

# МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОГО РАСШИРЕНИЯ МОНОЭЛЕМЕНТНОЙ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ ВЗРЫВОЭМИССИОННОГО ЦЕНТРА

*Е. В. Нефедцев<sup>a,b\*</sup>, А. В. Батраков<sup>a</sup>*

*<sup>a</sup> Институт сильноточной электроники Сибирского отделения Российской академии наук  
634055, Томск, Россия*

*<sup>b</sup> Томский государственный университет  
634050, Томск, Россия*

Поступила в редакцию 27 сентября 2017 г.

Представлены результаты численного моделирования устойчивой стадии расширения микровзрывного плазменного факела. Использовалась модель трехжидкостной гидродинамики с поправками, позволившими применить ее к согласованному описанию переноса частиц в одноэлементной плазме с ионами двух зарядностей и переноса электронов в изменяющемся вакуумном промежутке плазма–коллектор. Проанализирована эволюция профилей концентрации, направленной скорости и температуры электронов и ионов плазмы в зависимости от условий на коллекторе. В рамках модели показано, что разделение ионов различных зарядностей по скоростям эффективно происходит в случае отсутствия внешнего электрического поля, в то время как в токонесущей плазме ионы разных зарядностей движутся с почти одинаковыми скоростями.

DOI: 10.7868/S0044451018040120

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В силу малых пространственных и временных масштабов коммутационной стадии вакуумного пробоа, экспериментальные возможности диагностики заполняющей межэлектродное пространство плазмы ограничены [1]. Поэтому много надежд при изучении эволюции расширяющихся катодных факелов в коммутационный период возложено на теоретические исследования. Наиболее полное теоретическое описание явлений, происходящих вблизи источника плазмы — катодного пятна, — вероятно, можно получить на основе вычислительного эксперимента с применением методов макрочастиц и Монте-Карло [2]. Для изучения кинетики развития катодного факела на сравнительно больших масштабах практически интересных миллиметровых промежутков возможно использование континуальных моделей [3].

Известно, что формирование зарядового состава плазмы факела завершается на расстоянии от источника более 10 мкм [2, 4], где плазма становится

почти полностью ионизованной с фиксированным зарядовым составом ионов. Для большинства материалов катода в ионном потоке вакуумной дуги доминируют в соизмеримых количествах фракции с зарядностью от +1 до +3 [5]. Предметом дискуссий в литературе является вопрос о возможном разделении фракций по скоростям в расширяющейся плазме. Этот вопрос тесно связан с более частными вопросами о силах «взаимного трения» и возможности «взаимного убегания» друг от друга ионов различных фракций [6, 7]. Эксперименты дают различные сведения о соотношении скоростей ионов с разной зарядностью в расширяющемся плазменном облаке: можно встретить как утверждения об их равенстве (например, в [8] для случая катодной дуги), так и утверждения об их существенном различии (например, в [9] для случая лазерной абляции). Вероятно, что важную роль в этой проблеме играют экспериментальные условия.

Ранее в расчетах [3] нами рассматривалось расширение катодного факела с единственной ионной фракцией, имеющей определенную зарядность  $Z = +1, +2, +3$  (основные результаты приведены для  $Z = +2$ ). На основе расчетов получено представление об эволюции профилей концентрации ионов

\* E-mail: nev@lve.hcei.tsc.ru

и электронов в коммутационный период вакуумного пробоя вплоть до возникновения неустойчивостей. Было показано, что и заряд иона, и его масса оказывают заметное влияние на скорость расширения границы факела. Однако на основе расчетов [3] нет возможности сконструировать решение, описывающее поведение отдельных фракций в многокомпонентной смеси. Корректное решение может быть получено, если каждая зарядовая и/или массовая фракция ионов будет описана тремя уравнениями переноса: частиц, импульса и энергии, в которых должны учитываться силовые и тепловые взаимодействия с остальными фракциями плазмы. Для ответа на некоторые принципиальные вопросы, например о соотношении скоростей и о пространственном разделении профилей концентрации ионов разных фракций в плазменном облаке, достаточно рассмотреть модель трехкомпонентной плазмы. Некоторые результаты расчетов на основе такой модели излагаются в настоящей работе.

## 2. УРАВНЕНИЯ МОДЕЛИ

Для каждой компоненты плазмы, электронной ( $p = e$ ) и двух ионных ( $p = i = 1, 2$ ), записываются по три уравнения для моментов функции распределения, приведенные к виду [10]

$$\frac{\partial N_p}{\partial t} + \nabla(N_p \mathbf{V}_p) = 0, \quad (1)$$

$$M_p N_p \frac{\partial \mathbf{V}_p}{\partial t} + M_p N_p (\mathbf{V}_p \nabla) \mathbf{V}_p = -\nabla(N_p k T_p) - q_0 Z_p N_p \nabla \varphi - \nabla \boldsymbol{\pi}_p + R_{p\alpha}, \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} N_p \frac{\partial k T_p}{\partial t} + \frac{3}{2} N_p (\mathbf{V}_p \nabla) k T_p = -N_p k T_p (\nabla \mathbf{V}_p) - \nabla \mathbf{q}_p - \boldsymbol{\pi}_{p\alpha\beta} V_{p\alpha,\beta} + W_p. \quad (3)$$

Система замыкается уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{q_0}{\varepsilon_0} \sum_p Z_p N_p. \quad (4)$$

В уравнениях в качестве зависимых переменных выступают следующие величины для каждого сорта частиц: концентрация  $N_p$ , направленная скорость  $V_p$  и температура  $kT_p$  (измеряемая в единицах энергии). Постоянными параметрами уравнений являются элементарный заряд  $q_0$ , электрическая постоянная  $\varepsilon_0$ , постоянная Больцмана  $k$ , зарядность  $Z_p$  и масса  $M_p$  частицы  $p$  (при этом  $Z_e = -1$ ). Греческие

символы нумеруют компоненты векторных и тензорных величин ( $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ ). Уравнения (1)–(3) записаны с учетом уравнения состояния для парциального давления  $P_p = N_p k T_p$ .

Нулевое значение в правой части уравнения непрерывности (1) соответствует пренебрежению ионизационно-рекомбинационными процессами и процессами перезарядки (условие замораживания состава плазмы). Правая часть уравнения динамики (2) представляет собой сумму сил, действующих на единичный элемент объема данной компоненты плазмы (слева направо): 1) силы давления, 2) кулоновской силы, 3) вязкостной силы, 4) силы взаимодействия компонент. Здесь

$$\boldsymbol{\pi}_{p\alpha\beta} = H_p \left( V_{p\alpha,\beta} + V_{p\beta,\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \nabla \mathbf{V}_p \right)$$

— тензор вязких напряжений,  $\nabla \boldsymbol{\pi}_p$  — его дивергенция с компонентами  $\pi_{p\alpha\beta,\beta}$ .

Сила взаимодействия представляет собой сумму сил, действующих на единичный объем компоненты  $p$  вследствие столкновений с частицами других сортов:

$$\mathbf{R}_p = \sum_q \mathbf{R}_{pq}. \quad (5)$$

Уравнения (3) являются следствием закона сохранения энергии. Они выражают тепловой баланс единичного элемента объема. Правая часть представляет собой изменение теплосодержания единичного элемента объема данной компоненты в единицу времени, связанное (слева направо) с 1) работой сил давления, 2) потоком тепла плотностью  $\mathbf{q}_p$  в пределах данной компоненты, 3) вязкостным трением, 4) взаимодействием между компонентами. Мощность, выделяемая в системе частиц  $p$  в результате трения при взаимодействии с потоками остальных частиц, представляется суммой

$$W_p = \sum_q W_{pq}. \quad (6)$$

Члены сумм (5) и (6), описывающие интенсивность обмена импульсом и теплом между компонентами, являются функциями относительной направленной скорости  $\mathbf{V}_{pq} = \mathbf{V}_p - \mathbf{V}_q$ . Систематизируя литературные данные, в частности [10–13], можно прийти к следующим общим выражениям с учетом возможности возникновения больших значений  $V_{pq}$  вблизи плазменной границы:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{pq} &= -\mathbf{R}_{qp} = -\nu_{pq} (M_p + M_q) \mathbf{V}_{pq}, \\ W_{pq} &= \nu_{pq} M_q \mathbf{V}_{pq}^2 - 3\nu_{pq} (kT_p - kT_q), \end{aligned}$$

где

$$\nu_{pq} = \frac{q_0^4 Z_p^2 Z_q^2}{2^{1/2} 4\pi\epsilon_0^2} \frac{N_p N_q}{M_p M_q} \left( \frac{M_{pq}}{kT_{pq}} \right)^{3/2} \times \langle \ln \Lambda_{pq} \rangle S(z_{pq}, \alpha) \quad (7)$$

— эффективное количество взаимных кулоновских рассеяний между частицами вида  $p$  и  $q$  в единице объема за единицу времени,

$$M_{pq} = \frac{M_p M_q}{M_p + M_q}, \quad T_{pq} = \frac{M_p T_q + M_q T_p}{M_p + M_q} \quad (8)$$

— приведенные масса и температура взаимодействующих компонент,

$$S(z, \alpha) = \frac{2}{3\pi^{1/2}} \frac{\alpha}{1 + \alpha \left( 0.4z - 0.4z^2 + \frac{4}{3\pi^{1/2}} z^3 \right)} \quad (9)$$

— функция, учитывающая уменьшение эффективной частоты кулоновских столкновений частиц разного сорта с увеличением относительной скорости движения их потоков. Здесь в качестве аргумента используется выражение

$$z_{pq} = \left( \frac{M_{pq} \mathbf{V}_{pq}^2}{2T_{pq}} \right)^{1/2}, \quad (10)$$

характеризующее отношение скорости движения потока частиц  $q$  относительно потока частиц  $p$  к приведенной скорости хаотического движения частиц  $p$  и  $q$ . В формуле (7)

$$\langle \ln \Lambda_{pq} \rangle = \frac{1}{2} (\ln \Lambda_{pq} + \ln \Lambda_{qp})$$

— усредненный кулоновский логарифм, причем

$$\ln \Lambda_{pq} = \ln(2.415 \cdot 10^{41}) + 1.5 \ln(kT_p [\text{Дж}]) - 0.5 \ln(N_q [\text{м}^{-3}]);$$

$\alpha$  — поправочный коэффициент порядка единицы, учитывающий изменение функций распределения частиц  $p$  и  $q$  при их взаимодействии [10].

Обоснование выбора функции  $S(z_{pq}, \alpha)$  в качестве поправки в формуле (7) для эффективной частоты межкомпонентных кулоновских столкновений дано в Приложении.

### 3. ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

Задача рассматривалась относительно сферической системы координат в предположении об изотропности расширения плазменного облака в пределах некоторого телесного угла. В качестве внутренней границы расчетной области была выбрана сфера радиусом  $r_1 = 0.01$  мм, охватывающая источник

с ближней областью, внутри которой формируется зарядовый состав плазмы. Радиус анода принят равным  $r_2 = 1$  мм.

В качестве материала, эмитирующего плазму, выбран никель ( $M_1 = M_2 = 59$  а. е. м). Основанием для выбора являются экспериментальные данные, согласно которым за пределами ближней области катодного пятна на никеле формируется поток ионов, практически полностью состоящий из двух зарядовых фракций  $Z_1 = +1$  и  $Z_2 = +2$  с соотношением концентраций  $N_2 : N_1 \approx 3 : 1$  [5].

Описание источника частиц выходит за рамки модели (1)–(4) и требует, вообще говоря, решения более сложной системы уравнений в объеме  $r < r_1$ , описывающей нагрев и испарение материала эмиттера плазмы, ионизацию пара, процессы рекомбинации перезарядки ионов и др. (см., например, [2]). В настоящей работе осуществлялась упрощенная эмуляция источника частиц, отвечающая лишь требованию устойчивой эволюции плазменного факела.

Во-первых, для получения устойчивых решений был введен начальный кратковременный переходный период  $\Delta t$ , в течение которого устанавливались граничная концентрация частиц  $N_{p1}$  и напряжение генератора  $U_0$  в соответствии с выражениями

$$N_p(t, 0) = \begin{cases} N_{p1} t / \Delta t, & t < \Delta t, \\ N_{p1}, & t \geq \Delta t, \end{cases} \quad (11)$$

$$U(t, 0) = \begin{cases} U_0 t / \Delta t, & t < \Delta t, \\ U_0, & t \geq \Delta t. \end{cases}$$

В данных расчетах длительность переходного периода выбрана равной  $\Delta t = 0.2$  нс, она намного меньше времени формирования отдельного взрывоэмиссионного центра на поверхности катода [14].

Во-вторых, были введены узкие приграничные зоны втекания и вытекания частиц<sup>1)</sup>. Зона втекания представляла собой сферический слой  $[r_1, r_1 + \Delta r_1]$  толщиной  $\Delta r_1 = 10^{-3}$  мм, зона вытекания — соответственно слой  $[r_2 - \Delta r_2, r_2]$  толщиной  $\Delta r_2 = 10^{-2}$  мм. Стабилизация решений осуществлялась внесением диффузионного члена в уравнение (1) по схеме

$$\nabla(N_p \mathbf{V}_p) \rightarrow \nabla(N_p \mathbf{V}_p - D_p \nabla N_p).$$

<sup>1)</sup> В задачах гидродинамики введение таких зон является одним из эффективных приемов согласования условий на границе расчетной области с жесткими решениями уравнений переноса.

При этом коэффициенты диффузии  $D_p$  значимы лишь в зонах  $\Delta r_1$  и  $\Delta r_2$ , а за их пределами резко стремятся к нулю в соответствии с выражениями

$$D = D_{p1} \exp \left[ - \left( \frac{r - r_1}{\Delta r_1} \right)^2 \right] + D_{p2} \exp \left[ - \left( \frac{r - r_2}{\Delta r_2} \right)^2 \right]. \quad (12)$$

Стабилизация решений происходит при условии

$$D_{e1} > \frac{I_m \Delta r_1}{4\pi r_1^2 q_0 N_{e1}}, \quad (13)$$

где  $I_m = U_0/R$  — сила тока короткого замыкания,  $R$  — сопротивление генератора, которое в настоящей работе принято равным 50 Ом.

Это условие соответствует диффузионному источнику электронов, интенсивность которого превышает пропускную способность промежутка плазма-анод для эмитируемых частиц на любом этапе коммутационного периода вплоть до перехода в фазу дуги. Оно отвечает модели многоэлектронного катодного пятна, автоматически подстраивающего свою интенсивность под величину равновесной эмиссии электронов с расширяющейся плазменной границы [14].

На границе  $r = r_1$  поддерживалось условие электронейтральности входящего потока  $N_{e1} : N_{21} : N_{11} = 7 : 3 : 1$  при  $N_{e1} = 2 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3} - 2 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}$ . Для поддержания состава плазмы при переходе через зону втекания полагалось  $D_{11} = D_{21} = D_{e1} = D_1$ .

На анодной границе  $r = r_2$  концентрации частиц были фиксированы на уровне символически низких значений при  $N_{e2} = 2 \cdot 10^3 \text{ м}^{-3}$  с соблюдением пропорции  $N_{e2} : N_{22} : N_{12} = 7 : 3 : 1$ . Скорости частиц на аноде не фиксировались, а температура анода полагалась равной 300 К. Начальная концентрация частиц во всей области соответствовала малому значению  $N_e(r, 0) = 2 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3}$ . Для обеспечения надежного стока частиц (подавления складок, связанных с отражением потоков от границы  $r_2$ ) достаточно было положить  $D_2 > 100$ .

Электрический потенциал эмиттера плазмы (в точке  $r = r_1$ ) полагался равным нулю. Потенциал анода рассчитывался с учетом падения напряжения на внешнем сопротивлении  $R = 50$  Ом при протекании полного тока  $I$ :

$$\varphi(t, r_A) = U - IR. \quad (14)$$

На границе  $r = r_1$  температура ионов соответствовала уровню критической температуры металла  $kT_1(r_1) = kT_2(r_1) = 1.1 \cdot 10^{-19}$  Дж, а на границе  $r = r_2$  — уровню комнатных температур  $kT_1(r_2) = kT_2(r_2) = 4.1 \cdot 10^{-21}$  Дж.

Скорость инжекции ионов выбрана равной средней проекционной скорости теплового движения частиц пара на границе,  $V_i(r_1) = (kT_i(r_1)/(2\pi M_i))^{1/2} \approx 400 \text{ м/с}$  ( $i = 1, 2$ ). Скорость электронов на границе  $r = r_1$  не фиксировалась.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

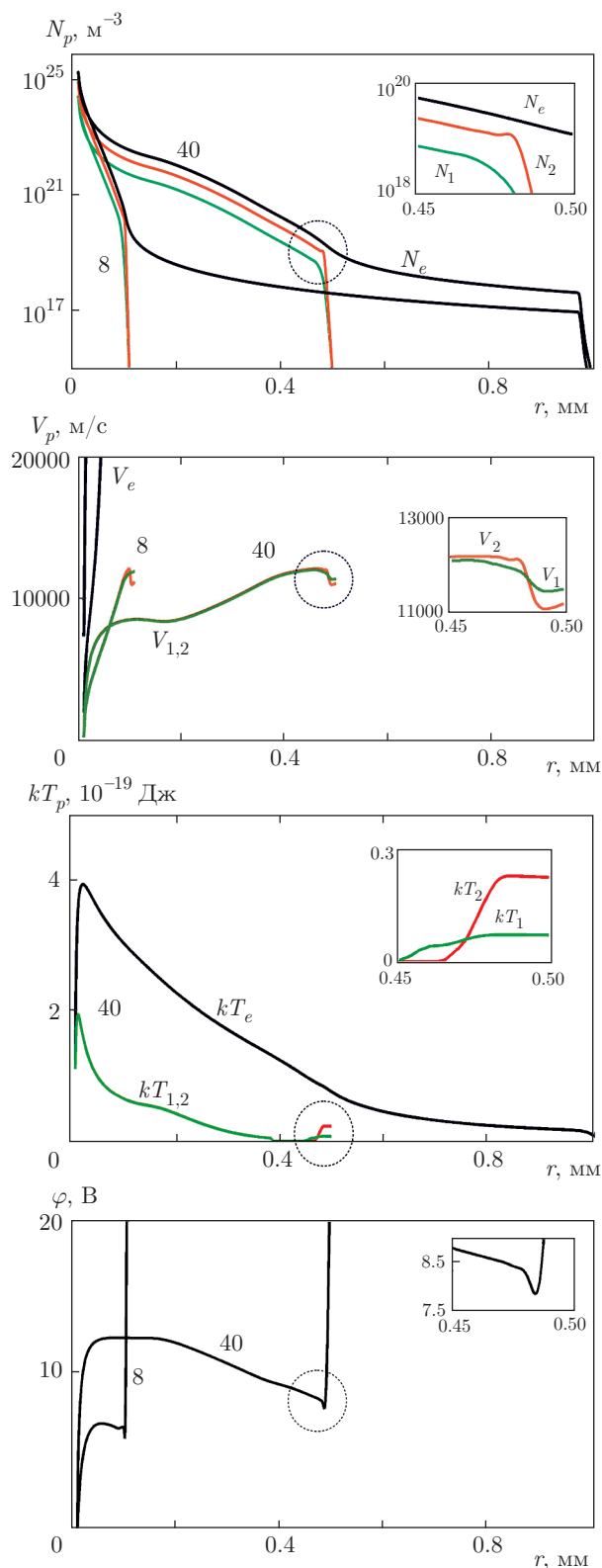
На рис. 1–3 показано развитие профилей концентраций частиц  $N_p$ , их направленных скоростей  $V_p$ , температур  $T_p$  и потенциала  $\varphi$  в различные моменты времени для граничной концентрации  $N_{e1} = 2 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ . Сравнение рисунков дает представление о возможном влиянии экспериментальных условий на структуру фронтальной части плазменного облака.

На рис. 1 рассмотрен случай 1 развития вакуумного пробоя из взрывоэмиссионного центра при  $U = 6$  кВ. Температура электронов в точке  $r_1$  полагалась равной граничной температуре ионов (критической температуре металла)  $kT_e(r_1) = 1.1 \cdot 10^{-19}$  Дж.

На рис. 2 и 3 приведены результаты расчетов развития плазменного факела из микровзрывного центра в отсутствие внешнего электрического поля. Эти случаи (случай 2 и 3) соответствуют действию стороннего источника плазмы (например, короткой микродуги). При этом электроны в источнике плазмы предполагались изначально разогретыми до температуры  $kT_e(r_1) = 5 \cdot 10^{-19}$  Дж (36210 К), что приблизительно соответствует температуре, приобретаемой электронами в токонесущей плазме в ходе развития вакуумного пробоя (рис. 1).

Случай 2 характеризует эволюцию плазменного облака в той же электродной системе, что и в случае 1, но при условии отсутствия смещения,  $U = 0$ . Здесь плазменный факел выступает в качестве источника электродвижущей силы, нагруженного на цепь межэлектродного промежутка с внешним сопротивлением  $R$ .

Случай 3 соответствует результатам расчета без фиксации потенциала в точке  $r_2$  (точка  $r_2$  находится под «плавающим» потенциалом). В пределах промежутка времени, за который плазма заполняет область, выделенную для расчета, можно считать этот сценарий соответствующим расширению облака в



открытое пространство, или в межэлектродный промежуток, с сильно удаленным несмещенным коллектором.

Из представленного в логарифмическом масштабе семейства профилей концентраций видно, что динамика расширяющегося плазменного облака во всех случаях качественно одинакова для уровня концентраций свыше  $10^{19} \text{ м}^{-3}$ . Облако состоит из двух расширяющихся радиальных слоев. Внутренний слой, примыкающий к эмиттеру плазмы, характеризуется распределением концентраций частиц, близким к  $N_p \sim r^{-2}$ . За ним следует нестационарный, расширяющийся с большей скоростью «предслой», в котором электронейтральность и состав плазмы сохраняются. На внешней границе плазмы формируется двойной электрический слой, связанный с формированием компактного максимума концентрации ионов перед границей (в основном за счет ионов большей зарядности) и областью отрицательного объемного заряда электронов за ее пределами.

При наличии напряжения (рис. 1) профиль электронов «отслаивается» от профилей обеих фракций ионов на уровне концентраций порядка  $10^{19} \text{ м}^{-3}$ . При этом профили 1-ионов и 2-ионов имеют почти совпадающие резкие границы, перед которыми их скорости незначительно рассогласованы. Скорость расширения границы плазмы при выбранных параметрах расчета составляет  $V_b \approx 1.2 \cdot 10^4 \text{ м/с}$ . Большая разница между направленными скоростями электронов и ионов приводит к интенсивному трению и выделению тепла, в основном в электронной подсистеме. Температура частиц в ходе расширения плазмы возрастает из-за увеличения пропускной способности сужающегося вакуумного промежутка между анодом и границей плазмы, эмитирующей электроны. Температура ионов имеет некоторый максимум вблизи границы  $r_1$ . При удалении от катода их температура стремится к нулю, а вблизи границы имеет место небольшой скачок температуры. Текущий профиль потенциала  $\varphi(r, t)$  имеет вблизи эмиттера плазмы резкий положительный подъем, который переходит в область расширяющегося плато, со-

**Рис. 1.** (В цвете онлайн) Профили (сверху вниз) концентраций, направленных скоростей, температур компонент плазмы и потенциала для случая расширения плазмы из взрывозмиссионного центра при  $U = 6 \text{ кВ}$ . Числа на кривых указывают время в наносекундах, прошедшее с момента начала микровзрыва. Пунктиром показаны фрагменты, увеличенные и изображенные на вставках



ответствующего стационарной части профилей концентрации. Часть подъема потенциала, приходящая на узкую область втекания  $\Delta r_1$ , связана с «интенсивностью источника» плазмы. Эта часть определяется параметром  $D_1$ , выбор которого (при условии сохранения устойчивости расширения плазмы) практически не влияет на эволюцию плазменного облака и распределение напряженности электрического поля в основной расчетной области  $r > r_1 + \Delta r_1$ . Вторая часть подъема потенциала не зависит от выбора параметра  $D_1$  и связана с падением напряжения на омическом сопротивлении прикатодной плазмы, о чем свидетельствует монотонный рост уровня плато по мере увеличения силы тока в ходе расширения плазменного облака.

За областью плато зависимости  $\varphi(r)$ , соответствующего стационарным профилям концентраций, наблюдается пологое убывание потенциала плазмы, а на границе плазмы — небольшой локальный минимум. Вне плазмы потенциал резко возрастает и распределяется в каждый момент времени так же, как в промежутке сферической электродной системы с внутренним неограниченным эмиттером электронов [3] (т. е. по закону Лэнгмюра – Блоджетт [15]).

В ходе сужения вакуумного промежутка между границей плазмы и анодом квазиравновесное состояние сохраняется до тех пор, пока не возникает неустойчивость, приводящая к срыву расчета. Первые признаки появления неустойчивости обнаруживают себя (в рассматриваемом случае) при  $t > 50$  нс и развиваются в течение нескольких наносекунд. Характер развития такой неустойчивости описан в работе [3].

Таким образом, расчеты показывают, что в расширяющемся катодном факеле в устойчивой коммутационной фазе вакуумного пробоя (случай 1) нет существенного пространственного разделения ионных фракций: их скорости всюду выровнены, а состав плазмы остается неизменным. Как следствие, качественное описание эволюции двухкомпонентного катодного факела, проведенное в работе [3], переносится на случай трехкомпонентного и, вероятно, многокомпонентного факела: движение ионной смеси можно свести к движению ионов одного сорта с некоторой эффективной массой и зарядом.

При отсутствии внешнего напряжения граница плазмы является растянутой в область малых концентраций порядка  $10^{17} \text{ м}^{-3}$ , а профили направленных скоростей ионов — соответственно в область значений  $(2-3) \cdot 10^4 \text{ м/с}$  (рис. 2, 3), где происходит их разделение по зарядовым фракциям. На уровне концентраций менее  $10^{18} \text{ м}^{-3}$  в плазме возникает «фазо-

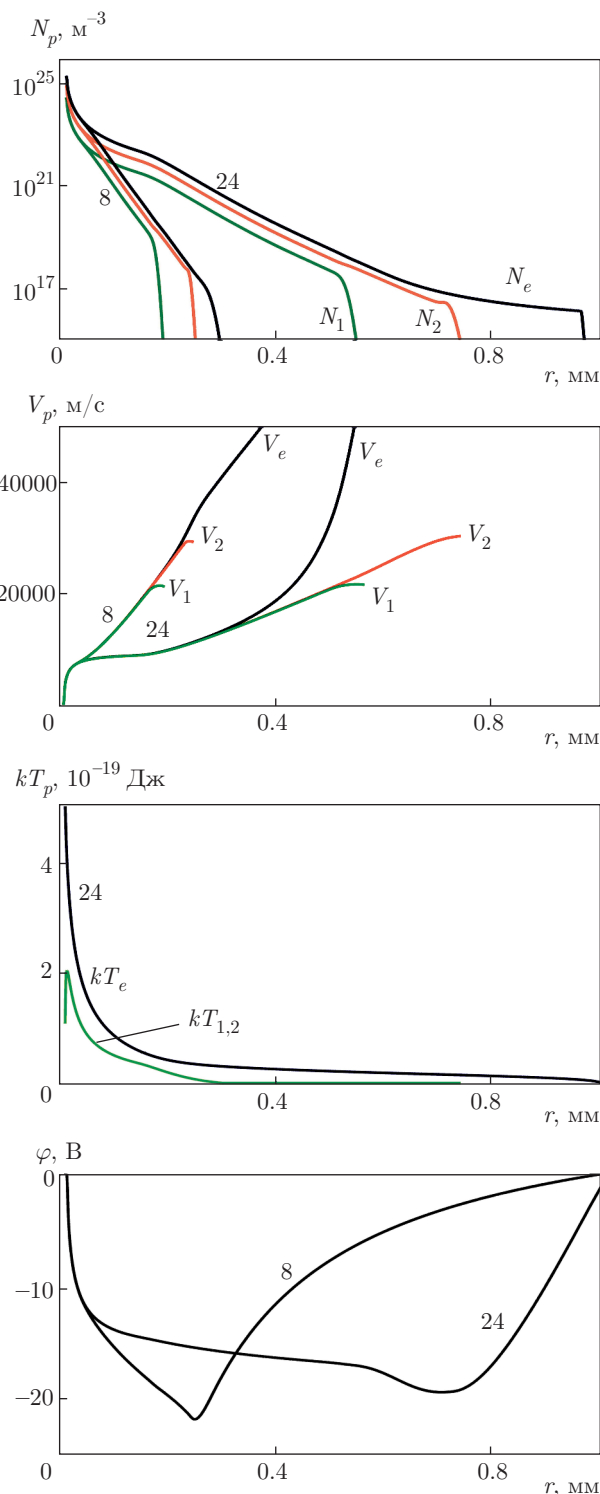
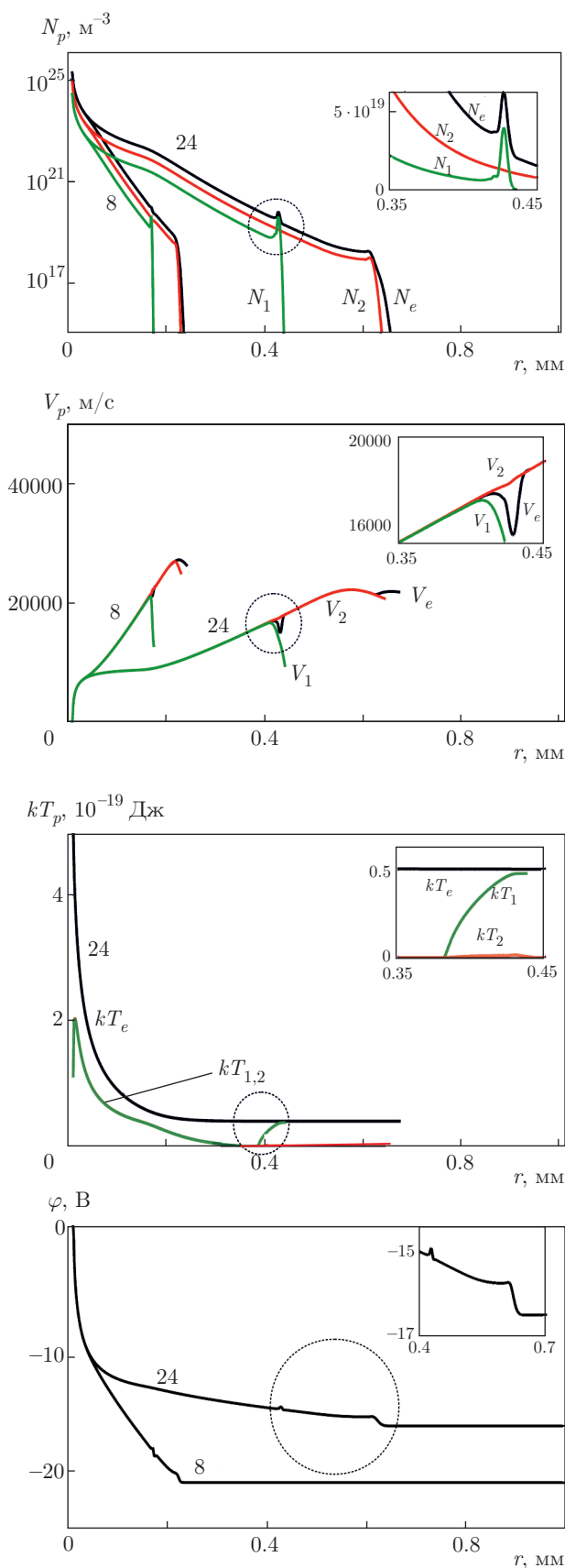


Рис. 2. (В цвете онлайн) То же, что на рис. 1, для случая расширения плазмы из стороннего точечного источника при наличии коллектора, гальванически связанного с эмиттером через сопротивление 50 Ом



вый переход»: внутренняя часть «предслоя» имеет исходный состав  $N_e : N_2 : N_1 = 7 : 3 : 1$ , внешняя —  $N_e : N_2 : N_1 = 2 : 1 : 0$ . На внешней границе плазмы, имеется максимум концентрации 2-ионов, предсказанный ранее на основе изотермических моделей расширения плазмы из полупространства [16] и расширения сферически-симметричного ступка плазмы с изначально равномерно распределенной концентрацией [17]. За пределами плазмы формируется электронная оболочка. Плазма приобретает отрицательный потенциал. Профили температуры электронов являются резко убывающими, однако участка полного вымораживания, как у ионов, не наблюдается.

При наличии близко расположенного коллектора между плазмой и коллектором возникает электрическое поле, которое усиливается по мере сужения вакуумного промежутка (рис. 2). Электронная оболочка в этом случае является протяженной и ассоциированной с широким минимумом потенциала. В результате такой макрополяризации электронное облако достигает коллектора гораздо раньше, чем граница плазмы. Полное перекрытие промежутка плазмой приводит к снижению потенциала коллектора и его выравниванию с потенциалом внешних слоев плазмы. Дальнейшее заполнение плазмой миллиметрового межэлектродного промежутка занимает значительное время по сравнению с временем пролета через промежуток фронтальной части плазмы.

В отсутствие близко расположенного коллектора пространственное разделение ионных фракций проявляется наиболее ярко (рис. 3). Профиль отстающих 1-ионов обретает крутой фронт размером порядка длины Дебая, вблизи которого происходит их некоторый разогрев. Электронная оболочка образует тонкий слой вокруг профиля 2-ионов, а ассоциированный с ней минимум потенциала является небольшим и соответствует уровню тепловой энергии электронов на границе. Приграничный скачок температуры 2-ионов, в отличие от 1-ионов, практически отсутствует. Интересно отметить, что на границе внутреннего «фазового перехода» возникают компактные и довольно плотные смежные двойные электрические слои, движущиеся вместе с фронтом 1-ионов. Группировка 1-ионов на фронте собственного профиля сопровождается компенсирующей

Рис. 3. (В цвете онлайн) То же, что на рис. 2, для случая изолированного или удаленного коллектора

щей группировкой электронов. Компенсация не может быть полной в силу теплового разброса электронов по скоростям. Поэтому в точке максимума концентрации 1-ионов возникает максимум положительного объемного заряда, а по обе стороны от нее — области отрицательного объемного заряда. «Правый» минимум объемного заряда глубже «левого» из-за того, что концентрация 1-ионов здесь резко устремляется к нулю. Таким образом, для случая расширения плазмы в открытое пространство «фазовый переход» в «предслое» от состава  $N_e : N_2 : N_1 = 7 : 3 : 1$  к составу  $N_e : N_2 : N_1 = 2 : 1 : 0$  имеет узкую прослойку «фазы», в которой могут доминировать однозарядные ионы.

В целом результаты работы свидетельствуют о сильном влиянии внешнего электрического поля на структуру и скорость движения границы расширяющегося плазменного облака, несмотря на то что на основную внутреннюю часть плазмы с концентрацией свыше  $10^{19} \text{ м}^{-3}$  это влияние незначительно. При наличии большого смещения на коллекторе динамика ионов в плазме в основном определяется силой микрополевого взаимодействия их с электронами  $R_{ie}$ , позволяющей ионам преодолеть положительный скачок потенциала, возникающий вблизи катода при протекании тока. Эта сила скомпенсирована силой  $R_{ei}$ , которая является тормозящей для электронов, т. е. противодействующей силе давления электронного газа. Макрополевая составляющая  $q_0 Z_p N_p \nabla \varphi$ , как показали расчеты, оказывается несущественной по сравнению с силой давления. С позиции одножидкостной модели плазмы сила микрополевого взаимодействия между ионами и электронами «пропадает», и динамика расширения определяется суммарной силой давления (основу которой составляет давление электронов), действующей на «приведенные частицы» с массой, близкой к массе иона [10]. Поэтому, несмотря на возникновение парадокса о преодолении скачка потенциала индивидуальными ионами, обладающими сравнительно небольшой тепловой энергией, одножидкостная модель в области плотной плазмы должна давать правильные результаты по распределению плотности плазмы и ее гидродинамической скорости. Однако использование многокомпонентной модели оправдано не только тем, что она позволяет детализировать газодинамический механизм расширения плазмы в пустое пространство, но и тем, что с ее помощью можно согласованно исследовать эволюцию приграничной области редкой плазмы и выходящего из нее электронного потока. При наличии смещения на коллекторе сильное электриче-

ское поле, вытягивающее электроны из плазмы, способствует формированию очень резкой плазменной границы на уровне высоких концентраций, поэтому пространственного разделения ионных фракций не происходит (по крайней мере, в пределах миллиметрового промежутка). При отсутствии внешнего поля формируется протяженная область малых концентраций ионов и электронов, где взаимодействие ослабевает, и происходит их пространственное разделение в соответствии с величинами зарядов и масс. На этом основании можно, в частности, объяснить отсутствие согласия в вопросе о соотношении времени пролета фронтальных ионов разной зарядности в плазме, полученной из дугового источника [8] и из абляционного источника [9].

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведена симуляция процесса расширения плазменного облака, сформированного потоком ионов двух зарядовых состояний из (почти) точечного источника на основе модели трех взаимопроникающих жидкостей в приближении сферической симметрии. Показано, что облако состоит из внутреннего слоя плазмы с распределением концентрации  $N_p \sim r^{-2}$ , который расширяется медленнее наружного нестационарного «предслоя». Внешняя граница плазмы характеризуется двойным электрическим слоем, связанным с формированием компактного максимума концентрации ионов высшей зарядности перед границей и облаком электронов за ее пределами. В случае вакуумного пробоя (при больших положительных смещениях на коллекторе) ионы разных зарядовых состояний движутся синхронно, в то время как при отсутствии напряжения, на уровне малых концентраций, ионы с большей зарядностью могут заметно опережать остальные ионы. При этом зарядовый состав плазмы в «предслое» может изменяться скачком на некоторых внутренних границах «фазовых переходов».

Расширение плазмы может быть охарактеризовано несколькими скоростными параметрами, зависящими от уровня концентрации и наличия электрического поля. Соответственно, экспериментальные данные о соотношении скоростей ионов различной зарядности в плазме, генерируемой точечным источником, могут зависеть от чувствительности аппаратуры, регистрирующей ионный состав, конфигурации электродной системы и межэлектродного напряжения.



Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-08-00849-а).

**ПРИЛОЖЕНИЕ**

На основе данных работ [10, 11] силу межкомпонентного трения можно представить выражением (здесь мы используем систему СИ)

$$\mathbf{R}_{pq} = -\frac{4\pi q_0^4 Z_p^2 Z_q^2 N_p N_q \ln \Lambda_{pq}}{(4\pi\epsilon_0)^2 M_{pq}} \times \iint \frac{\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_q}{\nu^3} f_p(\nu_p) f_q(\nu_q) d^3\nu_p d^3\nu_q, \quad (\text{A.1})$$

где  $f_p$  и  $f_q$  — функции распределения соответствующих компонент по скоростям  $\mathbf{v}_p$  и  $\mathbf{v}_q$ .

Рассмотрим силу трения для случая максвелловских распределений в системе координат, покоящейся относительно  $p$ -потока:

$$f_p^0(\nu_p) = \left(\frac{1}{\pi\nu_{Tp}^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\nu_p^2}{\nu_{Tp}^2}\right), \quad (\text{A.2})$$

$$f_q^0(\nu_q) = \left(\frac{1}{\pi\nu_{Tq}^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{(\mathbf{v}_q - \mathbf{V}_{qp})^2}{\nu_{Tq}^2}\right),$$

где

$$\nu_{Tp} = \left(\frac{2T_p}{M_p}\right)^{1/2}, \quad \nu_{Tq} = \left(\frac{2T_q}{M_q}\right)^{1/2}. \quad (\text{A.3})$$

После введения безразмерных скоростей

$$\mathbf{u}_p = \frac{\mathbf{v}_p}{\nu_{Tp}}, \quad \mathbf{u}_q = \frac{\mathbf{v}_q - \mathbf{V}_{pq}}{\nu_{Tq}}, \quad \mathbf{U} = \frac{\mathbf{V}_{pq}}{\nu_{Tq}} \quad (\text{A.4})$$

и безразмерного параметра

$$\epsilon = \frac{\nu_{Tq}}{\nu_{Tp}} = \left(\frac{T_q M_p}{T_p M_q}\right)^{1/2} \quad (\text{A.5})$$

интеграл (A.1) можно привести к виду

$$\mathbf{R}_{pq} = -\frac{q_0^4 Z_p^2 Z_q^2 N_p N_q \ln \Lambda_{pq}}{4\pi^4 \epsilon_0^2 M_{pq} \nu_{Tq}^2} \mathbf{I}(\mathbf{U}, \epsilon), \quad (\text{A.6})$$

где

$$\mathbf{I}(\mathbf{U}, \epsilon) = \iint \frac{\epsilon^{-1} \mathbf{u}_p - (\mathbf{u}_q + \mathbf{U})}{|\epsilon^{-1} \mathbf{u}_p - (\mathbf{u}_q + \mathbf{U})|^3} \times \exp(-\mathbf{u}_p^2) \exp(-\mathbf{u}_q^2) d^3u_p d^3u_q.$$

Воспользуемся результатами работы [7], в соответствии с которыми шестимерный интеграл  $\mathbf{I}(\mathbf{U}, \epsilon)$  можно преобразовать в выражение

$$\mathbf{I}(\mathbf{U}, \epsilon) = \mathbf{i}_U \frac{\epsilon^2 \pi^{5/2}}{U^2} \int_0^\infty G(u\epsilon) \times \{ (2Uu - 1) \exp(-(u - U)^2) + (2Uu + 1) \exp(-(u + U)^2) \} du, \quad (\text{A.7})$$

где  $\mathbf{i}_U$  — единичный вектор, направленный по вектору относительной направленной скорости  $\mathbf{U}$ ,

$$G(x) = \frac{2}{\pi^{1/2} x^2} \int_0^x \exp(-y^2) y^2 dy$$

— функция Чандрасекара.

Решением интеграла (A.7) является функция

$$\mathbf{I}(\mathbf{U}, \epsilon) = 2\pi^3 \frac{\epsilon^2}{1 + \epsilon^2} G\left(\left(\frac{\epsilon^2}{1 + \epsilon^2}\right)^{1/2} U\right) \mathbf{i}_U. \quad (\text{A.8})$$

Подстановка выражений (A.3)–(A.5) и (A.8) в выражение (A.6) приводит к результату

$$\mathbf{R}_{pq} = -\frac{q_0^4 Z_p^2 Z_q^2 N_p N_q \ln \Lambda_{pq}}{4\pi\epsilon_0^2 k T_{pq}} G(z_{pq}) \mathbf{i}_U, \quad (\text{A.9})$$

в котором использовано обозначение (10).

В пределе высоких относительных скоростей  $G(z)_{z \rightarrow \infty} = 1/(2z^2)$  получим выражение, описывающее силовое взаимодействие двух моноэнергетических потоков заряженных частиц [13]:

$$\mathbf{R}_{pq}^\infty = -\frac{q_0^4 Z_p^2 Z_q^2 N_p N_q \ln \Lambda_{pq}}{4\pi\epsilon_0^2 M_{pq} V_{pq}^3} \mathbf{V}_{pq}. \quad (\text{A.10})$$

В пределе малых относительных скоростей  $G(z)_{z \rightarrow 0} = 2z/(3\pi^{1/2})$  получим выражение, описывающее силовое взаимодействие двух компонент квазиравновесной плазмы в условиях низких напряженностей поля:

$$\mathbf{R}_{pq}^0 = -\frac{q_0^4 Z_p^2 Z_q^2 N_p N_q \ln \Lambda_{pq}}{2^{1/2} 6\pi^{3/2} \epsilon_0^2 (kT_{pq})^{3/2}} M_{pq}^{1/2} \mathbf{V}_{pq}. \quad (\text{A.11})$$

В литературе часто приводится выражение для случая электрон-ионного взаимодействия ( $T_{ie} \approx T_e$ ;  $M_{ie} \approx M_e$ ) в токнесущей плазме при напряженности электрического поля, меньшей порога Дрейсера [11, 12], которое следует также из (A.11):

$$\mathbf{R}_{ei}^0 = -\frac{2^{1/2} 4\pi^{1/2} q_0^4 Z_i^2 N_e N_i M_e^{1/2} \ln \Lambda_{ei}}{3(4\pi\epsilon_0)^2 (kT_e)^{3/2}} \mathbf{V}_{ei}. \quad (\text{A.12})$$

Следует заметить, что в пределе малых относительных скоростей функции распределения во взаимодействующих потоках могут отклоняться от максвелловских [7, 10, 11]. В связи с этим следует

учитывать поправочный коэффициент и силу трения представлять уточненной формулой:

$$\mathbf{R}_{ei}^{0*} = \alpha \mathbf{R}_{ei}^0. \quad (\text{A.13})$$

На основе данных таблиц [10], в пределах значений  $Z_i$  от +1 до +4 можно записать

$$\alpha \approx 0.0127Z_i^2 - 0.1092Z_i + 0.6092. \quad (\text{A.14})$$

Для того чтобы учесть поправку  $\alpha$  и упростить вычисления, в общем выражении (A.9) вместо функции  $G(z)$  подставим выражение

$$G'(z, \alpha) = zS(z, \alpha) = \frac{2z}{3\pi^{1/2}} \frac{\alpha}{1 + \alpha \left( 0.4z - 0.4z^2 + \frac{4}{3\pi^{1/2}} z^3 \right)}, \quad (\text{A.15})$$

которое при  $\alpha = 1$  достаточно хорошо аппроксимирует функцию  $G(z)$ , сохраняя при этом ее предельные выражения при  $z \rightarrow 0$  и  $z \rightarrow \infty$ . В общем же случае в результате такой замены при  $z \rightarrow \infty$  по-прежнему  $\mathbf{R}_{pq} \rightarrow \mathbf{R}_{pq}^\infty$ , а при  $z \rightarrow 0$   $\mathbf{R}_{pq} \rightarrow \alpha \mathbf{R}_{pq}^0$ .

Таким образом, с учетом выражения (9) приходим к формуле (7).

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. Anders and S. Anders, J. Phys. D: Appl. Phys. **24**, 1986 (1991).
2. D. L. Shmelev and S. A. Varengolts, IEEE Trans. Plasma Sci. **41**, 1964 (2013).
3. Е. В. Нефедцев, А. В. Батраков, ЖЭТФ **148**, 806 (2015).
4. S. Anders and A. Anders, J. Phys. D: Appl. Phys. **21**, 213 (1988).
5. A. Anders, Phys. Rev. E **55**, 969 (1997).
6. Б. Я. Мойжес, В. А. Немчинский, ЖТФ **50**, 78 (1980).
7. В. И. Красов, В. Л. Паперный, Физика плазмы **43**, 241 (2017).
8. G. Yu. Yushkov, A. Anders, E. M. Oks, and I. G. Brown, J. Appl. Phys. **88**, 5618 (2000).
9. S. A. Popov, A. N. Panchenko, A. V. Batrakov, F. N. Ljubchenko, and V. V. Mataibaev, IEEE Trans. Plasma Sci. **39**, 1412 (2011).
10. С. И. Брагинский, в сб. *Вопросы теории плазмы*, вып. 1, под ред. М. А. Леонтовича, Госатомиздат, Москва (1963), с. 183.
11. В. Е. Голант, А. П. Жилинский, И. Е. Сахаров, *Основы физики плазмы*, Атомиздат, Москва (1977).
12. H. Dreicer, Phys. Rev. **115**, 238 (1959).
13. Б. А. Трубников, в сб. *Вопросы теории плазмы*, вып. 1, под ред. М. А. Леонтовича, Госатомиздат, Москва (1963), с. 98.
14. Г. А. Месяц, Д. И. Проскуровский, *Импульсный электрический разряд в вакууме*, Наука, Новосибирск (1984).
15. I. Langmuir and K. B. Blodgett, Phys. Rev. Lett. **24**, 49 (1924).
16. А. В. Гуревич, А. П. Мещеркин, ЖЭТФ **53**, 1810 (1981).
17. А. В. Гуревич, А. П. Мещеркин, Физика плазмы **9**, 955 (1983).