

# ПЕРЕСЕЧЕНИЕ РЕЗОНАНСА ФАНО С ГРАНИЦЕЙ ПОДВИЖНОСТИ В КВАНТОВЫХ ВОЛНОВОДАХ

Й. С. Джо<sup>a,b\*</sup>, В. Варгиамидис<sup>c</sup>, А. М. Сатанин<sup>d</sup>, Э. Р. Хидин<sup>a</sup>, Я. Д. Ким<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Ball State University, Muncie, IN 47306, США

<sup>b</sup> Kyung Hee University, Seoul 02447, Republic of Korea

<sup>c</sup> Aristotle University, GR-54124 Thessaloniki, Greece

<sup>d</sup> Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
603950, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 6 сентября 2017 г.

(Перевод с английского)

## HOW A FANO RESONANCE CROSSES THE MOBILITY EDGE IN QUANTUM WAVEGUIDES

Y. S. Joe, V. Vargiamidis, A. M. Satanin, E. R. Hedin, Y. D. Kim

При помощи теории связанных каналов исследован новый сценарий возникновения резонанса Фано в вероятности прохождения электронного волновода. В электронный волновод внедрены квантовые точка и антиточка с ближним или конечным радиусом взаимодействия. В частности, когда резонанс Фано возникает вблизи края подвижности (на пороге канала), показано, что  $\Gamma \sim U_{12}^{4/3}$ , где  $\Gamma$  — ширина резонанса, а  $U_{12}$  — взаимодействие между связанным состоянием и континуумом. Это отличается от обычного результата  $\Gamma \sim U_{12}^2$ , который справедлив для резонанса, возникающего вдали от края подвижности. Кроме того, показано, что увеличения размеров как точки, так и антиточки приводят к увеличению ширины резонанса.

DOI: 10.7868/S0044451018060019

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Асимметричный резонанс Фано является характерной особенностью взаимодействующих квантовых систем. По ряду причин резонансам Фано уделяется большое внимание при изучении электронного транспорта через микроструктуры: они могут служить основой для создания новых резонансных наноэлектронных приборов, использоваться для изучения фазовой когерентности и изменения фазы электронов и т. д. Резонансы такого типа рассматривались теоретически в различных твердотельных системах, включая случай транспорта че-

рез квазиодномерные провода с притягивающими примесями или внедренными квантовыми точками [1–8]. Эффект Фано наблюдался также во множестве экспериментов по изучению транспорта через различные мезоскопические системы [9–12]. Также резонансы Фано изучались в плазменных материалах и метаматериалах [13–15], а также в проводимости графеновых нанолент [16].

Отдельным классом мезоскопических систем, в которых проявляется эффект Фано, являются квантовые волноводы с внедренными квантовыми точками [1, 3, 5, 7]. В этом случае связанное состояние в точке взаимодействует с континуумом состояний в волноводе, что приводит к формированию резонансного (квазисвязанного) состояния. Существование двух независимых каналов прохождения (один че-

\* E-mail: ysjoe@bsu.edu

рез квазисвязанное состояние, а второй через континуум) и интерференция между ними приводят к резонансу Фано. Форма линии резонанса Фано имеет вид [17]

$$T(\epsilon) = T^{bg} \frac{(\epsilon + q)^2}{\epsilon^2 + 1}, \quad (1)$$

где  $T(\epsilon)$  — вероятность прохождения,  $\epsilon = (E - E_R)/\Gamma$  — безразмерная энергия, отсчитанная от резонансного значения,  $\Gamma$  — ширина резонанса,  $q$  — параметр асимметрии и  $T^{bg}$  — фоновое (нерезонансное) пропускание.

Как упомянуто выше, форма резонансной линии исследовалась в экспериментах по изучению электронного транспорта через мезоскопические системы. Одним из преимуществ такого эксперимента является управляемость интерференции между двумя каналами прохождения за счет подстройки параметров системы. Например (см. [10]), интерференция Фано через квантовую точку, погруженную в кольцо Ааронова – Бома, может управляться несколькими параметрами, а именно, разностью фаз между двумя путями, положением дискретного уровня или магнитным полем. Кроме того, было теоретически исследовано влияние знака точечных матричных элементов на возникновение нулей коэффициента прохождения и фазы амплитуд прохождения [18, 19]. Также было показано, что в проводках с притягивающими примесями резонансные характеристики обычно зависят от параметров примеси, таких как ее размер, сила взаимодействия и матричные элементы взаимодействия [5].

В большинстве упомянутых выше работ резонанс Фано возникает вдали от порога канала. Однако при возникновении резонанса вблизи порога осуществляется другой сценарий: ширина резонанса возрастает быстрее, что означает усиление взаимодействия между связанным состоянием и континуумом. Этот фундаментальный вопрос, имеющий непосредственное отношение к эксперименту, обусловлен временем жизни квазисвязанного состояния. Этот вопрос уже обсуждался для резонансов Брейта – Вигнера в ядерных реакциях [20] и для атомов в резонаторах [21], однако аналогичное исследование для наноструктур отсутствует.

В данной работе исследован новый сценарий, в котором резонанс возникает вблизи порога канала (т. е. на дне подзоны) квантового волновода с вложенной квантовой точкой и антиточкой. Для вычисления коэффициента прохождения и всех параметров формы линии применяется двухканальный подход Фешбаха [22], который наилучшим образом подходит для описания формы резонансной линии. Рас-

смотрены два случая: (i) короткодействующие квантовые точки и антиточки и (ii) точки и антиточки с конечным радиусом взаимодействия (типа Пёшля – Теллера). Изучено изменение резонансных характеристик, таких как  $E_0$ ,  $\Gamma$  и  $q$ , при постепенном приближении резонанса к порогу канала. Показано, что  $\Gamma \sim U_{12}^{4/3}$ , где  $U_{12}$  — взаимодействие между связанным состоянием и континуумом, что называется режимом сильной связи. Это отличается от обычного результата  $\Gamma \sim U_{12}^2$  (режима слабой связи), справедливое для резонанса Фано вдали от порога канала. Также показано, что одновременное увеличение размера точки и антиточки приводит к увеличению ширины резонанса.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 кратко описан подход Фешбаха. В разд. 3 этот подход применен к случаю упомянутых выше потенциалов рассеяния. Получены приближенные аналитические результаты для резонанса вблизи порога канала. Выводы представлены в разд. 4.

## 2. ПОДХОД ФЕШБАХА

Рассмотрим однородный двумерный (2D) электронный волновод, в котором электроны локализованы вдоль поперечного направления  $y$ , но могут распространяться вдоль направления  $x$ . В присутствии рассеивающего потенциала уравнение Шредингера, описывающее движение электрона в волноводе, имеет следующий вид:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_c(y) + V(x, y) \right] \Psi(x, y) = E \Psi(x, y), \quad (2)$$

где  $m$  — эффективная масса электрона,  $V_c(y)$  — ограничивающий потенциал и  $V(x, y)$  — рассеивающий потенциал, который связан с присутствием квантовой точки (точек) и/или антиточки (антиточек). В отсутствие рассеивающего потенциала переменные разделяются и поперечный потенциал  $V_c(y)$  приводит к появлению волноводных мод  $\phi_n(y)$  и пороговых энергий  $E_n$  для каждой моды  $n$ . Разложим волновую функцию  $\Psi(x, y)$  из уравнения (2) по волноводным модам следующим образом:

$$\Psi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x) \phi_n(y). \quad (3)$$

Подставляя уравнение (3) в (2), получим уравнения связанных каналов для  $\psi_n(x)$ :

$$(E - E_n - \hat{K}) \psi_n(x) = \sum_{\ell=1}^{\infty} V_{n\ell}(x) \psi_{\ell}(x), \quad (4)$$

где  $\hat{K} = -(\hbar^2/2m)d^2/dx^2$ , а матричные элементы связи  $V_{n\ell}(x)$  определяются как

$$V_{n\ell}(x) = \int dy \phi_n(y)V(x,y)\phi_\ell(y). \quad (5)$$

Рассмотрим случай  $E_1 \leq E \leq E_2$ , когда может распространяться только первая мода  $n = 1$ , в то время как высшие (затухающие) моды могут давать вклад только за счет связи с первой модой через рассеивающий потенциал. Таким образом, в рассеивающем состоянии может находиться только первая мода. Из выражения (4) рассеивающие состояния для первой моды получаются из решений уравнения

$$\left[\hat{K} + V_{11}(x)\right] \chi_k^\pm(x) = (E - E_1) \chi_k^\pm(x), \quad (6)$$

где  $\chi_k^+(x)$  и  $\chi_k^-(x)$  соответствуют рассеивающим состояниям, для которых падающая волна приходит соответственно из  $-\infty$  и  $+\infty$ . Эти состояния описывают фоновое (нерезонансное) рассеяние, т. е. рассеяние в гипотетической системе, в которой отсутствует взаимодействие со связанным состоянием [1, 2]. В выражении (6)

$$k = [2m(E - E_1)]^{1/2} / \hbar$$

— это волновой вектор распространяющейся моды. Асимптотическая форма этих рассеивающих состояний может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \chi_k^\pm(x) &= t^{bg} e^{\pm ikx} & (x \rightarrow \pm\infty), \\ \chi_k^\pm(x) &= e^{\pm ikx} + r_\pm^{bg} e^{\mp ikx} & (x \rightarrow \mp\infty), \end{aligned} \quad (7)$$

где верхние знаки соответствуют волне, падающей из  $-\infty$ , в то время как  $t^{bg}$  и  $r_\pm^{bg}$  соответствуют амплитудам фонового прохождения и отражения. Рассмотрим  $E$ , близкую к  $E_0$ , где  $E_0$  — энергия связанного состояния  $\Phi_0$  для невзаимодействующего канала  $n = 2$ :

$$\left[\hat{K} + V_{22}(x)\right] \Phi_0(x) = (E_0 - E_2) \Phi_0(x). \quad (8)$$

Предполагая, что у других каналов нет связанного состояния вблизи  $E_0$ , можно приближенно обрезать суммирование в уравнении (4) при  $n = 2$ . В результате получается система уравнений

$$\left[E - E_1 - \hat{K} - V_{11}(x)\right] \psi_1(x) = V_{12}(x)\psi_2(x), \quad (9)$$

$$\left[E - E_2 - \hat{K} - V_{22}(x)\right] \psi_2(x) = V_{21}(x)\psi_1(x), \quad (10)$$

которая решается [2] при помощи подстановки [23]  $\psi_2(x) = A\Phi_0(x)$  с применением запаздывающего

гриновского оператора из уравнения (9). При  $x \rightarrow \infty$  решение может быть получено в виде

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= \chi_k^+(x) + \frac{m}{i\hbar^2 k t^{bg}} \times \\ &\times \chi_k^+(x) \frac{\langle (\chi_k^-)^* | V_{12} | \Phi_0 \rangle \langle \Phi_0 | V_{21} | \chi_k^+ \rangle}{E - E_0 - \langle \Phi_0 | V_{21} G_1 V_{12} | \Phi_0 \rangle}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $G_1$  — одномерная запаздывающая функция Грина, которую можно выразить через рассеивающие состояния [6]. Для частного случая рассеивающего потенциала  $V(x, y)$  вычисление матричного элемента (11) позволяет извлечь амплитуду прохождения, которая может быть записана в виде  $t = t^{bg} t^{res}$ , где  $t^{res}$  — ее резонансная часть. Матричный элемент в знаменателе выражения (11) представляет собой собственную энергию за счет взаимодействия между связанным состоянием и континуумом, которую можно представить в виде

$$\langle \Phi_0 | V_{21} G_1 V_{12} | \Phi_0 \rangle = \delta - i\Gamma,$$

где  $\delta$  и  $\Gamma$  — это сдвиг и ширина, которые приобретает связанное состояние. Для рассматриваемых в данной работе рассеивающих потенциалов оказывается, что числитель уравнения (11) также может быть записан в виде

$$(m/i\hbar^2 k t^{bg}) \langle (\chi_k^-)^* | V_{12} | \Phi_0 \rangle \langle \Phi_0 | V_{21} | \chi_k^+ \rangle = \delta - i\Gamma.$$

Тогда резонансную часть амплитуды прохождения можно выразить в следующем виде:

$$t^{res} = \frac{E - E_0}{E - E_0 - \delta + i\Gamma}. \quad (12)$$

Тогда коэффициент прохождения равен  $T = |t|^2$ . Далее сначала будет рассмотрен случай, когда потенциал рассеяния состоит из короткодействующих точки и антиточки, а затем проанализирован случай точки и антиточки с конечным радиусом взаимодействия.

### 3. РЕЗОНАНСЫ ФАНО ВБЛИЗИ ПОРОГА: НОВЫЙ СЦЕНАРИЙ

#### 3.1. Короткодействующие точка и антиточка

Рассмотрим короткодействующий потенциал, описываемый выражением

$$V(x, y) = \frac{\hbar^2}{2m} \delta(x)v(y), \quad (13)$$

где  $v(y)$  — произвольная функция поперечной координаты  $y$ , а  $\delta(x)$  — дельта-функция Дирака. Для

управления формой резонанса Фано рассмотрим потенциал, созданный парой короткодействующих центров: центром притяжения или потенциальной ямой (точкой) и центром отталкивания (антиточкой). Очевидно, что, изменяя положение ям в электронном канале и соответствующим образом настраивая глубину ям и высоту барьеров, можно менять величину и знак матричных элементов  $V_{nl}$ . Это позволяет управлять матричными элементами  $U_{nl}$  или, другими словами, изменять рассеяние электронных волн в 2D-канале. Экспериментально это может быть сделано с использованием наноразмерных электродов на поверхности полупроводниковых слоев.

Для целей данной работы рассмотрим расположение точки и антиточки, описываемое как

$$v(y) = \gamma_d v_d(y - y_d) + \gamma_a v_a(y - y_a),$$

где  $\gamma_d$  и  $\gamma_a$  — амплитуды, а  $y_d$  и  $y_a$  — центры потенциалов соответственно точки и антиточки. В этом случае матричные элементы в выражении (5) принимают вид

$$V_{n\ell}(x) = \frac{\hbar^2}{2m} \delta(x) \left[ \gamma_d v_{n\ell}^{(d)} + \gamma_a v_{n\ell}^{(a)} \right], \quad (14)$$

где

$$v_{n\ell}^{(d,a)} = \langle \phi_n | v_{d,a}(y) | \phi_\ell \rangle.$$

Также положим  $|\gamma_d| > |\gamma_a|$ . Далее матричные элементы выражения (14) можно переписать в более удобной форме

$$V_{n\ell}(x) = -U_{n\ell} \delta(x),$$

где

$$U_{n\ell} = -(\hbar^2/2m) \left[ \gamma_d v_{n\ell}^{(d)} + \gamma_a v_{n\ell}^{(a)} \right].$$

Заметим, что при соответствующем выборе значений  $\gamma_d$  и  $\gamma_a$  можно одновременно выполнить условия  $U_{11} > 0$  и  $U_{22} > 0$ . Рассеивающие состояния  $\chi_k^\pm(x)$  (и, следовательно,  $t_{SR}^{bg}$ ) могут быть найдены непосредственно путем решения уравнения (6) для эффективного потенциала  $V_{11}(x) = -U_{11} \delta(x)$ . Более того, решая уравнение (8) для потенциала  $V_{22}(x) = -U_{22} \delta(x)$  второго (закрытого) канала, можно найти связанное состояние при  $E_0 = E_2 - (mU_{22}^2/2\hbar^2)$ , которое при взаимодействии с континуумом превратится в квазисвязанное состояние, приводящее к резонансу Фано. Вычисление слагаемого собственной энергии в знаменателе уравнения (11) дает сдвиг и

ширину связанного состояния в короткодействующем потенциале в виде<sup>1)</sup>.

$$\delta_{SR} = U_{11} U_{22} U_{12}^2 / (2U_{11}^2 + 8k^2),$$

$$\Gamma_{SR} = k U_{22} U_{12}^2 / (U_{11}^2 + 4k^2).$$

Заметим, что и  $\delta_{SR}$ , и  $\Gamma_{SR}$  пропорциональны  $U_{12}^2$ .

Теперь рассмотрим режим, в котором резонанс возникает вблизи края подвижности  $E_1$  (т. е.  $E_0 \rightarrow E_1$ ) и положим  $E = E_0 + \epsilon$ , где  $\epsilon \ll E_0$ . Тогда можно получить  $k = \sqrt{E - E_1} \approx \sqrt{\epsilon}$ . Соответствующим образом располагая точку и антиточку в электронном волноводе и выбирая их относительные амплитуды, можно легко выполнить условие малости матричного элемента  $U_{11}$ , которое достигается при выполнении условия  $\gamma_d v_{11}^{(d)} + \gamma_a v_{11}^{(a)} \approx 0$ . Физически это условие просто означает, что край первой зоны проводимости слабо перенормируется возмущающими потенциалами точки и антиточки. В этом случае можно говорить о пороге края прохождения электронов. При этом условии  $t^{res}$  из уравнения (12) можно записать в виде

$$t_{SR}^{res} \approx \frac{4\epsilon^{3/2}}{4\epsilon^{3/2} + iU_{22}U_{12}^2}. \quad (15)$$

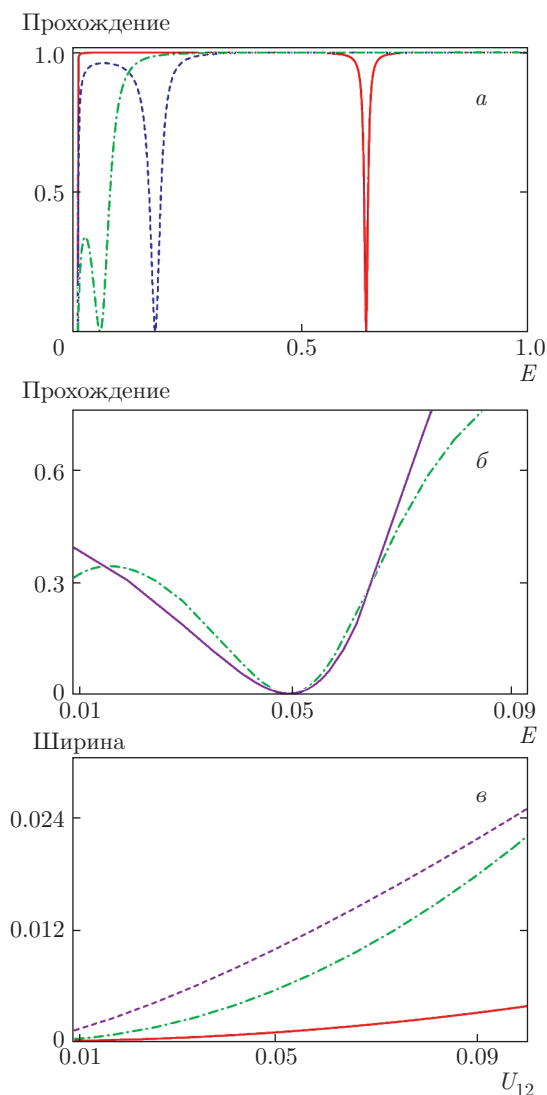
Полос уравнения (15) определяет резонансную энергию  $\epsilon_R$ , которая равна

$$\epsilon_R = \delta'_{SR} - i\Gamma'_{SR} = \frac{1}{2^{7/3}} U_{22}^{2/3} (1 - i\sqrt{3}) U_{12}^{4/3}. \quad (16)$$

Из уравнения (16) видно, что сдвиг и ширина ( $\delta'_{SR}$  и  $\Gamma'_{SR}$ ) теперь оказываются пропорциональны  $U_{12}^{4/3}$ . Физически это означает, что при приближении резонанса к порогу канала взаимодействие между связанным состоянием и континуумом усиливается и ширина резонанса увеличивается быстрее.

На рис. 1а показана зависимость коэффициента прохождения через систему короткодействующих точки и антиточки  $T$  от энергии падающего электрона  $E$  для постепенно растущих значений  $U_{22}$ . Значение силы взаимодействия внутри подзоны считалось постоянным и равным  $U_{12} = 0.11$ . Сдвиг резонанса в сторону меньших энергий является следствием постепенного увеличения энергии связи  $E_b = E_0 - E_2$ , равной разности энергий между квазисвязанным состоянием и первой подзоной, от которой это состояние отщепилось. По мере приближения резонанса

<sup>1)</sup> Для GaAs значение  $\hbar^2/2m$  равно примерно 0.57 эВ·нм<sup>2</sup>. В данной работе принимается  $\hbar^2/2m = 1$ . В данных вычислениях за единицу измерения матричного элемента  $U_{\nu\ell}$  можно принять 0.1 эВ·нм, что дает единицу энергии равную примерно 17.7 мэВ и единицу длины около 5.7 нм.



**Рис. 1.** (В цвете онлайн) *а*) Зависимость коэффициента прохождения  $T$  от энергии падающего электрона  $E$  для постепенно увеличивающихся значений  $U_{22}$  (единицы измерения см. в сноске <sup>1)</sup>). Для сплошной (красной) линии  $U_{22} = 1.2$ , для штриховой (синей) линии  $U_{22} = 1.82$  и для штрихпунктирной (зеленой) линии  $U_{22} = 1.95$ . *б*) Точная (штрихпунктирная зеленая линия) и приближенная (сплошная фиолетовая линия) зависимость коэффициента прохождения от энергии падающих электронов для  $U_{22} = 1.95$ . *в*) Ширина резонанса  $\Gamma$  в зависимости от  $U_{12}$  для двух значений  $U_{22}$ . Штриховая (фиолетовая) линия — приближенная ширина резонанса, полученная с помощью уравнения (16) для  $U_{22} = 1.95$

к порогу канала (при увеличении  $U_{22}$ ) видно, что ширина растет из-за сингулярного поведения плотности состояний на пороге. Приближенное значение коэффициента прохождения вблизи порога канала, вычисленное из уравнения (15) для  $U_{22} = 1.95$ ,

показано на рис. 1*б* вместе с точным результатом. Отметим, что вблизи от порога они практически одинаковы. На рис. 1*б* показана ширина резонанса  $\Gamma$  в зависимости от силы взаимодействия  $U_{12}$  для двух значений  $U_{22}$ . Для сплошной (красной) линии  $U_{22} = 1.2$ , что соответствует резонансу вдали от порога (см. рис. 1*а*), а для штрихпунктирной (зеленой) линии  $U_{22} = 1.95$ , что соответствует резонансу вблизи порога. Заметим, что ширина растет гораздо быстрее при  $U_{22} = 1.95$ , т. е. при возникновении резонанса вблизи от границы подвижности. Штриховой (фиолетовой) линией показано приближенное значение ширины резонанса, полученное из уравнения (16). Отметим, что этот не зависящий от энергии приближенный результат воспроизводит ожидаемое увеличение скорости роста ширины резонанса и находится в хорошем согласии с точными результатами.

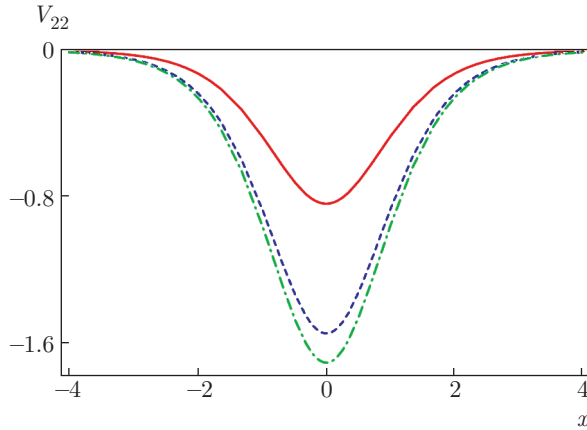
Упомянутое выше принципиальное условие  $U_{11} \approx 0$  может быть удовлетворено, поскольку  $\gamma_d < 0$  и  $\gamma_a > 0$ . Отметим также, что другой способ настройки параметров системы точка-антиточка, позволяющий сделать эффективный потенциал  $V_{22}(x)$  отрицательным без изменения соотношения между  $\gamma_d$  и  $\gamma_a$ , состоит в выборе потенциала  $v_a(y) = \delta(y - W/2)$ , т. е. в виде  $\delta$ -функции в поперечном направлении  $y$ , размещенной посередине волновода (в узле второй моды). При этом, конечно,  $v_d(y)$  может оставаться произвольным. Тогда  $v_{22}^{(a)} = 0$  и, следовательно,  $-U_{22} < 0$ . Увеличение  $U_{22}$  (т. е. увеличение глубины потенциала  $V_{22}(x)$ ) вызывает сдвиг резонанса Фано к краю подвижности. Отметим также, что  $U_{22}$  отражает совместное влияние амплитуд потенциалов  $\gamma_d, \gamma_a$  и их формы в поперечном направлении  $v_{d,a}(y)$  (через матричный элемент взаимодействия  $v_{22}^{(d,a)}$ ). Таким образом, изменения как амплитуд, так и матричных элементов взаимодействия приводят к сдвигу положения резонанса, что позволяет контролировать возникновение резонанса Фано.

### 3.2. Точка и антиточка с конечным радиусом взаимодействия

Рассмотрим теперь рассеивающий потенциал типа Пешля–Теллера с конечным радиусом взаимодействия

$$V(x, y) = \frac{\hbar^2}{2m} \operatorname{sech}^2(\alpha x)v(y), \tag{17}$$

где  $v(y)$  снова описывает точку и антиточку точно так же, как в рассмотренном выше случае корот-



**Рис. 2.** (В цвете онлайн) Эффективный одномерный потенциал Пешля–Теллера  $V_{22} = -U_{22} \operatorname{sech}^2(\alpha x)$ , построенный для трех значений глубины  $U_{22}$ : сплошная (красная) линия соответствует  $U_{22} = 0.84$ , штриховая (голубая) линия —  $U_{22} = 1.55$ , штрихпунктирная (зеленая) линия —  $U_{22} = 1.71$ , значение  $\alpha = 0.8$  одинаково для всех кривых (единицы измерения см. в сноске <sup>1)</sup>)

кодействующего потенциала. Матричные элементы теперь принимают вид

$$V_{nl}(x) = -U_{nl} \operatorname{sech}^2(\alpha x),$$

где  $\alpha^{-1}$  — длина затухания. Расчет рассеивающих и связанных состояний для эффективных потенциалов  $V_{11}(x)$  и  $V_{22}(x)$  был выполнен ранее (см. работу [6] и приложение к ней) и здесь не приводится. В данной работе рассмотрено одно связанное состояние в потенциале

$$V_{22}(x) = -U_{22} \operatorname{sech}^2(\alpha x)$$

(см. рис. 2), которое задается условием  $E_0 = E_2 - (\alpha^2/4) \left[ -1 + \sqrt{1 + (4U_{22}/\alpha^2)} \right]^2$ . Для этого потенциала вычисление члена собственной энергии в уравнении (11) дает

$$\begin{aligned} \delta_{PT} &= \\ &= -\frac{U_{12}^2 (\alpha^2 + k^2)^2 \pi^2 \operatorname{sech}^2(k\pi/2\alpha) \cos \beta \operatorname{sh}(k\pi/2\alpha)}{16k\alpha^5 [\operatorname{sh}^2(k\pi/2\alpha) + \cos^2 \beta]}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{PT} &= \\ &= \frac{U_{12}^2 (\alpha^2 + k^2)^2 \pi^2 \operatorname{sech}^2(k\pi/2\alpha) \operatorname{sh}^2(k\pi/2\alpha)}{16k\alpha^5 [\operatorname{sh}^2(k\pi/2\alpha) + \cos^2 \beta]}, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $\beta = (\pi/2) \sqrt{1 + (4U_{11}/\alpha^2)}$ . Отметим, что  $\delta_{PT}$ ,  $\Gamma_{PT} \sim U_{12}^2$  как и в случае короткодействующего по-

тенциала. В режиме возникновения резонанса вблизи от края подвижности, т. е. при  $E_0 \rightarrow E_1$ , в том же приближении и предположении, что и для короткодействующего потенциала, в конечном счете получается следующее выражение для  $t_{PT}^{res}$ :

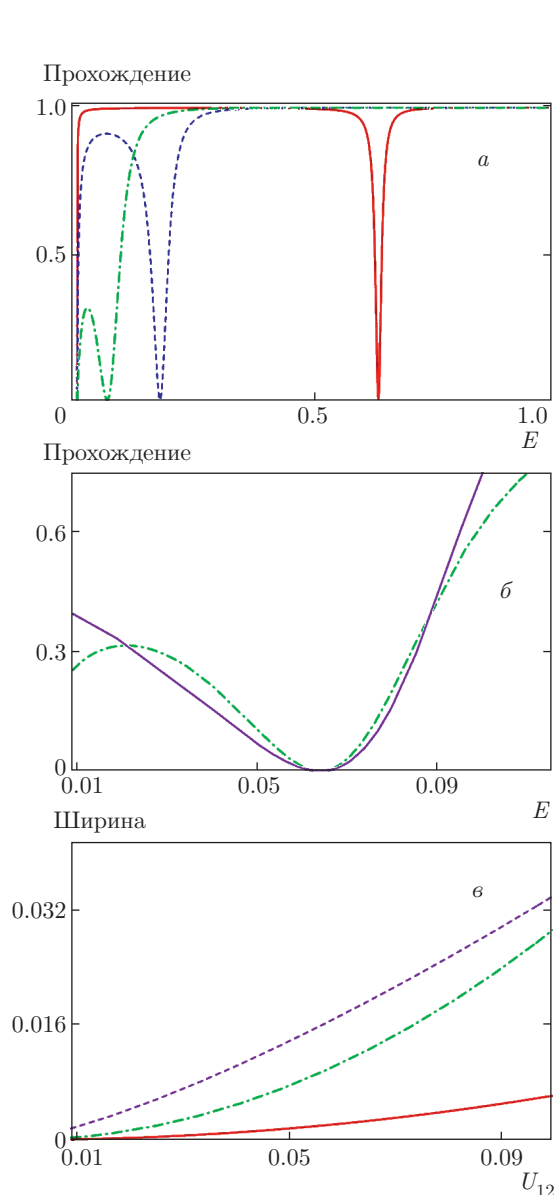
$$t_{PT}^{res} \approx \frac{16\alpha^5 \epsilon^{3/2}}{16\alpha^5 \epsilon^{3/2} + i\pi^2 \alpha^4 U_{12}^2}, \quad (20)$$

где сделаны дополнительные приближения  $(\alpha^2 + \epsilon)^2 \approx \alpha^4$  для  $\epsilon \ll 1$  и  $\operatorname{sech}(\pi\sqrt{\epsilon}/2\alpha) \approx 1$ . Резонансная энергия, определяемая полюсом уравнения (20), равна

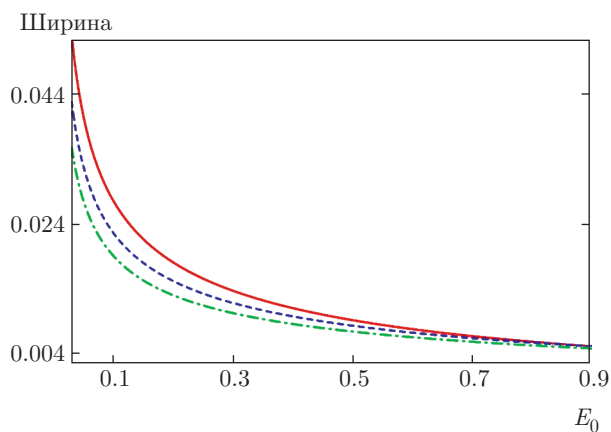
$$\epsilon_R = \delta'_{PT} - i\Gamma'_{PT} = \frac{1}{2^{11/3}} \frac{\pi^{4/3}}{\alpha^{2/3}} (1 - i\sqrt{3}) U_{12}^{4/3}. \quad (21)$$

Как и в случае короткодействующего потенциала  $\delta'_{PT}$ ,  $\Gamma'_{PT} \sim U_{12}^{4/3}$ , но теперь эти величины также зависят и от размера потенциала Пешля–Теллера  $\alpha^{-1}$ . Отметим также, что в этом режиме  $T \sim (E - E_0)^3$ , в отличие от зависимости  $T \sim (E - E_0)^2$ , справедливой в других случаях.

На рис. 3а показан коэффициент прохождения через систему точка–антиточка с потенциалом взаимодействия Пешля–Теллера  $T$  в зависимости от энергии падающего электрона  $E$  для постепенно увеличивающихся значений  $U_{22}$ . Как и в случае короткодействующего потенциала, величина взаимодействия внутри подзоны считается постоянной и равной  $U_{12} = 0.11$ , а обратная длина затухания равна  $\alpha = 0.8$ . Отметим, что положение резонанса зависит от характерного радиуса потенциала Пешля–Теллера  $\alpha^{-1}$ . При увеличении радиуса потенциалов Пешля–Теллера порог прохождения сдвигается выше по энергии и, следовательно, для приближения резонанса к  $E_1$  необходимы большие значения  $U_{22}$ . Отметим также, что, как и в случае короткодействующего потенциала, ширина резонанса увеличивается быстрее вблизи порога. Приближенный коэффициент прохождения вблизи порога канала, полученный с помощью уравнения (20), показан на рис. 3б для  $U_{22} = 1.71$  вместе с точным результатом. На рис. 3б показана зависимость ширины резонанса  $\Gamma$  от  $U_{12}$  для двух значений  $U_{22}$ . Для  $U_{22} = 1.71$ , что соответствует резонансу вблизи порога (см. рис. 3а), ширина растет много быстрее, чем вдали от порога (сплошная красная линия). Это поведение аналогично случаю короткодействующего потенциала за исключением того, что значения ширины резонанса  $\Gamma$  в случае потенциала Пешля–Теллера обычно оказываются больше. Физическая причина больших значений  $\Gamma$  состоит в возрастании интегральной силы  $\sim U_{22}/\alpha$  потенциала Пешля–Теллера с



**Рис. 3.** (В цвете онлайн) *а)* Зависимость коэффициента прохождения  $T$  от энергии падающих электронов  $E$  для постепенно возрастающих значений  $U_{22}$  (для обозначения единиц см. в сноске <sup>1)</sup>). Сплошная (красная) линия соответствует  $U_{22} = 0.84$ , штриховая (голубая) —  $U_{22} = 1.55$ , штрихпунктирная (зеленая) —  $U_{22} = 1.71$ . *б)* Точное (штрихпунктирная зеленая линия) и приближенное (сплошная фиолетовая линия) значения коэффициентов прохождения в зависимости от энергии падающих электронов для  $U_{22} = 1.71$ . *в)* Ширина резонанса  $\Gamma$  в зависимости от параметра  $U_{12}$  для двух значений  $U_{22}$ . Сплошная (оранжевая) линия —  $U_{22} = 0.84$ , штрихпунктирная (зеленая) —  $U_{22} = 1.71$ . Штриховой (фиолетовой) линией показано приближенное значение ширины резонанса, полученное из уравнения (21) для  $U_{22} = 1.71$



**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Зависимость ширины резонанса  $\Gamma$  от положения связанного состояния  $E_0$  для постепенно возрастающих значений  $\alpha$ . Сплошная (оранжевая) линия соответствует  $\alpha = 0.8$ , штриховая (голубая) —  $\alpha = 1.0$ , штрихпунктирная (зеленая) —  $\alpha = 1.2$  (единицы измерения см. в сноске <sup>1)</sup>)

конечным радиусом взаимодействия, что приводит к более сильному взаимодействию связанного состояния с континуумом. Это приводит к большей скорости распада  $\Gamma/\hbar$  квазисвязанного состояния в распространяющееся состояние. Этот эффект можно усилить за счет дальнейшего увеличения радиуса потенциала Пешля – Теллера  $\alpha^{-1}$ , что обсуждается далее при рассмотрении рис. 4. Пунктирная (фиолетовая) линия соответствует приближенной ширине резонанса, вычисленной при помощи уравнения (21). Приближенный результат воспроизводит ожидаемое увеличение скорости роста  $\Gamma$  для резонанса вблизи порога.

На рис. 4 показана зависимость ширины резонанса  $\Gamma$  от положения связанного состояния  $E_0$  для различных значений  $\alpha$  при фиксированном  $U_{12} = 0.11$ . Отметим, что при приближении связанного состояния (и, следовательно, положения резонанса) к порогу канала ширина резонанса начинает расти намного быстрее. Можно также отметить, что увеличение радиуса потенциала Пешля – Теллера  $\alpha^{-1}$  приводит к большей ширине резонанса, что согласуется с уравнением (21). Это связано с возрастанием интегральной силы потенциала Пешля – Теллера, что приводит к более сильному взаимодействию связанного состояния с континуумом, как обсуждалось выше.

#### 4. ВЫВОДЫ

Проанализирован новый сценарий возникновения резонанса Фано вблизи границы подвижности

квантового волновода с точкой и антиточкой. В этом режиме были получены аналитические выражения для резонансной энергии для случаев короткодействующего потенциала и потенциала с конечным радиусом взаимодействия. Показано, что при приближении резонанса Фано к границе подвижности ширина резонанса возрастает быстрее ( $\Gamma \sim U_{12}^{4/3}$ ), в то время как вдали от границы  $\Gamma \sim U_{12}^2$ . Эти результаты могут быть проверены в экспериментах, изучающих картину когерентного потока электронов при сужении в двумерном электронном газе. Рассеивающие потенциалы рассмотренных в данной работе типов могут использоваться, например, для моделирования электростатического воздействия иглы сканирующего микроскопа или влияния управляющих электродов, действующих как точка или антиточка.

А. М. С. выражает благодарность за частичную финансовую поддержку работы РФФИ (гранты №№ 16-57-51045, 16-07-01012 НИФ) и Министерством образования и науки Российской Федерации (проект № 3.3026.2017/ПП). Работа Й. С. Д. выполнена в рамках программы Brain Pool Program Корейской федерации научных и технологических обществ, финансируемой Министерством науки, информационных и коммуникационных технологий и будущего планирования (проект № 172S-1-3-1888).

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. Tekman and P. F. Bagwell, Phys. Rev. B **48**, 2553 (1993).
2. J. U. Nöckel and A. D. Stone, Phys. Rev. B **50**, 17415 (1994).
3. C. S. Kim, A. M. Satanin, Y. S. Joe, and R. M. Cosby, Phys. Rev. B **60**, 10962 (1999).
4. O. Olendski and L. Mikhailovska, Phys. Rev. B **67**, 035310 (2003).
5. V. Vargiamidis and H. M. Polatoglou, Phys. Rev. B **72**, 195333 (2005).
6. V. Vargiamidis and H. M. Polatoglou, Phys. Rev. B **71**, 075301 (2005).
7. A. M. Satanin and Y. S. Joe, Phys. Rev. B **71**, 205417 (2005).
8. A. A. Clerk, X. Waintal, and P. W. Brouwer, Phys. Rev. Lett. **86**, 4636 (2001).
9. J. Göres, D. Goldhaber-Gordon, S. Heemeyer, M. A. Kastner, H. Shtrikman, D. Mahalu, and U. Meirav, Phys. Rev. B **62**, 2188 (2000).
10. K. Kobayashi, H. Aikawa, S. Katsumoto, and Y. Iye, Phys. Rev. Lett. **88**, 256806 (2002).
11. K. Kobayashi, H. Aikawa, A. Sano, S. Katsumoto, and Y. Iye, Phys. Rev. B **70**, 035319 (2004).
12. A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **93**, 106803 (2004).
13. B. Luk'yanchuk, N. I. Zheludev, S. A. Maier, N. J. Halas, P. Nordlander, H. Giessen, and C. T. Chong, Nat. Mater. **9**, 707 (2010).
14. N. K. Emani, T.-F. Chung, A. V. Kildishev, V. M. Shalae, Y. P. Chen, and A. Boltasseva, Nano Lett. **14**, 78 (2014).
15. K. Liu, X. Xue, V. Sukhotskiy, and E. P. Furlani, J. Phys. Chem. C **120**, 27555 (2016).
16. M. D. Petrović and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **91**, 035444 (2015).
17. U. Fano, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).
18. A. Aharony, O. Entin-Wohlman, B. I. Halperin, and Y. Imry, Phys. Rev. B **66**, 115311 (2002).
19. T. S. Kim and S. Hershfield, Phys. Rev. B **67**, 235330 (2003).
20. A. I. Baz', Ya. B. Zel'dovich, and A. M. Perelomov, *Scattering, Reactions, and Decays in Nonrelativistic Quantum Mechanics*, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem (1969).
21. T. Petrosky, C. O. Ting, and S. Garmon, Phys. Rev. Lett. **94**, 043601 (2005).
22. H. Feshbach, Ann. Phys. (N. Y.) **5**, 357 (1958); **19**, 287 (1962).
23. H. Friedrich, *Theoretical Atomic Physics*, Springer-Verlag, Berlin (1990).