

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ АНОМАЛЬНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ СВЧ-МОЩНОСТИ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО ЭЛЕКТРОННОМУ ЦИКЛОТРОННОМУ НАГРЕВУ В ТОРОИДАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

*Е. З. Гусаков**, *А. Ю. Попов***

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 14 марта 2018 г.

Проанализирована нелинейная стадия параметрической распадной неустойчивости необыкновенной волны в присутствии немонотонного профиля плотности. В результате распада возбуждаются электронная бернштейновская волна, локализованная в окрестности локального максимума плотности, и ионная бернштейновская волна, которая покидает область нелинейного взаимодействия и поглощается ионами в окрестности гармоник ионной циклотронной частоты. В качестве основного механизма насыщения неустойчивости рассмотрен каскад распадов первичной дочерней электронной бернштейновской волны, который приводит к возбуждению локализованных вторичных электронных бернштейновских волн и ионных циклотронных (бернштейновских) волн. Локализация электронных бернштейновских волн является причиной значительного снижения порога возбуждения вторичных распадов, что, как представляется, обеспечивает насыщение первичной неустойчивости на наиболее низком уровне. Приведены аналитические оценки уровня насыщения первичной параметрической распадной неустойчивости волны накачки и уровня аномального поглощения мощности накачки. Выполнено численное моделирование для параметров, типичных для экспериментов по электронному циклотронному резонансному нагреву плазмы на второй гармонике резонанса в токамаке TCV.

DOI: 10.1134/S0044451018070155

1. ВВЕДЕНИЕ

Первые эксперименты по электронному циклотронному резонансному (ЭЦР) нагреву термоядерной плазмы в крупномасштабных тороидальных установках управляемого термоядерного синтеза были проведены в начале 80-х гг. на токамаке T-10 [1]. С тех пор этот метод нагрева был успешно использован в большинстве тороидальных установок во всем мире [2–4]. Был проведен большой объем физических исследований по стабилизации и инициации неустойчивостей плазменного шнура за счет локального энерговклада, по предьонизации и предварительному нагреву плазмы токамака, по управлению профилями тока и электронной температуры. Был также проведен теоретический анализ рас-

пространения СВЧ-волн в неоднородной высокотемпературной плазме и изучена возможность возбуждения нелинейных процессов, в частности, параметрических распадных неустойчивостей (ПРН) волны накачки. Полученные оценки порогов этих нелинейных явлений на уровне 10 МВт [5, 6] не оставляли возможности наблюдать их в эксперименте, за исключением случая дополнительного ЭЦР-нагрева с использованием пучка бернштейновских волн, когда имеет место возбуждение верхнего гибридного резонанса для волны накачки [7–10]. Накопленные экспериментальные данные подтвердили основные теоретические оценки и предсказания. В итоге, сложились следующие представления об этом методе дополнительного нагрева плазмы: ЭЦР-нагрев является технически надежным, профиль энергоделения волны накачки может быть предсказан с разумной точностью и СВЧ-волны при распространении в плазме не испытывают потерь от нелинейных распадных процессов. Это позволило рекомендовать этот метод для контроля неоклассической

* E-mail: evgeniy.gusakov@mail.ioffe.ru

** E-mail: a.popov@mail.ioffe.ru

тиринг-неустойчивости в будущем токамаке-реакторе ITER.

Однако за последние несколько лет было получено много свидетельств присутствия аномальных явлений при распространении СВЧ-волн в плазме. Среди них — эффект аномального рассеяния греющего излучения, обнаруженный в различных тороидальных установках [11–16], и генерация быстрых ионов при ЭЦР-нагреве [17, 18]. Эти явления, носящие в случае аномального рассеяния ярко выраженный пороговый характер, свидетельствуют о развитии нелинейных параметрических процессов при распространении волны накачки. В ответ на возникшие проблемы с объяснением экспериментальных данных были предложены сценарии распада и механизмы подавления конвективных потерь энергии дочерними волнами [19–23], которые позволили объяснить значительное снижение порогов возбуждения нелинейных процессов. Их ключевым элементом является возможность трехмерной локализации [21–23] одной или обеих дочерних волн в области распада при наличии немонотонного профиля плотности плазмы и в присутствии пучка накачки конечной ширины. Отметим, что немонотонный профиль плотности плазмы существует на оси разряда и, кроме того, часто формируется в разряде из-за особенности удержания плазмы в магнитном острове или аномального конвективного выноса плазмы из центральной зоны разряда (electron-pump-out) при мощном ЭЦР-нагреве.

На данный момент наиболее исследованным теоретически является сценарий двухплазмонного распада волны накачки необыкновенной поляризации на две верхнегибридные волны. Анализ насыщения этой неустойчивости с учетом таких механизмов, как истощение накачки, так и вторичных распадов первичных дочерних волн, предпринятый в работах [24–27], позволил определить уровень насыщения и аномально поглощаемую мощность. Анализ нелинейного взаимодействия дочерних волн [28], в результате которого возбуждается электромагнитная волна с частотой меньшей частоты волны накачки, позволил с хорошей точностью воспроизвести экспериментально измеренный частотный спектр аномального излучения плазмы и его радиационную температуру [14]. Согласие между выводами теоретической модели и экспериментальными данными является основанием для того, чтобы отнестись со всей серьезностью к предсказанному этой же моделью значительному уровню аномального поглощения (до 25 % мощности) волны накачки и требует оценки этого уровня в случае других сценариев низ-

копороговых распадных неустойчивостей. В частности, именно таким случаем представляется низкопороговое параметрическое возбуждение волной накачки необыкновенной поляризации локализованной электронной бернштейновской (ЭБ) и ионной бернштейновской (ИБ) волн. Впервые этот сценарий был рассмотрен в работе [20] в частном случае распространения необыкновенной волны в экваториальной плоскости. Было показано, что в присутствии немонотонного профиля плотности, при учете полоидальной неоднородности магнитного поля и тороидальной симметрии установки может происходить нелинейное возбуждение трехмерно локализованных резонансов ЭБ-волны. Трехмерная локализация дочерней ЭБ-волны при этом служит причиной возбуждения наиболее опасной абсолютной параметрической неустойчивости [20]. Предложенная модель позволила продемонстрировать принципиальную возможность низкопорогового развития абсолютной ПРН-волны накачки. Однако она не смогла даже качественно описать детали наблюдавшихся аномальных эффектов в силу малости инкремента распадной неустойчивости, причиной чему является большая область локализации ЭБ-волны в тороидальном направлении в сравнении с размером области распада. Однако уже в работе [23] было показано, что сама конечная ширина пучка мощных СВЧ-волн вносит в плазму дополнительную неоднородность, которая может приводить к локализации дочерней ЭБ-волны на магнитной поверхности. Инкремент ПРН-волны накачки в этом случае достигает $2\gamma \approx 50\text{--}70$ МГц, что затрудняет ее насыщение за счет нестационарности плазмы и делает актуальным анализ нелинейной стадии этой неустойчивости и оценку аномально поглощаемой мощности.

В настоящей работе мы проанализируем нелинейную стадию параметрического распада необыкновенной волны на ЭБ-волну и ИБ-волну, когда высокочастотная дочерняя волна заперта в окрестности локального максимума плотности, а низкочастотная может распространяться из области распада к ближайшей гармонике ионной циклотронной частоты и там поглощаться. Каскад распадов первичной дочерней ЭБ-волны, который приводит к возбуждению локализованных вторичных ЭБ-волн и электростатических ионных циклотронных (бернштейновских) волн, будет рассмотрен как основной механизм насыщения неустойчивости. Локализация вторичных ЭБ-волн является причиной значительного снижения порога возбуждения вторичных распадов, что, как представляется, обеспечивает насыщение первичной неустойчивости на наиболее низ-

ком уровне. Вывод выражения нелинейной восприимчивости плазмы, которое описывает нелинейное взаимодействие трех электростатических коротковолновых колебаний, представляет собой вспомогательную, но вместе с тем важную задачу, решение которой приведено в Приложении. Оценка уровня насыщения первичной ПРН-волны накачки позволяет сделать вывод об уровне аномального поглощения мощности накачки и оценить долю мощности, нелинейно передаваемую как высокочастотным ЭБ-волнам, так и низкочастотным ИБ-волнам. Полученный профиль энерговыделения ЭБ-волн отличается от предсказанного линейной теорией для самой волны накачки, что может хотя бы частично объяснить нелокальный перенос тепла, наблюдаемый в электронном канале при ЭЦР-нагреве [29,30]. Генерация ИБ-волн может быть причиной появления ускоренных ионов и формирования хвоста на ионной функции распределения при ЭЦР-нагреве.

Мы проиллюстрируем полученные результаты на примере данных, типичных для экспериментов по ЭЦР-нагреву плазмы на второй гармонике резонанса на токамаке TCV [18,31].

2. ПЕРВИЧНЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РАСПАД НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ

В неоднородной плазме тороидальной установки параметрический распад пучка СВЧ-волн конечной ширины происходит в окрестности точки, где выполнены распадные резонансные условия. Характерные размеры резонансного слоя много меньше характерных размеров неоднородных распределений температуры, плотности и магнитного поля. Это делает адекватным использование декартовой системы координат (x, y, z) с центром в точке, соответствующей локальному максимуму профиля плотности, координатой x , имитирующей потоковую переменную, и координатой z , направленной вдоль магнитного поля.

Рассмотрим волну необыкновенной поляризации, падающую на резонансный слой перпендикулярно внешнему магнитному полю $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_z$ и распространяющуюся внутрь плазмы вдоль оси \mathbf{e}_x

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_0(\omega_0, x) \left[\frac{E_0(y, z)}{2} \sqrt{\frac{\omega_0}{ck_x(\omega_0, x)}} \times \exp \left(i \int^x k_x(\omega_0, x') dx' - i\omega_0 t \right) + \text{c.c.} \right], \quad (1)$$

где \mathbf{e}_0 — вектор поляризации, $E_0(y, z; P_0)$ — поперечное распределение поля, которое будем считать гауссовским в пучке с радиусом w , P_0 — мощность накачки, y — координата в направлении орта $\mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x$; $k_x(\omega_0, x)$ и ω_0 — соответственно радиальная компонента волнового вектора и частота волны накачки. Рассмотрим распад волны накачки (1), в результате которого возбуждаются электростатические ИБ-волна, $\mathbf{E}_I = -\nabla\varphi_I$, и ЭБ-волна, $\mathbf{E}_E = -\nabla\varphi_E$.

Как показано в работе [20], ЭБ-волна может быть локализована в окрестности максимума профиля плотности $x_{max} = 0$. При отсутствии нелинейной связи ЭБ-волны с волной накачки и ИБ-волной, ее потенциал имеет постоянную амплитуду и может быть представлен в следующем виде:

$$\varphi_E(\mathbf{r}) = C_E \phi_n(x - x_E) \exp(iq_E x - i\omega_E t), \quad (2)$$

где $\mathbf{r}_E = (x_E, 0, 0)$, $\mathbf{q}_E = (q_E, 0, 0)$, ω_E — являются решением системы уравнений

$$D|_{\omega_E, q_E, x_E} \equiv D|_E = 0, \quad \partial D / \partial q_x|_E = 0, \\ \partial D / \partial x|_E = 0.$$

Первое из этих уравнений — дисперсионное уравнение ЭБ-волны, второе — условие наличия точки линейной трансформации, третье — условие наличия локального максимума плотности. Кроме того, в выражении (2) используются следующие обозначения: $C_E = \text{const}$,

$$\phi_n(x) = (\sqrt{\pi} 2^n n! \delta_x)^{-1/2} H_n(x/\delta_x) \exp(-x^2/(2\delta_x^2))$$

— набор собственных функций, описывающих локализованное решение, H_n — полиномы Эрмита,

$$\delta_x = \sqrt[4]{|\partial^2 D / (2\partial q_x^2)|_E / |\partial^2 D / (2\partial x^2)|_E}$$

— характерный масштаб области локализации ЭБ-волны.

В отсутствие нелинейного взаимодействия, частное решение, описывающее потенциал ИБ-волны, имеет вид

$$\phi_I(\mathbf{r}) = C_I \frac{D_{Iq}(x_E)^{1/2}}{D_{Iq}(x)^{1/2}} \times \exp \left(i \int^x q_I(x') dx' + i\omega_I t \right) + \text{c.c.}, \quad (3)$$

где q_I — решение дисперсионного уравнения ИБ-волны $D(\omega_I, q_I, x) \equiv D|_I = 0$, $D_{Iq} = \partial D / \partial q_x|_I$,

$\omega_I = \omega_0 - \omega_E$, $C_I = \text{const}$. Явный вид дисперсионного уравнения электростатических ЭБ- и ИБ-волн можно найти в работе [32]. В присутствии мощной волны накачки амплитуды дочерних волн $C_{E,I}$ перестают быть постоянными и являются решениями системы связанных уравнений в частных производных:

$$\left\{ i v_{gI} \frac{\partial}{\partial x} + \Lambda_I \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} C_I = \frac{\kappa^2}{D_{I\omega}} \frac{D_{Iq}(x)^{1/2}}{D_{Iq}(x_E)^{1/2}} \exp \left[-i \int^x \Delta q dx' \right] \varphi_n C_E, \quad (4)$$

$$\left\{ i \frac{\partial}{\partial t} + \Lambda_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} C_E = \int_{-\infty}^{\infty} dx \times \frac{\kappa^2}{D_{E\omega}} \frac{D_{Iq}(x_E)^{1/2}}{D_{Iq}(x)^{1/2}} \varphi_n^* \exp \left[i \int^x \Delta q dx' \right] C_I, \quad (5)$$

где

$$D_{E\omega} = |\partial D / \partial \omega|_E, \quad D_{I\omega} = |\partial D / \partial \omega|_I,$$

v_{gI} — модуль групповой скорости ИБ-волны вдоль направления неоднородности,

$$\Lambda_I = \frac{\partial^2 D / \partial q_z^2|_I}{2|D_{I\omega}|}, \quad \Lambda_E = \frac{\partial^2 D / \partial q_z^2|_E}{2|D_{E\omega}|}$$

— коэффициенты дифракции ИБ- и ЭБ-волн вдоль магнитной силовой линии,

$$\kappa^2 = \frac{E_0}{2H} \frac{c}{q_E} \frac{\chi_i(\omega_I) \chi_e(\omega_E)}{\omega_0^2 - \omega_{ce}^2}$$

— коэффициенты, которые описывают нелинейную связь дочерних волн и получены в дипольном приближении [33], $\chi_{e,i}$ — электронная и ионная восприимчивости плазмы на соответствующей частоте, не зависящие от ее амплитуды, явные выражения для которых можно найти в работе [32],

$$\Delta q(x) = k_x(x) + q_I(x) - q_E$$

— малая невязка распадного условия для волновых чисел взаимодействующих волн. Поскольку длина волны накачки много больше, чем у дочерних колебаний $k_x^{-1} \gg q_I^{-1}, q_E^{-1}$, использование дипольного приближения для описания нелинейной связи в данном случае является разумным приближением. В уравнении (4) мы пренебрегли зависимостью амплитуды ИБ-волны от времени, что делает его решение корректным лишь в области с характерным

размером $x_B \ll v_{gI} T$, где T — характерное время развития неустойчивости, находящейся в непосредственной близости от зоны возбуждения этих волн. Кроме того, в уравнениях (4) и (5) мы опустили члены, которые описывают дифракцию дочерних волн вдоль координаты y , т. е. поперек магнитного поля на магнитной поверхности. Последнее обусловлено малостью этих членов в сравнении с удержанными нами, которые описывают дифракцию этих волн вдоль магнитной силовой линии. Подробный вывод системы уравнений (4) и (5) может быть найден в работе [20]. Интегрируя уравнение (4) с учетом граничного условия $C_I(x \rightarrow \infty) = 0$, мы найдем амплитуду ИБ-волны

$$C_I(x, z) = i \int_x^{\infty} \frac{dx' \varphi_n(x')}{D_{Iq}(x')^{1/2} D_{Iq}(x_E)^{1/2}} \times \exp \left[-i \int^x \Delta q dx'' \right] \times \int_{-\infty}^{\infty} dz' G(x' - x, z' - z) \kappa^2(z') C_E(z'), \quad (6)$$

где

$$G(x, z) = \sqrt{\frac{v_{gI} i}{4\pi \Lambda_I |x|}} \exp \left(-\frac{i v_{gI} z^2}{4 \Lambda_I |x|} \right)$$

— функция Грина этого уравнения. Обычно характерное время выноса энергии ИБ-волны в направлении неоднородности плазмы из области распада размером δ_x меньше времени выноса ее энергии вдоль магнитного поля из области локализации пучка радиуса w , т. е. $\pi w^2 |v_{gI}| / (\Lambda_I \delta_x) \gg 1$. В этом случае интегральный оператор в правой части выражения (6) может быть сведен к дифференциальному оператору

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz' G(x - x', z - z') f(z') \approx f(z) + \frac{\partial^2 f}{2 \partial z^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} dz' G(x - x', z - z') (z - z')^2 + \dots \quad (7)$$

Подставим выражение (7) в уравнение (5) и выполним интегрирование по координате x . В результате уравнение (5) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} C_E - i \Lambda_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} C_E - i \Lambda_s C_0(z) \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C_0^*(z) C_E) = \gamma(z) C_E, \quad (8)$$

где введены следующие обозначения: $C_0 = \exp(-z^2/(2w^2))$,

$$\gamma(z) = \frac{\kappa^4}{v_{gI}|x_E D_{E\omega}|x_E D_{I\omega}|x_E} \int_{-\infty}^{\infty} dx \times \int_0^{\infty} d\rho \varphi_n \left(x + \frac{\rho}{2}\right) \varphi_n \left(x - \frac{\rho}{2}\right) \times \exp \left(i \int_{x-\rho/2}^{x+\rho/2} \Delta q dx' \right),$$

$$\Lambda_s = -\frac{\kappa^4}{D_{E\omega}|x_E D_{I\omega}|x_E} \frac{\Lambda_I|x_E}{v_{gI}|x_E^2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \times \int_0^{\infty} d\rho \rho \varphi_n \left(x + \frac{\rho}{2}\right) \varphi_n \left(x - \frac{\rho}{2}\right) \times \exp \left(i \int_{x-\rho/2}^{x+\rho/2} \Delta q dx' \right).$$

Коэффициент Λ_s описывает дифракцию ЭБ-волны в результате ее нелинейной связи с дифрагирующей ИБ-волной в присутствии накачки и является малой поправкой к Λ_E . Уравнение (4) и формула (6) позволяют оценить долю мощности накачки, передаваемую ИБ-волнам. Действительно, выражая эту мощность через поток энергии ИБ-волн из области параметрического взаимодействия

$$P_I = \int_{-z_B}^{z_B} v_{gI} W_I dz + 2 \int_{-x_B}^{x_B} S_{Iz} dx,$$

где

$$W_I = \frac{\omega_I D_{I\omega}|x_E}{16\pi} |C_I|_{x=-x_B}^2$$

— плотность энергии первичных ИБ-волн на границе $x = -x_B$, а

$$S_{Iz} = i\Lambda_I \frac{\omega_I D_{I\omega}|x_E}{16\pi} \left| C_I^* \frac{\partial}{\partial z} C_I - C_I \frac{\partial}{\partial z} C_I^* \right|_{\pm z_B}$$

— плотность потока энергии ИБ-волн через границы $z = -z_B$ и $z = z_B$. Используя уравнение (4), мы получим

$$P_I = i \frac{\omega_I \kappa^2}{16\pi} \int_{-x_B}^{x_B} dx \left(\exp \left[-i \int^x \Delta q dx' \right] \varphi_n \times \int_{-z_B}^{z_B} dz C_E C_I^* - \exp \left[i \int^x \Delta q dx' \right] \varphi_n^* \times \int_{-z_B}^{z_B} dz C_E^* C_I \right). \quad (9)$$

При выводе мы предполагали, что границы интегрирования находятся за пределами области взаимодействия волн, так что выполняются неравенства $|x_B| \gg 2^n n! \delta_x$ и $|z_B| \gg w$. Учитывая выражение (7), мы можем приближенно представить выражение (9) в следующем виде:

$$P_I = \frac{\omega_I}{\omega_E} P_E, \quad P_E = \frac{\omega_E D_{E\omega}|x_E}{16\pi} \int_{-z_B}^{z_B} dz \gamma(z) |C_E|^2. \quad (10)$$

Далее, будем искать экспоненциально растущее решение уравнения (8) $C_E = C_{E0} \exp(\nu t)$. В случае, когда параметрическая накачка существенно превышает дифракционные потери, т. е. при выполнении условия $\gamma(0) \gg (\Lambda_E + \Lambda_s)/(2w^2)$, мы можем преобразовать уравнение (8), разложив в ряд Тейлора его коэффициент $\gamma(z)$. В результате получим следующее уравнение второго порядка:

$$(\Lambda_E + \Lambda_s) \frac{\partial^2}{\partial z^2} C_{E0} = i \left[\gamma(0) - \nu - \gamma(0) \frac{z^2}{w^2} \right] C_{E0}. \quad (11)$$

Собственные функции этого уравнения имеют вид

$$C_{E0}(n, z) = \exp \left\{ -\exp \left(-i \frac{\pi}{4} \right) \sqrt{\frac{|\gamma(0)|}{\Lambda_E + \Lambda_s}} \frac{z^2}{2w} \right\} \times H_n \left\{ \exp \left(-i \frac{\pi}{8} \right) \sqrt{\frac{|\gamma(0)|}{\Lambda_E + \Lambda_s}} \frac{z}{\sqrt{w}} \right\}. \quad (12)$$

Решение (12) демонстрирует возможность локализации ЭБ-волны в тороидальном направлении в присутствии мощного пучка накачки. Инкремент абсолютной неустойчивости и поправка к собственной частоте в этом пределе имеют вид

$$\nu_n = \gamma(0) - (2n + 1) \sqrt{\frac{|\gamma(0)|}{2w^2} (\Lambda_E + \Lambda_s)}, \quad \delta\omega_n = -(2n + 1) \sqrt{\frac{|\gamma(0)|}{2w^2} (\Lambda_E + \Lambda_s)}. \quad (13)$$

Порог возбуждения абсолютной неустойчивости определяется балансом параметрической накачки и дифракционных потерь из области распада

$$|\gamma(P_{th})| = \frac{1}{2w^2} (\Lambda_E + \Lambda_s). \quad (14)$$

В следующем разделе мы рассмотрим случай сильного превышения порога первичной неустойчивости, определяемого уравнением (14), и проанализируем распад первичной ЭБ-волны на вторичные ЭБ- и ИБ-волны в качестве механизма насыщения этой абсолютной неустойчивости.

3. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РАСПАД ПЕРВИЧНОЙ ЭБ-ВОЛНЫ

Рассмотрим параметрический распад локализованной ЭБ-волны (2), (12), в результате которого возбуждаются также локализованная ЭБ-волна и ИБ-волна

$$\phi'_E(\mathbf{r}) = C'_E \varphi_m(x - x'_E) \exp(iq'_E x - i\omega'_E t), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \phi'_I(\mathbf{r}) = C'_I \frac{D'_{Iq}(x_E)^{1/2}}{D'_{Iq}(x)^{1/2}} \times \\ \times \exp\left(i \int^x q'_I(x') dx' + i\omega'_I t\right) + \text{с.с.}, \quad (16) \end{aligned}$$

где амплитуды $C'_{I,E} = \text{const}$ в отсутствие первичной ЭБ-волны, а параметры этих волн определены так же, как для первичных дочерних волн. Распад происходит в окрестности точки x_d , где выполнены распадные резонансные условия $\Delta Q = q_E - q'_E - q'_I(x_d) = 0$, $\omega_E = \omega'_E + \omega'_I$. Система интегральных уравнений, описывающая этот распад, может быть получена аналогично уравнениям (4) и (5)

$$\begin{aligned} \left\{ i v'_{gI} \frac{\partial}{\partial x} + \Lambda'_I \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} C'_I = \\ = - \frac{\chi_e^{nl*}}{D'_{I\omega}} \frac{|e|}{2T_e} \varphi_m \varphi_n^* \exp\left[-i \int^x \Delta Q dx'\right] C'_E C_E^*, \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\{ i \frac{\partial}{\partial t} + \Lambda'_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right\} C'_E = - \frac{|e|}{2T_e} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\chi_e^{nl}}{D'_{E\omega}} \varphi_m^* \varphi_n \exp\left[i \int^x \Delta Q dx'\right] C'_I C_E, \quad (18) \end{aligned}$$

где v'_{gI} — модуль групповой скорости вторичной ИБ-волны вдоль направления неоднородности, Λ'_I и Λ'_E — коэффициенты дифракции вторичных ИБ- и ЭБ-волн вдоль магнитной силовой линии, χ_e^{nI} — нелинейная восприимчивость, явное выражение для которой (А.10) получено в Приложении. В уравнениях (17) и (18), так же как и в уравнениях (4), (5), мы опустили члены, которые описывают дифракцию дочерних волн вдоль координаты y , т. е. поперек магнитного поля, что обусловлено малостью этих членов в сравнении с удержанными нами. Интегрируя уравнение (17) с учетом граничного условия $C'_I(x \rightarrow \infty) = 0$, мы найдем амплитуду ИБ-волны

$$\begin{aligned} C'_I(x, z) = -i \frac{|e|}{2T_e} \int_x^{\infty} \frac{dx' \varphi_m(x') \varphi_n^*(x')}{D'_{Iq}(x)^{1/2} D'_{Iq}(x_E)^{1/2}} \times \\ \times \exp\left[-i \int^{x'} \Delta Q dx''\right] \int_{-\infty}^{\infty} dz' G(x' - x, z' - z) \times \\ \times \chi_e^{nl*}(z') C'_E(z') C_E(z')^*. \quad (19) \end{aligned}$$

В случае, когда характерное время выноса энергии ИБ-волны в направлении неоднородности плазмы из области распада размером δ_x много меньше времени выноса ее энергии вдоль магнитного поля, т. е. $\pi w^2 |v'_{gI}| / (\Lambda'_I \delta_x) \gg 1$, интегральный оператор в правой части выражения (19), с помощью соотношения (7), может быть сведен к дифференциальному. В результате уравнение (18) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} C'_E - i \Lambda'_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} C'_E - i \Lambda'_s \frac{|e|^2 q'_I}{T_e^2} C_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C_E C'_E) = \\ = \gamma' \frac{|e|^2 q'_I}{T_e^2} |C_E|^2 C'_E, \quad (20) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \gamma' = \frac{|\chi_e^{nl}|^2}{4 D'_{E\omega} |x_E q'_I D'_{Iq}| x_E} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_0^{\infty} d\rho \varphi_m^* \left(x + \frac{\rho}{2}\right) \times \\ \times \varphi_m \left(x - \frac{\rho}{2}\right) \varphi_n \left(x + \frac{\rho}{2}\right) \varphi_n^* \left(x - \frac{\rho}{2}\right) \times \\ \times \exp\left(i \int_{x-\rho/2}^{x+\rho/2} \Delta Q dx'\right), \end{aligned}$$

$$\Lambda'_s = -\frac{|\chi_e^{nl}|^2 \Lambda'_I}{4|v'_{gI}|_{x_E} D'_{E\omega}|_{x_E} q'_I D'_{Iq}|_{x_E}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \rho d\rho \varphi_m^* \left(x + \frac{\rho}{2}\right) \varphi_m \left(x - \frac{\rho}{2}\right) \varphi_n \left(x + \frac{\rho}{2}\right) \times$$

$$\times \varphi_n^* \left(x - \frac{\rho}{2}\right) \exp \left(i \int_{x-\rho/2}^{x+\rho/2} \Delta Q dx' \right)$$

и $q'_I = q'_I|_E$. Уравнение (20) описывает вторичную неустойчивость. При этом для учета истощения первичной ЭБ-волны в правой части уравнения (8) надо учесть член, описывающий вторичный распад. В этом случае уравнение имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} C_E - i\Lambda_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} C_E - i\Lambda_s C_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C_0^* C_E) -$$

$$- i\Lambda'_s \frac{|e|^2 q'_I}{T_e^2} C'_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C'^*_E C_E) =$$

$$= \gamma C_E - \gamma' \frac{|e|^2 q'_I}{T_e^2} |C'_E|^2 C_E. \quad (21)$$

Доля мощности накачки, нелинейно передаваемая вторичным ИБ-волнам, которые генерируются в результате распада первичной ЭБ-волны, может быть оценена из уравнения (17) аналогично тому, как это было сделано в случае первичной ИБ-волны (см. выражение (10)). Соответствующая мощность дается соотношением

$$P'_I = \frac{\omega'_I}{\omega'_E} P'_E, \quad P'_E = \gamma' \frac{\omega'_E D'_{E\omega}|_{x_E}}{16\pi} \times$$

$$\times \int_{-z_B}^{z_B} dz \frac{|e|^2 q'_I |C_E(z)|^2}{T_e^2} |C'_E(z)|^2. \quad (22)$$

Отметим, что полученные уравнения (20) и (21) исчерпывающим образом описывают насыщение первичной ПРН необыкновенной волны в результате вторичного распада ЭБ-волны.

4. НАСЫЩЕНИЕ ПЕРВИЧНОЙ РАСПАДНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В РЕЗУЛЬТАТЕ КАСКАДА ВТОРИЧНЫХ РАСПАДОВ

Рассмотрим насыщение ПРН необыкновенной волны в результате каскада вторичных распадов первичной дочерней ЭБ-волны для условий экспериментов по центральному ЭЦР-нагреву на токамаке TCV ($R_0 = 88$ см, $a = 25$ см, $T_{e0} = 1$ кэВ, $H_0 = 1.4$ Тл, $f_0 = 82.6$ ГГц). В ходе этих экспериментов

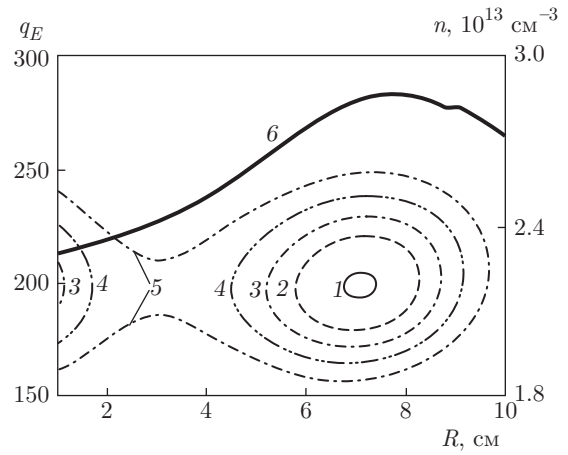


Рис. 1. Левая и нижняя оси — дисперсионные кривые ЭБ-волн. Сплошная линия 1 — $n = 0$, $f_E = 82.012$ ГГц, линия 2 — $n = 12$, $f_E = 81.97$ ГГц, линия 3 — $n = 24$, $f_E = 81.905$ ГГц, линия 4 — $n = 42$, $f_E = 81.832$ ГГц, линия 5 — нелокализованная волна на частоте $f_E = 81.756$ ГГц. Правая и нижняя оси — профиль плотности (толстая сплошная линия 6), измеренный в эксперименте [31]

наблюдались формирование провального профиля плотности в результате аномального конвективного выноса плазмы из центральной зоны разряда [31] и генерация быстрых ионов [18, 31]. Даже при сравнительно небольшой амплитуде дочерних ЭБ-волн каскад вторичных распадов продолжается до тех пор, пока возбуждаемая вторичная ЭБ-волна остается локализованной. На рис. 1 изображены профиль плотности (толстая сплошная линия), измеренный в эксперименте [31], и дисперсионные кривые ЭБ-волн на разных частотах. Сплошной линией 1 показана зависимость, соответствующая фундаментальной моде $n = 0$ ($f_E = 82.012$ ГГц), линией 2 — моде $n = 12$ ($f_E = 81.97$ ГГц), линией 3 — моде $n = 24$ ($f_E = 81.905$ ГГц), линией 4 — моде $n = 42$ ($f_E = 81.832$ ГГц). Линия 5 соответствует ЭБ-волне, которая не может быть локализована ($f_E = 81.756$ ГГц). Возбуждение абсолютной неустойчивости в последнем случае возможно только при наличии между двумя точками, где выполнены распадные резонансные условия

$$\Delta Q^{IV}(x_{d1,2}^{IV}) = q'''_E - q^{IV}_E - Q^{IV}_I(x_{d1,2}^{IV}) = 0,$$

петли обратной связи для двух дочерних ЭБ- и ИБ-волн (четвертого поколения), распространяющихся в противоположных направлениях [34, 35]. Как было показано в работах [34, 35], появление петли обратной связи имеет место при выполнении критерия

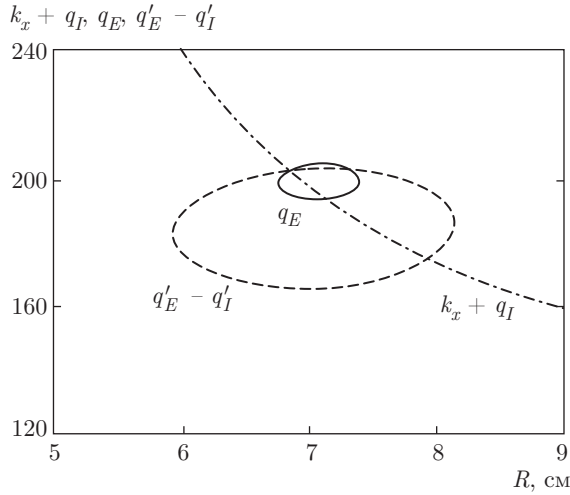


Рис. 2. Дисперсионные кривые, описывающие первичный и вторичный распады. Сплошная линия — дисперсионная кривая первичной ЭБ-волны ($n = 0$, $f_E = 82.012$ ГГц); штрихпунктирная линия — дисперсионная кривая первичной ИБ-волны ($f_I = 0.588$ ГГц), которая смещена вверх на величину волнового вектора накачки; штриховая линия — дисперсионная кривая вторичной ЭБ-волны ($n = 12$, $f'_E = 81.97$ ГГц), которая смещена вниз на величину волнового вектора вторичной ИБ-волны ($f'_I = 0.042$ ГГц)

$$\pi Z = \pi \nu^2 \tau_I^{IV} \tau_E^{IV} > 1. \quad (23)$$

В выражении (23) мы использовали новые обозначения:

$$\nu^2 = \frac{4\pi |\chi_\epsilon^{nl}|^2 |e|^2 w_E}{D_{I\omega}^{IV} D_{E\omega}^{IV} D_{E\omega}^{IV} \omega_E T_e^2}$$

— квадрат коэффициента нелинейной связи трех электростатических волн, w_E — плотность энергии распадающейся волны третьего поколения, $\tau_{E,I}^{IV} = l_d / |v_{gE,I}^{IV}|$ — промежуток времени, в течение которого соответствующая дочерняя волна четвертого поколения остается в области нелинейного взаимодействия,

$$l_d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dx dx' \exp \left[i \int_x^{x'} \Delta Q^{IV} dx'' \right]$$

— квадрат длины области нелинейного взаимодействия. Порог для параметрического возбуждения петли обратной связи существенно выше, чем для параметрического возбуждения локализованной дочерней волны. Этот факт существенно ограничивает количество вторичных распадов. Для того профиля плотности, который анализируется в настоящей работе, их число равно трем. Количественное подтверждение последнего утверждения будет приведено ниже.

На рис. 2 проиллюстрирован вторичный распад первичной ЭБ-волны. На нем можно видеть дисперсионные кривые первичной ЭБ-волны (сплошная линия, $n = 0$ и $f_E = 82.012$ ГГц), дисперсионные кривые первичной ИБ-волны (штрихпунктирная линия, $f_I = 0.588$ ГГц), которая смещена вверх на величину волнового вектора накачки, и вторичной ЭБ-волны (пунктирная линия, $n = 12$, $f'_E = 81.97$ ГГц), которая смещена вниз на величину волнового числа ИБ-волны ($f'_I = 0.042$ ГГц), участвующей в первом каскаде вторичных распадов. При первичном распаде низкочастотный спутник соответствует ИБ-волне в окрестности высокой ИЦ-гармоники (а именно, сорок второй). При вторичных распадах генерируются ИБ-волны с частотами в окрестности низких гармоник (4)–(7) ИЦ-резонанса, причем их волновые векторы много меньше волновых векторов ЭБ-волн $q_{Ex}, q'_{Ex} \gg q'_{Ix}, q''_{Ex}, q'_{Ex} \gg q'_{Ix}, q''_{Ex}, q'''_{Ex} \gg q''_{Ix}$. Именно они обеспечивают наиболее эффективную связь между нелинейно взаимодействующими ЭБ-волнами. Каскад распадов, проиллюстрированный дисперсионными кривыми дочерних высокочастотных ЭБ-волн на рис. 1, описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} C_E - i\Lambda_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} C_E - i\Lambda_s C_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C_0^* C_E) - \\ - i\Lambda'_s \frac{|e|^2 q'_I}{T_e^2} C'_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C'^*_E C_E) = \\ = \gamma C_E - \gamma' \frac{|e|^2 q'_I}{T_e^2} |C'_E|^2 C_E, \\ \frac{\partial}{\partial t} C'_E - i\Lambda'_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} C'_E - i\Lambda'_s \frac{|e|^2 q'_I}{T_e^2} C'_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C'^*_E C'_E) - \\ - i\Lambda''_s \frac{|e|^2 q''_I}{T_e^2} C''_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C''^*_E C'_E) = \\ = \gamma' \frac{|e|^2 q'_I}{T_e^2} |C'_E|^2 C'_E - \gamma'' \frac{|e|^2 q''_I}{T_e^2} |C''_E|^2 C'_E, \\ \frac{\partial}{\partial t} C''_E - i\Lambda''_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} C''_E - \\ - i\Lambda''_s \frac{|e|^2 q''_I}{T_e^2} C''_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C''^*_E C''_E) - \\ - i\Lambda'''_s \frac{|e|^2 q'''_I}{T_e^2} C'''_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C'''^*_E C''_E) = \\ = \gamma'' \frac{|e|^2 q''_I}{T_e^2} |C''_E|^2 C''_E - \gamma''' \frac{|e|^2 q'''_I}{T_e^2} |C'''_E|^2 C''_E, \\ \frac{\partial}{\partial t} C'''_E - i\Lambda'''_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} C'''_E - \\ - i\Lambda'''_s \frac{|e|^2 q'''_I}{T_e^2} C'''_E \frac{\partial^2}{\partial z^2} (C'''^*_E C'''_E) = \\ = \gamma''' \frac{|e|^2 q'''_I}{T_e^2} |C'''_E|^2 C'''_E. \end{aligned} \quad (24)$$

Систему уравнений (24) будем решать численно, предполагая, что начальное распределение первичных и вторичных дочерних плазмонов определяется тепловыми флуктуациями и, считая, что все коэффициенты, входящие в систему, не зависят от координат и времени. Будем использовать периодические граничные условия, которые используются для улучшения стабильности численной схемы и не связаны с тороидальной геометрией токамака. Пространственные размеры бокса $(-z_B, z_B)$, в котором ищется численное решение системы (24), выбираются такими, чтобы для наиболее низкочастотных мод переход к режиму возвращения дочерней волны обратно в область распада происходил за время, которое существенно больше времени перехода неустойчивости к уровню насыщения. Таким образом, решение, полученное для периодических граничных условий, будет правильно описывать экспериментальные наблюдения и механизм насыщения неустойчивости. В результате численного решения системы нелинейных уравнений в частных производных (24), считая, что мощность накачки $P_0 = 600$ кВт, мы получили временные зависимости средней энергии различных дочерних плазмонов в области локализации пучка накачки

$$[\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3] = \frac{1}{16\pi} \int_{-z_B}^{z_B} dz [\omega_E D_{E\omega} |C_E|^2, \omega'_E D'_{E\omega} |C'_E|^2, \omega''_E D''_{E\omega} |C''_E|^2, \omega'''_E D'''_{E\omega} |C'''_E|^2] \times \exp\left(-\frac{z^2}{w^2}\right).$$

Эти зависимости в логарифмическом масштабе приведены на рис. 3. Далее, попытаемся оценить их адекватность, сравнивая с аналитическими зависимостями и оценками. Анализируя рис. 3, можно отметить, что на начальной стадии развития первичной ПРН наблюдается экспоненциальный рост энергии плазмонов. На рис. 4 показано, что этот рост хорошо описывается аналитической зависимостью $2\nu t$, где $2\nu = 2\nu_0$ — значение инкремента первичной неустойчивости (13). Как только энергия первичных плазмонов становится большой настолько, что порог вторичного распада оказывается превзойденным, мы наблюдаем рост энергии вторичных ЭБ-плазмонов более быстрый, чем экспоненциальный, что связано с ростом во времени амплитуды первичных плазмонов. Вторичные плазмоны, в свою очередь, распадаются на третичные ЭБ-плазмоны и т.д. Как можно видеть на рис. 3, в результате непродолжительной колебательной эволюции через

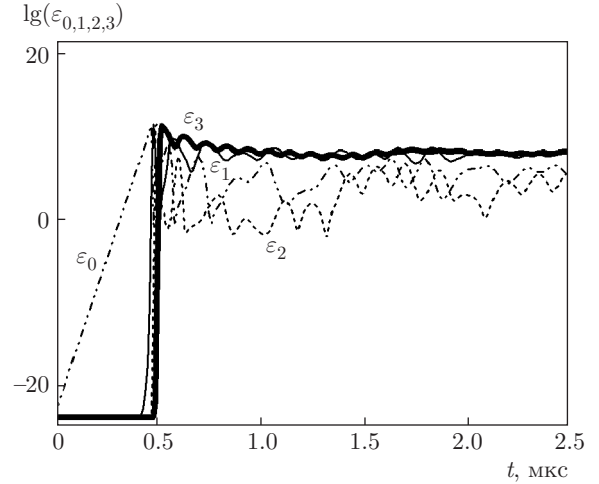


Рис. 3. Эволюция энергии дочерних первичных волн в области накачки в логарифмическом масштабе

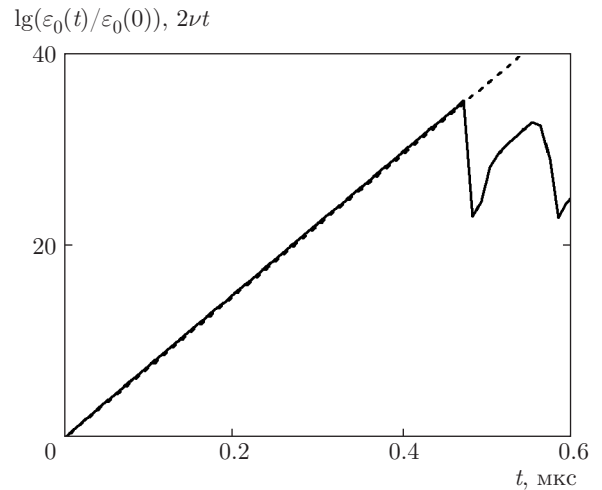


Рис. 4. Коэффициент усиления дочерней ЭБ-волны при первичном распаде первичных волн. Сплошная линия — численное решение, штриховая линия — аналитическое выражение $2\nu t$, где 2ν — инкремент (13) фундаментальной моды

1–1.5 мкс решения нелинейной системы уравнений релаксируют к квазистационарному состоянию, что особенно хорошо видно в случае плазмонов, обладающих наибольшей амплитудой. Уровни насыщения можно оценить количественно исходя из следующих соображений. Энергию третьего поколения плазмонов (ε_2^s) в стационарном состоянии можно найти из условия баланса дифракционных потерь ЭБ-волн четвертого поколения и их нелинейной накачки (см. последнее уравнение в (24))

$$\varepsilon_2^s = \left| \frac{\Lambda_E'''}{\pi w^2 \gamma'''} \right| \frac{T_e^2 \omega_E'' D''_{E\omega}}{q_I''' |e|^2 16\pi}. \quad (25)$$

Как видно из второго уравнения системы (24), уровень насыщения энергии первичных плазмонов ε_0^s определяется балансом нелинейной накачки вторичных плазмонов первичными и возможностью их распада на третичные ЭБ-волны. В итоге, мы можем оценить этот уровень следующим образом:

$$\varepsilon_0^s = \frac{D'_{E\omega}}{D''_{E\omega}} \left| \frac{\gamma''}{\gamma'} \right| \left| \frac{q'_I}{q_I} \frac{\omega_E}{\omega'_E} \right| \varepsilon_2^s. \quad (26)$$

Анализируя первое уравнение в системе (24), можно заметить, что энергия вторичных плазмонов в режиме насыщения определяется балансом нелинейной накачки под действием необыкновенной волны и интенсивности распада первичных плазмонов на вторичные:

$$\varepsilon_1^s = \omega'_E \frac{D'_{E\omega}}{16\pi} \frac{T_e^2}{q'_I |e|^2} \left| \frac{\gamma(0)}{\gamma'} \right|. \quad (27)$$

Наконец, анализируя третье уравнение системы, мы можем оценить уровень насыщения последнего поколения ЭБ-плазмонов следующим образом:

$$\varepsilon_3^s = \frac{D'''_{E\omega}}{D'_{E\omega}} \left| \frac{\gamma''}{\gamma'''} \right| \left| \frac{q''_I}{q_I} \frac{\omega'''_E}{\omega'_E} \right| \varepsilon_1^s. \quad (28)$$

Найденные оценки уровней насыщения показаны горизонтальными штриховыми линиями на рис. 5, где приводится детализированное изображение рис. 3 во временном окне, отвечающему режиму насыщения. Их сравнение с результатами численного расчета демонстрирует разумное согласие между этими зависимостями.

Вернемся к критерию (23), который позволяет оценить возможность возбуждения петли обратной связи при распаде ЭБ-волны с амплитудой C'''_E на нелокализованные ИБ-волну и ЭБ-волну, дисперсионные кривые которой приведены на рис. 1. Подставим в этот критерий значения уровня насыщения последнего (третьего) поколения ЭБ-плазмонов (28) и значения промежутков времени, в течение которых соответствующие дочерние волны (ЭБ и ИБ) остаются в области нелинейного взаимодействия. В итоге, мы получим следующее значение этого параметра $\pi Z \approx 0.012 \ll 1$, что свидетельствует о невозможности дальнейших распадов дочерних ЭБ-волн и справедливости развитой модели.

Полная энергия ЭБ-волн, генерируемых в рассматриваемом объеме, дается выражением

$$W_E = \frac{1}{16\pi} \int_{-z_B}^{z_B} dz (\omega_E D_{E\omega} |C_E(z, t)|^2 + \omega'_E D'_{E\omega} |C'_E(z, t)|^2 + \omega''_E D''_{E\omega} |C''_E(z, t)|^2 + \omega'''_E D'''_{E\omega} |C'''_E(z, t)|^2).$$

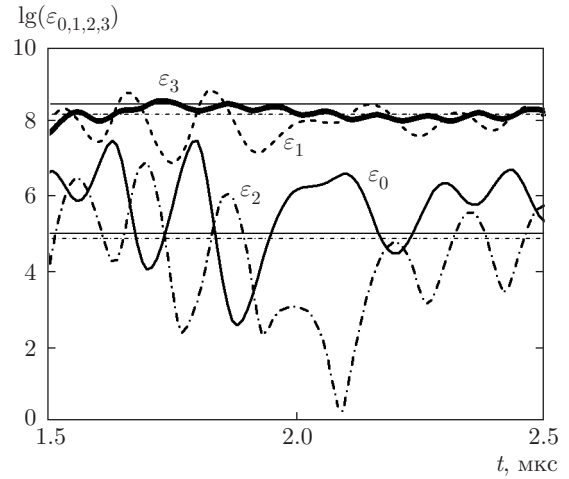


Рис. 5. Детализированное изображение рис. 3 во временном окне, отвечающем режиму насыщения. Горизонтальные линии — оценки уровней насыщения (26), (27), (25) и (28)

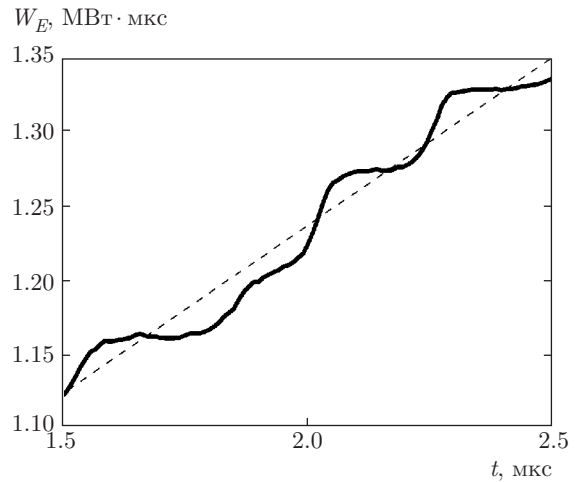


Рис. 6. Эволюция энергии, запасенной всеми ЭБ-волнами в объеме плазмы, в режиме насыщения неустойчивости (см. рис. 3 и 5). Линейная аппроксимация зависимости показана штриховой линией

На рис. 6 приведена временная эволюция W_E в режиме насыщения. Как видно, она может быть в среднем аппроксимирована линейной зависимостью, которая показана на рис. 6 штриховой линией, что позволяет определить мощность, уносимую ЭБ-волнами. Относительная величина мощности накачки, передаваемая дочерним ЭБ-волнам, равна

$$\frac{\Delta P_E}{P_0} = \frac{1}{P_0} \frac{\partial W_E}{\partial t}. \quad (29)$$

Результаты численного моделирования, выполненного для одних и тех же профилей плазмы и магнитного поля, предсказывают аномальные потери

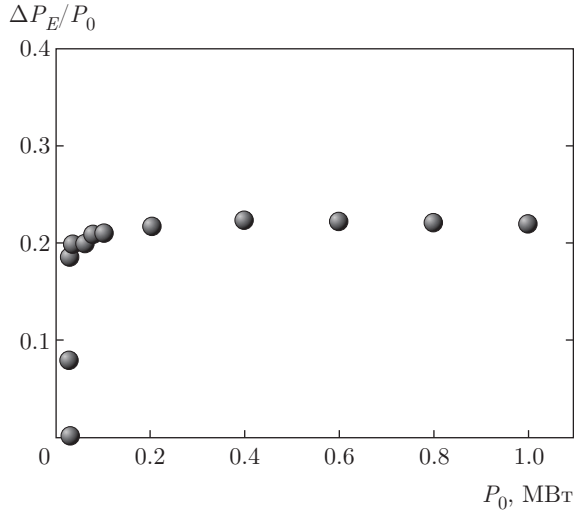


Рис. 7. Зависимость доли мощности накачки $\Delta P_E/P_0$, передаваемой в электронный канал по нелинейному механизму, от мощности первоначального пучка P_0 ; $P_0^{th} = 0.0378$ МВт

на уровне 22% (см. рис. 7) для всех мощностей накачки, превышающих пороговое значение ($P_0^{th} = 0.038$ МВт) более чем в 5 раз. Постоянство этого значения, обнаруженное численно, подтверждается аналитической оценкой

$$\frac{\Delta P_E}{P_0} \propto \frac{\varepsilon_1^s}{P_0} + \beta \frac{\varepsilon_3^s}{P_0} \propto \frac{\gamma(P_0)}{P_0} = \text{const}(P_0), \quad (30)$$

где β — численный коэффициент.

Таким образом, из-за рассмотренной в настоящей статье абсолютной ПРН от одной пятой до четверти мощности накачки поглощается в плазме совсем не там, где это предсказано в рамках представления о линейном характере резонансного взаимодействия волны накачки с электронами. Отличие профиля выделения энергии от рассчитанного в линейном приближении может хотя бы отчасти быть ответственно за наблюдаемое во многих экспериментах [29, 30] явление нелокального переноса тепла в электронном канале.

Зная пространственное распределение амплитуд дочерних ЭБ-волн и используя выражения (9) и (22), мы можем вычислить мощность, поглощаемую ионной компонентой плазмы:

$$\Delta P_I = P_I + P'_I + P''_I + P'''_I \approx \frac{\omega_I}{\omega_E} \Delta P_E, \quad (31)$$

где P'_I, P''_I, P'''_I определены аналогично (22), а ΔP_E найдено численно согласно выражению (29). Для условий ЭЦР-нагрева в эксперименте на токамаке TCV, которые использовались при решении системы уравнений (24), численный анализ дает значение равное $\Delta P_I \simeq 1$ кВт.

Доминирующий вклад в выражение (31) вносит первый член, описывающий эффективность нелинейной перекачки энергии первичным ИБ-волнам. Частота этих коротковолновых ($q_I \rho_i \gg 1$, где ρ_i — ионный ларморовский радиус) колебаний много больше ионной циклотронной $\omega_I \gg \omega_{ci}$. Как было показано в работе [36], ионы при взаимодействии с такими волнами ведут себя как немагнитиченные, начиная уже с небольших амплитуд. Основной вклад в происходящее при этом затухание волны по механизму Ландау вносят частицы с поперечной скоростью порядка ω_I/q_I , которая больше тепловой скорости ионов. В этом случае становится возможной генерация группы ускоренных частиц. Энергия этих частиц близка к значению $-m_i(\omega_I/q_I)^2/2$. В анализируемом нами разряде токамака TCV можно ожидать формирования группы ускоренных ионов, начиная с энергий $E_{tail} = 1300\text{--}1800$ эВ. Эти значения энергии не противоречат экспериментальным данным, свидетельствующим о генерации в эксперименте по ЭЦР-нагреву, для параметров которого проводилось моделирование, группы ускоренных ионов начиная с энергии 1230 эВ [18].

Таким образом, рассмотренная нами модель предсказывает значительное аномальное поглощение необыкновенной волны накачки вблизи локального максимума плотности плазмы и естественным образом включает в себя качественное объяснение эффекта генерации группы высокоэнергичных ионов, которая наблюдалась при дополнительном ЭЦР-нагреве плазмы в токамаке TCV [18, 31].

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы проанализировали нелинейную стадию параметрического распада волны накачки необыкновенной поляризации на ЭБ-волну и ИБ-волну в случае, когда высокочастотные дочерние волны локализованы в окрестности локального максимума плотности, так что их потери из области накачки поперек магнитных поверхностей подавлены, а в направлении магнитного поля — затруднены, низкочастотные волны же свободно покидают область распада и поглощаются ионами. Каскад последовательных распадов первичной дочерней ЭБ-волны при этом считался основным механизмом насыщения первичной неустойчивости. Были выведены редуцированные уравнения, описывающие в этой ситуации как первичную, так и последующие неустойчивости.

В результате было показано, что для условий ЭЦР-нагрева в экспериментах на токамаке TCV до четверти мощности накачки поглощается электронами совсем не там, где это предсказано в рамках представления о линейном поведении волны накачки. Отличие профиля выделения энергии от посчитанного в линейном приближении может хотя бы отчасти быть ответственно за наблюдаемое во многих экспериментах явление нелокального переноса тепла в электронном канале.

В результате развития исследованной неустойчивости кроме генерации дочерних ЭБ-волн происходит также возбуждение низкочастотных дочерних ИБ-волн. Эти волны покидают область нелинейного взаимодействия и в дальнейшем взаимодействуют с ионами плазмы по механизму Ландау. В этом случае происходит искажение ионной функции распределения и возможна генерация группы ускоренных частиц. Для рассмотренных условий экспериментов по дополнительному нагреву плазмы на токамаке TCV порядка $\Delta P_I \approx 1$ кВт мощности накачки «вкладывается» в формирование группы ускоренных ионов.

Таким образом, рассмотренная нами модель предсказывает значительное аномальное поглощение необыкновенной волны накачки вблизи локального максимума плотности плазмы и естественным образом включает в себя качественное объяснение эффекта генерации группы высокоэнергичных ионов, который наблюдался при дополнительном ЭЦР-нагреве плазмы в токамаке TCV [18, 31].

Разделы 1–5 статьи выполнены при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-12-10043). Расчеты, представленные в Приложении, сделаны в рамках государственного задания ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражение для нелинейной (квадратичной) восприимчивости в замагниченной бесстолкновительной плазме вычисляется по функции распределения электронов, определяемой кинетическим уравнением

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{|e|}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c} \right) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0. \quad (\text{A.1})$$

Рассмотрим однородную плазму в сильном однородном магнитном поле $\mathbf{H} = (0, 0, H_0)$, в которой распространяются электростатические колебания

$$\phi_E \propto \exp(iq_E x - i\omega_E t), \quad \phi'_E \propto \exp(iq'_E x - i\omega'_E t),$$

$$\phi'_I \propto \exp(iq'_I x - i\omega'_I t).$$

Частоты и волновые векторы этих колебаний отвечают распадным резонансным условиям

$$\omega_E = \omega'_E + \omega'_I, \quad q_E = q'_E + q'_I. \quad (\text{A.2})$$

Будем искать функцию распределения электронов в рамках теории возмущений, представив ее в виде

$$f = f_M(\mathbf{v}) + f^{(1)}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) + f^{(2)}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) + \dots, \quad (\text{A.3})$$

где f_M — максвелловская функция, $f^{(1)}$, $f^{(2)}$ — поправки к равновесной функции первого и второго порядка по амплитуде электростатических колебаний. Подставим (A.3) в (A.1) и, отделив члены первого и второго порядка для возмущений функции распределения на частоте первичной ЭБ-волны ω_E , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_E^{(1)}}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_E^{(1)}}{\partial \mathbf{r}} &= -iq_E \phi_E \frac{|e|}{m_e} \frac{\partial f_M}{\partial v_x}, \\ \frac{\partial f_E^{(2)}}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_E^{(2)}}{\partial \mathbf{r}} &= -iq'_E \phi'_E \frac{|e|}{m_e} \frac{\partial f_I^{(1)}}{\partial v_x} - \\ &\quad - iq'_I \phi'_I \frac{|e|}{m_e} \frac{\partial f_E^{(1)}}{\partial v_x}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Интегрируя первое уравнение в (A.4), получим линейную поправку к функции распределения

$$\delta f_j^{(1)} = \frac{-i|e|}{m_e \omega_{ce}} G'_j(\theta, \tau) \left[q_j \phi_j \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \right],$$

где

$$\begin{aligned} G_j(\theta, \tau)[\dots] &= \exp(i\alpha_j \theta - i\lambda_j \sin(\theta)) \times \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{\theta} d\tau \exp(i\lambda_j \sin(\tau) - i\alpha_j \tau) \dots \end{aligned}$$

— функция Грина, $\alpha_j = \omega_j / \omega_{ce}$, $\lambda_j = q_j v_{\perp} / \omega_{ce}$, $j = E, I$. Выполнив интегрирование по переменной τ , получим

$$\begin{aligned} \delta f_j^{(1)} &= \frac{|e| \phi_j}{m_e} \frac{2}{v_{te}^2} f_M \times \\ &\quad \times \sum_m \frac{\exp(im\theta - i\lambda_j \sin\theta)}{m - \alpha_j} m J_m(\lambda_j). \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Квадратичная поправка к функции распределения на частоте первичной ЭБ-волны является решением следующего уравнения:

$$\begin{aligned} \left(-i\omega_E + iq_E v_x + \omega_{ce} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \delta f_E^{(2)} &= \\ &= -iq'_E \phi'_E \frac{|e|}{m_e} \frac{\partial f_I^{(1)}}{\partial v_x} - iq'_I \phi'_I \frac{|e|}{m_e} \frac{\partial f_E^{(1)}}{\partial v_x}. \end{aligned}$$

Решение этого уравнения можно представить в виде

$$\delta f_E^{(2)} = \frac{-i|e|}{m_e \omega_{ce}} G_E(\theta, \tau) \times \left\{ q'_E \phi'_E \frac{\partial f_I^{(1)}}{\partial v_x} + q'_I \phi'_I \frac{\partial f_E^{(1)}}{\partial v_x} \right\}. \quad (A.6)$$

Проинтегрировав (A.6) по скоростям и умножив на $-|e|$, мы найдем нелинейную плотность заряда

$$\rho_E^{(2)} = \frac{i|e|^2}{m_e \omega_{ce}} \int_0^\infty v_\perp dv_\perp \int_{-\infty}^\infty dv_z \times \int_0^{2\pi} d\theta \exp(i\alpha_E \theta - i\lambda_E \sin(\theta)) \times \int_{-\infty}^\theta d\tau \exp(-i\alpha_E \tau) W(\tau), \quad (A.7)$$

где подынтегральная функция

$$W(\tau) = \exp(i\lambda_E \sin(\tau)) \times \left[q'_E \phi'_E \frac{\partial f_I^{(1)}}{\partial v_x(\tau)} + q'_I \phi'_I \frac{\partial f_E^{(1)}}{\partial v_x(\tau)} \right]$$

должна быть гармонической. Разложим ее в ряд Фурье

$$W_p = \int_0^{2\pi} \frac{d\tau}{2\pi} \exp(i\lambda_E \sin(\tau) - ip\tau) \times \left[q'_E \phi'_E \frac{\partial f_I^{(1)}}{\partial v_x(\tau)} + q'_I \phi'_I \frac{\partial f_E^{(1)}}{\partial v_x(\tau)} \right] \quad (A.8)$$

и перепишем (A.7) в более удобном виде:

$$\rho_E^{(2)} = \frac{|e|^2}{m_e \omega_{ce}} \sum_p \frac{1}{p - \alpha_E} \int_0^\infty v_\perp dv_\perp \int_{-\infty}^\infty dv_z \times \int_0^{2\pi} d\theta \exp(ip\theta - i\lambda_E \sin(\theta)) \times \int_0^{2\pi} \frac{d\tau}{2\pi} \exp(i\lambda_E \sin(\theta) - ip\tau) \times \left[q'_E \phi'_E \frac{\partial f_I^{(1)}}{\partial v_x(\tau)} + q'_I \phi'_I \frac{\partial f_E^{(1)}}{\partial v_x(\tau)} \right].$$

Сделаем замену переменных $|\tau \leftrightarrow \theta|$, проинтегрируем подынтегральное выражение по частям и получим

$$\rho_E^{(2)} = \frac{i}{4\pi} \frac{2\omega_{pe}^2}{v_{te}^2} \frac{c}{H} \phi'_I \phi'_E \sum_{m,n} \int_0^\infty \frac{2dv_\perp}{v_{te}^2} \exp\left(-\frac{v_\perp^2}{v_{te}^2}\right) \times \left(q_E \frac{mn}{(\alpha'_I - m)(\alpha'_E - n)} J'_{m+n}(\lambda_E) J_n(\lambda'_E) J_m(\lambda'_I) + q'_E \frac{m(m+n)}{(\alpha'_I - m)(\alpha_E - m - n)} J_{m+n}(\lambda_E) J'_n(\lambda'_E) J_m(\lambda'_I) + q'_I \frac{n(m+n)}{(\alpha'_E - n)(\alpha_E - m - n)} J_{m+n}(\lambda_E) \times J_n(\lambda'_E) J'_m(\lambda'_I) \right), \quad (A.9)$$

где $J'_m(\lambda) = \partial J_m(\lambda)/\partial \lambda$. Можно видеть, что выражение (A.9) имеет симметричную форму относительно перестановки мест слагаемых, отвечающих дочерним волнам. Последнее означает, что при резонансном взаимодействии (A.2) выражение (A.9) отвечает энергетическим соотношениям Мэнли – Роу. Выражение (A.9) является частным случаем выражения, полученного в работе [37] для случая произвольного распространения всех трех электростатических волн. В процессе его вывода мы воспользовались явным видом равновесной функции распределения и взяли от нее производную по компоненте скорости. Второе дифференцирование по x компоненте скорости мы выполнили по частям. Существует альтернативное представление нелинейной восприимчивости. Оно было впервые получено в работе Пустовалова и Силина [38], где авторы рассмотрели случай произвольной функции распределения и выполнили оба дифференцирования по компонентам скорости по частям. Однако для наших целей удобна именно форма представления (A.9).

В анализируемом нами случае частоты ЭБ-волн близки к частоте резонанса на второй ЭЦ-гармонике $|\omega'_E - 2\omega_{ce}| \ll \omega'_E$, $|\omega_E - 2\omega_{ce}| \ll \omega_E$. Волновой вектор ИБ-волны (в нашем случае ее частота соответствует четвертой – седьмой гармоникам ИЦ-резонанса) удовлетворяет неравенству $q_{Ix} v_{te}/\omega_{ce} < 1$. Воспользуемся последним неравенством, что позволяет оставить в выражении (A.9) только резонансные члены. Введем понятие нелинейной восприимчивости согласно выражению

$$4\pi \rho_E^{(2)} = -\chi_e^{nl} \frac{|e|}{T_e} \phi'_E \phi'_I$$

и получим ее в явном виде

$$\chi_e^{nl} = i q_I'^2 \frac{2\omega_{pe}^2}{(\omega_E - 2\omega_{ce})(\omega'_E - 2\omega_{ce})} \times \exp\left(-\frac{q_E q'_E v_{te}^2}{2\omega_{ce}^2}\right) I_2 \left(\frac{v_{te}^2}{4\omega_{ce}^2} (q_E^2 + q_I'^2) \right). \quad (A.10)$$

Это выражение мы будем использовать при анализе вторичных распадов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Аликаев, А. А. Багдасаров, Н. Л. Васин и др., *Физика плазмы* **13**, 3 (1987).
2. J. Hugill, M. W. Alcock, N. R. G. Ainsworth et al., *Proc. XII Eur. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Phys.* **3**, 813 (1987).
3. J. Lohr, B. W. Staliard, R. Pruter et al., *IAEA Technical Committee Meeting on RF Heating and Current Drive, Moscow* (1987).
4. D. C. Robinson, M. Cox, T. Ednngton et al., *Proc. XIV Eur. Conf. on Contr. Fusion and Plasma Phys.* **3**, 814 (1987).
5. B. I. Cohen, R. H. Cohen, W. M. Nevins et al., *Rev. Mod. Phys.* **63**, 949 (1991).
6. A. G. Litvak, A. M. Sergeev, E. V. Suvorov et al., *Phys. Fluids B* **5**, 4347 (1993).
7. F. S. McDermott, G. Bekefi, K. E. Hackett et al., *Phys. Fluids* **25**, 1488 (1982).
8. D. G. Bulyginsky, V. V. Dyachenko, M. A. Irzak et al., *Plasma Phys. Rep.* **2**, 138 (1986).
9. H. P. Laqua, V. Erckmann, H. J. Hartfuß et al., *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3467 (1997).
10. E. Z. Gusakov and A. V. Surkov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, 631 (2007).
11. E. Westerhof, S. Nielsen, J. W. Oosterbeek et al., *Phys. Rev. Lett.* **103**, 125001 (2009).
12. S. Kubo, M. Nishiura, K. Tanaka et al., *Rev. Sci. Instrum.* **81**, 10D535 (2010).
13. V. Furtula, M. Salewski, F. Leipold et al., *Rev. Sci. Instrum.* **83**, 013507 (2012).
14. S. K. Nielsen, M. Salewski, E. Westerhof et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **55**, 115003 (2013).
15. G. M. Batanov, V. D. Borzosekov, L. M. Kovrizhnykh et al., *Plasma Phys. Rep.* **39**, 444 (2013).
16. A. Bruschi, E. Alessi, W. Bin et al., *Nucl. Fusion* **57**, 076004 (2017).
17. D. Rapisarda, B. Zurro, V. Tribaldos et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, 309 (2007).
18. A. N. Karpushov, B. P. Duval, T. P. Goodman et al., *Proceedings of 33rd EPS Conference on Plasma Physics ECA* **30I**, P-1.152 (2006).
19. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 115003 (2010).
20. E. Gusakov and A. Popov, *Europhys. Lett.* **99**, 15001 (2012).
21. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **57**, 025022 (2015).
22. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, *Europhys. Lett.* **116**, 45002 (2016).
23. А. Ю. Попов, Е. З. Гусаков, *Письма в ЖЭТФ* **105**, 64 (2017).
24. Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов, М. А. Ирзак, *ЖЭТФ* **150**, 833 (2016).
25. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **59**, 025005 (2017).
26. Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов, *ЖЭТФ* **152**, 826 (2017).
27. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **60**, 025001 (2018).
28. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Physics of Plasmas* **23**, 082503 (2016).
29. V. F. Andreev, Yu. N. Dnestrovskij, M. V. Ossipenko et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **46**, 319 (2004).
30. N. Tamura, S. Inagaki, K. Ida et al., *3rd EFDA Transport Topical Group Meeting, Córdoba, Spain September 7–10* (2010).
31. S. Coda, private communication.
32. D. G. Swanson, *Plasma Waves*, Academic Press, Boston (1989).
33. В. П. Силин, *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму*, Наука Москва (1973).
34. M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 565 (1972).
35. А. Д. Пилия, *ЖЭТФ* **64**, 1237 (1979).
36. А. В. Тимофеев, *Физика плазмы* **12**, 490 (1986).
37. J. Larsson, *J. Plasma Physics* **40**, 385 (1988).
38. V. V. Pustovalov and V. P. Silin, *Theory of Plasmas*, Consultants Bureau (1975).