

ЦВЕТОВАЯ РАНДОМИЗАЦИЯ БЫСТРЫХ ГЛЮОН-ГЛЮОННЫХ ПАР В КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЕ

Б. Г. Захаров*

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черногловка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 18 июля 2018 г.,
после переработки 18 июля 2018 г.
Принята к публикации 19 июля 2018 г.

Изучается цветовая рандомизация двухглюонных (gg) состояний, рожденных после расщепления первичного быстрого глюона в кварк-глюонной плазме. Найдено, что для условий ЛHC цветовая рандомизация gg -пар довольно медленная. При энергиях струи $E = 100, 500$ ГэВ для типичной длины траектории струи в плазме при центральных столкновениях Pb+Pb усредненный по $SU(3)$ -мультиплетам цветовой оператор Казимира gg -пары существенно отличается от его значения $2N_c$ для полностью рандомизированного gg -состояния. Наши расчеты энергетической зависимости для генерации почти коллинеарных декуплетных gg -состояний, которые могут приводить к барионной фрагментации струи, показывают, что вклад аномальных декуплетных цветовых состояний в рождение барионов должен становиться малым при поперечных импульсах $p_T \gtrsim 10$ ГэВ.

DOI: 10.1134/S0044451019020081

1. ВВЕДЕНИЕ

Результаты экспериментов по столкновениям тяжелых ионов на RHIC и LHC убедительно свидетельствуют об образовании горячей кварк-глюонной плазмы (КГП) при собственном времени $\tau_0 \sim 0.5\text{--}1$ фм. Одним из основных сигналов формирования КГП в AA-столкновениях является сильное подавление частиц с большими p_T (jet quenching, JQ) по сравнению с pp -столкновениями. Явление JQ считается следствием модификации средой функций фрагментации (ФФ) струи из-за радиационных [1–6] и столкновительных [7] потерь энергии партонов в КГП. Потери энергии в основном связаны с радиационным механизмом, влияние столкновительных потерь энергии оказывается относительно небольшими [8, 9].

Расчет модифицированных средой струйных функций фрагментации в AA-столкновениях, исходя из первых принципов, остается нерешенной проблемой. Имеющиеся подходы к радиационным потерям энергии [2–5] имеют дело с излучением одного глюона. В феноменологических приложениях к JQ многократная эмиссия глюонов обычно рассматривается в приближении независимого

излучения глюонов [10], аналогично излучению мягких фотонов в КЭД. Это приближение может быть разумным для расчета фактора ядерной модификации R_{AA} , который является чувствительным главным образом к подавлению Судакова ФФ на относительных импульсах x , близких к единице. Но это может быть неудовлетворительным для мягкой области $x \ll 1$. В принципе, диаграммная техника подхода интеграла по путям на световом конусе (light-cone path integral, LCPI) [3, 11], первоначально разработанная для одноглюонного излучения, позволяет выйти за пределы уровня одного глюона. Однако даже на уровне двух глюонов и в грубом осцилляционном приближении [12] (когда многократное рассеяние описывается в терминах транспортного коэффициента \hat{q} [2]) расчеты становятся очень сложными [13–15]. И до сих пор не было разработано точного метода для множественного излучения глюонов, который мог бы быть использован для надежного расчета эволюции струи. В последние годы много усилий было направлено на развитие моделей Монте-Карло для партонного каскадирования в среде (см., например, работы [16–19]). Эти модели могут быть успешными при анализе данных, но строгое теоретическое обоснование вероятностной картины, предполагаемой в схемах Монте-Карло, отсутствует.

* E-mail: bgz@itp.ac.ru

Задача динамики струи в среде осложняется тем, что для индуцированной эмиссии глюонов отсутствует упорядочение шкал (скажем, подобное угловому упорядочению для вакуумного партонного каскада). Важно, что, в принципе, для партонного каскада в среде конечных размеров невозможно отделить случаи обычного, упорядоченного по виртуальности, расщепления партонных от расщеплений, вызванных перерасеянием партонных на составляющих среды. По этой причине последовательный анализ должен иметь дело с полным, измененным средой, партонным каскадом.

На уровне излучения одного глюона индуцированный вклад в спектр глюонов может быть определен как разница между спектром в среде и спектром в вакууме. Но эта процедура достаточно формальна, потому что эта разница включает интерференцию между вакуумным расщеплением без взаимодействия со средой и расщеплением партонных, сопровождаемым перерасеяниями партонных в среде. Эффекты интерференции важны при $L \lesssim L_f^{in}$, где L_f^{in} — типичная длина формирования индуцированного излучения глюона в однородной среде. Только на большом расстоянии от места рождения струи, когда интерференционные вклады становятся малы, можно говорить о чисто индуцированном излучении глюонов. Важно, что для условий RHIC и LHC, даже для мягких глюонов с энергией $\omega \lesssim 3-5$ ГэВ, которые доминируют в индуцированных потерях энергии, величина L_f^{in} может быть довольно большой, порядка 2–5 фм¹). Поскольку для условий RHIC и LHC этот масштаб не мал по сравнению с размером и временем жизни КГП, мы имеем ситуацию, когда внутри КГП интерференция между вакуумными амплитудами и амплитудами с перерасеяниями является очень важной. Однако если время формирования КГП $\tau_0 \sim 0.5-1$ фм [21], то можно ожидать, что для струй с $E \lesssim 100$ ГэВ первый наиболее энергичный излучаемый глюон не должен сильно пострадать, потому что типичная длина формирования для таких глюонов оказывается порядка (или меньше чем) τ_0 [22]. Но последующая эволюция двухпартонной системы, образовавшейся после расщепления первичного партона, должна испытывать влияние эффектов среды.

¹) Для бесконечной однородной КГП $L_f^{in} \sim 2\omega S_{LPM}/m_g^2$, где S_{LPM} — коэффициент подавления Ландау–Померанчука–Мигдала, m_g — квазичастичная масса глюона. Для условий RHIC и LHC типичны значения $S_{LPM} \sim 0.3-0.5$ при $m_g \sim 400$ МэВ [20]. Тогда мы получаем, что $L_f^{in} \sim 2-5$ фм при $\omega \sim 3-5$ ГэВ.

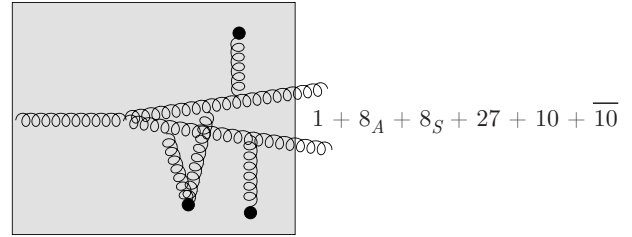


Рис. 1. Расщепление $g \rightarrow gg$ в среде и возможные цветовые состояния двухглюонной системы

Важно, что t -канальные глюонные обмены между быстрыми партонами и составляющими КГП, даже для очень маленьких передач импульса, могут влиять на упорядоченную по углам эволюцию струи. Одним из механизмов этого является нарушение когерентности цвета для расщепления партона в среде, разрушающее угловую упорядоченность, присущую вакуумному каскаду. В работе [23] было показано, что разрушение углового упорядочения приводит к существенному смягчению спектра по скорости в струе. Для струй с $E \sim 100$ ГэВ, для которых, как было сказано ранее, длина формирования для первого партонного ветвления мала, разрушение когерентности/хаотизация цвета вступает в игру для эмиссии глюонов двухпартонными состояниями, образованными после распада начального жесткого партона. Еще один механизм модификации средой струйных функций фрагментации связан с изменением полного цветового заряда струи за счет t -канальных глюонных обменов. t -канальные глюоны не изменяют общий цветовой заряд для одного быстрого партона. Но уже после первого расщепления в среде первичного партона, созданная двухпартонная система может принадлежать к цветовому мультиплету, который невозможен для вакуумного каскада (когда для кварковых и глюонных струй триплетное и октетное цветовые состояния сохраняются для всего партонного каскада). Это проиллюстрировано на рис. 1 для расщепления $g \rightarrow gg$. Изменение цветового заряда струи может приводить к модификации функций фрагментации струи в связи с изменением картины адронизации быстрых партонных после их выхода из КГП [24–26]. В работах [25, 26] этот механизм обсуждался для числа перерасеяний $N = 1$ и $N = 2$ с точки зрения предела больших N_c с использованием для адронизации кластерной схемы и модели LUND. Было показано, что модифицированный средой цветовой поток может давать вклад в подавления спектров адронов и увеличивать струйные функции фрагментации в мягкой области.

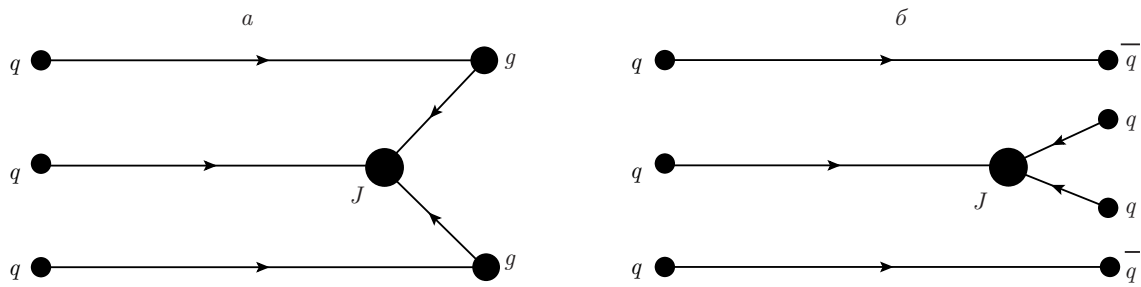


Рис. 2. (а) Конфигурация цветных струн, образованная быстро движущейся направо gg -парой после выхода из КГП и нейтрализации цветового потока за счет швингеровского рождения трех $q\bar{q}$ -пар, J обозначает цветовой узел [28, 29].
(б) То же самое, но после распада быстрых глюонов на пары $q\bar{q}$

Рождение почти коллинеарных qg -систем (для кварковых струй) в цветовом состоянии $\{6\}$ и gg -систем (для глюонных струй) в цветовых состояниях $\{10\}$ и $\{\bar{10}\}$ может приводить к интересному механизму рождения лидирующих барионов в фрагментации струй [24, 27]. Потому что после выхода из КГП, эти состояния могут приводить к образованию цветных трубок с таким же аномальным цветовым потоком. Разрыв этих трубок цветового потока путем рождения $q\bar{q}$ -пар по механизму Швингера, приводит к образованию конфигураций цветных струн с струнным узлом (string junction), который отслеживает барионное число в схеме топологического разложения [28, 29], которые должны адронизироваться в систему с лидирующим барионом. Этот механизм барионной фрагментации струн для декуплетных gg -пар проиллюстрирован на рис. 2 (мы отсылаем заинтересованного читателя к работе [24] для детального обсуждения этого механизма). Точный расчет вклада этого механизма в рождение барионов в AA -столкновениях невозможен. Но качественный анализ, выполненный в работе [24], указывает на то, что этот механизм может давать значительный вклад в аномальное рождение барионов при средних значениях поперечных импульсов p_T , наблюдаемое в AA -столкновениях на RHIC и LHC [30–32]. Расчеты работы [24] были выполнены в предположении быстрой рандомизации двухпартонных состояний в КГП. Однако приближение полностью рандомизированного состояния становится неприменимо для достаточно больших энергий, когда поперечный размер пары gg остается малым (скажем, по сравнению с радиусом Дебая в КГП) на продольном масштабе около типичной длины пути струи в КГП. Чтобы лучше понять роль аномальных цветовых состояний в барионной фрагментации струй, было бы интересно выполнить количествен-

ный анализ цветовой рандомизации двухпартонных состояний.

Количественный анализ цветовой рандомизации двухпартонных систем также представляет интерес в связи с ролью разрушения цветовой когеренции в излучении в среде мягких глюонов двухпартонной антенной, которое существенно зависит от скорости рандомизации цвета антенны. В последние годы излучение глюонов двухпартонными антеннами активно используется как интересная теоретическая лаборатория для исследования множественного излучения глюонов в среде (см., например, [33–36]). Эти исследования показывают, что, как и для вакуумного партонного каскада [37], эффекты когерентности очень важны в множественном излучении глюонов в среде. Обычно цветовая рандомизация двухпартонной антенны описывается одним параметром: временем декогеренции, которое характеризует экспоненциальное уменьшение вероятности для антенны остаться в начальном цветовом мультиплете. Но было бы интересно исследовать более подробно как происходит рандомизация цвета. Скажем, для понимания L -зависимости распределения двухпартонных систем по неприводимым цветовым мультиплетам. Это распределение, например, имеет решающее значение для излучения глюонов с обратным поперечным глюонным импульсом больше, чем поперечный размер двухпартонной системы, которое чувствительно только к полному цветовому заряду струи (как для вакуумного глюонного излучения [37] быстрыми партонами после выхода из КГП, так и для излучения в среде [38]). Информация о величине цветовой декогеренции в КГП также может быть полезна при построении качественной картины того, что происходит со струями в AA -столкновениях во всем фазовом пространстве [38–40] и для разработки моделей Монте-Карло,

которые учитывают (по крайней мере качественно) эффекты декогеренции, например, как в работе [23].

В настоящей работе мы проводим анализ рандомизации цвета для пары gg , образующейся из распада первичного глюона высокой энергии. Мы выполняем расчеты для условий соответствующих КГП в центральных столкновениях Pb+Pb при энергии ЛНС $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. Мы описываем рандомизацию цвета с помощью уравнения эволюции для цветовой матрицы плотности для системы gg . Дифракционный оператор для четырехглюонной системы, который является важнейшим компонентом для наших расчетов, был ранее рассчитан в работе [41], посвященной прямому рождению gg -струй в pA -столкновениях.

План работы выглядит следующим образом. В разд. 2 описан формализм для расчета L -зависимости цветовой матрицы плотности системы gg в КГП. В разд. 3 обсуждаются модель файерболов КГП и параметризация дипольного сечения, которое используется в наших расчетах. В разд. 4 представлены численные результаты. Выводы представлены в разд. 5. Некоторые формулы, относящиеся к нашим расчетам, приведены в Приложении.

2. ЭВОЛЮЦИЯ ЦВЕТОВОЙ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ gg -ПАРЫ

В этом разделе мы формулируем нашу модель для эволюции в среде цветového состояния двухглюонной пары, рожденной через расщепление $g \rightarrow gg$ начального жесткого глюона с энергией E . Мы предполагаем, что родительский быстрый глюон рождается при $z = 0$ (мы выбираем ось z вдоль его импульса, поэтому величина z равна длине пути струи L в КГП). Мы описываем КГП в приближении статических цветных дебаевски экранированных рассеивающих центров [1].

В общем случае, в формализме LCPI [11], вероятность расщепления $a \rightarrow bc$ в приближении малых углов может быть представлена как интеграл по путям по поперечным партонным координатам на световом конусе $t - z = \text{const}$, показанным диаграммно на рис. 3, где стрелки вправо и влево обозначают траектории для соответственно амплитуды и комплексно сопряженной амплитуды. Генераторы цвета для партона p и для его антипартнера \bar{p} удовлетворяют соотношению $T_{\bar{p}}^\alpha = -(T_p^\alpha)^*$ (для $p = g$ мы имеем $\bar{g} = g$). С помощью этого соотношения можно показать, что в приближении двухглюонного обмена между быстрыми партонами и конститuentами среды партонные линии, соответствующие комплексно-сопряженной ампли-

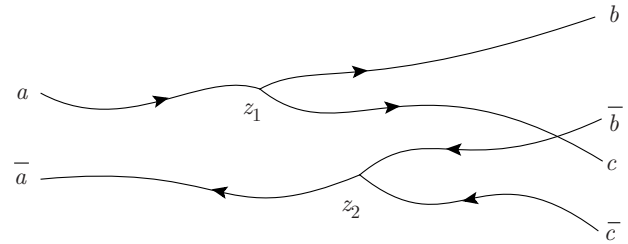


Рис. 3. Схематичное диаграммное представление для интеграла по путям на световом конусе для квадрата амплитуды $|(bc|T|a)|^2$, описывающего вероятность перехода $a \rightarrow bc$ в подходе LCPI [11]. Линии со стрелками вправо и влево соответствуют амплитуде и комплексной сопряженной амплитуде. Для перехода в среде линии могут взаимодействовать с конститuentами среды через t -канальные глюонные обмены

туде, взаимодействуют со средой аналогично антипартонным линиям. Это означает, что в интеграле по путям часть лагранжиана, соответствующая взаимодействию, аналогична лагранжиану взаимодействия для фиктивной системы партонов (верхние линии на рис. 3) и антипартонов (нижние линии на рис. 3). Эта система фиктивна, потому что в лагранжиане кинетический член для антипартонов отрицательный из-за комплексного сопряжения.

Важно, что фиктивная партон-антипартонная система при любом z находится в синглетном цветном состоянии. Действительно, поскольку мы выполняем усреднение по состояниям цвета начального жесткого партона a , в начальный момент времени $z = 0$ у нас есть пара $a\bar{a}$ в состоянии цветového синглета (это означает, что две глюонные линии в начальный момент времени на рис. 3 замыкаются в смысле цветového потока.) А последующие t -канальные двухглюонные обмены не меняют цветového заряда нашей фиктивной системы. Это происходит потому, что только синглетные цветové двухглюонные состояния выживают после суммирования по конечным состояниям среды с помощью условия полноты. После выполнения этой операции на уровне подынтегрального выражения эффект t -канальных глюонных обменов²⁾ приводит

²⁾ В литературе, взаимодействие партонных траекторий с КХД-материей часто описывается в терминах факторов вильсоновских линий. Это может создавать впечатление, что картина с фиктивной, синглетной по цвету, взаимодействующей со средой партон-антипартонной системой справедлива даже для непертурбативных флуктуаций цветových полей среды. Однако это не так, потому что для непертурбативной ситуации векторные потенциалы в линиях Вильсона для амплитуды и для комплексно-сопряженной амплитуды могут быть разными. Даже в теории возмущений справедливость этой картины ограничивается только двухглюонными t -канальными обменами.

к появлению в лагранжиане фиктивной партон-антипартонной системы взаимодействия между траекториями, описываемого мнимым потенциалом

$$V(z, \{\rho\}, \{\bar{\rho}\}) = -i \frac{n(z) \hat{\sigma}(z, \{\rho\}, \{\bar{\rho}\})}{2}, \quad (1)$$

где $\{\rho\}$ и $\{\bar{\rho}\}$ — наборы поперечных координат партонов и антипартонов, $n(z)$ — плотность конstituентов среды, $\hat{\sigma}(z, \{\rho\}, \{\bar{\rho}\})$ — дифракционный оператор для рассеяния фиктивной системы на конstituенте среды посредством двухглюонных обменов (как показано на рис. 4 для четырехпартонной системы $b\bar{c}b\bar{c}$). В выражении (1) (и ниже) для упрощения формул мы опускаем знак суммирования по видам конstituентов среды (кварки и глюоны). На диаграмме рис. 3 для двухчастичной ($z < z_1$) и трехчастичной ($z_1 < z < z_2$) партон-антипартонной систем возможно только одно синглетное цветовое состояние³⁾. В обоих случаях цветовые синглетные состояния являются собственными состояниями дифракционного оператора. По этой причине для двух- и трехчастичных участков дифракционный оператор может быть просто заменен на полное сечение для двух- и трехчастичной системы, синглетной по цвету. Для четырехчастичного участка $z > z_2$ ситуация сложнее, потому что имеется несколько синглетных по цвету четырехпартонных состояний, а дифракционный оператор имеет недиагональные элементы, описывающие переходы между ними. По этой причине для четырехчастичного участка на диаграмме рис. 3 интегрирование по путям по поперечным координатам не может быть отделено от цветовой алгебры.

В настоящей работе мы выполняем расчеты с использованием жесткой геометрии с прямыми траекториями, одинаковыми для амплитуды и комплексно-сопряженной амплитуды, как показано на рис. 5 для перехода $a \rightarrow bc$. Это приближение представляется разумным для относительно жестких партонных расщеплений, когда вариации траекторий быстрых партонов малы и расстояние между точкой рождения струи для амплитуды и комплексно-сопряженной амплитуды (порядка $1/Q$) гораздо

³⁾ Для трех глюонов существуют два цветовых синглетных состояния: антисимметричное ($\propto f_{\alpha\beta\gamma}$) и симметричное ($\propto d_{\alpha\beta\gamma}$). Однако в случае расщепления $g \rightarrow gg$ система трех партонов на диаграмме рис. 3 может находиться только в антисимметричном цветовом состоянии, потому что после перехода $g \rightarrow gg$ два глюона находятся в антисимметричном цветовом октетном состоянии, а t -канальные глюонные обмены не могут изменить симметрию трехглюонной цветовой волновой функции.

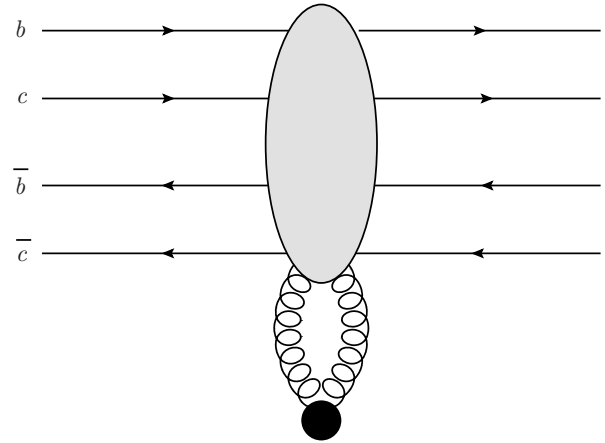


Рис. 4. Дифракционный оператор для рассеяния системы из четырех частиц $b\bar{c}b\bar{c}$ на конstituенте среды в двухглюонном приближении. Большой эллипс содержит все возможные присоединения t -канальных глюонов к партонным и антипартонным линиям

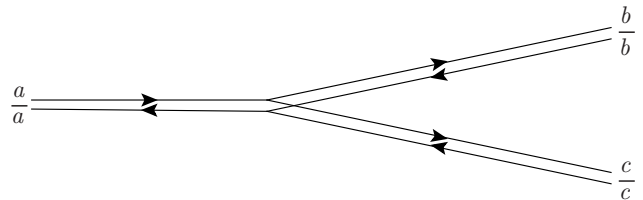


Рис. 5. Партонные траектории для квадрата амплитуды $|\langle bc|T|a \rangle|^2$ для расщепления $a \rightarrow bc$ в приближении жесткой геометрии, используемом в настоящем анализе

меньше чем типичный масштаб для цветовых полей в КПП, скажем, чем радиус Дебая. Аппроксимация прямыми траекториями для быстрых партонов широко использовалась для анализа излучения мягких глюонов в жестких процессах в КХД. Например, эта схема использовалась в расчетах матрицы аномальных размерностей для излучения мягких глюонов на большие углы в жестком рассеянии $gg \rightarrow gg$ [42–45]. Можно сказать, что приближение прямых линий, в терминологии недавнего анализа [40], должно быть разумным для излучения вакуумного типа. Однако мы также будем применять его и к относительно мягкому расщеплению $g \rightarrow gg$ (где его применимость сомнительна) для качественного анализа цветовой декогеренции в излучении глюонов.

В нашем случае процесса $g \rightarrow gg$ фиктивная, синглетная по цвету, четырехчастичная система $b\bar{c}b\bar{c}$ — это просто синглетная по цвету четырехглюонная система, так как глюон самосопряженная частица и $gg\bar{g}\bar{g} = gggg$. Будем обозначать конечные два глюона в амплитуде через g_1 и g_2 , а конеч-

ные два глюона в комплексно-сопряженной амплитуде через g_3 и g_4 . Мы будем описывать цветное состояние двухглюонной системы с помощью матрицы плотности $\langle ab|\hat{\rho}|cd\rangle$, где a, b, c и d — цветовые индексы для глюонов соответственно g_1, g_2, g_3 и g_4 ⁴⁾. Мнимому потенциалу (1) в формулировке интеграла по путям соответствует уравнение эволюции для двухглюонной цветовой матрицы плотности вида

$$\frac{d\hat{\rho}(z)}{dz} = -\frac{n(z)}{2}\hat{\sigma}\hat{\rho}, \quad (2)$$

где $\hat{\sigma}$ — дифракционный оператор для рассеяния четырехглюонной системы при двухглюонном обмене, как показано на рис. 4. Цветовая матрица плотности двухглюонной системы (2) может рассматриваться как цветовая волновая функция фиктивной, синглетной по цвету, четырехглюонной системы

$$\langle abcd|\Psi\rangle = \langle ab|\hat{\rho}|cd\rangle. \quad (3)$$

Цветовые волновые функции глюонных пар g_1g_2 и g_3g_4 могут принадлежать к одному из неприводимых мультиплетов в разложении Клебша–Гордана прямого произведения двух октетов

$$8 \otimes 8 = 1 + 8_A + 8_S + 27 + 10 + \overline{10}, \quad (4)$$

где 8_A и 8_S обозначают антисимметричное и симметричное октетные состояния, которые могут быть построены из $SU(3)$ -тензоров соответственно $f_{\alpha\beta\gamma}$ и $d_{\alpha\beta\gamma}$. Из неприводимых мультиплетов в разложении Клебша–Гордана (4) можно построить восемь цветных синглетных состояний четырехглюонной системы. Существуют шесть состояний типа $|RR\rangle/|R\bar{R}\rangle$,

$$|11\rangle, |8_A8_A\rangle, |8_S8_S\rangle, |2727\rangle, |10\overline{10}\rangle, |\overline{10}10\rangle, \quad (5)$$

и два смешанных состояния, построенных из октетных мультиплетов,

$$|8_A8_S\rangle, |8_S8_A\rangle. \quad (6)$$

Цветовую рандомизацию в среде двухглюонной системы, рожденной в процессе $g \rightarrow gg$, можно описать в терминах шести состояний (5) (в наших формулах будем обозначать эти состояния как $|R\bar{R}\rangle$)

⁴⁾ Отметим, что мы рассматриваем ситуацию, когда цветовые индексы для конечных глюонов в амплитуде и комплексно-сопряженной амплитуде могут быть разными. Это отличается от расчета глюонного спектра, когда выполняется суммирование по $a = c$ и $b = d$ [11, 46, 47], и конечные глюонные линии со стрелками вправо и влево на рис. 3, 5 становятся замкнутыми (в смысле цветных потоков).

даже для самосопряженных мультиплетов, когда $|R\bar{R}\rangle = |RR\rangle$). Дело в том, что начальное двухглюонное состояние после перехода $g \rightarrow gg$ — это антисимметричный октет 8_A . С точки зрения описания матрицы плотности через четырехглюонную волновую функцию это соответствует цветовому синглету $|8_A8_A\rangle$. Последующая эволюция этого состояния (и любого другого состояния типа $|R\bar{R}\rangle/|RR\rangle$) не генерирует смешанные состояния (6), потому что матричные элементы дифракционного оператора $\hat{\sigma}$ между состояниями из (5) и (6) исчезают. Это означает, что смешанные состояния (6) оказываются полностью отцепленными в цветовой рандомизации двухглюонной системы. Таким образом, четырехглюонная волновая функция в среде может быть представлена как сумма по синглетным цветовым состояниям, приведенным в (5):

$$\langle abcd|\Psi\rangle = \sum_R c_R \langle abcd|R\bar{R}\rangle. \quad (7)$$

Соответствующее разложение матрицы плотности можно записать как

$$\langle ab|\hat{\rho}|cd\rangle = \sum_R P_R \langle ab|\hat{\rho}_R|cd\rangle, \quad (8)$$

где P_R — вероятность того, что двухглюонная система принадлежит мультиплету R , а $\hat{\rho}_R$ — матрица плотности для мультиплета R . Полная матрица плотности $\hat{\rho}$ и ее компоненты $\hat{\rho}_R$ удовлетворяют условиям нормировки

$$\sum_{a,b} \langle ab|\hat{\rho}|ab\rangle = 1, \quad \sum_{a,b} \langle ab|\hat{\rho}_R|ab\rangle = 1. \quad (9)$$

Зависимость от z вектора

$$\vec{P} = (P_1, P_{8_A}, P_{8_S}, P_{27}, P_{10}, P_{\overline{10}}) \quad (10)$$

характеризует процесс рандомизации цвета в среде для gg -пары. Эволюция в среде должна удовлетворять сохранению суммарной вероятности найти пару gg в любом цветовом состоянии:

$$\sum_R P_R = 1. \quad (11)$$

В пределе очень большой толщины среды пара gg должна стремиться к полностью рандомизированному цветовому состоянию, когда величина P_R определяется только размерностью мультиплетов:

$$P_R|_{\text{randomized}} = \frac{\dim[R]}{\sum_{R'} \dim[R']} = \frac{\dim[R]}{(N_c^2 - 1)^2}. \quad (12)$$

Нормированная на единицу матрица плотности $\hat{\rho}_R$ для заданного мультиплета R может быть записана в виде

$$\langle ab|\hat{\rho}_R|ab\rangle = \frac{1}{\dim[R]} P[R]_{cd}^{ab}, \quad (13)$$

где

$$P[R]_{cd}^{ab} = \sum_{\nu} \langle ab|R\nu\rangle \langle R\nu|cd\rangle \quad (14)$$

является проектором на состояния неприводимого мультиплета R (здесь ν обозначает состояние внутри мультиплета R). Тот факт, что матрица плотности $\hat{\rho}_R$, определяемая выражением (13), нормирована на единицу, является следствием соотношения

$$\sum_{a,b} P[R]_{ab}^{ab} = \dim[R]. \quad (15)$$

Вывод формул для проекторов может быть найден в работах [41, 44]. Для удобства читателя мы приводим эти формулы в Приложении.

Четырехглюонная цветовая волновая функция $\langle abcd|R\bar{R}\rangle$ в терминах проектора $P[R]_{cd}^{ab}$ имеет вид

$$\langle abcd|R\bar{R}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\dim[R]}} P[R]_{cd}^{ab}. \quad (16)$$

Из того факта, что $P[R]P[R] = P[R]$, и соотношения (15) можно видеть, что волновая функция (16) нормирована на единицу, т. е.

$$\sum_{abcd} \langle R\bar{R}|abcd\rangle \langle abcd|R\bar{R}\rangle = 1. \quad (17)$$

Мы явно показываем здесь сумму по цветовым состояниям глюонов, чтобы продемонстрировать, что условия нормировки для компонент матрицы плотности для данного мультиплета $\langle ab|\hat{\rho}_R|cd\rangle$ и для синглетной по цвету четырехглюонной волновой функции $\langle abcd|R\bar{R}\rangle$, построенной из R и \bar{R} , определены по-разному.

Из выражений (2) и (3) можно легко получить уравнение эволюции в терминах коэффициентов c_R в разложении четырехглюонной волновой функции по состояниям $R\bar{R}$ (7):

$$\frac{dc_R}{dz} = -\frac{n(z)}{2} \langle R\bar{R}|\hat{\sigma}|R'\bar{R}'\rangle c_{R'}. \quad (18)$$

Формулы для дифракционного оператора в базисе синглетных цветовых состояний $|R\bar{R}\rangle$ для произвольных положений глюонов были выведены в работе [41]. Для удобства читателя в Приложении мы приводим формулу для дифракционной матрицы

$\langle R\bar{R}|\hat{\sigma}|R'\bar{R}'\rangle$ для конфигураций глюонов при жесткой геометрии (как показано на рис. 5) с поперечными координатами $\mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_3$ и $\mathbf{b}_2 = \mathbf{b}_4$, которая используется в настоящем анализе. Отметим, что недиагональные элементы дифракционного оператора не равны нулю только между мультиплетными с различной перестановочной симметрией. Из выражений (13) и (16) видно, что соотношение между коэффициентами c_R в разложении волновой функции (7) и коэффициентами P_R в разложении матрицы плотности (8) имеет вид

$$c_R = P_R / \sqrt{\dim[R]}. \quad (19)$$

Тогда уравнение эволюции (18) в терминах коэффициентов P_R можно записать в виде

$$\frac{dP_R}{dz} = -\frac{n(z)}{2} \langle R\bar{R}|\hat{\sigma}|R'\bar{R}'\rangle P_{R'} \sqrt{\frac{\dim[R]}{\dim[R']}}. \quad (20)$$

Стоит отметить, что при описании эволюции в среде в терминах четырехглюонной волновой функции величина $\langle \Psi|\Psi\rangle = \sum_R |c_R|^2$ не соответствует полной вероятности найти двухглюонную систему в любом цветовом состоянии. И эволюционное уравнение (18) не сохраняет сумму $\sum_R |c_R|^2$. Общая вероятность найти двухглюонную систему в любом цветовом состоянии дается суммой $\sum_R P_R$. Тот факт, что уравнение эволюции (20) удовлетворяет сохранению вероятности для P_R (11), является нетривиальным следствием цветовой прозрачности для точечных цветовых синглетных состояний партонов. Действительно, из уравнения (20) видно, что сохранение суммы $\sum_R P_R$ требует выполнения соотношения

$$\sum_R \langle R\bar{R}|\hat{\sigma}|R'\bar{R}'\rangle \sqrt{\dim[R]} = 0 \quad (21)$$

для любого R' . Левую часть выражения (21) можно записать как

$$\begin{aligned} \sum_R \langle R\bar{R}|abcd\rangle \langle abcd|\hat{\sigma}|R'\bar{R}'\rangle \sqrt{\dim[R]} &= \\ &= \sum_R P[R]_{cd}^{ab} \langle abcd|\hat{\sigma}|R'\bar{R}'\rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Но из условия полноты проекторов,

$$\sum_R P[R]_{cd}^{ab} = \mathbb{1}_{cd}^{ab} = \delta_{ac}\delta_{bd}, \quad (23)$$

для левой части соотношения (22) можно получить

$$\sum_{ab} \langle abab|\hat{\sigma}|R'\bar{R}'\rangle \propto \langle (g_1g_3)_{\{1\}}(g_2g_4)_{\{1\}}|\hat{\sigma}|R'\bar{R}'\rangle, \quad (24)$$

где $(g_1g_3)_{\{1\}}$ и $(g_2g_4)_{\{1\}}$ обозначают синглетные цветовые состояния глюонных пар g_1g_3 и g_2g_4 . В нашем случае эти пары имеют нулевой размер. Для таких конфигураций полный вклад t -канальных двухглюонных обменов должен обращаться в нуль. Это доказывает сохранение суммы $\sum_R P_R$. Отметим, что приведенные выше соображения также можно использовать, чтобы доказать, что для вектора (10) с величиной P_R в режиме полной цветовой рандомизации, определенной по (12), правая часть уравнения (20) исчезает (это означает, что выражение (12), в терминах коэффициентов c_R , соответствует собственному вектору дифракционного оператора с нулевым собственным значением). Действительно, для величины $P_{R'}$, определенной в (12), правая часть уравнения (20) пропорциональна выражению

$$\sum_{R'} \langle R\bar{R} | \hat{\sigma} | R' \bar{R}' \rangle \sqrt{\dim[R']}, \quad (25)$$

которое, аналогично (21), исчезает для любого мультиплета R . Приведенные выше формулы соответствуют синглетным цветовым состояниям четырех глюонов, записанным в терминах цветовых состояний глюонных пар g_1g_2 и g_3g_4 . Однако можно описывать четырехглюонную систему и в терминах цветовых синглетных состояний, построенных из пар g_1g_3 и g_2g_4 . Как и в работе [41], назовем эти два базиса s - и t -канальными базисами. t -канальные базисные состояния можно получить из s -канальных с помощью унитарного преобразования U_{ts} (а обратная матрица U_{st} преобразует t -канальные состояния в s -канальные). Так как полный набор цветовых синглетных четырехглюонных состояний включает и смешанные состояния (6), размерность кроссинг-матрицы U_{ts} есть 8×8 . Матрица U_{ts} была вычислена в работе [41]. Для удобства читателя мы приводим U_{ts} в Приложении (мы исправляем некоторые ошибки в формуле (C17) работы [41]). Удобно записать кроссинг-матрицу, используя для смешанных состояний (6) линейные комбинации

$$|(8_A 8_S)_{\pm}\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}} (|8_A 8_S\rangle \pm |8_S 8_A\rangle). \quad (26)$$

В этом базисе t -канальное состояние $|(8_A 8_S)_{-}\rangle$ имеет ненулевую проекцию только на то же s -канальное состояние $|(8_A 8_S)_{-}\rangle$, а t -канальное состояние $|(8_A 8_S)_{+}\rangle$ имеет ненулевые проекции только на состояния $|10\bar{1}0\rangle$ и $|\bar{1}010\rangle$ в s -канальном базисе. Соответствующим выбором фазовых факторов для состояний $|8_A 8_S\rangle$ и $|8_S 8_A\rangle$ унитарную кроссинг-матрицу можно сделать вещественной и симметричной, т. е. мы имеем

$$U_{ts} = U_{st} \quad \text{и} \quad U_{ts}^2 = \mathbb{1}$$

(подробнее см. Приложение). Обратим внимание на то, что это возможно только для полного набора цветовых синглетных состояний, т. е. для кроссинг-матрицы 8×8 .

Решение уравнения эволюции (18) может быть выражено через собственные функции дифракционной матрицы. Собственные векторы могут быть легко записаны в терминах t -канальных состояний, аналогичных (5), и линейных комбинаций (26) состояний $8_A 8_S$ и $8_S 8_A$. Дело в том, что пары g_1g_3 и g_2g_4 — точечные объекты. По этой причине t -канальные глюоны не могут различить их цветовую структуру и не изменяют цветовые мультиплеты для пар g_1g_3 и g_2g_4 . В результате дифракционный оператор в t -канальном базисе $|\Psi_i^t\rangle$ имеет простую диагональную форму с

$$\langle \Psi_i^t | \hat{\sigma} | \Psi_j^t \rangle = \delta_{ij} \sigma_{R_i}(\rho_{12}), \quad (27)$$

где R_i обозначает цветовой мультиплет, из которого построено состояние Ψ_i^t , σ_{R_i} — дипольное сечение для синглетного цветового состояния $R_i \bar{R}_i$ (с точки зрения дипольного сечения нет никакой разницы между октетами 8_A и 8_S), $\rho_{12} = |\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2|$ — поперечный размер пары g_1g_2 (который равен размеру для пары g_3g_4). В приближении статических дебаевски экранированных рассеивающих центров [1] дипольное сечение для цветового синглетного состояния $R\bar{R}$ имеет вид

$$\sigma_R(\rho) = C_T C_R \int d\mathbf{q}_{\perp} \alpha_s^2(\mathbf{q}_{\perp}^2) \frac{[1 - \exp(i\mathbf{q}_{\perp} \cdot \boldsymbol{\rho})]}{(\mathbf{q}_{\perp}^2 + m_D^2)^2}, \quad (28)$$

где m_D — дебаевская масса, C_T и C_R — цветовые операторы Казимира для конститuenta КГП и для мультиплета R . Операторы Казимира для $SU(3)$, которые нам необходимы, имеют вид

$$C_1 = 0, \quad C_8 = N_c, \quad C_{10} = 2N_c, \quad C_{27} = 2(N_c + 1).$$

Шесть собственных состояний дифракционного оператора в s -канальном базисе можно получить, действуя кроссинг-матрицей U_{st} на t -канальные состояния

$$\begin{aligned} &|11\rangle_t, |8_A 8_A\rangle_t, |8_S 8_S\rangle_t, |(8_A 8_S)_{+}\rangle_t, |27\ 27\rangle_t, \\ &(|10\bar{1}0\rangle_t + |\bar{1}010\rangle_t) / \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (29)$$

Для каждого собственного состояния эффект среды сводится к тривиальному умножению на глауберовский коэффициент затухания

$$S_R(z, z_s) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_{z_s}^z dz n(z) \sigma_R(\rho_{12}(z)) \right], \quad (30)$$

где z_s — продольная координата расщепления $g \rightarrow gg$, R — мультиплет, входящий в t -канальное состояние. Собственным состоянием, соответствующим состоянию $|(8_A 8_S)_+\rangle_t$ в пересчете на s -канальный базис, является $(|10\bar{10}\rangle - |\bar{10}10\rangle)/\sqrt{2}$, т. е. оно описывает разницу между вероятностями для декуплетного P_{10} и антидекуплетного $P_{\bar{10}}$ состояний. Поскольку для перехода $g \rightarrow gg$ в начальный момент имеем $P_{10} = P_{\bar{10}}$, это состояние можно просто игнорировать. Тогда z -зависимость коэффициентов c_R в s -канальном базисе может быть представлена как

$$c_R(z) = \sum_{R', R_0} \langle R\bar{R}|U_{st}|R'\bar{R}'\rangle S_{R'}(z, z_s) \times \langle R'\bar{R}'|U_{ts}|R_0\bar{R}_0\rangle c_{R_0}(z_s), \quad (31)$$

где суммирование по промежуточным t -канальным состояниям включает только шесть первых состояний типа $|R\bar{R}\rangle$. Таким образом, для расщепления $g \rightarrow gg$ нам нужен только блок 6×6 от полной кроссинг-матрицы 8×8 . Из (31) для вектора \vec{P} мы получаем

$$P_R(z) = \sum_{R', R_0} \langle R\bar{R}|U_{st}|R'\bar{R}'\rangle S_{R'}(z, z_s) \times \langle R'\bar{R}'|U_{ts}|R_0\bar{R}_0\rangle P_{R_0}(z_s) \sqrt{\frac{\dim[R]}{\dim[R_0]}}. \quad (32)$$

В пределе очень большой толщины в выражениях (31) и (32) в сумме по промежуточным t -канальным состояниям «выживает» только состояние [11] с $\sigma_1 = 0$, $S_1 = 1$, поэтому соотношение (32) в пределе $z \rightarrow \infty$ можно записать в виде

$$P_R(z)|_{z \rightarrow \infty} \approx \sum_{R_0} \langle R\bar{R}|U_{st}|11\rangle \times \langle 11|U_{ts}|R_0\bar{R}_0\rangle P_{R_0}(z_s) \sqrt{\frac{\dim[R]}{\dim[R_0]}}. \quad (33)$$

t -канальная синглетная цветовая волновая функция есть

$$\langle abcd|11\rangle = \frac{\delta_{ac}\delta_{bd}}{(N_c - 1)^2}.$$

Используя эту формулу, с помощью выражений (15) и (16) можно получить

$$\langle R\bar{R}|U_{st}|11\rangle = \frac{\sqrt{\dim[R]}}{N_c^2 - 1}$$

и аналогичную формулу для $\langle 11|U_{ts}|R_0\bar{R}_0\rangle$. Тогда с этими матричными элементами правая часть соотношения (33) сводится к рандомизированному цветовому распределению (12).

Для начального двухглюонного состояния, возникающего через расщепление глюона $g \rightarrow gg$, в правой части соотношений (31) и (32) нет суммирования по R_0 , потому что в этом случае у нас есть только одна ненулевая компонента для $R_0 = 8_A$ с $P_{8_A} = 1$.

3. МОДЕЛЬ ФАЙЕРБОЛА КГП И ДИПОЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ

Мы выполняем численные расчеты для модели файербола КГП с 1+1D-расширением Бьеркена [48], что для модели идеального газа дает $T_0^3 \tau_0 = T^3 \tau$, где τ_0 — время термализации вещества. Как и в наших предыдущих анализах явления JQ [22, 49, 50], мы берем $\tau_0 = 0.5$ фм, и для простоты пренебрегаем изменением T_0 с поперечными координатами. Чтобы учесть, что формирование КГП — явно не мгновенный процесс, мы берем плотность среды, пропорциональную τ при $\tau < \tau_0$. Фиксируем начальную температуру КГП по начальной плотности энтропии, определенной через плотность множественности заряженных частиц по псевдобыстроте, $dN_{ch}^{AA}/d\eta$, в центральной области ($\eta = 0$) с помощью соотношения Бьеркена [48]

$$s_0 = \frac{C}{\tau_0 S_f} \frac{dN_{ch}^{AA}}{d\eta}. \quad (34)$$

Здесь $C = (dS/dy)/(dN_{ch}^{AA}/d\eta) \approx 7.67$ [51] — отношение энтропия/множественность, а S_f — поперечная площадь файербола КГП. Для центральных столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ эта процедура для модели идеального газа дает $T_0 \approx 420$ МэВ (мы берем $N_f = 2.5$ для учета массового подавления странных кварков в КГП). Для приведенного выше значения T_0 для 1+1D-расширения Бьеркена, КГП достигает температуры порядка T_c (здесь $T_c \approx 160$ МэВ — температура кроссовера) при $\tau_{QGP} \sim 10$ фм. Это означает, что материя остается в плазменной фазе до сильного охлаждения вещества при $\tau \gtrsim (1-2)R_A$ (здесь $R_A \sim 6$ фм — радиус ядра), когда поперечное расширение становится очень сильным [48].

В наших расчетах свойства КГП входят только через произведение плотности КГП и дипольного сечения в формуле для коэффициентов затухания Глаубера (30). Так как дипольное сечение пропорционально оператору Казимира рассеивающего центра, в этом произведении можно избежать суммирования по видам конstituентов КГП при использовании дипольного сечения для рассеяния на кварке,

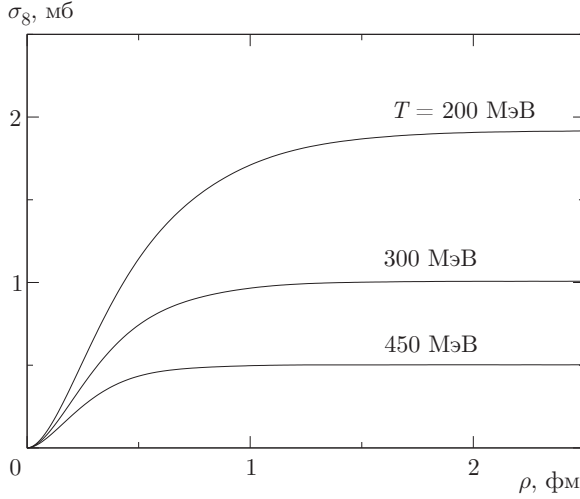


Рис. 6. Октет-октетное дипольное сечение на кварке в КГП в зависимости от размера диполя для различных значений температуры КГП

а для плотности числа цветовых центров использовать сумму $n = n_q + n_g C_A/C_F$ (здесь n_q — плотность кварков и антикварков, а n_g — плотность глюонов, C_A и C_F — операторы Казимира глюона и кварка). При расчете дипольного сечения мы используем дебаевскую массу m_D в КГП, полученную в решеточном анализе [52], который дает, что отношение m_D/T медленно уменьшается с T ($m_D/T \approx 3$ при $T \sim 1.5T_c$ и $m_D/T \approx 2.4$ при $T \sim 4T_c$). Как и в наших работах [22, 49, 50] по JQ, мы используем однопетлевую функцию α_s , замороженную при малых импульсах на некотором значении α_s^{fr} . Анализы структурных функций при малых x [53] и потери энергии тяжелых кварков в вакууме [54] показывают, что для излучения глюонов в вакууме для этой параметризации величина $\alpha_s^{fr} \approx 0.7-0.8$. Однако в КГП тепловые эффекты могут подавить КХД-константу связи в среде. Анализ данных ЛНС по коэффициенту ядерной модификации R_{AA} в столкновениях Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ в подходе LCP1 к индуцированному излучению глюонов дает значение $\alpha_s^{fr} \approx 0.4$ [49]. Мы будем использовать это значение в данной работе. На рис. 6 мы показываем ρ -зависимость дипольного сечения полученного для gg -состояния для нескольких значений температуры КГП. При малых ρ (скажем, $\rho \lesssim 0.1$ фм) дипольное сечение имеет почти квадратичную форму, $\sigma_8(\rho) \approx C\rho^2$, где C логарифмически зависит от ρ . В терминах транспортного коэффициента \hat{q} [2] и эффективной плотности числа триплетных цветовых центров рассеяния можно написать $C = \hat{q}/2n$. Наше значение $\sigma_8(\rho)$ при $\rho \sim 0.1$ фм соответствует $\hat{q} \sim$

~ 0.25 при $T = 250$ МэВ. Это разумно согласуется с качественными расчетами в пертурбативной КХД [55], $\hat{q} \sim 2\varepsilon^{3/4}$, где ε — плотность энергии КГП ($\hat{q} \approx 15T^3$ в терминах температуры КГП).

На рис. 6 видно, что дипольное сечение становится почти плоским при $\rho \sim 2/m_D \sim 1/T$. Рисунок 6 показывает, что между квадратичным и плоским участками существует довольно широкая область, где дипольное сечение приблизительно пропорционально ρ . Отметим, что для режимов с дипольным сечением, пропорциональным ρ^2 (или ρ), для заданного поперечного импульса gg -пары и продольной координаты z_s точки расщепления, вероятность недиагональных переходов убывает приблизительно как $1/E^{2N}$ (или $1/E^N$), где N — количество перерассеяний. По этой причине, как будет показано ниже, вероятность рождения декуплетных gg -состояний, которое требует $N \geq 2$, резко уменьшается с ростом энергии струи.

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Мы проводим анализ z -зависимости вектора распределения вероятности \vec{P} для gg -состояния, усредненного по внутреннему импульсу gg -системы. Мы описываем глюонное (x, \mathbf{q}) -распределение для перехода $g \rightarrow gg$ по КХД-формуле ведущего порядка

$$\frac{dN}{dx d\mathbf{q}} = \frac{C_A \alpha_s(q^2)}{\pi^2} \left[\frac{1-x}{x} + \frac{x}{1-x} + x(1-x) \right] \times \frac{q^2}{(q^2 + \epsilon^2)^2}, \quad (35)$$

где C_A — цветовой фактор Казимира для глюона, а $\epsilon^2 = m_g^2(1-x+x^2)$. Здесь эффективная глюонная масса m_g играет роль инфракрасного регулятора. Для численных расчетов берем $m_g = 0.75$ ГэВ. Это значение было получено из анализа протонной структурной функции F_2 при малых x в дипольном уравнении VFKL [53]. Она хорошо согласуется с естественным инфракрасным обрезанием для пертурбативных глюонов, $m_g \sim 1/R_c$, где $R_c \approx 0.27$ фм — глюонный радиус корреляции в вакууме КХД [56]. Для заданного x мы ограничиваем значение q величиной $q_{max} = Ex(1-x)$, где E — энергия родительского глюона. В расчете распределения (35) используем величину α_s , замороженную при значении $\alpha_s^{fr} = 0.7$. Это значение было получено ранее при фитировании данных по структурной функции протона F_2 при малых x в дипольном уравнении VFKL [53]. Это значение также согласуется с соотношением

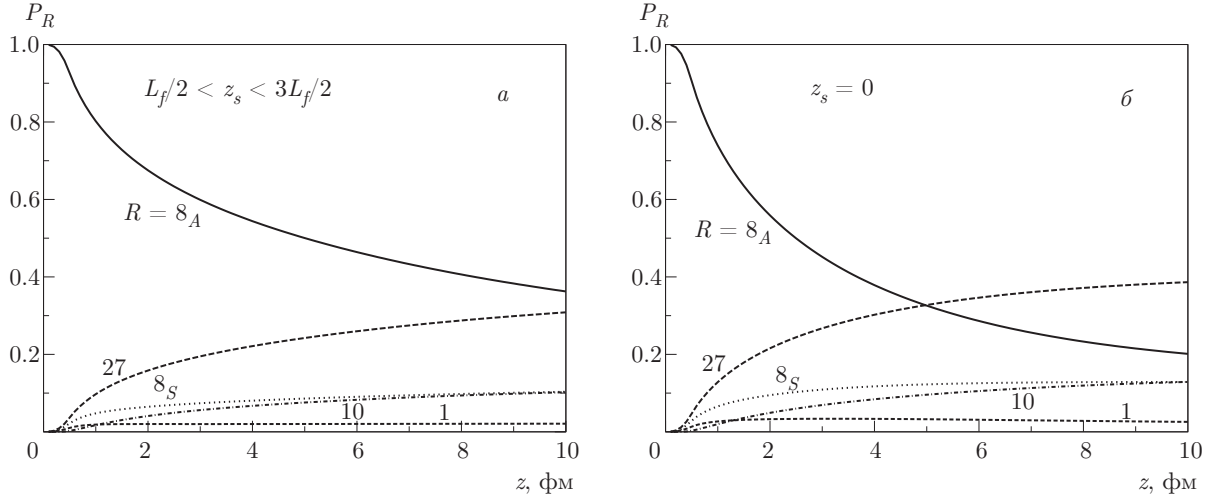


Рис. 7. Коэффициенты P_R для $g \rightarrow gg$ -расщепления с $x = 0.1$, усредненные по поперечному импульсу, в зависимости от длины траектории струи для энергии начального глюона $E = 100$ ГэВ (подробнее см. основной текст): a — положение точки расщепления в интервале $L_f/2 < z_s < 3L_f/2$; b — расщепление при $z_s = 0$

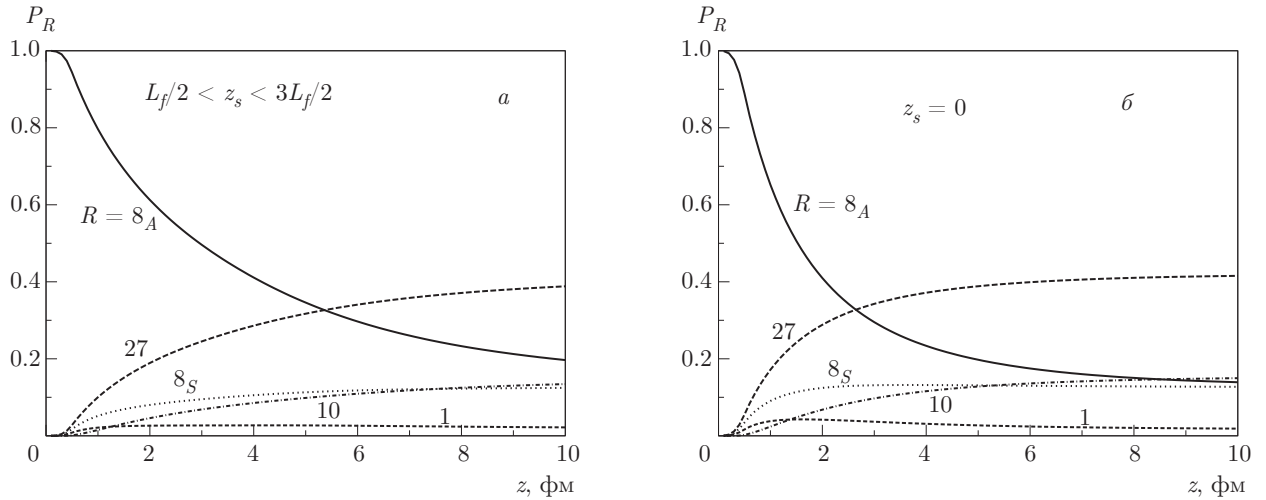


Рис. 8. То же самое, что на рис. 7, при $E = 100$ ГэВ, $x = 0.5$

$$\int_0^{2 \text{ ГэВ}} dQ \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \approx 0.36 \text{ ГэВ}, \quad (36)$$

полученным в работе [54] из анализа энергетических потерь тяжелого кварка в вакууме.

Определим усредненную по q величину P_R как

$$P_R(z) = \frac{\int d\mathbf{q} P_R(z, q) \frac{dN}{dx d\mathbf{q}}}{\int d\mathbf{q} \frac{dN}{dx d\mathbf{q}}}, \quad (37)$$

где $P_R(z, q)$ — решение уравнения эволюции (20) для заданной геометрии расщепления $g \rightarrow gg$. Попереч-

ный импульс q определяет угол между глюонными импульсами конечной gg -пары. Геометрия глюонных траекторий также зависит от продольной координаты z_s точки расщепления. Из соотношения неопределенности $\Delta p_z \Delta z \sim 1$ для типичной длины образования gg -пары можно получить

$$L_f \sim \frac{2x(1-x)E}{q^2 + \epsilon^2}. \quad (38)$$

Мы выполняем вычисления для двух версий: для мгновенного распада первичного глюона, т. е. $z_s = 0$, и для запаздывающего распада, когда точка расщепления равномерно распределена в интервале

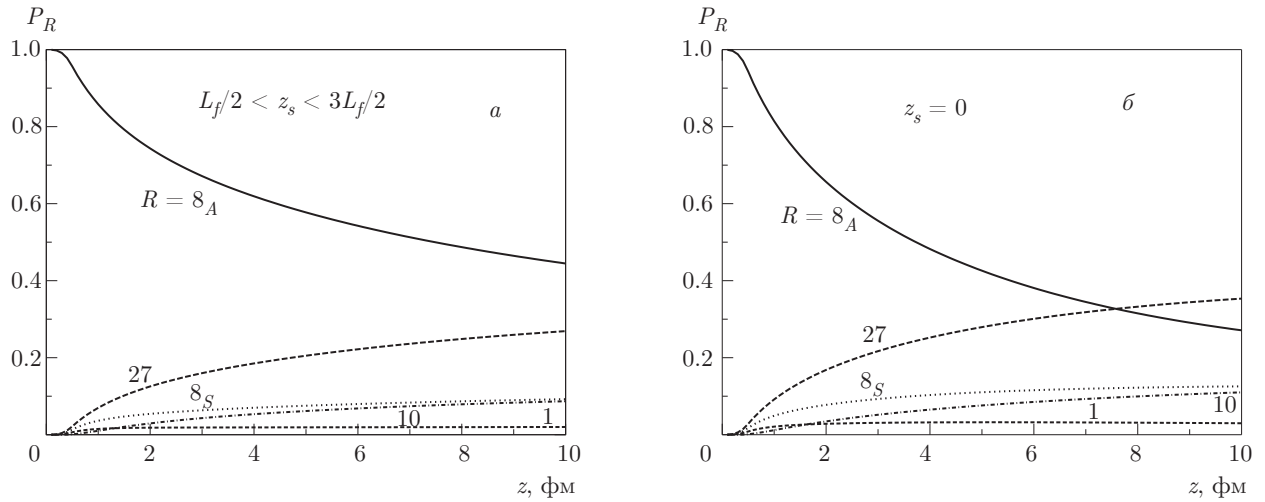


Рис. 9. То же самое, что на рис. 7, при $E = 500$ ГэВ, $x = 0.1$

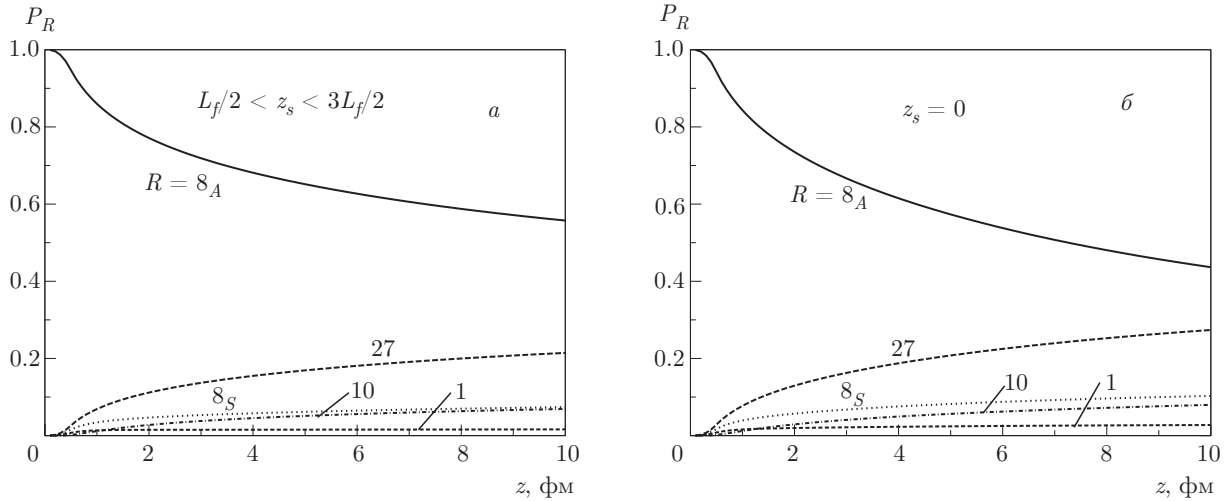


Рис. 10. То же самое, что на рис. 7, при $E = 500$ ГэВ, $x = 0.5$

$L_f/2 < z_s < 3L_f/2$. На рис. 7–10 представлены результаты для $P_R(z)$, полученные при $E = 100$ и 500 ГэВ для $g \rightarrow gg$ -расщепления с $x = 0.1$ и 0.5 . Как видно, рандомизация цвета становится сильнее с уменьшением продольного относительного импульса x . Это связано с ростом угла между глюонами в асимметричных gg -парах. Для версии с запаздывающим распадом рандомизация цвета заметно слабее, чем для мгновенного расщепления. Однако даже в последнем случае рандомизация цвета двухглюонной системы получается довольно медленной. Например, как можно видеть, для типичной длины пути струи $L \sim 5$ фм в центральных столкновениях Pb+Pb вероятность того, что gg -пара останется в состоянии 8_A , существенно отличается от

значения для режима полной цветовой рандомизации (особенно для симметричного расщепления). На рис. 7–10 видно, что рандомизация цвета самая слабая для декуплетных состояний. Это происходит потому, что, в отличие от мультиплетов $1, 8_S, 27$, прямые переходы для перерасщепления $N = 1$ из состояния 8_A в декуплетные состояния запрещены. И ведущий по плотности КГП вклад от перерасщеплений $N = 2$ идет от последовательных переходов $8_A \rightarrow 8_S, 27 \rightarrow 10(\overline{10})$.

Помимо вероятностей для различных мультиплетов поучительно изучить и z -зависимость усредненного по $SU(3)$ -мультиплетам цветового фактора Казимира gg -пары,

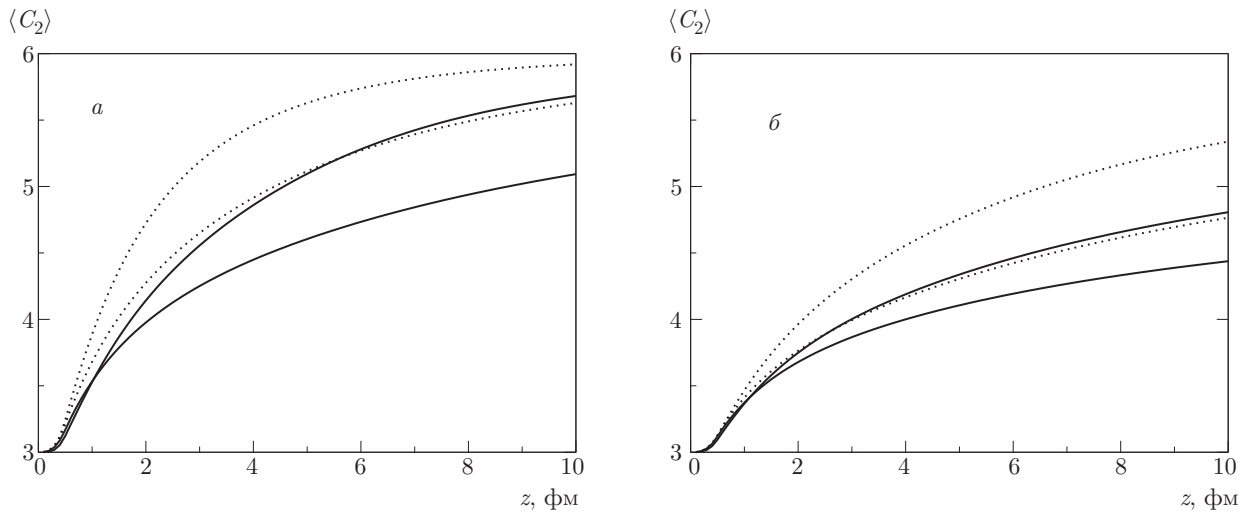


Рис. 11. Усредненный по мультиплетам оператор Казимира $\langle C_2 \rangle$ для $g \rightarrow gg$ -расщепления с $x = 0.1$ и $x = 0.5$ (сверху вниз) при $E = 100$ ГэВ (а) и $E = 500$ ГэВ (б) в зависимости от длины пути струи, полученный для точки расщепления в интервале $L_f/2 < z_s < 3L_f/2$ (сплошные) и для расщепления при $z_s = 0$ (пунктирные)

$$\langle C_2 \rangle = \sum_R P_R C_2[R], \quad (39)$$

который может рассматриваться как интегральная характеристика цветовой рандомизации: $\langle C_2 \rangle = C_2[8] = N_c$ непосредственно после $g \rightarrow gg$ -расщепления и $\langle C_2 \rangle = 2C_2[8] = 2N_c$ для полностью рандомизированного режима. Как уже упоминалось выше, общий фактор Казимира gg -пары определяет излучение глюонов с обратным поперечным импульсом больше поперечного размера gg -пары, когда пара действует как одиночный излучатель. На рис. 11 показана z -зависимость величины $\langle C_2 \rangle$. Как и на рисунках для P_R , представлены результаты для версий с мгновенным и с запаздывающим расщеплениями. На рис. 11 видно, что величина $\langle C_2 \rangle$ для типичной длины пути струи $L \sim 5$ фм для центральных столкновений Pb+Pb значительно отличается от ее значения $2N_c$ для полностью рандомизированного по цвету gg -состояния. При $E = 500$ ГэВ даже при $L = 10$ фм рандомизация цвета не достигается. В этом случае $\langle C_2 \rangle$ находится посередине между значениями для чистого октетного состояния и для рандомизированного двухглюонного состояния (как для асимметричных, $x = 0.1$, так и для симметричных, $x = 0.5$, глюонных пар).

Как мы уже говорили, аппроксимация жесткой геометрией с прямыми траекториями глюонов (одинаковыми для амплитуды и для комплексно-сопряженной амплитуды) кажется разумной для жесткого $g \rightarrow gg$ -расщепления. Для мягкого индуцированного глюонного излучения квантовые флук-

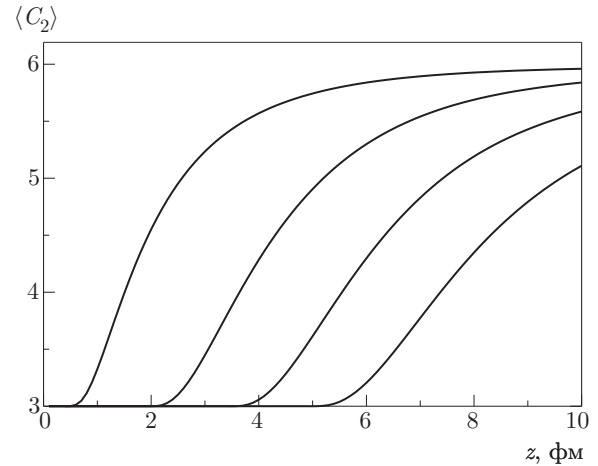


Рис. 12. Усредненный по мультиплетам оператор Казимира для мягкого индуцированного $g \rightarrow gg$ -расщепления с $x = 0.03$ при $E = 100$ ГэВ в зависимости от длины пути струи, полученный для точки расщепления (слева направо) $z_s = 0.5, 2, 3.5, 5$ фм (подробнее см. основной текст)

туации партонных траекторий важны, и необходимо использовать полную технику интеграла по путям. В этом случае цветовая алгебраическая часть вычислений должна выполняться перед интегрированием по траекториям партонов. В этом случае эффекты рандомизации в пространстве цветов и влияние флуктуаций траекторий не могут быть разделены. Тем не менее приближение жесткой геометрии представляется разумным методом для качественного анализа рандомизации и для индуцированного

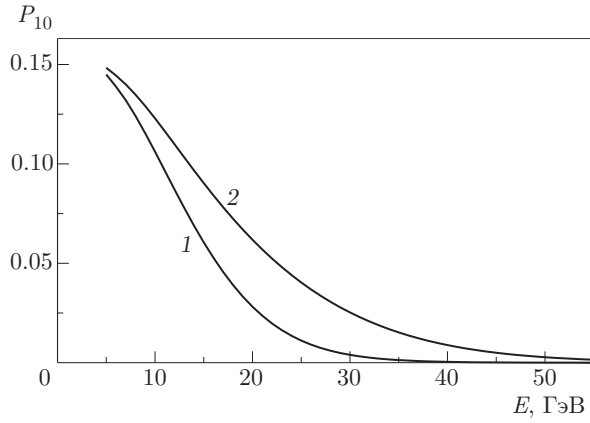


Рис. 13. Энергетическая зависимость вероятности декуплетного состояния с $q < 1$ ГэВ (кривая 1) и $q < 1.5$ ГэВ (кривая 2) для типичной длины пути струи в КГП $z = 5$ фм. Расщепление $g \rightarrow gg$ с $x = 0.5$ происходит в области $L_f/2 < z_s < 3L_f/2$

$g \rightarrow gg$ -расщепления. Для проведения такого анализа используем оценки локальной длины формирования и квадрата поперечного импульса для индуцированного глюонного излучения внутри КГП через транспортный коэффициент \hat{q} (см., например, работы [2, 40]): $k_T^2 \sim \sqrt{2\omega\hat{q}}$ и $L_f^{in} \sim \sqrt{2\omega/\hat{q}}$. Мы берем локальный транспортный коэффициент в виде $\hat{q} \approx 2\varepsilon^{3/4} \approx 15T^3$ [55], который, как мы говорили выше, находится в разумном согласии с нашим дипольным сечением $\sigma_s(\rho)$ при малых ρ . Для индуцированного $g \rightarrow gg$ -расщепления мы используем гауссово распределение по поперечным импульсам, $dN/dk^2 \propto \exp(-k_T^2/\langle k_T^2 \rangle)$, с $\langle k_T^2 \rangle = \sqrt{2\omega\hat{q}}$ и локальный транспортный коэффициент \hat{q} , вычисленный при $L = z_s + L_f^{in}/2$. На рис. 12 мы представляем средний оператор Казимира для мягкого $g \rightarrow gg$ -расщепления при $E = 100$ ГэВ для $x = 0.03$ (т. е. при $\omega = 3$ ГэВ), полученный в этой модели для положений точки расщепления в КГП при $z_s = 0.5, 2, 3.5, 5$ фм. Обратим внимание, что при $x \ll 1$ результаты нечувствительны к значению E . На рис. 12 видно, что даже для индуцированного излучения глюонов в начальной горячей стадии КГП цветовая рандомизация требует $L \sim 5$ фм. Этот график наглядно показывает, что для глюонов, излученных на поздних этапах ($L \sim 3-5$ фм), рандомизация цвета является неполной даже при $L \sim 10$ фм. Таким образом, наши результаты показывают, что значительная часть глюонных пар, рожденных в индуцированных $g \rightarrow gg$ -процессах, может покидать КГП без полной цветовой декогеренции.

Формализм настоящей работы позволяет количественно изучить энергетическую зависимость рождения декуплетных gg -пар. Как мы говорили во Введении, это важно для лучшего понимания роли коллинеарных декуплетных двухглюонных состояний в барионной фрагментации струи благодаря механизму, показанному на рис. 2. В работе [24] вклад этого механизма был оценен в приближении полной рандомизации цвета. Анализ работы [24] основан на вычислении фазового объема для формирования дикварков (которые формируются из двух кварков, образованных после перехода обоих глюонов в пары $q\bar{q}$, как показано на рис. 2) с массой $M_D \lesssim 1-1.5$ ГэВ. Дикварковые конфигурации с более высокими значениями M_D должны иметь меньшую вероятность фрагментации в лидирующий барион. Доминирующий вклад в такие дикварковые состояния происходит от расщепления глюона на симметричные глюонные пары с $x \sim 0.5$ и $q \lesssim 1$ ГэВ. Качественные оценки работы [24] показывают, что приближение полной рандомизации цвета gg -пары должно оставаться разумными для струй с $E \lesssim 20-30$ ГэВ. Соответствующий предел для барионных импульсов меньше примерно в 2-3 раза (потому что импульс дикварка меньше энергии струи примерно в 2 раза, и некоторая часть продольного импульса теряется при фрагментации дикварка в наблюдаемый барион). Это означает, что вклад аномальных цветовых декуплетных gg -пар может быть потенциально важным для барионов в области $p_T \lesssim 7-10$ ГэВ. Выше этой p_T -области он должен резко уменьшаться из-за падения вероятности найти gg -пару в декуплетном цветовом состоянии, потому что для заданного q угол между глюонами пропорционален $1/E$ и поперечный размер gg -пары также уменьшается как $1/E$. В результате вероятность возбуждения декуплетных состояний должна резко падать с ростом E , как уже было сказано в разд. 3. Однако, конечно, оценки работы [24] очень грубые. Мы используем наш формализм для количественного анализа. На рис. 13 показана энергетическая зависимость вероятности декуплетного состояния с $q < 1$ и $q < 1.5$ ГэВ для $L = 5$ фм, которая является типичной длиной пути струи в КГП для центральных столкновений Pb+Pb. Кривые получены для расщепления $g \rightarrow gg$ в области $L_f/2 < z_s < 3L_f/2$. На рис. 13 видно, что для струй с $E \sim 5-7$ ГэВ величина P_{10} близка к значению для полной цветовой рандомизации, т. е. $P_{10} = 10/64$, а от $E \sim 10$ ГэВ до $E \sim 30$ ГэВ величина P_{10} резко уменьшается. В терминах барионного поперечного импульса это означает, что аномальный вклад в рождение бари-

онов становится малым при $p_T \gtrsim 10\text{--}15$ ГэВ. Это согласуется с последними данными ALICE [32] по спектрам при больших p_T в Pb+Pb-столкновениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ, которые показывают, что отношение $(p + \bar{p})/(\pi^+ + \pi^-)$ становится близким к его значению в pp -столкновениях при $p_T \gtrsim 10\text{--}15$ ГэВ. Резкое снижение вероятности рождения декуплетных gg -состояний является следствием того, что возбуждение декуплетного состояния требует, как было сказано ранее, как минимум двух рассеяний и роста длины формирования (что приводит к уменьшению эффективной длины пути пары gg в КГП).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой статье мы изучили динамику цветовой рандомизации двухглюонных состояний, рожденных после расщепления первичного быстрого глюона в КГП, образующейся при столкновениях тяжелых ионов. Численные расчеты были выполнены для центральных столкновений Pb+Pb при энергии ЛНС $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. Анализ основан на уравнении эволюции для цветовой матрицы плотности gg -системы, полученном в дипольном подходе. В нашем формализме матрица плотности двухглюонной пары может рассматриваться как волновая функция синглетной пары по цвету четырехглюонной системы. L -зависимость этой волновой функции управляется дифракционным оператором для рассеяния четырехглюонной системы на конstituентах КГП. Мы обнаружили, что рандомизация цвета пары gg является довольно медленной. Наши расчеты показывают, что для энергий струи $E = 100, 500$ ГэВ усредненный по цветовым $SU(3)$ -мультиплетам фактор Казимира C_2 gg -состояния для типичной длины пути струи $L \sim 5$ фм для центральных столкновений Pb+Pb значительно отличается от его значения $2N_c$ для полностью рандомизированного по цвету gg -состояния. Для струй с $E = 500$ ГэВ даже при $L = 10$ фм рандомизация цвета не достигается. В этом случае усредненный цветовой фактор Казимира лежит посередине между значениями для чистого октетного состояния (как для глюона) и значением для полностью рандомизированного двухглюонного состояния (как для асимметричных, $x = 0.1$, так и для симметричных, $x = 0.5$, глюонных пар).

Мы обнаружили, что скорость рандомизации цвета является самой малой для декуплетных цветовых мультиплетов, 10 и $\overline{10}$. Это происходит потому, что, в отличие от других состояний в разложении Клебша–Гордана прямого произведения двух окте-

тов, прямой переход $8_A \rightarrow 10(\overline{10})$ для перераспределения $N = 1$ запрещен и возбуждение декуплетных состояний происходит через возбуждение промежуточных 8_S - и 27 -мультиплетов.

Мы изучили энергетическую зависимость генерации почти коллинеарных декуплетных gg -состояний, которые могут приводить к образованию лидирующих барионов в фрагментации струи [24, 27]. Мы обнаружили, что вероятность наблюдения таких пар резко уменьшается с ростом энергии струи и становится очень малой при $E \gtrsim 30$ ГэВ. Это позволяет сделать вывод о том, что вклад этого механизма в образование барионов должен становиться очень небольшим при $p_T \sim 10$ ГэВ. Это разумно согласуется с данными ALICE [32] по отношению $(p + \bar{p})/(\pi^+ + \pi^-)$ в Pb+Pb-столкновениях при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-12-10151).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вклад в двухглюонную цветовую функцию $\langle ab|\Psi\rangle$ заданного неприводимого $SU(3)$ -мультиплета R в декомпозиции Клебша–Гордана (4) может быть записан как $P[R]_{cd}^{ab}\langle cd|\Psi\rangle$, где $P[R]$ является проекционным оператором для мультиплета R , определяемого общей квантово-механической формулой (14). Проекторы на мультиплеты 1 , 8_A , 8_S , 27 , 10 и $\overline{10}$ могут быть записаны в терминах дельта-символов Кронекера, антисимметричного тензора f_{abc} и симметричного тензора d_{abc} :

$$P[1]_{cd}^{ab} = \frac{1}{8}\delta_{ab}\delta_{cd}, \quad (40)$$

$$P[8_A]_{cd}^{ab} = \frac{1}{3}f_{abk}f_{kcd}, \quad (41)$$

$$P[8_S]_{cd}^{ab} = \frac{3}{5}d_{abk}d_{kcd}, \quad (42)$$

$$P[27]_{cd}^{ab} = \frac{1}{2}(\delta_{ac}\delta_{bd} + \delta_{ad}\delta_{bc}) - \frac{1}{8}\delta_{ab}\delta_{cd} - \frac{3}{5}d_{abk}d_{kcd}, \quad (43)$$

$$P[10]_{cd}^{ab} = \frac{1}{4}(\delta_{ac}\delta_{bd} - \delta_{ad}\delta_{bc}) - \frac{1}{6}f_{abk}f_{kcd} + \frac{i}{2}Y_{cd}^{ab}, \quad (44)$$

$$P[\overline{10}]_{cd}^{ab} = \frac{1}{4}(\delta_{ac}\delta_{bd} - \delta_{ad}\delta_{bc}) - \frac{1}{6}f_{abk}f_{kcd} - \frac{i}{2}Y_{cd}^{ab}, \quad (45)$$

где

$$Y_{cd}^{ab} = -\frac{1}{2}(d_{ack}f_{kbd} + f_{ack}d_{kdb}). \quad (46)$$

Двухглюонные цветовые волновые функции для состояний $1, 8_S, 27$ симметричны при перестановках глюонных цветовых индексов $a \leftrightarrow b$ и $c \leftrightarrow d$, а для состояний $8_A, 10, \overline{10}$ они антисимметричны. Вклады первых трех слагаемых в формулах для декуплетных проекторов явно антисимметричны. Тот факт, что член Y_{cd}^{bc} также антисимметричен при перестановке $a \leftrightarrow b$ и $c \leftrightarrow d$ очевиден из тождества

$$d_{ack}f_{kbd} + f_{ack}d_{kdb} = d_{cbk}f_{kda} + f_{cbk}d_{kda}. \quad (47)$$

Вычисление проекторов для мультиплетов $1, 8_S, 27$ и 8_A является тривиальными, но для мультиплетов 10 и $\overline{10}$ они сложнее. Проекторы $P[10]$ и $P[\overline{10}]$ могут быть получены после прямых (несколько утомительных) вычислений с помощью стандартной формулы (14) с использованием для декуплетных (антидекуплетных) состояний симметричного спинорного тензора Ψ^{ijk} (Ψ_{ijk}). Для двухглюонного состояния эти тензоры могут быть построены с использованием спинорной формы волновой функции глюона $(g_a)_k^i = (1/\sqrt{2})(\lambda_a)_k^i$.

Важным фактом для наших расчетов является то, что проекторы пропорциональны четырехглюонным цветовым волновым функциям цветовых синглетов $|R\bar{R}\rangle$, построенных из мультиплетов R и \bar{R} (16). Тот факт, что волновая функция, определяемая выражением (16), описывает цветовой синглет, можно проверить, вычисляя среднее значение

$$\langle R\bar{R}|T^\alpha|R\bar{R}\rangle \quad (48)$$

для полного цветового генератора $T^\alpha = \sum_{i=1}^4 T_i^\alpha$ четырех глюонов, которое должно обращаться в нуль для синглетных цветовых состояний. Можно легко показать, что это так. Действительно, скажем, для вклада с $i = 1$ имеем

$$\langle R\bar{R}|T_1^\alpha|R\bar{R}\rangle \propto (P[R]_{cd}^{a'b})^* f_{\alpha a'a} P[R]_{cd}^{ab}. \quad (49)$$

Поскольку $(P[R]_{cd}^{a'b})^* = P[R]_{a'b}^{cd}$ и $P[R]_{cd}^{ab} P[R]_{a'b}^{cd} = P[R]_{a'b}^{ab} \propto \delta_{aa'}$, можно видеть, что левая часть выражения (49) пропорциональна $f_{\alpha aa} = 0$. Тот факт, что проекционный оператор (14) пропорционален синглетной цветовой волновой функции $|R\bar{R}\rangle$, не удивителен, потому что последний множитель в правой части соотношения (14) пропорционален волновой функции комплексно-сопряженного состояния $\langle cd|\bar{R}\bar{\nu}\rangle$ (здесь компонента $\bar{\nu}$ имеет «магнитные» квантовые числа, противоположные их значениям для ν) с фазовым множителем, аналогичным тому, который появляется в сумме Клебша – Гордана по внутренним квантовым числам ν для синглетного цветового состояния $|R\bar{R}\rangle$ [57, 58], построенного из состояний $|R\nu\rangle$ и $|\bar{R}\bar{\nu}\rangle$.

Оператор кроссинга U_{ts} из s -канального базиса в t -канальный можно рассчитать с помощью приведенных выше формул для s -канальных проекторов и аналогичных формул для t -канального базиса (которые можно получить перестановкой $b \leftrightarrow c$). Однако операция кроссинга включает также смешанные состояния $|8_A 8_S\rangle$ и $|8_S 8_A\rangle$. Удобно использовать линейные комбинации (26) и брать волновые функции для компонент $|8_A 8_S\rangle$ и $|8_S 8_A\rangle$ в s -канальном базисе в форме

$$\begin{aligned} \langle abcd|8_A 8_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{40}} f_{abk} d_{kcd}, \\ \langle abcd|8_S 8_A\rangle &= \frac{1}{\sqrt{40}} d_{abk} f_{kcd}. \end{aligned} \quad (50)$$

Аналогичные формулы для t -канального базиса получаются перестановкой $b \leftrightarrow c$. Прямой расчет дает

$$\begin{pmatrix} |11\rangle \\ |8_A 8_A\rangle \\ |8_S 8_S\rangle \\ |2727\rangle \\ |10\overline{10}\rangle \\ |\overline{10}10\rangle \\ |(8_A 8_S)_+\rangle \\ |(8_A 8_S)_-\rangle \end{pmatrix}_t = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{\sqrt{8}} & \frac{1}{\sqrt{8}} & \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{8}} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{10} & \frac{3\sqrt{3}}{10\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} & 0 & 0 \\ \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & \frac{3\sqrt{3}}{10\sqrt{2}} & \frac{7}{40} & -\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{10}} & -\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{10}} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{10}} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{10}} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |11\rangle \\ |8_A 8_A\rangle \\ |8_S 8_S\rangle \\ |2727\rangle \\ |10\overline{10}\rangle \\ |\overline{10}10\rangle \\ |(8_A 8_S)_+\rangle \\ |(8_A 8_S)_-\rangle \end{pmatrix}_s. \quad (51)$$

Как видно, кроссинг-матрица является действительной и симметричной.

Прямой расчет дифракционной 6×6 -матрицы в s -канальном базисе с помощью приведенных выше

формул для проекторов дает (порядок состояний такой же, как и в выражении (10))

$$\hat{\sigma}(\rho) = \sigma_8(\rho) \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{2}{\sqrt{30}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{30}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2}{\sqrt{30}} & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (52)$$

где $\sigma_8(\rho)$ — дипольное сечение для синглетной по цвету двухглюонной системы с размером ρ .

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Gyulassy and X. N. Wang, Nucl. Phys. B **420**, 583 (1994) [nucl-th/9306003].
2. R. Baier, Y. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, S. Peigné, and D. Schiff, Nucl. Phys. B **483**, 291 (1997) [hep-ph/9607355]; **484**, 265 (1997) [hep-ph/9608322].
3. B. G. Zakharov, Письма в ЖЭТФ **63**, 906 (1996) [hep-ph/9607440]; Phys. Atom. Nucl. **61**, 838 (1998) [hep-ph/9807540].
4. M. Gyulassy, P. Lévai, and I. Vitev, Nucl. Phys. B **594**, 371 (2001) [hep-ph/0006010].
5. P. Arnold, G. D. Moore, and L. G. Yaffe, JHEP **0206**, 030 (2002) [hep-ph/0204343].
6. U. A. Wiedemann, Nucl. Phys. A **690**, 731 (2001) [hep-ph/0008241].
7. J. D. Bjorken, Fermilab Preprint 82/59-THY (1982), unpublished.
8. B. G. Zakharov, Письма в ЖЭТФ **86**, 509 (2007) [arXiv:0708.0816].
9. G.-Y. Qin, J. Ruppert, C. Gale, S. Jeon, G. D. Moore, and M. G. Mustafa, Phys. Rev. Lett. **100**, 072301 (2008) [arXiv:0710.0605].
10. R. Baier, Yu. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, and D. Schiff, JHEP **0109**, 033 (2001).
11. B. G. Zakharov, Письма в ЖЭТФ **70**, 171 (1999) [hep-ph/9906536].
12. B. G. Zakharov, Письма в ЖЭТФ **73**, 55 (2001) [hep-ph/0012360].
13. P. Arnold and S. Iqbal, JHEP **1504**, 070 (2015), Erratum: JHEP **1609**, 072 (2016) [arXiv:1501.04964].
14. P. Arnold, H.-C. Chang, and S. Iqbal, JHEP **1610**, 100 (2016) [arXiv:1606.08853].
15. P. Arnold, H.-C. Chang, and S. Iqbal, JHEP **1610**, 124 (2016) [arXiv:1608.05718].
16. K. Zapp, G. Ingelman, J. Rathsmann, J. Stachel, and U. A. Wiedemann, Eur. Phys. J. C **60**, 617 (2009) [arXiv:0804.3568].
17. K. C. Zapp, F. Krauss, and U. A. Wiedemann, JHEP **1303**, 080 (2013) [arXiv:1212.1599].
18. I. P. Lokhtin, A. V. Belyaev, and A. M. Snigirev, Eur. Phys. J. C **71**, 1650 (2011) [arXiv:1103.1853].
19. S. Cao et al. [JETSCAPE Collaboration] Phys. Rev. C **96**, 024909 (2017) [arXiv:1705.00050].
20. P. Lévai and U. Heinz, Phys. Rev. C **57**, 1879 (1998).
21. H. Song, S. A. Bass, U. Heinz, and T. Hirano, Phys. Rev. C **83**, 054910 (2011), Erratum: Phys. Rev. C **86**, 059903 (2012) [arXiv:1101.4638].
22. B. G. Zakharov, Письма в ЖЭТФ **88**, 899 (2008) [arXiv:0811.0445].
23. A. Leonidov and V. Nechitailo, Eur. Phys. J. C **71**, 1537 (2011) [arXiv:1006.0366].

24. P. Aurenche and B. G. Zakharov, *Eur. Phys. J. C* **71**, 1829 (2011) [arXiv:1109.6819].
25. A. Beraudo, J. G. Milhano, and U. A. Wiedemann, *JHEP* **1207**, 144 (2012) [arXiv:1204.4342].
26. A. Beraudo, J. G. Milhano, and U. A. Wiedemann, *Phys. Rev. C* **85**, 031901 (2012) [arXiv:1109.5025].
27. B. G. Zakharov, *Proceedings of the 33rd Rencontres de Moriond: QCD and High Energy Hadronic Interactions*, Les Arcs, France, March 21–28 (1998), pp. 465–469 [arXiv:hep-ph/9807396].
28. G. C. Rossi and G. Veneziano, *Nucl. Phys. B* **123**, 507 (1977).
29. G. C. Rossi and G. Veneziano, *Phys. Rep.* **63**, 149 (1980).
30. B. I. Abelev et al. [STAR Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **97**, 152301 (2006) [nucl-ex/0606003].
31. S. S. Adler et al. [PHENIX Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **91**, 172301 (2003) [nucl-ex/0305036].
32. J. Adam et al. [ALICE Collaboration], *Phys. Rev. C* **93**, 034913 (2016) [arXiv:1506.07287].
33. Y. Mehtar-Tani, C. A. Salgado, and K. Tywoniuk, *Phys. Lett. B* **707**, 156 (2012) [arXiv:1102.4317].
34. J. Casalderrey-Solana and E. Iancu, *J. Phys. G* **38**, 124062 (2011) [arXiv:1106.3864].
35. J. Casalderrey-Solana and E. Iancu, *JHEP* **1108**, 015 (2011) [arXiv:1105.1760].
36. M. R. Calvo, M. R. Moldes, and C. A. Salgado, *Phys. Lett. B* **738**, 448 (2014) [arXiv:1403.4892].
37. Basics of Perturbative QCD Y. L. Dokshitzer, V. A. Khoze, A. H. Mueller, and S. I. Troian. 1991. Published in Gif-sur-Yvette, France: Ed. Frontieres (1991), p. 274 (Basics of).
38. J. Casalderrey-Solana, Y. Mehtar-Tani, C. A. Salgado, and K. Tywoniuk, *Phys. Lett. B* **725**, 357 (2013) [arXiv:1210.7765].
39. A. Kurkela and U. A. Wiedemann, *Phys. Lett. B* **740**, 172 (2015) [arXiv:1407.0293].
40. P. Caucal, E. Iancu, A. H. Mueller, and G. Soyez, arXiv:1801.09703.
41. N. N. Nikolaev, W. Schafer, and B. G. Zakharov, *Phys. Rev. D* **72**, 114018 (2005) [arXiv:hep-ph/0508310].
42. N. Kidonakis, G. Oderda, and G. F. Sterman, *Nucl. Phys. B* **531**, 365 (1998) [hep-ph/9803241].
43. Yu. L. Dokshitzer and G. Marchesini, *Phys. Lett. B* **631**, 118 (2005) [hep-ph/0508130].
44. Yu. L. Dokshitzer and G. Marchesini, *JHEP* **0601**, 007 (2006) [hep-ph/0509078].
45. M. H. Seymour, *JHEP* **0510**, 029 (2005) [hep-ph/0508305].
46. J.-P. Blaizot, F. Dominguez, E. Iancu, and Y. Mehtar-Tani, *JHEP* **1301**, 143 (2013) [arXiv:1209.4585].
47. L. Apolinario, N. Armesto, J. G. Milhano, and C. A. Salgado, *JHEP* **1502**, 119 (2015) [arXiv:1407.0599].
48. J. D. Bjorken, *Phys. Rev. D* **27**, 140 (1983).
49. B. G. Zakharov, *J. Phys. G* **40**, 085003 (2013) [arXiv:1304.5742].
50. B. G. Zakharov, *J. Phys. G* **41**, 075008 (2014) [arXiv:1311.1159].
51. B. Müller and K. Rajagopal, *Eur. Phys. J. C* **43**, 15 (2005).
52. O. Kaczmarek and F. Zantow, *Phys. Rev. D* **71**, 114510 (2005) [hep-lat/0503017].
53. N. N. Nikolaev and B. G. Zakharov, *Phys. Lett. B* **327**, 149 (1994).
54. Yu. L. Dokshitzer, V. A. Khoze, and S. I. Troyan, *Phys. Rev. D* **53**, 89 (1996).
55. R. Baier, *Nucl. Phys. A* **715**, 209 (2003) [hep-ph/0209038].
56. E. V. Shuryak, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 1 (1993).
57. J. J. deSwart, *Rev. Mod. Phys.* **35**, 916 (1963).
58. C. Rebbi and R. Slansky, *Rev. Mod. Phys.* **42**, 68 (1970).