

# ОДНОВРЕМЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ВЕНТИЛЕЙ ОБМЕНА ПЕРЕПУТЫВАНИЕМ $Ni$ SWAP И $NSWAP$ ПРИ ПОМОЩИ $N + 1$ КУБИТА В РЕЗОНАТОРЕ ИЛИ С ПОМОЩЬЮ КОНТУРА

*T. Said<sup>a</sup>, A. Shouikh<sup>a</sup>, M. Bennai<sup>a,b\*</sup>*

<sup>a</sup> *Университет им. Хасана II, Касабланка, Марокко*

<sup>b</sup> *Университет Рабата, Рабат, Марокко*

Поступила в редакцию 2 августа 2017 г.

(Перевод с английского)

## SIMULTANEOUS IMPLEMENTATION OF $Ni$ SWAP AND $NSWAP$ GATES USING $N + 1$ QUBITS IN A CAVITY OR COUPLED TO A CIRCUIT

*T. Said, A. Chouikh, M. Bennai*

Предложен эффективный метод реализации вентилей обмена перепутыванием  $Ni$ SWAP и  $NSWAP$  в резонаторе или с помощью контура, управляемого сильным СВЧ-полем. Схема нечувствительна к начальному состоянию моды в резонаторе, а время ее выполнения не зависит от числа кубитов, задействованных при операциях в вентилях. Время реализации таких логических вентилей может быть меньше времени излучения и жизни фотона в резонаторе (порядка наносекунд), а также много меньше времен нарушения когерентности и расфазировки в контурной квантовой электродинамике (порядка микросекунд). Численное моделирование воздействия операций в вентилях показывает, что данная схема обладает высокой точностью. Также предложена подробная методика и изучена ее экспериментальная осуществимость. Данную схему можно экспериментально реализовать при современном уровне развития технологий.

DOI: 10.7868/S0044451018050012

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В течение последнего десятилетия уделялось много внимания теории и экспериментальной реализации квантового компьютера [1] как с физической точки зрения, так и с точки зрения информатики, электротехники и т. д. Перспективным подходом к реализации квантового компьютера является квантовая электродинамика (КЭД) в резонаторе с нейтральными атомами, поскольку резонатор можно эффективно использовать в качестве квантовой шины для управления парными кубитами, а информация может сохраняться на определенных уровнях энергии атома с большим временем коге-

рентности [2]. С другой стороны, основой для изобретения квантового компьютера является внедрение квантовых логических вентилей [3]. К настоящему времени предложено множество теоретических возможностей реализации различных вентилей, таких как двухкубитный квантовый вентиль (вентиль квантовой фазы или контролируемого отрицания) [4] и вентиль Фредкина [5, 6] в различных системах на основе КЭД в резонаторе [7], линейной оптики [8], ионов в ловушке [9], квантовых точек [10], ядерного магнитного резонанса [11], а также контурной КЭД [12], которая является перспективной основой для будущего квантового компьютера. Недавно была предложена новая схема осуществления многокубитного вентиля контролируемой квантовой фазы с одним сверхпроводящим кубитом, одновременно управляющим  $n$  кубитами, выбранными из  $N$  ( $1 < n < N$ ) [13]. В работе [14] предложен метод ре-

\* E-mail: mohamed.bennai@univh2m.ma

ализации  $n$ -кубитного вентиля обмена перепутыванием одновременно между одним сверхпроводящим зарядовым кубитом с  $n$  кубитами, взаимодействующими с резонатором. В данной работе представлен метод реализации вентилях  $Ni$ SWAP и  $NSWAP$  одного кубита, одновременно управляющих  $N$  целевыми кубитами в резонаторе или взаимодействующими с контуром путем добавления сильного высокочастотного поля, вычислен оператор преобразования для получения этих логических вентилях и время реализации, а также проведено обсуждение результатов. Численный анализ показывает, что данную схему можно реализовать с высокой точностью. Операции  $i$ SWAP и SWAP на двухкубитных схемах можно представить в виде следующих соотношений:

$$U_{iSWAP} \equiv |00\rangle\langle 00| + i|01\rangle\langle 10| + i|10\rangle\langle 01| + |11\rangle\langle 11|, \quad (1)$$

$$U_{SWAP} \equiv |00\rangle\langle 00| + |01\rangle\langle 10| + |10\rangle\langle 01| + |11\rangle\langle 11|. \quad (2)$$

В разд. 2 данной работы приведен конкретный пример вентилях  $Ni$ SWAP и  $NSWAP$  на основе КЭД в резонаторе с  $N + 1$  атомом. В разд. 3 описан способ применения общего метода для создания предполагаемых вентилях  $Ni$ SWAP и  $NSWAP$  на основе контурной КЭД с использованием взаимодействующих с резонатором сверхпроводящих зарядовых кубитов. В разд. 4 исследована точность и возможности экспериментальной проверки данных схем, а также вычислено время реализации и проведено обсуждение результатов. Основные выводы содержатся в разд. 5.

## 2. РЕАЛИЗАЦИЯ КВАНТОВЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЕНТИЛЕЙ НА ОСНОВЕ КЭД В РЕЗОНАТОРАХ

### 2.1. Модель и единичное преобразование

Рассмотрим систему из  $N + 1$  двухуровневых кубитов с основным состоянием  $|0_j\rangle$  и возбужденным состоянием  $|1_j\rangle$ , одновременно взаимодействующих с одномодовым резонатором и управляемых обычным полем. Гамильтониан всей системы в приближении вращающейся волны (считая  $\hbar = 1$ ) имеет вид [13, 15]

$$H = H_0 + H_I, \quad (3)$$

$$H_0 = \omega_0 \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} + \omega_a a^+ a, \quad (4)$$

$$H_I = \Omega \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ e^{-i\omega t} + \sigma_j^- e^{i\omega t}) + g \sum_{j=1}^{N+1} (a^+ \sigma_j^- + a \sigma_j^+), \quad (5)$$

где

$$\sigma_{z,j} = \frac{1}{2}(|0_j\rangle\langle 0_j| - |1_j\rangle\langle 1_j|),$$

$\sigma_j^+ = |1_j\rangle\langle 0_j|$ ,  $\sigma_j^- = |0_j\rangle\langle 1_j|$  ( $|1_j\rangle$  и  $|0_j\rangle$  обозначают возбужденное и основное состояния кубита);  $\omega_0$ ,  $\omega_a$  и  $\omega$  — соответственно частоты переходов между уровнями  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  каждого кубита, моды резонатора и обычного поля;  $a^+$ ,  $a$  — операторы рождения и уничтожения для моды в резонаторе,  $g$  — параметр взаимодействия между кубитом и модой в резонаторе (в предположении, что все взаимодействия одинаковы, т. е.  $g_j = g$ ) и  $\Omega$  — частота Раби классического поля.

Полагая  $\omega_0 = \omega$  и  $\delta = \omega_0 - \omega_a$ , получаем следующий гамильтониан в представлении взаимодействия [13]:

$$H_I = 2\Omega \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) + g \sum_{j=1}^{N+1} (a^+ \sigma_j^- e^{i\delta t} + a \sigma_j^+ e^{-i\delta t}), \quad (6)$$

где  $\delta$  обозначает расстройку между частотой резонатора  $\omega_0$  и частотой кубита  $\omega_a$ . Если  $\Omega \gg \delta$ ,  $g$  и  $\delta \gg g$ , то получается следующий гамильтониан в представлении взаимодействия:

$$H_I = 2\Omega \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) + \lambda \left[ \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^+ a \sigma_{z,j}) + \sum_{j,k=1, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right], \quad (7)$$

где  $\lambda = g^2/\delta$ . Очевидно, что первый и второй члены уравнения (7) описывают зависящие от номера фотона сдвиги Штарка, а третий член определяет «дипольное» взаимодействие между кубитами  $j$  и  $k$ , осуществляемое через моду в резонаторе. Из уравнения (7) легко получить следующий оператор эволюции системы:

$$U(t) = \exp \left[ -i2\Omega t \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda t \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^+ a \sigma_{z,j}) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda t \sum_{j,k=1, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right]. \quad (8)$$

Для взаимодействующего с резонатором зарядового кубита 1 предполагается  $\lambda \ll |g|$  (т.е.  $\delta \gg |g|$ ). Тогда соответствующий оператор эволюции выражается следующим образом:

$$U_1(t) = \exp \left[ -i2\Omega t (\sigma_1^+ + \sigma_1^-) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda t (\sigma_1^+ \sigma_1^- + a^+ a \sigma_{z,1}) \right]. \quad (9)$$

Вентили *NSWAP* можно реализовать при помощи двух операторов преобразования (8) и (9). Рассмотрим два особых случая:  $\lambda > 0$  (для случая  $\delta > 0$ ) и  $\lambda' < 0$  (для случая  $\delta' < 0$ ). Результаты унитарной эволюции, полученные для этих двух случаев, будут использованы в дальнейшем для реализации вентиля. Тогда схема реализации логического вентиля и оператор единичного преобразования представляются следующим образом.

Сначала рассмотрим случай  $\lambda > 0$ , считая частоты переходов  $N + 1$  кубита и моды в резонаторе равными импульсной частоте Раби  $\Omega$ . Тогда через период времени эволюции  $\tau = 2\pi/\delta = \pi/5g$ , где  $\delta = 20g$  ( $\delta \gg g$ ) и  $\lambda = g^2/\delta = g^2/(\omega_0 - \omega_a)$ , оператор эволюции можно записать следующим образом:

$$U(\tau) = \exp \left[ -i2\Omega \tau \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda \tau \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^+ a \sigma_{z,j}) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda \tau \sum_{j,k=1, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right]. \quad (10)$$

Далее рассмотрим случай  $\lambda' < 0$ . Полагая  $\Omega = 0$  для кубита 1, можно выбрать такое расстояние между уровнями этого кубита, что он перестает взаимодействовать с модой резонатора. Частота импульсов, действующих на управляемые кубиты, равна  $\Omega'$ , поэтому мода резонатора взаимодействует с кубитами  $(2, 3, \dots, N + 1)$  таким образом, что  $\lambda' = g^2/\delta' = g^2/(\omega_0 - \omega'_a) = -\lambda < 0$ . Через период

времени  $\tau' = -2\pi/\delta'$  оператор эволюции системы можно описать следующим выражением:

$$U(\tau') = \exp \left[ -i2\Omega' \tau' \sum_{j=2}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda' \tau' \sum_{j=2}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^+ a \sigma_{z,j}) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda' \tau' \sum_{j,k=2, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right]. \quad (11)$$

Если  $\Omega' \tau' = -\Omega \tau$  и  $\lambda' \tau' = -\lambda \tau$ , то полный оператор эволюции всей системы после этих двух шагов становится равным

$$U(\tau + \tau') = \exp \left[ -i2\Omega \tau (\sigma_1^+ + \sigma_1^-) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda \tau (\sigma_1^+ \sigma_1^- + a^+ a \sigma_{z,1}) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda \tau \sum_{j=2}^{N+1} (\sigma_1^+ \sigma_j^- + \sigma_1^- \sigma_j^+) \right]. \quad (12)$$

И, наконец, частота переходов в кубитах  $2, 3, \dots, N + 1$  настраивается таким образом, чтобы мода резонатора практически не взаимодействовала с ними, а частота перехода в кубите 1 оставалась неизменной, так что  $|\lambda'| = g^2/|\delta'| \ll |g|$  (т.е.  $|\delta'| \gg |g|$ ). Тогда оператор преобразования через период времени  $\tau$  равен

$$U_1(\tau') = \exp \left[ -i2\Omega' \tau' (\sigma_1^+ + \sigma_1^-) \right] \times \\ \times \exp \left[ -i\lambda' \tau' (\sigma_1^+ \sigma_1^- + a^+ a \sigma_{z,1}) \right]. \quad (13)$$

При удовлетворении условий  $\Omega' \tau' = -\Omega \tau$  и  $\lambda' \tau' = -\lambda \tau$  оператор преобразования системы после этих трех шагов равен

$$U_s(\tau) = \prod_{j=2}^{N+1} U_{gate}(1, j), \quad (14)$$

где

$$U_{gate}(1, j) = \exp \left[ -i\lambda \tau (\sigma_1^+ \sigma_j^- + \sigma_1^- \sigma_j^+) \right],$$

$$j = 2, 3, \dots, N + 1.$$

В дальнейшем эти эволюционные преобразования будут использованы для реализации вентиляей *NiSWAP* и *NSWAP*.

### 2.2. Получение вентиля $Ni$ SWAP

В данном разделе описана реализация вентиля  $Ni$ SWAP, в котором один кубит одновременно управляет  $N$  целевыми кубитами. Используя введенный выше оператор эволюции

$$U_{iSWAP}(1, j) = \exp[-i\lambda\tau(\sigma_1^+ \sigma_j^- + \sigma_1^- \sigma_j^+)]$$

из выражения (14) на базисе  $(|0_1\rangle, |1_1\rangle)$  для кубита 1 и на базисе  $(|0_j\rangle, |1_j\rangle)$  для кубитов  $(2, 3, \dots, N+1)$ , а также задавая  $\lambda\tau = -(2k + \frac{1}{2})\pi$  (где  $k$  — целые числа), можно получить следующие преобразования:

$$\begin{aligned} U_{iSWAP}(1, j) |0_1\rangle |0_j\rangle &= |0_1\rangle |0_j\rangle, \\ U_{iSWAP}(1, j) |0_1\rangle |1_j\rangle &= i |1_1\rangle |0_j\rangle, \\ U_{iSWAP}(1, j) |1_1\rangle |0_j\rangle &= i |0_1\rangle |1_j\rangle, \\ U_{iSWAP}(1, j) |1_1\rangle |1_j\rangle &= |1_1\rangle |1_j\rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Далее одновременно выполняются  $N$  двухкубитных операций  $i$ SWAP на  $N$  парах кубитов  $(1, 2), (1, 3), \dots, (1, N+1)$ . Каждая операция  $i$ SWAP включает в себя один и тот же управляющий кубит и разные управляемые кубиты. Таким образом, за полное время действия  $t_{op} = 3\tau$  одновременно реализуются вентили  $Ni$ SWAP между первым кубитом и всеми  $N$  кубитами.

### 2.3. Получение вентиля $NSWAP$

В данном разделе описан способ реализации вентиля  $NSWAP$  на основе введенного выше оператора унитарной эволюции

$$U_{SWAP}(1, j) = \exp[-i\lambda\tau(\sigma_1^+ \sigma_j^- + \sigma_1^- \sigma_j^+)]$$

из выражения (14). Задавая  $\tau = \pi/2|\lambda|$ , где фазовые множители  $\exp(-i\pi/2)$  устраняются путем соответствующего выбора фазы последовательных логических операций [14], можно одновременно осуществить  $N$  двухкубитных операций обмена перепутыванием на  $N$  парах кубитов  $(1, 2), (1, 3), \dots, (1, N+1)$ :

$$\begin{aligned} U_{SWAP}(1, j) |0_1\rangle |0_j\rangle &= |0_1\rangle |0_j\rangle, \\ U_{SWAP}(1, j) |0_1\rangle |1_j\rangle &= |1_1\rangle |0_j\rangle, \\ U_{SWAP}(1, j) |1_1\rangle |0_j\rangle &= |0_1\rangle |1_j\rangle, \\ U_{SWAP}(1, j) |1_1\rangle |1_j\rangle &= |1_1\rangle |1_j\rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

Отсюда видно, что  $N$  вентилях обмена осуществляются одновременно путем перепутывания соответственно на  $N$  парах кубитов  $(1, 2), (1, 3), \dots, (1, N+1)$ . Следовательно, вентиль  $NSWAP$  можно получить за счет трехшагового процесса, занимающего время  $t_{op}$ .

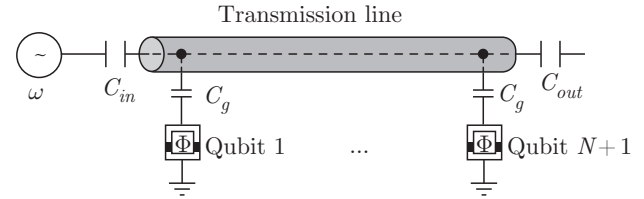


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема устройства в контурной КЭД.  $N+1$  сверхпроводящий зарядовый кубит связан с передающей линией, сильное высокочастотное поле частотой  $\omega$  подается на входной провод емкостью  $C_{in}$  и выходной провод емкостью  $C_{out}$

### 3. РЕАЛИЗАЦИЯ КВАНТОВЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ВЕНТИЛЕЙ НА ОСНОВЕ КОНТУРНОЙ КЭД

Метод получения вентилях  $Ni$ SWAP и  $NSWAP$  с помощью контура основан на гамильтониане (6).  $N$  одинаковых сверхпроводящих зарядовых кубитов помещаются в квазиодномерный резонатор проходного типа (см. рис. 1). Для вентиля можно выбрать некоторое подмножество кубитов, в то время как остальные кубиты остаются незадействованными путем пропускания через них внешнего потока  $\Phi = \Phi_0/2$ , где  $\Phi_0 = h/2e$  — квант магнитного потока, напряжение на вентиле равно  $V_g = e/C_g$ , где  $C_g$  — емкость вентиля,  $e$  — заряд куперовской пары. Предполагается, что  $V_g = V_g^{dc} + V_g^{ac} + V_g^{qu}$ , где  $V_g^{dc}$  и  $V_g^{ac}$  — постоянная и переменная составляющие напряжения на вентиле, а  $V_g^{qu}$  — его квантовая составляющая, возникающая за счет электрического поля в резонаторе, с которым взаимодействует кубит. Гамильтониан  $N+1$  кубита и моды резонатора в контурной КЭД принимает следующий вид (при  $\hbar = 1$ ) [16]:

$$\begin{aligned} H &= E_z \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} - E_J(\Phi) \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{x,j} + \Omega \cos(\omega t) \times \\ &\times \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} + g \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} (a + a^\dagger) + \omega_r a^\dagger a. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь

$$E_z = -2E_c(1 - 2n_g^{dc}), \quad n_g^{dc} = \frac{C_g V_g^{dc}}{2e},$$

$E_J(\Phi) = 2E_{J_0} \cos(\pi\Phi/\Phi_0)$  — эффективная энергия джозефсоновского взаимодействия, которая является свойством контакта и зависит от величины щели в сверхпроводнике и прозрачности барьера,  $\sigma_{z,j} = 1/2(|0_j\rangle\langle 0_j| - |1_j\rangle\langle 1_j|)$ ,  $\sigma_j^+ = |1_j\rangle\langle 0_j|$ ,

$\sigma_j^- = |0_j\rangle\langle 1_j|$ ,  $\sigma_{x,j} = \sigma_j^+ + \sigma_j^-$ ; если электростатическая энергия ячейки  $E_c = e^2/(2c_g + 4c_{J0})$  превышает энергию джозефсоновского взаимодействия  $E_{J0}$ , то  $E_z = -2E_c(1 + 2n_g^{dc})$  (здесь  $C_{J0}$  — емкость джозефсоновского контакта);  $\omega_r$  и  $\omega$  — частоты моды резонатора для каждого кубита и внешнего поля соответственно;  $\Omega = (2E_c C_g / \hbar e) V_0$  — частота Раби переменного напряжения на венти-ле,  $g = (2E_c c_g / e) V_0^{qu}$  — постоянная взаимодействия между переходом зарядового кубита и модой резонатора.

Если задать  $E_Z = 0$  (в случае  $n_g^{dc} = 1/2$ ), то для каждого кубита  $\omega_q = E_J(\Phi)$ , где  $\omega_q$  — частота перехода кубита. Тогда гамильтониан принимает следующий вид:

$$H = H_0 + H_I, \tag{18}$$

где

$$H_0 = \omega_r a^\dagger a - \omega_q \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{x,j}, \tag{19}$$

$$H_I = \Omega \cos(\omega t) \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} + g \sum_{j=1}^{N+1} \sigma_{z,j} (a + a^\dagger). \tag{20}$$

Кубиты  $j$  и  $k$  с энергиями джозефсоновского взаимодействия  $E_{Ji}$  ( $1, 2, \dots, N + 1$ ) смещаются напряжением на венти-ле  $V_g$  через емкость  $C_g$  и резонатор. Полагая  $\omega = \omega_q$ , в приближении вращающейся волны получаем следующий гамильтониан в представлении взаимодействия [17]:

$$H_I = \sum_{j=1}^{N+1} [\Omega (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) + g (e^{i\delta t} a \sigma_j^+ + e^{-i\delta t} a^\dagger \sigma_j^-)], \tag{21}$$

где  $\delta = \omega_q - \omega_r$  — расстройка между частотой кубита  $\omega_q$  и частотой резонатора  $\omega_r$ . Если  $\Omega \gg \delta, g$  и  $\delta \gg g$ , то можно получить гамильтониан в представлении взаимодействия:

$$H_I = \Omega \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ + \sigma_j^-) + \lambda \left[ \sum_{j=1}^{N+1} (\sigma_j^+ \sigma_j^- + a^\dagger a \sigma_{z,j}) + \sum_{j,k=1, j \neq k}^{N+1} \sigma_j^+ \sigma_k^- \right], \tag{22}$$

где  $\lambda = g^2/\delta$ .

Используя описанный в разд. 2 метод с  $N + 1$  сверхпроводящими зарядовыми кубитами, взаимодействующими с передающей линией, обсудим способ реализации вентиляей  $Ni$ SWAP и  $NSWAP$  на основе контурной КЭД. Отметим, что, во-первых, для каждого кубита  $1, 2, \dots, N + 1$  на каждом шаге операции постоянное напряжение на венти-ле равно  $V_g^{dc} = e/C_g$ , так что  $E_z = 0$  и, во-вторых, частота моды резонатора  $\omega_r$  фиксирована на протяжении всей операции. Унитарные преобразования эволюции на каждом шаге операции выглядят следующим обра-зом.

На первом шаге для каждого кубита устанавли-вается напряжение  $V_g^{ac} = V_0 \cos(\omega t)$ , за счет внеш-него потока  $\Phi_j$  настраиваются частоты переходов  $(N + 1)$  кубита и удовлетворяется условие  $\omega_q = \omega$ , импульсная частота Раби с амплитудой  $V_0$  равна  $\Omega = g\varepsilon/\delta$ , где  $\delta = \omega_q - \omega_r > 0$  — расстройка. Та-ким образом, через период времени  $\tau = 2\pi/\delta$  при  $\lambda = g^2/\delta = g^2/(\omega_q - \omega_r) > 0$  оператор эволюции си-стемы кубитов, соответствующий этому шагу, при-нимает вид  $U(\tau)$  в выражении (10).

На следующем шаге на кубите 1 устанавливается напряжение  $V_g^{ac} = 0$ , расстояние между его уровня-ми регулируется таким образом, чтобы мода резона-тора взаимодействовала с кубитами  $(2, 3, \dots, N + 1)$  и выполнялось условие  $\omega_q = \omega_d$ , импульсная час-тота Раби с амплитудой  $V_0'$  равна  $\Omega' = -g\varepsilon/\delta'$ , где  $\delta' = \omega_q - \omega_r' = -\delta < 0$  — расстройка. Тогда че-рез период времени  $\tau' = -2\pi/\delta'$  при  $\lambda' = g^2/\delta' = = g^2/(\omega_q - \omega_r') < 0$  оператор эволюции системы ку-битов, соответствующий этому шагу, принимает вид  $U(\tau')$  из выражения (11).

На последнем шаге регулируется частота пере-ходов кубитов  $2, 3, \dots, N + 1$  при неизменной час-тоте перехода кубита 1 таким образом, что  $|\lambda'| > 0$  (где  $\delta' < 0$ ), и задается  $V_{1g} \neq e/C_g$ ,  $\Phi_1 \neq \Phi_0/2$  для кубита 1, в то время как  $V_{jg} = e/C_g$ ,  $\Phi_j = \Phi_0/2$  ( $j = 2, 3, \dots, N + 1$ ). Тогда соответствующий опера-тор эволюции на протяжении времени  $\tau'$  выражает-ся в виде  $U_1(\tau')$  (см. формулу (13)).

Из приведенного выше описания видно, что не требуется настраивать частоту моды резонатора  $\omega_r$ . Следовательно, операторы эволюции  $U(\tau)$ ,  $U(\tau')$  и  $U_1(\tau')$ , получаемые на каждом шаге, не отличаются от пошаговых операторов в разд. 2. Поэтому легко понять, что на основе контурной КЭД можно созда-вать вентиляи  $Ni$ SWAP и  $NSWAP$  при помощи  $N + 1$  сверхпроводящего зарядового кубита с полным вре-менем действия  $t'_{op} = 3\tau$ .



#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ

Перейдем к исследованию точности операций с вентилями. Для проверки пригодности описанной в работе схемы введем следующее определение точности, которое характеризует число состояний на выходе  $|\Psi(t)\rangle$ , отклоняющихся по амплитуде и фазе от преобразования в идеальном логическом вентиле различных входных состояний [18, 19]:

$$F = |\langle \Psi(t) | U(t) | \Psi(0) \rangle|^2 = \frac{1}{4} |1 + \cos(0.005\lambda t)|^2, \quad (23)$$

где  $|\Psi(t)\rangle$  обозначает конечное состояние всей системы, получаемое из начального состояния  $|\Psi(0)\rangle$  путем идеальной фазовой операции в вентилях, а  $U(t)$  представляет собой полный оператор эволюции системы в реальной ситуации. Проведенное численное моделирование соотношения между точностью системы и параметром  $\lambda t$ , показывает, что высокая точность достигается при  $\lambda t \leq 9$  (см. рис. 2).

Далее обсуждается несколько проблем, связанных с будущей экспериментальной реализацией нашего метода. Кроме того, предполагается, что при условии  $-\delta = \delta' = 20g$  ( $\delta \gg g$ ) полное время действия  $t_{op} = t'_{op} = 0.3\pi/g$  не зависит от числа  $N$  управляемых кубитов.

В качестве примера возьмем главные квантовые числа 50 и 51, время излучения  $T_r = 3.0 \cdot 10^{-2}$  с и постоянную взаимодействия  $g = 2\pi \cdot 50$  кГц [13, 20], что является экспериментально достижимыми параметрами. Непосредственные вычисления показывают, что время, необходимое для реализации вентилях  $NiSWAP$  и  $NSWAP$  на основе КЭД в резона-

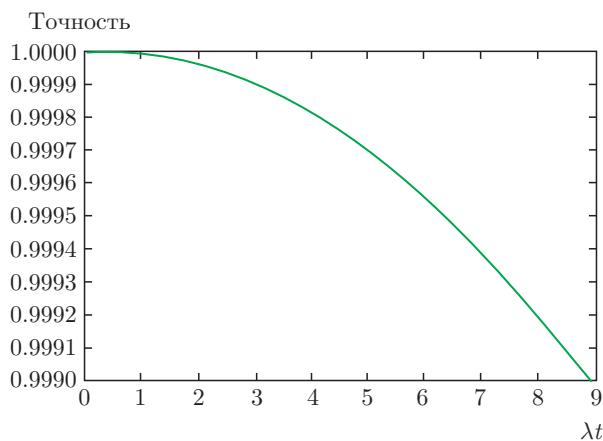


Рис. 2. Результаты численного моделирования точности операций в вентилях в зависимости от параметра  $\lambda t$

торе с атомами, составляет  $t_{op} = 3$  мкс, что намного меньше величины  $T_r$ . В недавних экспериментах время затухания поля в резонаторе (время жизни фотона) составляло  $T_c = 1.0 \cdot 10^{-3}$  с [21], поэтому время действия логического вентиля  $t_{op}$  оказывается меньше  $T_c$ , что удовлетворяет экспериментальным требованиям.

В недавних экспериментах было показано, что время нарушения когерентности  $T'_1$  и время расфазировки  $T'_2$  могут достигать 20–100 мкс [22, 23]. Кроме того, экспериментально достижимая величина постоянной взаимодействия составляет  $g = 2\pi \cdot 200$  МГц [16, 24]. Таким образом, непосредственный расчет показывает, что время, необходимое для реализации вентилях  $NiSWAP$  и  $NSWAP$  со сверхпроводящими зарядовыми кубитами составляет  $t'_{op} = 0.75$  нс. Из предыдущих вычислений ясно, что время действия оказывается меньше как времени нарушения когерентности  $T'_1$ , так и времени расфазировки  $T'_2$ , что удовлетворяет экспериментальным требованиям. Отметим также, что время нарушения когерентности состояния поля внутри резонатора зависит от начального состояния. Однако действие вентиля не зависит от начального состояния резонатора, поскольку оператор  $U_{gate}$  не включает в себя операторы рождения  $a^+$  и уничтожения  $a$  фотонов в контуре.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен метод реализации вентилях обмена перепутыванием  $NiSWAP$  и  $NSWAP$  на основе контурной КЭД или в резонаторе. Логические вентили реализуются за счет управления резонатором при помощи высокочастотного поля. Схема нечувствительна к полю теплового излучения. Также в системе не требуется рассогласование между кубитами и резонатором. Кроме того, время действия зависит только от расстройки и может изменяться за счет регулировки частоты перехода между уровнями  $|0_j\rangle$  и  $|1_j\rangle$ . Рассчитан и применен полный оператор эволюции к рабочему базису кубита 1 и кубитов  $j$  ( $j = 2, \dots, N + 1$ ), необходимый для реализации вентилях  $NiSWAP$  и  $NSWAP$ . Существенное преимущество данной схемы состоит в том, что логические вентили можно реализовать за время, существенно меньшее времени нарушения когерентности и расфазировки в контурной КЭД, а также времени излучения и жизни фотона в резонаторе. В данной работе описан способ реализации предлагаемых логических вентилях для квантовой обра-

ботки информации. Отметим, что данный подход является совершенно общим и может применяться к другим физическим системам, таким как различные трансмон-кубиты, взаимодействующие с резонатором, квантовые точки в КЭД в резонаторах или NV-центры, взаимодействующие с микросферическими резонаторами. Таким образом, численное моделирование операций в вентилях показывает, что при текущем уровне развития технологий данная схема может быть реализована с высокой точностью.

## ЛИТЕРАТУРА

1. T. D. Ladd et al., *Nature* **464**, 45 (2010).
2. Y. S. Zhou, X. Li, Y. Deng, H. R. Li, and M. X. Luo, *Opt. Commun.* **366**, 397 (2016).
3. X. Lin, R.-C. Yang, and X. Chen, *Int. J. Quant. Inf.* **13**, 1550003 (2015).
4. Y. H. Chen, Y. Xia, Q. Q. Chen, and J. Song, *Phys. Rev. A* **91**, 012325 (2015).
5. R. B. Patel, J. Ho, F. Ferreyrol, T. C. Ralph, and G. J. Pryde, *Sci. Adv.* **2**, e1501531 (2016).
6. A. Chouikh, T. Said, K. Essammouni, and M. Bennai, *Opt. Quant. Electron.* **48**, 463 (2016).
7. L. Isenhower, E. Urban, X. Zhang et al., *Phys. Rev. Lett.* **104**, 010503 (2010).
8. N. Kiesel, C. Schmid, U. Weber et al., *Phys. Rev. Lett.* **95**, 210505 (2005).
9. C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, and D. J. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4714 (1995).
10. I. Fushman, D. Englund, A. Faraon et al., *Science* **320**, 769 (2008).
11. J. A. Jones et al., *Nature* **393**, 344 (1998).
12. M. Hua, M. J. Tao, and F. G. Deng, *Sci. Rep.* **5**, 9274 (2015).
13. C. P. Yang, Y. X. Liu, and F. Nori, *Phys. Rev. A* **81**, 062323 (2010).
14. K. H. Song, Y. J. Zhao, Z. G. Shi, S. H. Xiang, and X. W. Chen, *Opt. Commun.* **10**, 1016 (2010).
15. H. F. Wang, S. Zhang, K. H. Yeon, and J. Korean, *Phys. Soc.* **53**, 3144 (2008).
16. A. Blais et al., *Phys. Rev. A* **75**, 032329 (2007).
17. S. B. Zheng, *Phys. Rev. A* **68**, 035801 (2003).
18. Z. J. Deng, M. Feng, and K. L. Gao, *Phys. Rev. A* **72**, 034306 (2005).
19. Z. R. Lin, G. P. Guo, T. Tu, F. Y. Zhu, and G. C. Guo, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 230501 (2008).
20. S. Osnaghi, P. Bertet, A. Auffeves, P. Maioli, M. Brunne, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 037902 (2001).
21. H. F. Wang, X. Q. Shao, Y. F. Zhao, S. Zhang, and K. H. Yeon, *J. Phys. B* **43**, 065503 (2010).
22. H. Paik et al., *Phys. Rev. Lett.* **107**, 240501 (2011).
23. C. Rigetti et al., *Phys. Rev. B* **86**, 100506(R) (2012).
24. G. L. Gao et al., *Sci. China Phys.* **55**(8), 1422 (2012).