\xi}_k} = \frac{\xi_i}{\xi_k} = b_i \sqrt{\frac{u_\gamma}{2U}}. \quad (5)$$

Если в момент контакта  $\varepsilon_i > 1$ , то перемычка слияния будет перекрывать контур кинематического контакта и столкновение будет проходить без излучения звука. Диапазон скоростей, в котором возможно излучение, дается неравенством  $\varepsilon_i < 1$ , т. е.

$$U > u_e = b_i^2 u_\gamma / 2. \quad (6)$$

Стадия сверхзвукового расширения пятна кинематического контакта ограничена временем порядка  $t_c$ , в течение которого донная часть находится

в состоянии сжатия. В последующем, предположительно в течение нескольких десятков наносекунд, граница донного сегмента разрушается [10]. Контактная область продолжает расширяться уже по инерционному сценарию слияния, благодаря большой кривизне на периферии контактной области.

В аналитических и численных расчетах подразумевается правильная (сферическая) форма капли, что справедливо только при малых радиусах  $R \ll \ll (\gamma/g)^{1/2}$  (примерно 0.3 см для воды) [20, 21]. Форма более крупных капель в процессе падения изменяется, и в момент приводнения чаще всего они имеют вид неправильного овоида [22]. В геометрии начального контакта участвует также прогиб свободной поверхности, профиль которого до конца не установлен. Считается, что он симметричен дну капли с выемкой в центре [23] или имеет вид общей плавной дуги [9, 24]. Однако в экспериментах установлено, что деформация поверхности ничтожно мала по сравнению с донной частью капли [25], а форма соприкасающихся поверхностей на ранней стадии слияния не столь важна, поскольку основной действующий фактор — локальная кривизна в точке их контакта [20].

В связи с этим перенос соотношений (1) и (4) на случай соударения капли с поверхностью возможен при условии, что радиус  $R$  — локальный параметр, который определяется в точке контакта капли с поверхностью. На момент контакта капля может принимать удлиненную или сплюснутую форму; кроме того, дополнительную деформацию донного сегмента вносит воздушная подушка [24]. Поэтому результирующая кривизна будет меняться случайным образом от опыта к опыту.

Ниже приводятся экспериментальные данные по столкновению капли воды и водной поверхности, в которых исследована совместная динамика перемычки и давления в толще воды на скоростях соударения, охватывающих переходную область в окрестности  $\varepsilon_i = 1$ .

Эксперименты выполнены на стенде, включающем видеокамеру Optronis CR3000x2, гидрофон ГИ-54, интерфейс связи с компьютером и другие устройства [26]. По форме амплитудно-частотной характеристики гидрофон может быть синтезирован в виде фильтра нижних частот Чебышева первого рода пятого порядка с неравномерностью полосы прозрачности 1 дБ и частотой среза 70 кГц. Благодаря высокой чувствительности (30 мВ/Па) гидрофон регистрирует слабые сигналы даже при малых скоростях, однако с увеличением скорости, когда столкновение приобретает ударный характер,

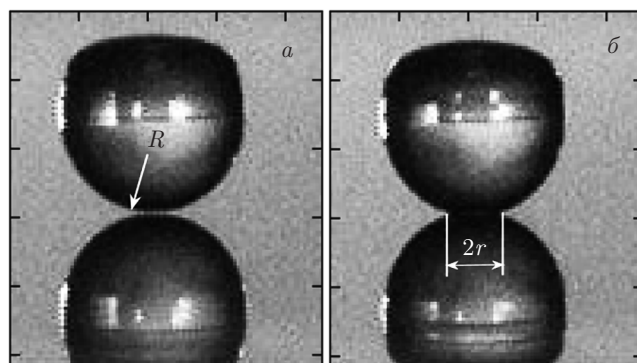


Рис. 1. Подлет (а) и слияние через 0.5 мс (б) капли с поверхностью (опыт 2). Нижняя часть видеок кадров — зеркальное изображение. Деление шкал соответствует 2 мм

вследствие ограниченности полосы и наличия полюсов воспроизводит импульсы с задержкой и последующими осцилляциями.

Капля воды, отрывающаяся от сопла диаметром 0.4 см падала на поверхность воды с конечной скоростью  $U$ , которая менялась от 2 до 230 см/с. Физические свойства обеих соударяющихся сред одинаковы — скорость звука  $c = 1.5 \cdot 10^5$  см/с, плотность  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, кинематическая вязкость  $\nu = 0.01$  см<sup>2</sup>/с, поверхностное натяжение  $\sigma = 74$  дин/см ( $\gamma = \sigma/\rho = 74$  см<sup>3</sup>/с<sup>2</sup>). Головка гидрофона располагалась на глубинах от  $z = 1$  см до  $z = 4$  см на одной вертикали с линией падения капли.

Размер капли выбран достаточно большим, чтобы даже при малых скоростях развивалось давление, превосходящее уровень аппаратного шума. Это позволяло также исключить эффект отскока, как это происходит с каплями небольшого размера при малых скоростях приводнения [27, 28].

По видеок кадрам измерялись текущий радиус кривизны  $R$  капли (рис. 1а) в зоне контакта (по трем точкам эквивалентной окружности) и радиус перемычки  $r$  (рис. 1б).

Давление измерялось гидрофоном, который помещался на глубинах от 1 до 4 см в зависимости от скорости капли. Скорость капли фиксировалась по ее нижнему краю на последнем участке движения протяженностью 1.5 мм.

Временная последовательность значений  $r_i$  нормировалась на радиус капли и аппроксимировалась степенной функцией  $b_i \sqrt{(t + t_0)/\tau_i}$  на интервале наблюдений. Параметр  $t_0$  необходим для привязки экспериментальных точек к координатной сетке функции  $b_i \sqrt{t/\tau_i}$  с началом временной оси в точке  $t = 0$

Таблица

Параметр	№ опыта										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$U$ , см/с	2	5	27	54	60	76	98	128	132	180	230
$R$ , см	0.31	0.25	0.27	0.15	0.23	0.27	0.46	0.24	0.3	0.3	0.31
$z$ , см	1	1	1	1	1	1	2	2	2	4	4
$t_c$ , нс	0.01	0.03	0.16	0.18	0.31	0.46	1.00	0.68	0.88	1.20	1.58
$\tau_i$ , мс	15.4	24.1	19.1	7.4	12.8	16.3	36.3	13.7	19.1	—	—
$b_i$	0.97	1.84	3.25	3.33	3.04	3.33	4.47	3.62	3.8	—	—
$u_e$ , см/с	7.23	29.1	87.9	123.4	83.1	92.0	127.2	115.4	113.4	—	—
$\varepsilon_i$	1.95	1.3	1.80	1.51	1.18	1.14	1.10	0.95	0.93	—	—

и корректного определения коэффициента  $b_i$ , входящего в выражение (4).

В таблице приведены данные для одиннадцати значений скорости соударения. При наименьших скоростях капли (в опытах 1 и 2) на выходе гидрофона присутствует только шумовая дорожка. Частота видеосъемки в данных опытах составляла 20 кГц при разрешении  $128 \times 128$ . В последующих опытах, где реакция гидрофона превышала шумовой фон, частота съемки уменьшена до 10 кГц в пользу улучшения линейного разрешения (до  $256 \times 256$ ) и повышения точности измерения радиуса перемычки.

С увеличением скорости  $U$  параметры  $\tau_i$ ,  $b_i$ ,  $\varepsilon_i$  и  $u_\gamma$  меняются немонотонно вследствие случайного изменения локального радиуса капли  $R$ . В диапазоне скоростей  $U = 2-98$  см/с пятно молекулярного слияния перекрывает пятно кинематического контакта ( $\varepsilon_i > 1$ ,  $U < u_e$ ). Условие  $\varepsilon_i < 1$  реализовано последовательно при скоростях  $U = 128$  и  $U = 132$  см (опыты 8 и 9). При дальнейшем увеличении скорости (опыты 10 и 11) перемычку не удается зафиксировать на видеокадрах.

На рис. 2 показаны полученные в опытах 2, 7 и 9 (см. таблицу) временные зависимости безразмерных радиусов пятна кинематического контакта  $\xi_k = r_k/R = \sqrt{2Ut/R}$  и перемычки слияния, измеренные по видеокадрам,  $\xi_e = r_e/R$ , и их аппроксимации  $\xi_i = r_i/R$ . Из представленных наиболее длинная последовательность радиусов  $r_i$  соответствует скорости приведения  $U = 5$  см/с. С ростом скорости число экспериментальных точек резко сокращается из-за быстрого разрушения перемычки.

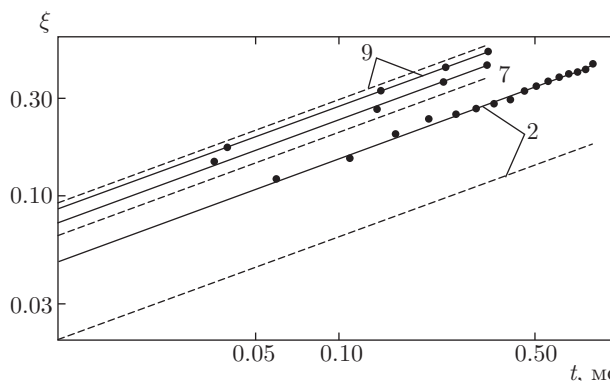


Рис. 2. Временные зависимости (в двойном логарифмическом масштабе) безразмерных радиусов перемычки  $\xi_i$  (сплошные линии, уравнение (4)) и  $\xi_e$  (точки, эксперимент), а также контуров кинематического контакта  $\xi_k$  (штриховые линии, уравнение (1)). Группы кривых 2, 7 и 9 соответствуют опытам 2, 7 и 9 (см. таблицу)

При минимальной скорости (рис. 2, кривые 2) пятно молекулярного слияния перекрывает пятно кинематического контакта. С увеличением скорости размеры обоих пятен сближаются (рис. 2, кривые 7), и при дальнейшем росте скорости пятно кинематического контакта заметно превышает радиус перемычки (рис. 2, кривые 9).

Временные зависимости давления на выходе гидрофона в опытах 3, 7, 9–11 показаны на рис. 3. Регистрограммы 3 и 7 принадлежат режиму  $\varepsilon_i > 1$ . Их передние фронты имеют малую крутизну, соответствующую малым флуктуациям уровня жидкости над гидрофоном. Кривая 7 получена на скорости 98 см/с и при  $\varepsilon_i = 1.1$ , т.е. вблизи граничного значения  $\varepsilon_i = 1$  (см. таблицу). Последующее уве-

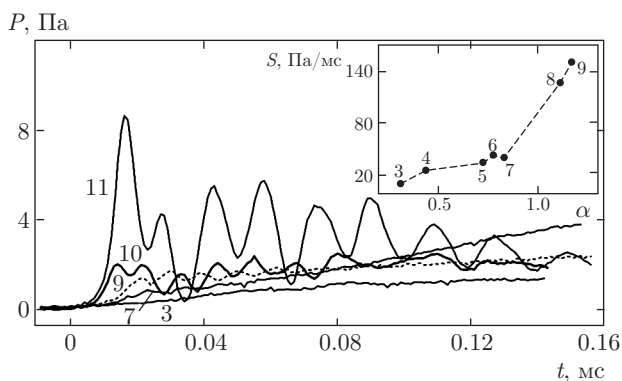


Рис. 3. Давление на выходе гидрофона в опытах 3, 7, 9–11. Вставка: крутизна переднего фронта в зависимости от  $\alpha = U/u_e$ . Цифры указывают номера опытов

личение скорости резко меняет характер выходного сигнала гидрофона — он приобретает вид ударного импульса с крутизной, в несколько раз превышающей предшествующее значение (кривая 9 на рис. 3). Это согласуется с динамикой перемычки: в данном опыте  $\varepsilon_i < 1$ , перемычка не перекрывает контактное пятно и не препятствует излучению (см. рис. 2, пара кривых 9). При дальнейшем повышении скорости погружение капли происходит слишком быстро, и на данной частоте съемки не удастся проследить изменение радиуса перемычки. Однако резко возросшая крутизна переднего фронта выходного сигнала гидрофона в опытах 10 и 11 ( $S = 300$  Па/мс и  $S = 830$  Па/мс) свидетельствует об акустическом излучении ударного происхождения.

Изменение крутизны наглядно демонстрирует кривая  $S(\alpha)$  (рис. 3, вставка), где  $\alpha = U/u_e$  — отношение скорости капли к пороговому значению. Во всем диапазоне  $\alpha < 1$ , где доминирует молекулярный механизм, крутизна меняется всего на 30 Па/мс (средняя производная  $dS/d\alpha = 55$  Па/мс), тогда как при  $\alpha > 1$  крутизна резко возрастает до 150 Па/мс ( $dS/d\alpha = 320$  Па/мс).

Сопровождающие ударный импульс осцилляции (рис. 3, кривые 9–11) отчасти являются следствием свойств амплитудно-частотной характеристики гидрофона. На рис. 4 показаны сигналы, нормированные на собственные максимумы, для условий опыта 11: теоретический ударный импульс (2) (кривая 1) и реакция на него (кривая 2) синтезированного гидрофона, а также сигнал реального гидрофона ГИ-54 (кривая 3). Ударный импульс  $p_i$  приходит на глубину  $z = 4$  см (см. таблицу) через время  $t_0 = z/c = 27$  мкс после контакта и имеет вид скачкообразного всплеска с последующим медленным спадом. Передние фронты сигналов синтези-

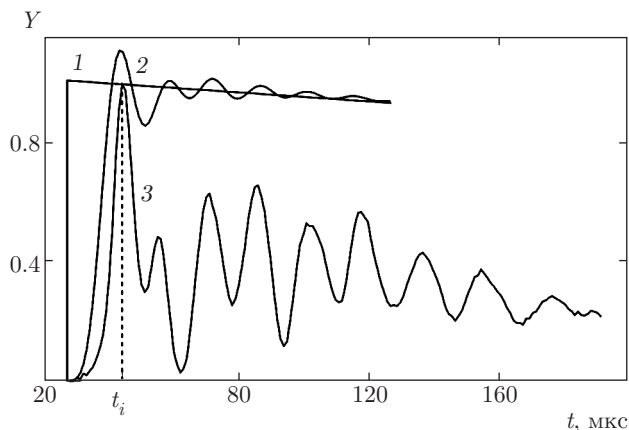


Рис. 4. Нормированные сигналы  $Y$  в условиях опыта 11: 1 — ударный импульс  $p_i$  (2) на глубине  $z = 4$  см; 2 и 3 — сигналы гидрофонов, соответственно синтезированного и реального (ГИ-54)

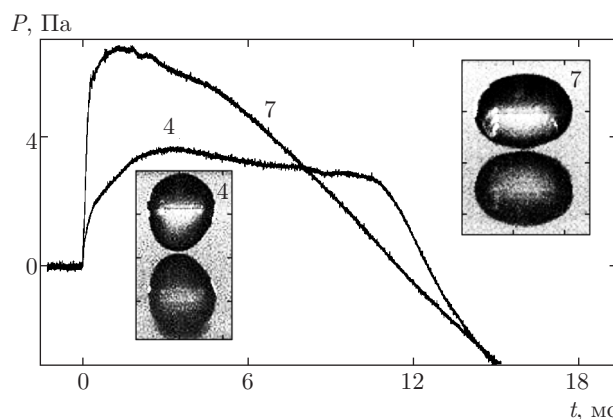


Рис. 5. Давление на выходе гидрофона ( $t < 20$  мс) и картины приводящихся капель в опытах 4 и 7. Деление шкал на вставках соответствует 3 мм

рованного и реального гидрофонов близки по форме, пиковые значения совпадают по времени  $t_i$ . Однако в дальнейшем их поведение резко различается: сигнал синтезированного гидрофона имеет вид осцилляций, монотонно затухающих вокруг кривой ударного импульса, а сигнал гидрофона ГИ-54 резко уменьшается на фоне интенсивных осцилляций. Причина столь резкого различия — волны противоположных фаз, отраженные от внешних границ капли, которые не учтены в теоретическом представлении ударного импульса [13].

Сравнение давления  $p_i$  (рис. 4) с выходным сигналом гидрофона показывает, что регистрируемая в опытах 9–11 (см. рис. 3) крутизна переднего фронта ударного импульса многократно меньше действительного значения — гидрофон не может реагировать на сигналы наносекундной длительности по-



рядка  $t_c$  (см. таблицу). В то же время в опытах 3–7 (см. рис. 3), где отсутствует ударный импульс, крутизна соответствует реальной и гидрофон адекватно реагирует на относительно медленное слияние капли с поверхностью и более поздние процессы ее поглощения. Указанные стадии показаны на примере опытов 4 и 7 (рис. 5): начальный скачок давления сменяется плавным подъемом, после чего давление достигает максимума, снижается до нуля, переходит в отрицательную область и после полного затухания течений возвращается на нулевую отметку [29]. Различие в поведении кривых 4 и 7 — следствие не только разной скорости, но и формы приводящихся капель (рис. 5, фото на вставках).

Теоретический анализ и проведенные эксперименты показали, что в начальные моменты контакта капли с невозмущенной водной поверхностью их совместная площадь формируется либо перемычкой молекулярного слияния, либо пятном кинематического контакта. Кинематический (молекулярный) механизм действует в случае, если скорость капли на момент контакта больше (меньше) пороговой величины (6), которая определяется локальной кривизной капли в точке контакта и параметром слияния  $b_i$ . При последовательном увеличении скорости капли от минимального до порогового значения в толще жидкости в момент контакта регистрируются импульсы давления с небольшой крутизной переднего фронта, которая слабо увеличивается с ростом скорости. При переходе скорости через пороговое значение крутизна фронта скачком возрастает в несколько раз, импульс давления развивается по типу акустического излучения, что согласуется с переходом к кинематическому механизму контакта, включающему сверхзвуковую стадию расширения контура контактного пятна.

С учетом нового влияющего фактора — молекулярного слияния — полученные данные уточняют механизм излучения звука при соударении капли с поверхностью воды.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-01-09235).

## ЛИТЕРАТУРА

1. J. A. Nystuen, E. Amitai, E. N. Anagnostou et al., *J. Acoust. Soc. Amer.* **123**, 1952 (2008).
2. J. E. Field, J.-J. Camus, M. Tinguely et al., *Wear* **290–291**, 154 (2012).
3. J. E. Sprittles, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 114502 (2017).
4. H. N. Oguz and A. Prosperetti, *J. Fluid. Mech.* **203**, 149 (1989).
5. R. Purvis and F. T. Smith, *Phil. Trans. Roy. Soc. Amer.* **363**, 1209 (2005).
6. O. Engel, *J. Appl. Phys.* **38**, 3935 (1967).
7. M. Rein, *Fluid Dynamics Res.* **12**, 61 (1993).
8. H. Harlow and J. P. Shannon, *J. Appl. Phys.* **38**, 3855 (1967).
9. M. H. W. Hendrix, W. Bouwhuis, D. van der Meer et al., *J. Fluid Mech.* **789**, 708 (2016).
10. B. Ray, G. Biswas, and A. Sharma, *J. Fluid Mech.* **768**, 492 (2015).
11. A. L. Yarin, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **38**, 159 (2006).
12. G. J. Franz, *J. Acoust. Soc. Amer.* **31**, 1080 (1959).
13. Y. P. Guo and J. E. Williams, *J. Fluid Mech.* **227**, 345 (1991).
14. M. S. Howe and N. A. Hagen, *J. Sound and Vibr.* **330**, 625 (2011).
15. P. Dergarabedian, *Compressibility Effect During Water Entry*, NAVORD Report 3253 California, USA (1955), p. 4.
16. M. Lee, R. G. Longoria, and D. E. Wilson, *J. Fluid and Struct.* **11**, 819 (1997).
17. Ю. Д. Чашечкин, В. Е. Прохоров, *Акуст. ж.* **63**, 38 (2017).
18. Я. И. Френкель, *ЖЭТФ* **16**, 29 (1945).
19. J. E. Sprittles and Y. D. Shikhmurzaev, Preprint OCCAM 12/107 (2012).
20. J. Eggers, J. R. Lister, and H. A. Stone, *J. Fluid Mech.* **401**, 293 (1999).
21. S. T. Thoroddsen, K. Takehara, and T. G. Etoh, *J. Fluid Mech.* **527**, 85 (2005).
22. В. Е. Прохоров, Ю. Д. Чашечкин, *Изв. РАН, сер. МЖГ*, вып. 4, 109 (2014).
23. L. V. Zhang, J. Toole, K. Fezzaa et al., *J. Fluid Mech.* **703**, 402 (2012).
24. T. Tuan, H. de Maleprade, C. Sun et al., *J. Fluid Mech.* **726**, R3 (2013).
25. Z. Mohamed-Kassim and E. K. Longmire, *Phys. Fluids* **15**, 3263 (2003).
26. В. Е. Прохоров, Ю. Д. Чашечкин, *Акуст. ж.* **57**, 792 (2011).
27. Y. K. Cai, *Experiments in Fluids* **7**, 388 (1989).
28. M. Rein, *J. Fluid Mech.* **306**, 145 (1996).
29. В. Е. Прохоров, Ю. Д. Чашечкин, *ДАН* **443**, 686 (2012).